

УДК 539.373

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДЕФОРМАЦИЙ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ ИЗ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЫ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ОХЛАЖДЕНИИ

О.Ю. Сметанников

*Пермский государственный технический университет, Пермь, 614990, Россия*

Получены экспериментальные зависимости прогиба плоских цилиндрических образцов из эпоксидного связующего от времени при охлаждении в воде. Изложен пошаговый алгоритм численного решения соответствующей краевой задачи с применением на каждом шаге процедуры метода конечных элементов, реализованной в пакете ANSYS. Дано объяснение наблюдаемых эффектов с учетом особенностей используемых определяющих соотношений. Подтверждена адекватность предложенной ранее модели термомеханического поведения стеклюющихся полимеров и методики численного решения краевых задач для данного класса материалов.

*Ключевые слова:* эксперимент, стеклование, численные методы, технологические напряжения, остаточные напряжения, метод конечных элементов

## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF THE EVOLUTION OF DEFORMATION IN AN EPOXY COMPOSITE CIRCULAR PLATE DURING NON-UNIFORM COOLING

O.Yu. Smetannikov

*Perm State Technical University, Perm, 614990, Russia*

Experimental time dependences of bending of flat epoxy resin cylindrical specimens during cooling in water have been obtained. A step-by-step algorithm for numerical solution of the boundary problem by finite-element procedure using ANSYS program is presented. Explanation of observed effects is given taking into account the peculiarities of the constitutive equations used. The validity of the previously proposed model describing the thermomechanical behavior of vitrifying polymers and the numerical technique for solving boundary-value problems have been verified for the given class of materials.

*Keywords:* experiment, vitrification, numerical methods, technological stresses, residual stresses, finite element method

При исследовании механического поведения полимерных материалов следует иметь в виду сильную зависимость их свойств от температуры. С точки зрения структуры большинство полимеров (за исключением некоторых материалов, способных частично кристаллизоваться) являются аморфными средами при любых температурах. Характерный отклик аморфных сред на механическое воздействие во многом определяется физическим (релаксационным) состоянием, в котором находится материал при данной температуре. Различают три присущих полимерам релаксационных состояния [1]: вязкотекучее, высокоэластическое и стеклообразное. В вязкотекучем состоянии материал представляет собой вязкую жидкость, в высокоэластическом — резиноподобное твердое тело (эластомер), в стеклообразном — пластмассу. Переходы из одного состояния в другое в связи с изменением температуры, называемые релаксационными переходами, происходят плавно в некотором температурном диапазоне без изменения фазового состояния, с сохранением аморфности структуры и без поглощения или выделения тепла.

В результате релаксационного перехода могут возникать явления «замораживания» или, наоборот, «размораживания» механических деформаций. Так, если к образцу из полимерного материала при температуре, соответствующей его высокоэластическому

состоянию, приложить силу, то возникнут быстро развивающиеся деформации ползучести. Последующее охлаждение образца, без снятия нагрузки, до температуры стеклообразного состояния снижает темп роста деформаций ползучести на порядки. Казалось бы, снятие нагрузки должно вызвать обратную ползучесть, однако скорость этого процесса в застеклованном состоянии очень низка, так что можно говорить о фактическом «замораживании» деформаций ползучести. Нагрев ненагруженного образца до температуры, соответствующей высокоэластическому состоянию, ведет к «размораживанию» этих деформаций и быстрому восстановлению его исходного размера.

Наличие в теле образца неоднородного поля «замороженных» деформаций вызывает появление полей внутренних напряжений. И если одновременно с этим реализуются нестационарные неоднородные температурные поля, изменяющиеся в диапазоне, содержащем релаксационный переход, то в полимерном теле возможно формирование и фиксация внутреннего напряженного состояния даже при отсутствии внешних силовых воздействий на него и однородности конечного поля температур. Поскольку большинство процессов создания полимерных материалов и переработки их в изделия связано с разогревом (переходом в вязкотекучее релаксационное состояние) и последующим охлаждением (переходом в высокоэластическое и/или застеклованное состояние), важное значение приобретает количественная оценка технологических напряжений, возникающих в процессе изготовления, и остаточных напряжений, зафиксированных в готовой конструкции. Характер распределения и уровень технологических и остаточных напряжений определяются в значительной степени режимом прохождения релаксационного перехода.

