

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ВБЛИЗИ МОЩНОГО ГОРЯЧЕГО ИСТОЧНИКА ПРИМЕСИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ**

К.Г. Шварц, В.А. Шкляев

*Пермский государственный университет, Пермь, 614990, Россия*

На основе трехмерной модели конвекции построена новая квазидвумерная модель распространения примеси от мощного теплового источника (на примере возгорания нефти) с учетом неоднородности турбулентной диффузии над источником и вне его. На основе метода параметризации мелкомасштабной турбулентности определены граничные условия и коэффициенты модели. Представлены результаты численных расчетов, показавшие, что вследствие линейного и нелинейного воздействия неоднородного горизонтального градиента температуры вблизи теплового факела в нижней атмосфере формируется мощное вихревое движение над местом возгорания нефти. Показано, что характеристики вихрей и их число определяются величиной коэффициентов турбулентного обмена вне источника и над источником тепла, а также что формируемое поле ветра существенно влияет на характер распространения примеси в окрестности источника.

## **NUMERICAL MODELING OF MESOSCALE VORTEX STRUCTURES NEAR A STRONG HOT IMPURITY SOURCE IN THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER**

K.G. Shvarts and V.A. Shklyayev

*Perm State University, Perm, 614090, Russia*

This paper presents a new quasi two-dimensional model for impurity propagation from a strong thermal source (by example of oil ignition) taking into account the heterogeneity of turbulent diffusion above the source and outside of it. The equations are deduced from the three-dimensional model of convection. Boundary conditions and coefficients of the model are determined by small-scale turbulence parameterization techniques. The results of numerical calculations show that the intense vortex motion in the bottom layer of atmosphere is formed above the place of oil ignition due to the linear and nonlinear effects of the non-uniform horizontal temperature gradient near the thermal torch. The physical characteristics of vortices and their number are defined by the turbulent heat transfer factors outside of the heat source and above it. The wind field formed under these conditions has an essential influence on the character of oil impurity distribution in the vicinity of the heat source.

### **1. Введение**

Значительное число техногенных катастроф, имеющих экологические последствия, сопровождается поступлением в атмосферу загрязняющих веществ. В частности, при возгорании разлитой нефти процессы распространения продуктов сгорания могут быть осложнены мощным нагревом от источника тепла. В результате интенсивного нагрева атмосферы над источником формируется система восходящих и нисходящих потоков, которая вносит возмущение в поле горизонтального движения. При обтекании сформировавшейся конвективной струи в горизонтальной плоскости образуются локальные вихревые структуры, создающие своеобразный режим переноса выделяющихся вредных примесей в нижнем слое атмосферы [1, 2]. Для оценки возможного ущерба, наносимого природной среде, и определения зон воздействия при

аварийных ситуациях, а также для уточнения размеров санитарно-защитных зон объектов промышленной инфраструктуры необходимо исследовать условия нарушения стационарного распространения вредных веществ при различных вариантах функционирования источника выбросов и состояния атмосферы. Проводимые с этой целью расчеты основываются на системе уравнений глубокой конвекции [3]. Подобные системы используются для исследования процессов развития конвективного облака, для оценки вертикальных потоков различных субстанций и для моделирования конвективных облаков с целью искусственных воздействий на них [4–10]. В случае, рассматриваемом в настоящей работе, интерес представляет распространение вредных примесей от конвективной струи, поэтому система уравнений гидротермодинамики дополняется уравнением турбулентной диффузии примеси. Источник тепла зависит от количества разлившихся горящих нефтепродуктов и может быть достаточно мощным. Факел горения поднимается на высоту от десятков до сотен метров, и тепловой источник может рассматриваться как высотный. Высокая температура горения и значительные размеры факела требуют оценки радиационного излучения.

## 2. Исходные уравнения

Рассматривается распространение примеси в нижнем слое сухой атмосферы. Высота слоя равняется  $D$ . В этом случае процессы фазовых переходов могут не учитываться и исходная система уравнений во вращающейся декартовой системе координат сводится к виду [11, 12]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} - l v_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + A_M \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial v_x}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} + l v_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + A_M \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial v_y}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \beta \theta + A_M \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \sigma v_z, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + v_y \frac{\partial \theta}{\partial y} + v_z \frac{\partial \theta}{\partial z} + \bar{\gamma}_0 v_z = A_T \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ k_T \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} - \bar{\gamma}_0 \right) \right] + Q_T, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = A_C \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_C \frac{\partial C}{\partial z} + Q_C \quad (6)$$

Здесь  $z$  — вертикальная ось, параллельная оси вращения слоя;  $x, y$  — горизонтальные оси;  $v_x, v_y, v_z$  — компоненты вектора скорости;  $l$  — параметр Кориолиса;  $\Phi = RT_{cp} p' / p$  — флуктуации геопотенциала ( $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T_{cp}$  — средняя температура воздуха в слое,  $p' = p - \bar{p}$ , где  $p$  — атмосферное давление, а  $\bar{p}$  — потенциальное давление вне области конвекции, зависящее лишь от высоты);  $A_M, A_T, A_C$  — коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном направлении;  $k_M, k_T, k_C$  — коэффициенты турбулентного обмена в вертикальном направлении;  $\beta$  —

