

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В.М. Пономарев¹, О.Г. Чхетиани^{2,1}, Л.В. Шестакова³

¹*Институт физики атмосферы РАН, Москва, 119017, Россия*

²*Институт космических исследований РАН, Москва, 117997, Россия*

³*Пермский государственный университет, Пермь, 614990, Россия*

Построена численная модель, описывающая динамику организованных вихревых структур в экмановском пограничном слое атмосферы, учитывающая влияние турбулентной спиральности. Результаты численного моделирования воспроизводят вихри с размерами и периодичностью, близкими к наблюдаемым в эксперименте. Наблюдается также согласование с теоретическими представлениями об ослаблении энергетического каскада в сторону мелкомасштабных мод при наличии спиральности.

NUMERICAL MODELING OF THE DEVELOPED HORIZONTAL CIRCULATION IN THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER

V.M. Ponomarev¹, O.G. Chkhetiani^{2,1} and L.V. Shestakova³

¹*Institute of Atmospheric Physics RAS, Moscow, 119017, Russia*

²*Space Research Institute RAS, Moscow, 117997, Russia*

³*Perm State University, Perm, 614990, Russia*

A numerical model taking into account the turbulent helicity effect has been developed to describe the dynamics of organized vortex structures in the Ekman atmospheric boundary layer. The numerical results indicate that the vortices have the sizes and periodicity close to those observed experimentally. The obtained results are found to be consistent with the theoretical predictions of direct energy cascade weakening toward small-scale modes.

Упорядоченные структуры в атмосферном пограничном слое привлекают внимание и усилия многих групп теоретиков и экспериментаторов. Особый интерес представляют наблюдаемые как на спутниковых изображениях, так и с поверхности Земли так называемые «облачные улицы», которые являются проявлением мезомасштабных спиралевидных вихрей (роллов). Долгоживущие (более суток) упорядоченные вихри, оси которых отклонены от направления геострофического ветра не более чем на 30 градусов, играют значительную роль в процессах переноса тепла, влаги и других субстанций через пограничный слой атмосферы [1–3]. Они формируют вертикальные профили среднего течения и температуры, а также динамическую скорость трения в экмановском слое, являющуюся важным параметром мезометеорологических и климатических моделей. Схема циркуляции роллов представлена на рисунке 1. Понимание энергетики, пространственно-временной эволюции и путей адекватного малопараметрического учёта (параметризации) таких образований в крупномасштабных моделях атмосферы, а также моделях локального и дальнего транспорта примесей является важной и актуальной задачей.

Возникновение и существование спиралевидных вихрей-роллов обычно связывается с проявлением развивающихся в атмосферном пограничном слое