В данной статье проводится экспериментальная верификация предложенной ранее феноменологической модели термомеханического поведения стеклюющихся полимерных материалов [2]. Модель предназначена для описания процессов формирования полей технологических и остаточных напряжений в средах с релаксационными переходами и позволяет учитывать, в частности, упомянутые выше эффекты «замораживания» и «размораживания» деформаций без детального изучения спектра релаксации материала. В работе [3] сделана попытка экспериментальным и расчетным методами исследовать остаточные напряжения в сплошном цилиндре из эпоксидной смолы ЭД-20, но использованная там методика не позволяет опытным путем отслеживать изменение во времени напряжений и деформаций образца и предназначена лишь для контроля остаточных напряжений. Эксперимент, описанный в настоящей статье, лишен указанного недостатка и дает возможность проведения более полной проверки адекватности предложенной в [2] физической модели.

## 1. Экспериментальная часть

### 1.1. Изготовление образцов

Заготовки для образцов получались путем заливки исходных компонентов в стеклянный химический стакан ( $d = 0,08$  м,  $l = 0,15$  м). Для предотвращения прилипания внутренняя поверхность стакана покрывалась антиадгезионным составом. Исходными компонентами были смола ЭД-20 и отвердитель триэтаноламинтитан. Отвердитель нагревался до  $60^{\circ}\text{C}$ , затем в течение 1 часа в условиях вакуума смешивался со смолой в весовой пропорции 1:10. При смешивании поддерживалась температура  $60^{\circ}\text{C}$ . Полученный состав заливался в предварительно нагретую форму, которая на 3–4 часа помещалась в вакуумный шкаф для удаления воздушных пузырей. В шкафу поддерживались комнатная температура и давление 0,99 атм. После этого температура в

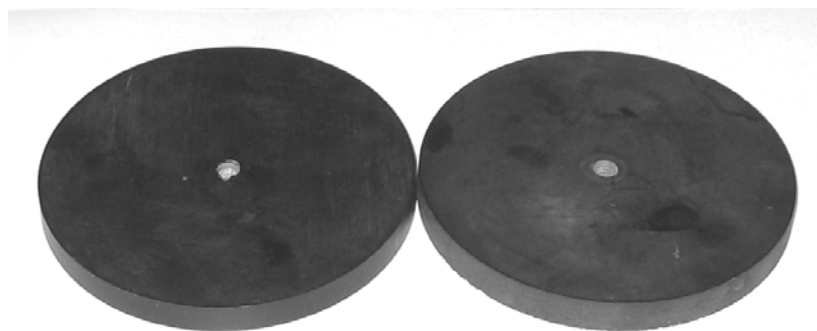


Рис. 1. Исследуемые образцы

шкафу увеличивалась до  $100^{\circ}\text{C}$ , и в течение 5–6 часов происходило отверждение материала. Далее температура повышалась до  $160\text{--}170^{\circ}\text{C}$ , термошкаф отключался и полимер, охлаждаясь вместе со шкафом, доотверждался еще  $\sim 4$  часа.

После окончания процесса отверждения форма разбивалась, и образцы подвергались механической обработке до размеров  $D = 0,076$  м,  $L = 0,145$  м с целью устранения несовершенств цилиндрической формы. Затем от цилиндра-заготовки на токарном станке отрезались пластины толщиной 6,5 и 8 мм, служившие в дальнейшем объектами испытаний (Рис. 1). Измерения образцов показали, что отклонения торцевых поверхностей от плоскостности не превышали 50 мкм. Возможное коробление пластин вследствие усадочных или температурных остаточных напряжений исключалось нагревом выше температуры стеклования с последующим медленным охлаждением.

## 1.2. Программа эксперимента

Образец, навинченный на металлическую подставку (Рис. 2), нагревался в термошкафу с заданной температурой  $T_0$  ( $150\text{--}170^{\circ}\text{C}$ ) в течение 60 минут.

Во время термостатирования температура контролировалась при помощи термопары с точностью  $\pm 3^{\circ}\text{C}$ . Видимые дефекты формы после извлечения из шкафа