параметр плавучести;  $\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p}$  — потенциальная температура ( $p_0$  — атмосферное давление у поверхности земли;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении);  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\gamma}_0$  — вертикальные градиенты температуры и потенциальной температуры вне области конвекции;  $C$  — концентрация примеси в воздухе;  $\sigma = (g - R\bar{\gamma})/RT_{cp}$  ( $g$  — ускорение силы тяжести);  $Q_T$  — скорость изменения температуры под влиянием источника тепла, образующегося при горении или излучении;  $Q_C$  — мощность источника примеси. Вследствие высокой температуры горения, дополнительно, в соответствии с законом Стефана-Больцмана, определяется и оценивается радиационный поток тепла. Оценки радиационного излучения от горящего факела показали, что оно составляет около 5% тепловой мощности источника, поэтому в дальнейшем радиационное излучение не учитывается.

Граничные условия задаются как для источника горячей примеси, так и вне его. Количество выделяемого тепла при горении нефти оценивается по количеству разлитой нефти в пределах области обваловки.

Вне источника стратификация атмосферы считается устойчивой. На нижней границе ( $z = 0$ ) принимаются условия

$$\rho_0 \bar{k}_M \frac{\partial v_y}{\partial z} = \tau_y, \quad \rho_0 \bar{k}_M \frac{\partial v_x}{\partial z} = \tau_x, \quad v_z = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = -\bar{\alpha}_T (\theta - \theta_s), \quad \bar{k}_C \frac{\partial C}{\partial z} = \bar{\alpha}_C C, \quad (7)$$

а на верхней границе ( $z = D$ )

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial v_y}{\partial z} = v_z = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = -\bar{\alpha}_D (\theta - \theta_h), \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \quad (8)$$

Над источником граничные условия определяются условиями конвекции: на нижней границе

$$v_x = v_y = 0, \quad v_z = v_D, \quad \theta = \theta_0, \quad k_C \frac{\partial C}{\partial z} = \alpha_C C - f_s, \quad (9)$$

на верхней границе

$$k_M \frac{\partial v_x}{\partial z} + v_D v_x = 0, \quad k_M \frac{\partial v_y}{\partial z} + v_D v_y = 0, \quad v_z = v_D, \quad \theta = \theta_D, \quad k_C \frac{\partial C}{\partial z} + v_D C = 0. \quad (10)$$

Здесь  $\tau_x$ ,  $\tau_y$  — составляющие касательных напряжений на нижней границе;  $\bar{\alpha}_T$ ,  $\bar{\alpha}_D$ , — коэффициенты, учитывающие вертикальные потоки тепла на нижней и верхней границах пограничного слоя атмосферы;  $\bar{\alpha}_C$  — коэффициент, учитывающий вертикальный поток примеси;  $f_s$  — источник концентрации примеси,  $v_D$  — вертикальная скорость струи горячего воздуха;  $\theta_0$ ,  $\theta_s$ , — температура поверхности источника и температура подстилающей поверхности вне источника;  $\theta_h$ ,  $\theta_D$  — температуры на верхней границе рассматриваемого слоя вне источника и над источником.

### 3. Двумерная модель

Влияние мощного теплового источника на распространение примеси исследуется с помощью квазидвумерной модели, вывод которой основывается на методике, описанной в работах [13–15]. Для предварительной оценки процессов распространения примеси система уравнений (1)–(6) упрощается за счет того, что в уравнении (4) правая часть  $\sigma v_z$  принимается равной нулю. Модель описывает мезомасштабные процессы, для которых характерное время эволюции равновесных состояний  $t$  намного больше времени релаксации течений к равновесному состоянию при изменении внешних условий  $t_r$ :

$$\frac{D}{L} \ll 1, \quad t \gg t_r, \quad (11)$$

где  $L$  — характерный горизонтальный масштаб движения воздуха

Двумерная модель получается путем усреднения поперек слоя трехмерных уравнений с использованием граничных условий (7)–(10). Все средние поперек слоя величины обозначаются угловыми скобками  $\langle F \rangle = \frac{1}{D} \int_0^D F(t, x, y, z) dz$ . Для замыкания системы необходимо выразить нелинейные слагаемые, а также значения на границах через средние поля скорости, температуры и концентрации примеси  $\langle v_x \rangle$ ,  $\langle v_y \rangle$ ,  $\langle \theta \rangle$ ,  $\langle C \rangle$ . Для этого используются точные решения исходной задачи, описывающие однородное по  $x$  и  $y$  течение.