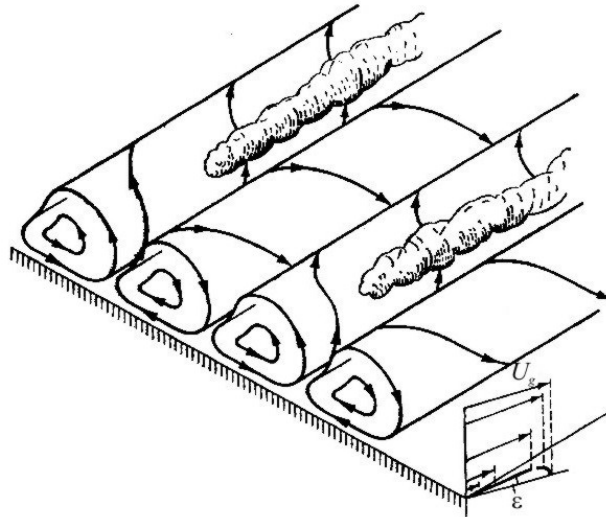


Рис. 1. Схема циркуляции роллов

гидродинамических неустойчивостей: конвективной [4, 5], динамической [6, 7], «параллельной» [7]. Свое название последний тип неустойчивости получил благодаря тому, что энергия возмущений извлекается из геострофической компоненты ветра, примерно сонаправленной с осью роллов. Рост возмущений обусловлен здесь кориолисовым фактором, величина которого оказывается того же порядка, что и у вязких членов. Поэтому в лабораторных экспериментах, в первую очередь, наблюдаются структуры, возникающие при развитии именно этого типа неустойчивости [7]. Динамическая неустойчивость, связанная с присутствием точки перегиба на профиле агеострофической компоненты ветра, наблюдается в условиях как нейтрального, устойчивого, так и слабо-неустойчивого пограничных слоёв [4, 5, 7]. Следует также отметить, что присутствие уже достаточно слабого ветра (2–3,5 м/сек) приводит к перестройке трехмерных конвективных ячеек в продольно ориентированные примерно по направлению ветра горизонтальные роллы (валы) [8]. Исследование устойчивости экмановского пограничного слоя для нейтральной стратификации проведено в работах [7, 9, 10]. Влияние термически неустойчивой стратификации рассмотрено в статье [4], а устойчивой — в [5]. Неустойчивая стратификация ведет к незначительному уменьшению масштаба возмущения и приближению оси ролла к направлению среднего ветра. Устойчивая стратификация, напротив, ведет к увеличению угла между роллом и направлением геострофического ветра. В [8] были проанализированы данные по 27-ми случаям наблюдения в атмосферном пограничном слое ролловых (валиковых) структур и отмечено, что в большинстве рассмотренных случаев создаются условия для действия динамической или конвективной неустойчивостей. Инкременты «параллельной» неустойчивости оказываются намного меньше инкрементов других неустойчивостей.

Следует отметить, что как сам экмановский профиль [11, 12], так и развивающаяся в нём турбулентность обладают свойством ненулевой спиральности [13], то есть скалярное произведение скорости на вихрь отлично от нуля. На спиральность ролловой циркуляции в атмосферном пограничном слое впервые обратил внимание Этлинг [14]. В [15] развита модель турбулентности экмановского пограничного слоя, учитывающая воспроизводство спиральности и подтверждаемая данными полевых экспериментов [13]. В работах [9, 16] на основе данной модели изучено влияние спиральности на устойчивость экмановского пограничного слоя. В частности, оказалось, что параметр спиральности существенно влияет на возмущения, неустойчивость которых обусловлена наличием точки перегиба на профиле средней скорости. При этом меняется как

критическое число Рейнольдса, так и параметры вторичных возмущений: волновые числа и углы ориентации по отношению к направлению геострофического ветра. Причем это воздействие сказывается сильнее в случаях, когда турбулентная спиральность или имеет знак, противоположный знаку спиральности основного течения, или возрастает с высотой в основной толще пограничного слоя. Отмечается также, что скорость роста неустойчивых возмущений в значительной степени зависит от спиральности, которая является важным фактором их проявления в реальных условиях.

Авторами работ [3, 15–18] исследована полная задача о динамике экмановского пограничного слоя в двумерной постановке. Следует заметить, что первое численное моделирование полной системы уравнений для пограничного слоя атмосферы в рамках вихререзающей (LES — Large Eddy Simulation) модели выполнено в работе [19]. Прямое численное моделирование (DNS — Direct Numerical Simulation) проведено для нейтральных и конвективных условий в работах [20, 21]. Однако в данных расчетах явная картина ролловой циркуляции не воспроизводится, что объясняется недостаточной детализацией сетки и трудностью точного «попадания» на неустойчивые моды (однородная структура течения в соответствии с линейной теорией должна формироваться под заметным углом к направлению потока), а также неустойчивостью квазидвумерных роллов по отношению к трехмерным возмущениям. Вместе с тем, квазидвумерные регулярные численные модели всегда демонстрируют появление роллов и в нейтральных условиях, и в присутствии слабого потока тепла.

Настоящая работа посвящена численному исследованию крупномасштабных вихревых структур в температурно-стратифицированном пограничном слое атмосферы на основе модели турбулентности, учитывающей турбулентную спиральность [22].

1. Основные уравнения

Движение в атмосферном пограничном слое описывается уравнениями в приближении Буссинеска. Такой подход используется для исследования ролловых структур в работах [2, 3, 17].

Выбирается система координат, ориентированная таким образом, что ось x направлена вдоль оси ролла. Полагается, что течение однородно в этом направлении. В таком случае все переменные зависят от двух пространственных координат: высоты z и горизонтальной координаты y , направленной поперек оси ролла. При трехмерной постановке задачи угол поворота роллов получается в ходе самого решения задачи. Характерно, что при численном моделировании угол выбирается, как правило, близкий к тому значению, при котором инкремент роста возмущений достигает максимума при данных числах Рейнольдса.