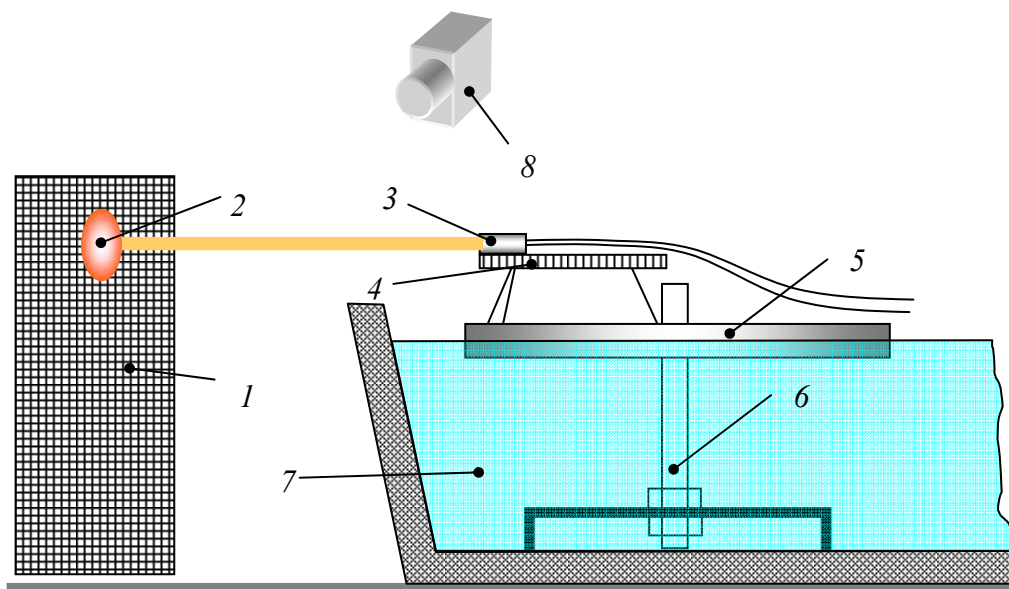


Рис. 2. Схема эксперимента на стадии охлаждения. 1 – экран с миллиметровой разметкой; 2 – световое пятно; 3 – источник лазерного излучения; 4 – тренога; 5 – эпоксидный образец; 6 – металлическая подставка; 7 – вода; 8 – видеокамера



Рис. 3. Образец на подставке с источником лазерного излучения

отсутствовали. По окончании процесса выдержки на верхней поверхности пластины на специальной треноге размещался источник лазерного излучения (Рис. 2, 3), после чего на половину толщины образец погружался в воду, имеющую температуру  $20^{\circ}\text{C}$ , и охлаждался в течение 30 минут.

Движение светового пятна по экрану (Рис. 2) фиксировалось на видео с помощью цифровой камеры Canon Power Shot A520 с частотой 15 кадров/с. Покадровая обработка изображения проводилась в редакторе VirtualDub, по результатам измерений строились таблицы перемещений светового пятна  $\Delta U_e^{(j)}(t_i)$ , где  $j$  — номер испытания (см. Рис. 4). Для каждого сочетания толщины пластины  $H^{(j)}$  и температуры начального разогрева  $T_0^{(j)}$  проводилось по 3 испытания. Далее смещения пятна пересчитывались в относительные перемещения на поверхности образца  $\Delta U_b$  (Рис. 4):

$$\Delta U_b \equiv u_z(R_2) - u_z(R_1) = \Delta U_e L_b / L_e,$$

где  $u_z$  — осевые перемещения на верхней поверхности образца.