Точное решение находится для бесконечного горизонтального вращающегося слоя в предположении несжимаемости воздуха в нижнем слое атмосферы и постоянства скорости вертикальной струи горячего воздуха, вытекающей из источника возгорания углеводородов, а также в предположении линейной зависимости температуры подстилающей поверхности от горизонтальных координат.

Вне источника решение имеет вид:

$$M(\zeta) = \langle M \rangle + 2f_1(\zeta)U, \quad \theta(\zeta) = \langle \theta \rangle + A\left(\zeta - \frac{1}{2}\right), \quad C(\zeta) = \langle C \rangle. \quad (12)$$

Здесь

$$M(\zeta) = v_x(\zeta) + iv_y(\zeta) \text{ — комплекснозначная функция от } \zeta = \frac{z}{D}, \text{ где } i = \sqrt{-1};$$

$$f_1(\zeta) = \left(\zeta - \frac{1}{2}\right) - \frac{\text{sh}[\lambda(\zeta - 0,5)]}{\lambda \text{ch}(\lambda/2)}, \text{ где } \lambda = \frac{1+i}{\sqrt{2}Ek} \text{ — параметр, зависящий от числа}$$

$$\text{Экмана } Ek = \frac{\bar{k}_M}{lD^2};$$

$$U = u_x + iu_y, \text{ где } u_{x,y} = \mp \frac{\beta D}{2l} \partial_{yx} \langle \theta \rangle;$$

$$A = \frac{\alpha_D D \cdot \alpha_T D}{\bar{\alpha}_D D + \bar{\alpha}_T D + \bar{\alpha}_D D \cdot \bar{\alpha}_T D} \gamma_\theta D.$$

Точное решение над источником имеет вид:

$$\begin{aligned} M(\zeta) &= \frac{f_2(\zeta)}{\langle f_2 \rangle} \langle M \rangle + 2F_2(\zeta)U, \\ \theta(\zeta) &= \langle \theta \rangle - B_T \left( \zeta - \frac{1}{2} \right) + C_T \left[ \exp(\text{Pe}_V(\zeta - 1)) - \frac{1 - \exp(-\text{Pe}_V)}{\text{Pe}_V} \right], \\ C(\zeta) &= \langle C \rangle + B_C \left( \zeta - \frac{1}{2} \right) + C_C \left[ \exp(\text{Pe}_C(\zeta - 1)) - \frac{1 - \exp(-\text{Pe}_C)}{\text{Pe}_C} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$f_2(\zeta) = 1 - \frac{\left[ (r_1 + r_2 + R_V) e^{r_1+r_2} - R_V \right] e^{(r_1-r_2)\zeta} - \left[ (r_1 - r_2 + R_V) e^{r_1-r_2} - R_V \right] e^{(r_1+r_2)\zeta}}{(r_1 + r_2 + R_V) e^{r_1+r_2} - (r_1 - r_2 + R_V) e^{r_1-r_2}},$$

где  $R_V = \frac{v_D D}{k_M}$  — «вертикальное» число Рейнольдса,  $r_1 = \frac{R_V}{2}$ ,  $r_2 = \sqrt{\frac{R_V^2}{4} + \frac{i}{\text{Ek}}}$ ;

$$F_2(\zeta) = \zeta - \frac{1}{2} \frac{f_2(\zeta)}{\langle f_2 \rangle} + (1 + R_V) \left( f_3(\zeta) - \langle f_3 \rangle \frac{f_2(\zeta)}{\langle f_2 \rangle} \right),$$

где  $f_3(\zeta) = \frac{e^{(r_1-r_2)\zeta} - e^{(r_1+r_2)\zeta}}{(r_1 + r_2 + R_V) e^{r_1+r_2} - (r_1 - r_2 + R_V) e^{r_1-r_2}}$ ;

$\text{Pe}_V = \frac{v_D D}{k_T}$  — «вертикальное» число Пекле;

$\text{Pe}_C = \frac{v_D D}{k_C}$  — «вертикальное» концентрационное число Пекле;

$$B_T = \bar{\gamma}_0 D - \frac{Q_T D}{v_D}; \quad C_T = \frac{B_T - (\theta_0 - \theta_D)}{1 - \exp(-\text{Pe}_V)};$$

$$B_C = \frac{Q_C D^2}{k_C \text{Pe}_C}; \quad C_C = - \frac{B_C + \frac{\bar{\alpha}_C D}{k_C} \left[ 1 + B_C \frac{1 + \text{Pe}_C}{\text{Pe}_C} \right]}{\frac{\bar{\alpha}_C D}{k_C} + \text{Pe}_C}.$$

Подобные решения в работах [13, 15, 16] называются локально-равновесными. Полагая, что при выполнении условий (11) формулы (12)–(13) достаточно правильно (асимптотически верно) описывают структуру термически неоднородного потока мезомасштабных течений воздуха в каждой точке слоя в любой момент времени, можно использовать их для получения замыкающих соотношений. Учитывая, что  $R_V \gg 1$ ,  $\text{Pe}_V \gg 1$  и  $\text{Pe}_C \gg 1$ , некоторыми малыми слагаемыми в формулах (13) можно пренебречь. В результате получаются следующие замыкающие соотношения:

– вне источника

$$\langle v_m v_n \rangle = \langle v_m \rangle \langle v_n \rangle + 4 \text{Re} \langle f_1^2 \rangle \cdot u_m u_n, \quad \langle v_{x,y} \theta \rangle = \langle v_{x,y} \rangle \langle \theta \rangle + 2A \left\langle \left( \zeta - \frac{1}{2} \right) f_1(\zeta) \right\rangle u_{x,y} \langle \theta \rangle,$$

$\langle v_{x,y} C \rangle = \langle v_{x,y} \rangle \langle C \rangle$ , где  $\text{Re}$  — действительная часть комплексной величины;

– над источником

$$\langle v_m v_n \rangle \approx \text{Re} \frac{\langle f_2^2 \rangle}{\langle f_2 \rangle^2} \cdot \langle v_m \rangle \langle v_n \rangle + 4 \text{Re} \langle F_2^2 \rangle \cdot u_m u_n, \quad \langle v_{x,y} \theta \rangle \approx \langle v_{x,y} \rangle \langle \theta \rangle, \quad \langle v_{x,y} C \rangle \approx \langle v_{x,y} \rangle \langle C \rangle.$$

В обоих случаях  $m, n$  — это  $x$  или  $y$ .

Усреднение уравнений (1)–(2) и выполнение над ними операции ротора приводит к эволюционному уравнению для вихря скорости  $\omega(t, x, y) = \frac{\partial \langle v_y \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle v_x \rangle}{\partial y}$ . С учетом

бездивергентности средней поперек слоя скорости  $\frac{\partial \langle v_x \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v_y \rangle}{\partial y} = 0$  вводится функция

тока  $\psi(t, x, y)$ :  $\langle v_x \rangle = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ ,  $\langle v_y \rangle = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ . В качестве единиц измерения длины, скорости,

времени, температуры и концентрации примеси выбираются характерный линейный размер площадки наблюдения ( $L$ ), скорость геострофического ветра ( $c_g$ ), характерное время переноса частицы примеси через площадку ( $L/c_g$ ), температура поверхности источника ( $\theta_0$ ) и  $C_{\text{пдк}}$  — предельно допустимая концентрация примеси. Тогда в терминах вихря скорости  $\omega$ , функции тока  $\psi$ , средней поперек слоя потенциальной температуры  $\theta(t, x, y)$ , приведенной к размерности функции тока по формуле  $\theta = \frac{\beta D}{2l} \langle \theta \rangle$ , и средней поперек слоя концентрации  $C(t, x, y)$  уравнения модели для описания мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы в безразмерном виде записываются следующим образом:

– вне источника с учетом (7)–(8)

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \{ \psi, \omega \} + \gamma_1 \text{Rt}^2 \{ \theta, \Delta \theta \} = \frac{1}{\text{R}} \Delta \omega - \text{rot}_z \bar{\tau}, \quad \Delta \psi = \omega, \quad \left( \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \{ \psi, \theta \} = \frac{1}{\text{Pe}} \Delta \theta - \bar{q}_1 (\theta - \bar{\theta}_s) + \bar{Q}_1, \quad (15)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \{ \psi, C \} = \frac{1}{\text{Pe}_c} \Delta C - \bar{q}_2 C; \quad (16)$$

– над источником с учетом (9)–(10)

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \gamma_2 \{ \psi, \omega \} + \gamma_3 \text{Rt}^2 \{ \theta, \Delta \theta \} = \frac{1}{\text{R}} \Delta \omega - \bar{\mu}_1 \omega - \bar{\mu}_2 \text{Rt} \Delta \theta, \quad \Delta \psi = \omega, \quad (17)$$

$$\theta = \frac{\bar{\theta}_0 + \bar{\theta}_D}{2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \{ \psi, C \} = \frac{1}{\text{Pe}_c} \Delta C - \bar{q}_3 C + \bar{Q}_3. \quad (19)$$

Здесь  $\{\dots\}$  — якобиан;  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  — параметры, вычисляемые по формулам  $\gamma_1 = 4 \operatorname{Re}\langle f_1^2 \rangle$ ,  $\gamma_2 = \operatorname{Re}\left(\langle f_2^2 \rangle / \langle f_2 \rangle^2\right)$ ,  $\gamma_3 = 4 \operatorname{Re}\langle F_2^2 \rangle$ ;  $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$  — функции числа Экмана

$$\bar{\mu}_1 = 2 \frac{L v_D}{c_g D} \operatorname{Re} \frac{f_2(1)}{\langle f_2 \rangle} + \frac{k_M f_2'(0)}{D^2 \langle f_2 \rangle}, \quad \bar{\mu}_2 = 2 \frac{L}{c_g} \left[ \frac{k_M}{D^2} \operatorname{Re} F_2'(0) + \frac{v_D}{D} F_2|_0 \right] \quad (\text{символ «} \langle \rangle \text{» —}$$