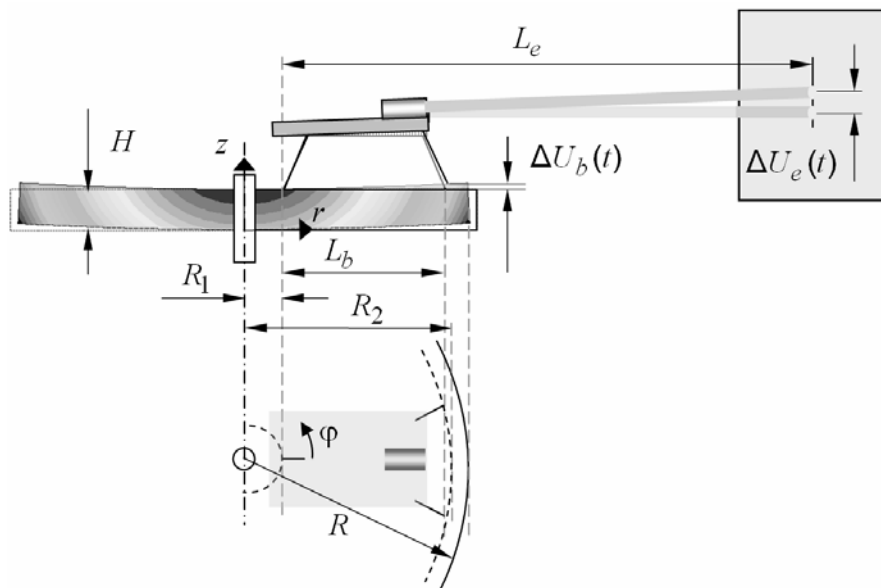
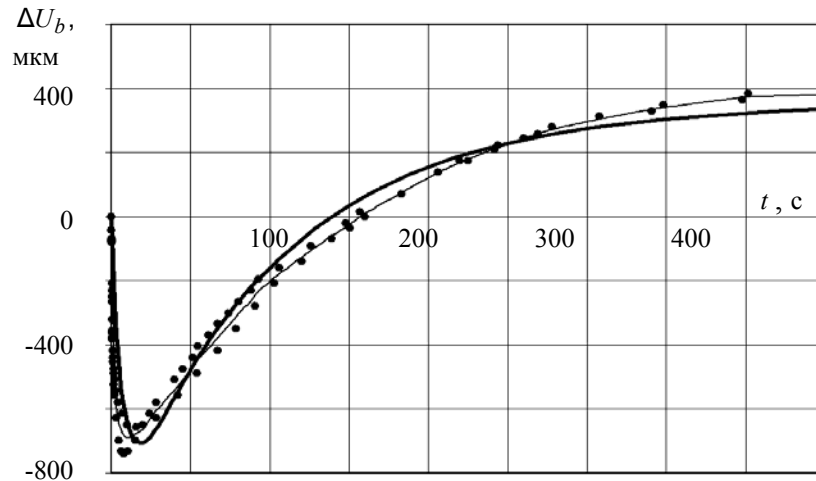
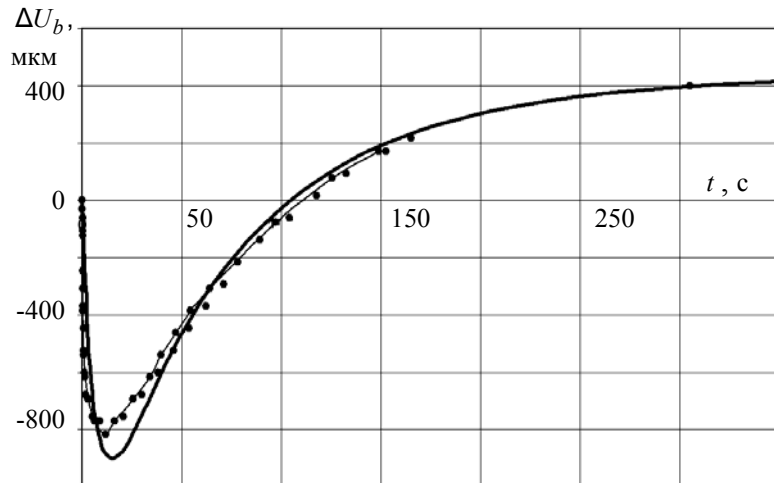


Рис. 4. Схема для расчета относительных перемещений



а



б

**Рис. 5.** Зависимость относительных перемещений  $\Delta U_b$  от времени  $t$  для пластин разной толщины:

$$H = 8 \text{ мм}, T_0 = 160^\circ\text{C} \text{ (а)}; H = 6,5 \text{ мм}, T_0 = 170^\circ\text{C} \text{ (б)}.$$

Точки – эксперимент, жирная линия – расчет; тонкая линия – осредненные  $\Delta U_b(t)$

После осреднения результатов по нескольким испытаниям для каждого эксперимента строились итоговые графики зависимости  $\Delta U_b(t)$  (два из которых показаны на рисунке 5). Из рисунков видно, что на начальном этапе в результате охлаждения нижней границы происходит прогиб пластины в сторону жидкой среды. В зависимости от толщины пластины и начальной температуры, процесс занимает от 4 (Рис. 5, а) до 10 (Рис. 5, б) секунд. По мере дальнейшего остывания и выравнивания температуры наблюдается постепенное уменьшение отрицательного прогиба и переход к положительному через 110–160 с. После полного охлаждения до комнатной температуры остаточные деформации придают пластине форму чаши с направленными вверх краями. Для образцов такого размера уровень относительных остаточных перемещений достаточно высок и составляет около 0,4 мм. Время полного остывания равняется примерно 500 с для образца толщиной 8,0 мм, 350 с — для образца 6,5 мм.

## 2. Численный анализ НДС образцов

Термомеханическое поведение материала образца описывалось предложенной ранее моделью упругого приближения [2]

$$\hat{\sigma}(t) = \left( {}^4\hat{C}_1 + {}^4\hat{C}_2 N(t) \right) \cdot \bar{\varepsilon}(t) - {}^4\hat{C}_2 \cdot \int_0^{N(t)} \bar{\varepsilon}(\tau) dN(\tau). \quad (1)$$