дифференцирование по  $\zeta$ ) и, следовательно, при фиксированном значении параметра Кориолиса  $l$  они зависят от толщины слоя  $D$  и от величины коэффициента

вертикального турбулентного обмена  $k_M$ ;  $R = \frac{c_g L}{A_M}$  — число Рейнольдса;  $Rt = \frac{\beta D \theta_0}{2 l c_g L}$

аналог термического числа Россби;  $\bar{\theta}_0$  — безразмерная температура источника;

$\bar{\theta}_s, \bar{\theta}_D$  — безразмерная температура подстилающей поверхности и температура воздуха

над источником;  $Pe = \frac{c_g L}{A_T}$  — число Пекле;  $Pe_c = \frac{c_g L}{A_C}$  — концентрационное число Пекле;

$\bar{q}_1 = \frac{L \bar{k}_T (\bar{\alpha}_D + \bar{\alpha}_T)}{c_g D}$  — коэффициент теплоотдачи вне источника;  $\bar{q}_2 = \frac{L \bar{\alpha}_C}{c_g D}$  и

$\bar{q}_3 = \frac{L \alpha_C}{c_g D}$  — коэффициенты поглощения примеси вне источника и над источником;

$$\bar{Q}_1 = \frac{L}{c_g \theta_0} A \frac{\bar{k}_T}{D} \frac{\bar{\alpha}_T - \bar{\alpha}_D}{2} \quad \text{и} \quad \bar{Q}_3 = \frac{L}{c_g} \frac{1}{C_{\text{пдж}}} \frac{\alpha_C}{D} \left[ \frac{B_C}{2} - C_C \left( \exp(-Pe_c) - \frac{1 - \exp(-Pe_c)}{Pe_c} \right) \right].$$

Коэффициенты  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  входят в уравнения (14) и (17) как множители при слагаемом  $\{\theta, \Delta\theta\}$ , которое описывает нелинейное воздействие горизонтальной неоднородности температуры на формирование вихревого движения воздуха и является своеобразной вихревой силой, знак которой определяет направление вращения возникающего вихря. На рисунке 1 представлены графики зависимости этих коэффициентов от числа Экмана  $Ek$  при толщине исследуемого слоя  $D = 300$  м. В рассматриваемом диапазоне чисел  $0,896 \leq Ek \leq 89,6$ , что соответствует

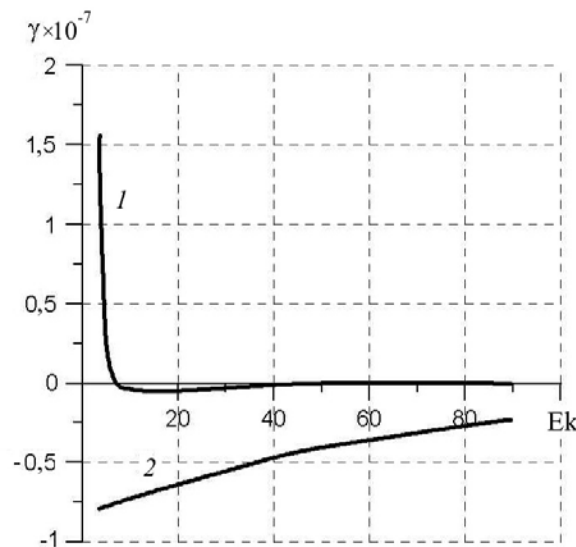


Рис. 1. Зависимость коэффициентов  $\gamma_1$  (кривая 1) и  $\gamma_3$  (кривая 2) от числа Экмана

$10 \leq \bar{k}_M \leq 10^3$  (м<sup>2</sup>/с),  $\gamma_3$  всегда принимает отрицательное значение, а  $\gamma_1$  может быть либо положительным (при  $0,9 \leq Ek < 7,06$ ), либо равным нулю (при  $Ek \approx 7,06$ ,  $\bar{k}_M \approx 78,8$  (м<sup>2</sup>/с)), либо отрицательным (при  $Ek > 7,06$ ).