Здесь приняты обозначения:  $\hat{\sigma}(t)$  — тензор напряжений;  ${}^4\hat{C}_2 = {}^4\hat{C}_g - {}^4\hat{C}_1$ ;  ${}^4\hat{C}_g, {}^4\hat{C}_1$  — тензоры упругих констант материала в стеклообразном и высокоэластическом состояниях соответственно;  $\bar{\varepsilon}(t) = \hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_T$ ;  $\hat{\varepsilon}, \hat{\varepsilon}_T$  — тензоры полных и температурных деформаций соответственно;  $\varepsilon_{Tij} = \int_{T_0}^{T(t)} \alpha_{ij}(\tau) dT(\tau)$ ;  $\alpha_{ij} = \alpha \delta_{ij}$ ;  $\alpha$  — коэффициент температурного расширения;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;  $T(t), T_0 \equiv T(0)$  — температура в начале процесса;  $t$  — время. Связь между степенью стеклования  $N$  и температурой  $T$  можно описать, например, зависимостью [2]:

$$N(T, \dot{T}) = \begin{cases} 1 - 0,5e^{\frac{T-T_g(\dot{T})}{\gamma}}, & T < T_g; \\ 0,5e^{\frac{-(T-T_g(\dot{T}))}{\gamma}}, & T \geq T_g, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\gamma$  — параметр, определяющий ширину интервала стеклования;  $T_g$  — температура стеклования.

Определение остаточного напряженно-деформированного состояния конструкции с учетом сделанных допущений осуществлялось в два этапа. На первом этапе решалась задача нестационарной теплопроводности, и на основе полученных результатов на втором этапе рассчитывалось НДС. Интервал времени от момента погружения образца в воду до окончательного охлаждения  $t^*$  разбивался на  $N_t$  не обязательно равных подынтервалов. Нестационарная температурная задача решалась методом конечных элементов в традиционной постановке [4]. В работе [5], в частности, показано, что для материалов, описываемых уравнением (1), в силу физической и геометрической линейности задачи расчета НДС, решение в любой момент времени  $t_i$  может быть определено как суперпозиция приращений перемещений и напряжений на предыдущих шагах по времени от соответствующих приращений температуры:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) = \sum_{k=1}^i \delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k); \quad \hat{\sigma}(\mathbf{x}, t_i) = \sum_{k=1}^i \delta \hat{\sigma}(\mathbf{x}, t_k). \quad (3)$$

Здесь приращения напряжений  $\delta \hat{\sigma}(\mathbf{x}, t_k)$  и перемещений  $\delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k)$  являются решением краевой задачи вида

$$\text{div } \delta \hat{\sigma}(\mathbf{x}, t_k) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega; \quad (4)$$

$$\delta \hat{\varepsilon}(\mathbf{x}, t_k) = \left[ (\nabla \delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k))^T + \nabla \delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \right] / 2; \quad (5)$$

$$\delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{x} \in S_u; \quad (6)$$

$$\delta \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}, t_k) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in S_\sigma; \quad (7)$$

$$\delta \hat{\boldsymbol{\sigma}}(t_k) = \left( {}^4\hat{C}_1 + {}^4\hat{C}_2 N(t_k) \right) \cdot \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t_k), \quad (8)$$

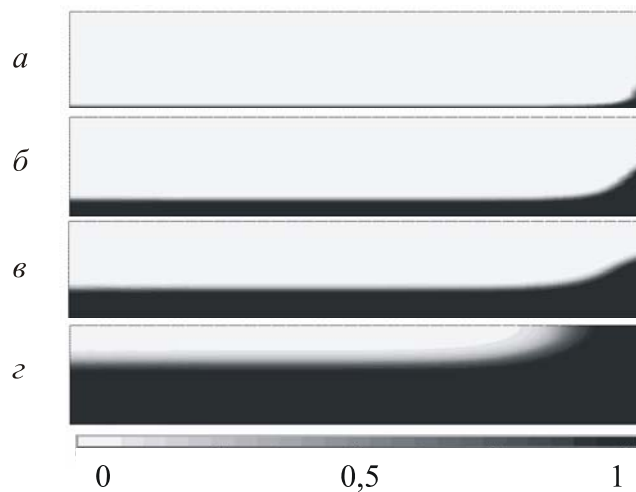
где  $\Omega$  — исследуемая область;  $\mathbf{x}$  — радиус-вектор точки области;  $S_u, S_\sigma$  — границы с заданными перемещениями и нагрузками соответственно;  $\delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} - \delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_T$ ;

$$\delta \varepsilon_T(t_k) = \int_{T(t_{k-1})}^{T(t_k)} \alpha(T) dT.$$

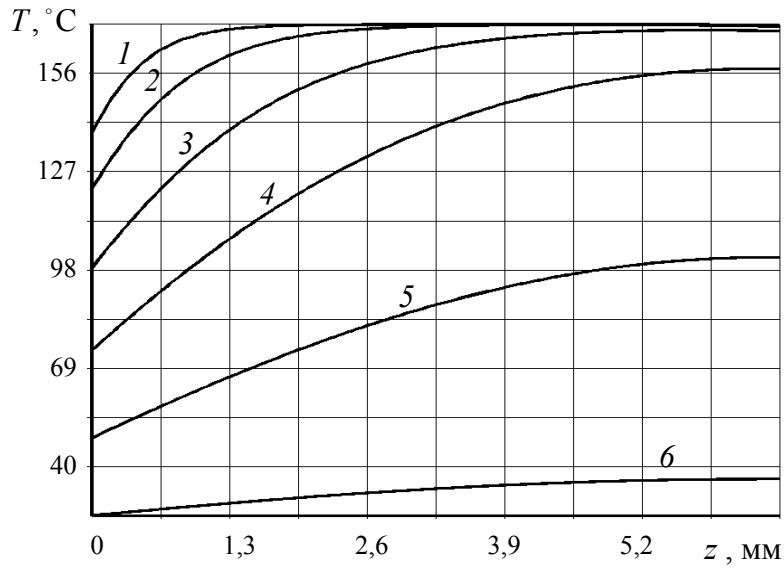
Таким образом, определение НДС в произвольный момент времени сводится к решению конечного множества задач линейной термоупругости (3)–(8) при известном пространственно-временном распределении температуры.

В расчете использовались значения материальных констант эпоксидной смолы ЭД-20, определенные ранее по результатам термомеханических испытаний [2]. Теплообмен с окружающей средой в температурной задаче моделировался граничными условиями 3-го рода [6]. Коэффициент теплоотдачи на поверхности образца, находящейся под водой, принимался постоянным и равным  $h_w = 220 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ , а на границе с воздухом —  $2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ . Коэффициент теплоотдачи на границе с водой получался из условия минимума невязки между результатами установочного эксперимента и расчета на пластине толщиной  $H = 8 \text{ мм}$ . Найденное значение использовалось в численной модели для образца с  $H = 6,5 \text{ мм}$ . При обработке данных систематические погрешности, связанные с весом треноги и источника излучения, с нестационарными температурными деформациями металлической подставки б (Рис. 2), с нагреванием жидкости не учитывались ввиду их малости.

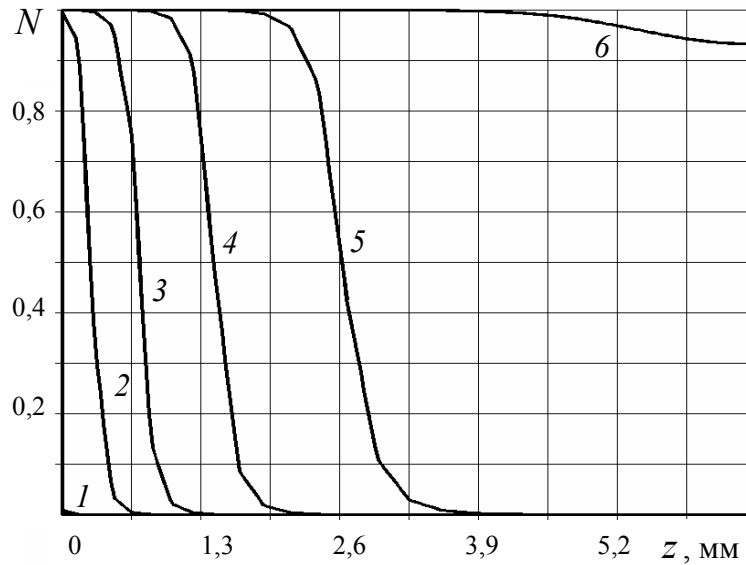
Результаты расчета представлены на рисунках 5–10. На рисунке 5 жирными линиями показаны расчетные относительные перемещения  $\Delta U_b$ . Их расхождение с экспериментальными данными не превышает 10%. На рисунке 6 изображены поля степени стеклования по объему образца в различные моменты времени. На начальных стадиях охлаждения (рис. 6, а) наблюдается отчетливая граница между



**Рис. 6.** Поля степени стеклования  $N$  в образце толщиной  $H = 6,5 \text{ мм}$  в различные моменты времени  $t$ , с: 5 (поле а); 15 (б); 30 (в); 60 (г)



**Рис. 7.** Распределение температуры  $T(z)$  в вертикальном сечении  $r = R/2$  в различные моменты времени  $t$ , с: 1 (кривая 1); 3 (2); 10 (3); 30 (4); 100 (5); 300 (6)