#### 4. Результаты численных расчетов

Численные расчеты проводились для квадратной площадки со стороной  $L = 100$  км на основе системы уравнений (14)–(19) с граничными условиями

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial n} \right|_{\Gamma} = \omega = \left. \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|_{\Gamma} = \left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0, \quad (20)$$

где  $\Gamma$  — граница площадки,  $n$  — ее внешняя нормаль. Использовалась явная конечно-разностная схема [14] на сетке  $250 \times 250$  узлов. Необходимые для расчетов параметры определялись в соответствии с выбранной мощностью источника тепла и состоянием атмосферы. Температура подстилающей поверхности  $\theta_s$  убывала по экспоненциальному закону  $\theta_s(\vec{r}) = 238 + 500 \cdot \exp(-2,5|\vec{r} - \vec{r}_0|)$  при удалении от источника с координатами  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ , где  $\vec{r} = (x, y)$ . Коэффициенты турбулентной диффузии вне источника равнялись  $\bar{k}_{M,T,C} = ID^2$ , где  $D = 300$  м, и  $\bar{A}_{M,T,C} = 200$  м<sup>2</sup>/с, а над источником —  $k_{M,T,C} = 100$  м<sup>2</sup>/с и  $A_{M,T,C} = 500$  м<sup>2</sup>/с. Безразмерная температура воздуха над источником определялась как  $\bar{\theta}_D = \bar{\theta}_s + \bar{\gamma}_0 D$ , где  $\theta_0 = \theta_s(\vec{r}_0)$ . Рассматривался ветер западного направления, то есть дующий слева направо в выбранной системе координат. Скорость ветра  $c_g$  бралась равной 1 м/с. При такой малой скорости геострофического ветра наиболее наглядно прослеживалось воздействие горизонтального градиента температуры на формирование вихрей в окрестности источника тепла. Другие значения использованных в расчетах параметров сведены в таблицу.

В результате расчетов получены поля концентрации примеси, температуры воздуха, функции тока, а также поле возмущений функции тока (поле разности возмущенной и не возмущенной воздействием рассматриваемого теплового источника функции тока).

В качестве обобщающих количественных характеристик использовались средние значения скорости ветра в слое над источником примеси, максимальные возмущения функции тока, вызванные влиянием перечисленных факторов, а также максимальные значения концентрации примеси (диоксид серы) на оси факела.

Таблица. Используемые константы и параметры

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$\bar{\gamma}_0$	$-0,52 \cdot 10^{-2}$ град/м	$\alpha_c = \bar{\alpha}_c$ (для соединений серы)	0,0139 м/с
$\theta_0$	500 К	$\bar{\alpha}_T$	$0,1 \cdot 10^{-2}$ 1/м
$\nu_D$	15,75 м/с	$\bar{\alpha}_D$	$0,5 \cdot 10^{-2}$ 1/м
$\alpha_T$	$10^{-3}$ 1/м	$f_s$ (мощность источника)	0,9996 г/(с·м <sup>2</sup> )



Расчеты показали, что в нижнем слое атмосферы формируется мощное вихревое движение над местом возгорания нефти, которое существенно влияет на характер распространения примеси в окрестности источника. Характер движения зависит от значений коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  при нелинейном слагаемом  $\{\theta, \Delta\theta\}$  в уравнениях (14) и (17). Величина числа Экмана определяет структуру вихревого движения: образуется либо стационарный одиночный вихрь, либо диполь, либо цепочка нестационарных вихрей. При отрицательных значениях коэффициентов  $\gamma_1$  и  $\gamma_3$  образуется диполь, который состоит из пары симметричных стационарных вихрей, формирующихся над источником и вращающихся в противоположных направлениях (Рис. 2, а). Второй случай наблюдается при нулевом значении  $\gamma_1$  и отрицательном значении  $\gamma_3$  (Рис. 2, б). Стационарный одиночный вихрь образуется под действием горизонтальной температурной неоднородности вблизи источника тепла. Температурная неоднородность описывается с помощью слагаемого  $\bar{\mu}_2 Rt \Delta\theta$  в уравнении (17). Случай нестационарного развития вихрей, наиболее соответствующий реальной ситуации, возникает при положительном значении  $\gamma_1$  и отрицательном значении  $\gamma_3$ . При относительно слабом вращении над источником тепла происходит периодическое возникновение вихрей разной направленности, которые отрываются от конвективной струи и сносятся по потоку, образуя цепочку. При этом факел примеси и тепла также испытывает периодические колебания, отклоняясь севернее или южнее от направления потока до 45 градусов (Рис. 3).