**Рис. 8.** Распределение степени стеклования  $N(z)$  в сечении  $r = R/2$  в различные моменты времени  $t$  (с): 1 (кривая 1); 5 (2); 10 (3); 20 (4); 40 (5); 80 (6)

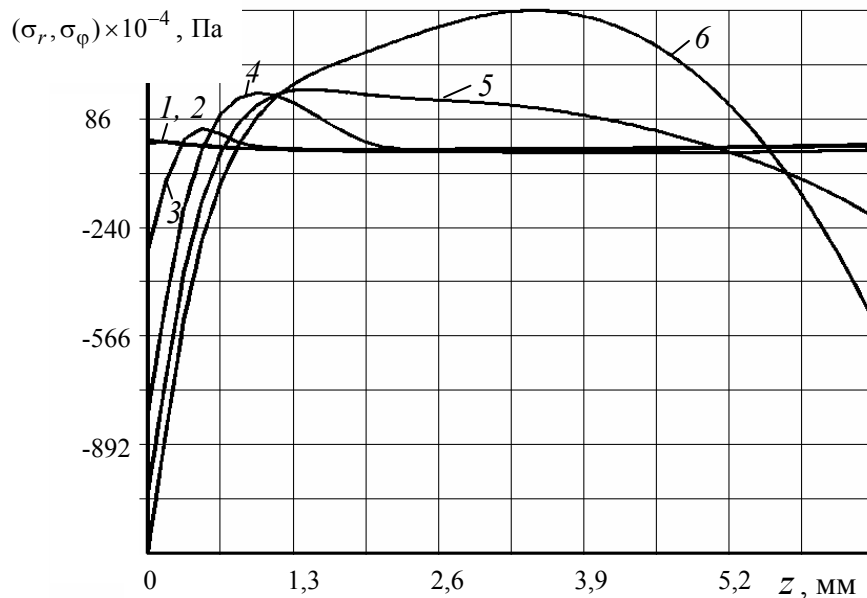
высокоэластической и стеклообразными зонами материала. Через минуту после начала охлаждения (Рис. 6,  $z$ ), когда процесс стеклования завершается в большей части объема, граница сглаживается. На рисунках 7, 8 показано распределение степени стеклования и температуры в вертикальном сечении образца при  $r = R/2$  (см. Рис. 4).

Как видно из рисунков, сглаживание границы на последних этапах охлаждения происходит из-за выравнивания температуры по высоте образца. Рисунок 9 иллюстрируют эволюцию напряженного состояния в том же сечении. Графики  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  практически совпадают. Уровень осевых напряжений  $\sigma_z$  в данном сечении на два порядка ниже.