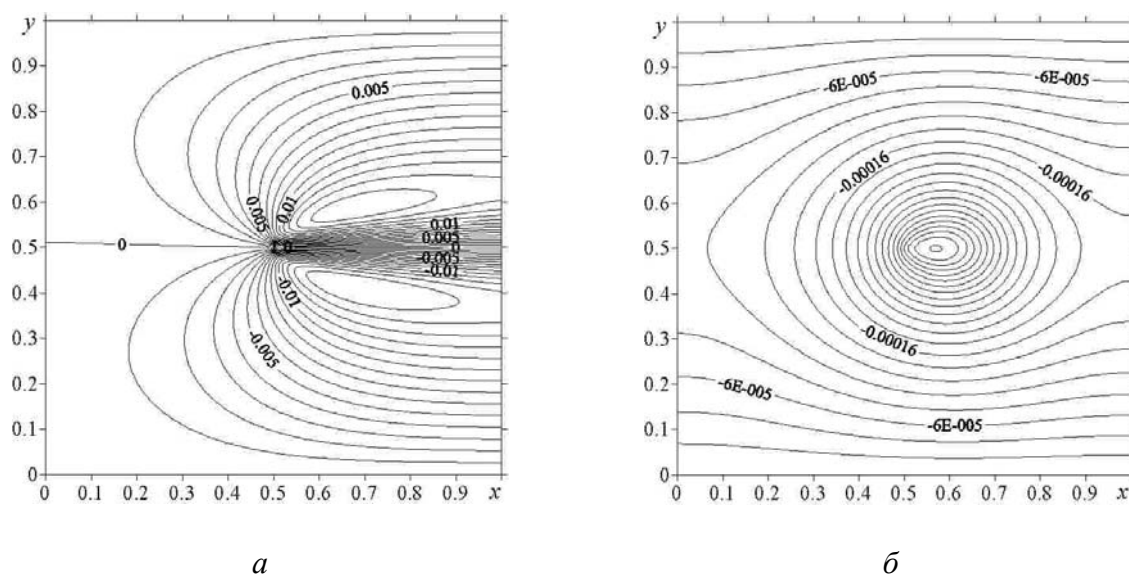


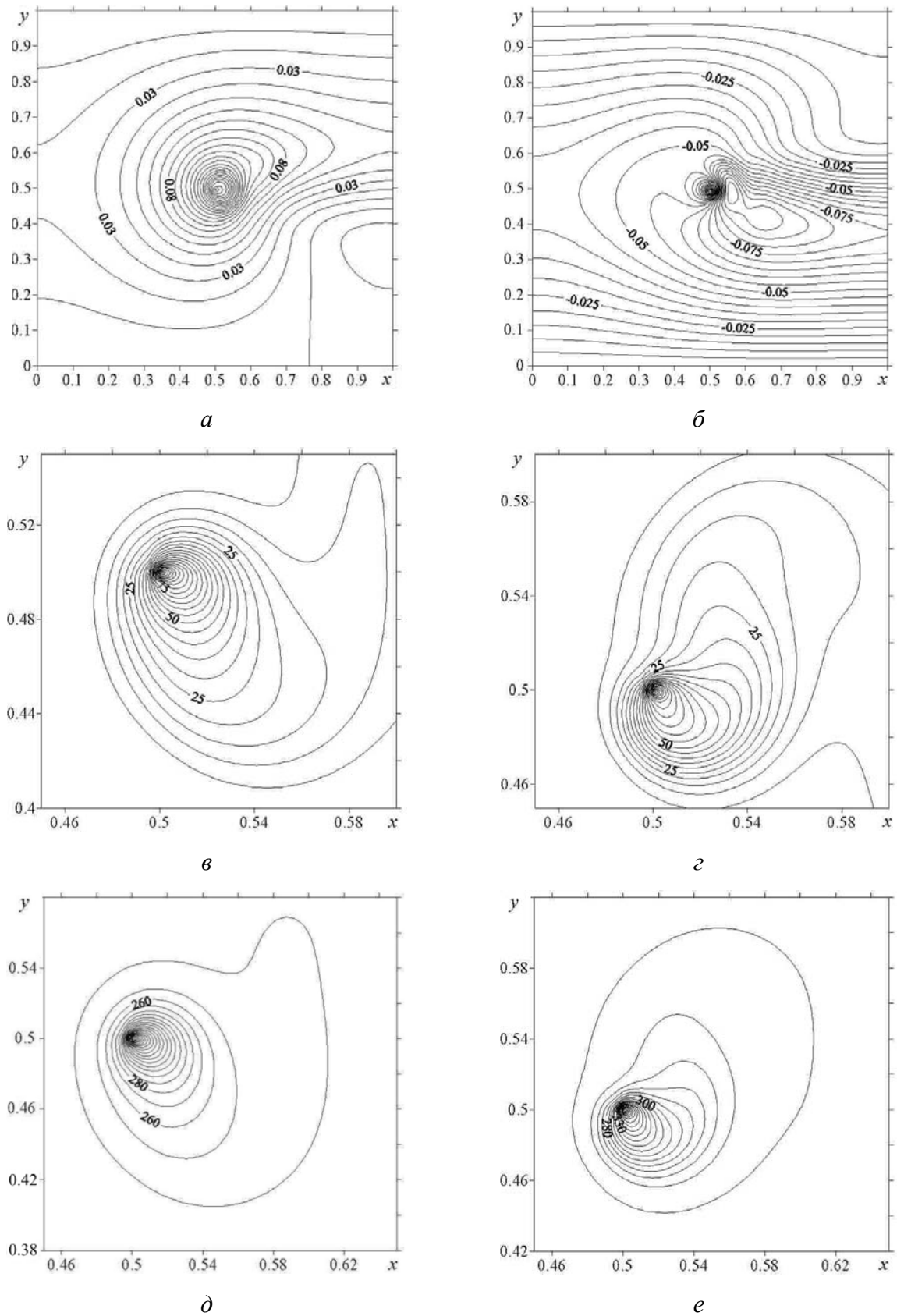
Рис. 2. Поле возмущений функции тока при образовании диполя (а) и стационарного вихря (б).