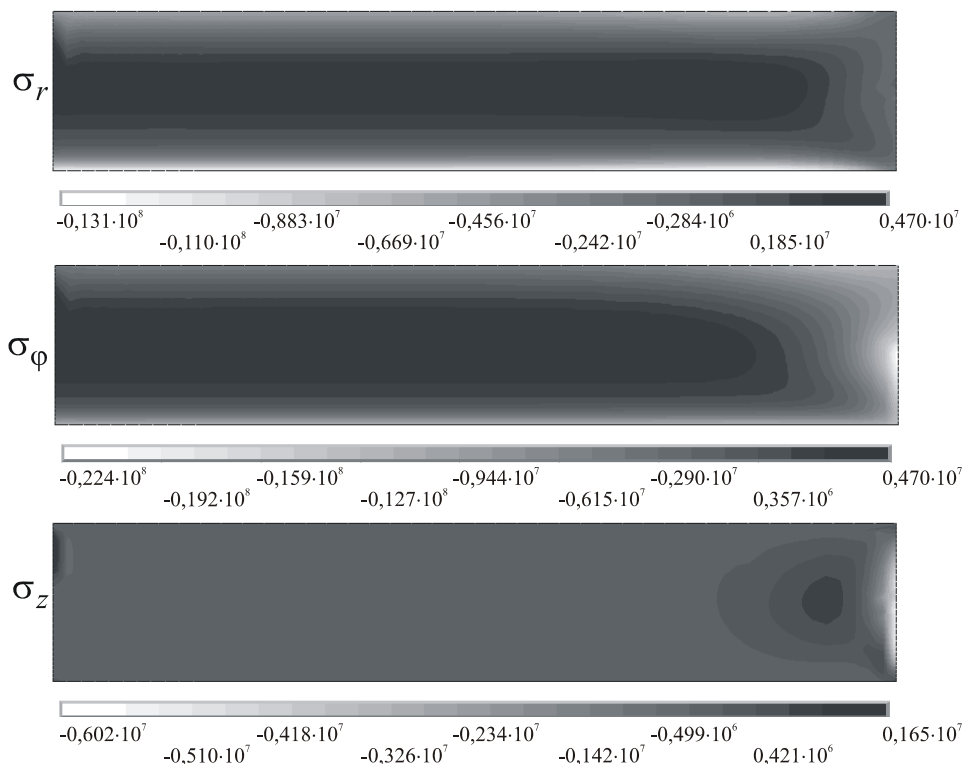


В начальные моменты времени окружные и радиальные напряжения на нижней границе образца, интенсивно охлаждаемой в воде, положительны (Рис. 9, кривые 1, 2). Это соответствует прогибу пластины в форме чаши краями вниз (Рис. 5, б, участок расчетной кривой до 10 с). Дальнейшее охлаждение приводит к инверсии картины распределения напряжений — растягивающие напряжения переходят в центральную часть, а сжимающие смещаются на периферию. Данный эффект связан с тем, что в момент перехода в стеклообразное состояние каждый последующий слой материала имеет меньшую активную деформацию  $\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_T$ , чем предыдущий. Следовательно, «замороженная» активная деформация (от нее проводится отсчет деформирования новых межмолекулярных связей, возникающих при стекловании) для наружных слоев оказывается больше, чем для внутренних. Как видно из рисунка 9, уровень напряжений растет по мере охлаждения и достигает максимума при полном остывании. Этот этап соответствует участку возрастания относительных перемещений  $\Delta U_b$  на рисунке 5. В итоге нижние слои, подвергшиеся более интенсивному охлаждению в воде, оказываются сжатыми в большей степени, чем верхние (Рис. 9, кривая б), и прогиб приобретает форму чаши с направленными вверх краями.

На рисунке 10 показаны поля нормальных остаточных напряжений в образце. Максимальные по величине сжимающие напряжения  $\sigma_\varphi$  (22,4 МПа) наблюдаются вблизи внешней боковой поверхности образца. Зона положительных напряжений  $\sigma_\varphi$  и  $\sigma_r$  расположена в его центральной части, наибольшее значение составляет 4,7 МПа. Осевые напряжения  $\sigma_z$  сконцентрированы в области внешнего радиуса, их предельные значения примерно в 3 раза ниже, чем у остальных компонентов.



**Рис. 9.** Распределение остаточных напряжений  $\sigma_r(z)$ ,  $\sigma_\varphi(z)$  в вертикальном сечении образца  $r = R/2$  в различные моменты времени  $t$ , с: 1 (кривая 1); 5 (2); 10 (3); 30 (4); 100 (5); 1000 (6)



**Рис. 10.** Распределение нормальных остаточных напряжений (Па) по сечению образца толщиной  $H = 6,5$  мм

Полученные экспериментальные результаты подтверждают адекватность разработанных ранее определяющих соотношений для стеклющихся полимеров и методики численного решения краевых задач с материалами указанного класса. Данная модель даже в упругом приближении позволяет с приемлемой (до 10%) погрешностью предсказывать наблюдаемые в эксперименте эффекты при температурном деформировании круглой пластины (в частности, прямой прогиб на начальной стадии охлаждения и обратный – на конечной), и может использоваться для расчета технологического и остаточного НДС изделий из стеклющихся полимеров на конечной стадии изготовления.

## Литература

1. *Бартенев Г.М., Бартенева А.Г.* Релаксационные свойства полимеров. – М.: Химия, 1992. – 384 с.
2. *Матвеев В.П., Сметанников О.Ю., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н.* Термомеханика полимерных материалов в условиях релаксационного перехода // Физич. мезомех. – 1999. – Т. 2, № 4. – С. 23-29.
3. *Begishev V.P., Smetannikov O.Yu., Trufanov N.A., Shardakov I.N.* Numerical and experimental analysis of the residual stresses in polymer products conditions of a complex stress state // International Polymer Science and Technology. – 1998. – V. 25, N. 4. – P. 85-89.
4. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
5. *Сметанников О.Ю.* Об одной модели регулирования остаточных напряжений в изделиях из стеклющихся полимеров // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2008. – № 6(65). – С. 309-321.
6. *Беляев Н.М., Рядно А.А.* Методы теории теплопроводности: В 2-х ч. Ч. 1. – М.: Высшая школа, 1982. – 304 с.

Поступила в редакцию 22.06.09

---

### Сведения об авторе:

Сметанников Олег Юрьевич, доцент, к.т.н., Пермский государственный технический университет, 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29; sou@cpl.pstu.ac.ru