$$V_{\max} = 5,6 \text{ м/с}, (V - c_g)_{\max} = 4,7 \text{ м/с}, \omega_{\max} = 0,035 \text{ с}^{-1}$$

## 5. Выводы

Получена новая двумерная модель переноса и диффузии примеси от мощного теплового источника в нижнем слое атмосферы. Численные эксперименты показали:

– под действием неоднородного горизонтального градиента температуры, описываемого в уравнениях для вихря с помощью линейных и нелинейных температурных слагаемых, в нижней атмосфере формируется мощное вихревое движение над источником интенсивного нагрева;



**Рис. 3.** Поле возмущений функции тока (*a*, *б*), концентрации (*в*, *г*) и температуры (*д*, *е*) при циклоническом (слева) и антициклоническом (справа) вращении вихря

– в зависимости от значения числа Экмана образуется либо одиночный стационарный вихрь, либо развивается диполь, либо формируется цепочка вихрей, отрывающихся от конвективной струи;

– характер развития вихрей существенно влияет на поле температуры и концентрации примеси в окрестности источника.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-96039-р-Урал-а.)

## Литература

1. *Аристов С.Н., Шварц К.Г.* Вихревые течения адвективной природы во вращающемся слое жидкости. – Пермь: Перм. ун-т, 2006. – 155с.
2. *Шварц К.Г., Шкляев В.А.* Распространение примеси в атмосфере от антропогенного источника при условии интенсивного нагрева // Международная конференция «Потоки и структуры в жидкостях»: Тез. докл. (Москва, 20 – 23 июня 2005 г.) – М.: ИПМех, 2005. – С. 319 – 322.
3. *Кибель И.А.* Некоторые новые задачи гидродинамического краткосрочного прогноза погоды // Тр. Гидрометцентра СССР. – 1964. – Вып. 3. – С. 3-18.
4. *Алексеева Л.И., Вельтищев Н.Ф.* Вертикальный перенос консервативной примеси в нестационарном конвективном пограничном слое атмосферы // Метеорология и гидрология. – 2007. – № 7. – С. 16-28.
5. *Вельтищев Н.Ф.* Конвекция в нестационарном пограничном слое со сдвигом ветра // Метеорология и гидрология. – 2005. – № 6. – С. 15-28.
6. *Вульфсон А.Н.* Нестационарная автомодельная конвекция в нейтральной атмосфере над точечным источником тепла и консервативной примеси // Метеорология и гидрология. – 2001. – № 1. – С. 34-49.
7. *Вульфсон Н.И., Левин Л.М.* Исследование распространения струи метеотрона в облачной среде применительно к активным воздействиям // Труды ИПГ. – 1981. – Вып. 46. – С. 50-68.
8. *Коряков С.А., Лебедева Т.Н.* Трехмерная численная модель конвективного изолированного облака // Труды ИПГ. – 1983. – Вып. 45. – С. 3-20.
9. *Зимин В.Д., Левина Г.В., Моисеев С.С., Старцев С.Е., Шварц К.Г.* Об одном физическом механизме генерации крупномасштабных структур при турбулентной конвекции // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1996. – № 5. – С. 20-29.
10. *Баталов В.Г., Сухановский А.Н., Фрик П.Г.* Экспериментальное исследование спиральных валов в адвективном потоке, натекающем на горячую горизонтальную поверхность // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2007. – № 4. – С. 50–60.
11. *Пененко В.В., Алоян А.Е.* Модели и методы для задач охраны окружающей среды. – Новосибирск: Наука, 1985. – 256с.
12. *Schwarz K.G., Shklyayev V.A.* Modeling the propagation of cold contaminant in atmosphere following accidental spilling of volatile liquid // Fluxes and Structures in Fluids – 2003. International Conference: Selected Papers edited by Yu.D. Chashechkin and V.G. Baydulov. – Moscow: Institute for Problems in Mechanics of the RAS, 2004. – P. 172-175.
13. *Аристов С.Н., Фрик П.Г.* Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – № 4. – С. 48–55.
14. *Шварц К.Г.* Двумерная модель мезомасштабных атмосферных процессов над крупным промышленным городом // «Вычислительные технологии»: Сб. научных трудов ИВТ СО РАН. – Новосибирск, 1995. – № 13. – С. 326-335.
15. *Шварц К.Г., Шкляев В.А.* Моделирование процессов переноса примеси в свободной атмосфере с помощью квазитрехмерной модели // Метеорология и гидрология. – 2000. – № 8. – С. 44-54.
16. *Аристов С.Н., Шварц К.Г.* Эволюция ветровой циркуляции в неизотермическом океане // Океанология. – 1990. – Т. 30. – Вып. 4. – С. 562-566.