Система нелинейных уравнений, описывающая поведение роллов, содержит все три составляющие вектора скорости, что является необходимым условием при изучении спиральных течений.

В качестве масштаба длины выбирается толщина экмановского слоя $D = (K/f)^{1/2}$ (K — турбулентная вязкость, $f = \Omega \cdot \sin(\Theta)$ — параметр Кориолиса, где Ω — угловая скорость вращения Земли, Θ — широта); масштаба скорости — скорость геострофического ветра $G = (U_G^2 + V_G^2)^{1/2}$ (U_G, V_G — геострофическая и агеострофическая компоненты); масштаба времени — обратное значение параметра Кориолиса $1/f$.

Ролловые структуры описываются в безразмерном виде системой уравнений:

$$\begin{aligned} \text{Re} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle \right) = \\ = \Delta u - g \frac{\partial \varphi}{\partial z} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Re} \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + V \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\rangle + \text{Ri} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \\ = \Delta \varphi + g \frac{\partial}{\partial z} \Delta u - 2 \frac{\partial u}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} \right\rangle \right) = \Delta \theta, \quad (3)$$

$$\varphi = -\Delta \Psi. \quad (4)$$

Здесь u, v, w — продольная (направленная вдоль оси ролла), поперечная и вертикальная компоненты скорости ролла; $U(z), V(z)$ — составляющие скорости среднего течения; Ψ — функция тока, связанная с компонентами скорости соотношениями $w = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $v = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}$; φ — проекция завихренности на ось x ; θ — температура роллов; $T(z)$ — температура среднего течения; $\langle a \cdot b \rangle = \frac{1}{y_{\max}} \int_0^{y_{\max}} a(z) \cdot b(z) dy$ — оператор осреднения по координате y ; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа; параметр g характеризует спиральность в атмосферном пограничном слое; $\text{Re}, \text{Ri}, \text{Pr}$ — соответственно числа Рейнольдса, Ричардсона, Прандтля ($\text{Re} = \frac{G \cdot D}{K}$, $\text{Ri} = \beta \cdot 9,81 \cdot \frac{\delta T}{z_\infty} \cdot \frac{D^2}{G} = (0,001 \sim 0,04)$, $\text{Pr} = (1 \sim 1,2)$), где δT — разница температур среднего течения на верхней и нижней границах, z_∞ соответствует верхней границе расчетной области (в приведенных расчетах $z_\infty = 5$ км), $\beta \approx \frac{1}{T_s}$ — коэффициент теплового расширения, T_s — температура поверхности).

Для аппроксимации турбулентных напряжений в уравнениях (1)–(4) используется модифицированная гипотеза вихревой вязкости [15, 16, 22], учитывающая влияние турбулентной спиральности на структуру напряжений. В приближении постоянных коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии эти уравнения можно представить в размерном виде

$$\frac{\partial \langle V_i' V_j' \rangle}{\partial x_j} = -K \Delta \langle V \rangle_i + K_H \lambda_j \frac{\partial \text{rot}_i \langle V \rangle}{\partial x_j}, \quad \langle V \rangle = (u, v, w), \quad \lambda = (0, 0, 1),$$

где угловые скобки $\langle \rangle$ обозначают статистическое осреднение; V' — турбулентное поле скорости; K_H — «вторая» вязкость, пропорциональная турбулентной спиральности.

Два коэффициента вязкости позволяют согласовать турбулентные потоки энергии и спиральности с их диссипацией. Это простейшая форма замыкания, учитывающая выделенное направление, создаваемое вектором вращения Земли. Параметр спиральности $g = \frac{K_H}{K} \approx \frac{c \cdot l \cdot h}{e}$ имеет абсолютное значение меньше 1. Здесь $h = \langle V^t \text{rot } V^t \rangle$ — плотность турбулентной спиральности, $e = \langle (V^t)^2 \rangle / 2$ — плотность энергии турбулентного движения, l — длина пути перемешивания, $c \approx 1$ — эмпирический коэффициент. Учет зависимости турбулентных коэффициентов от профиля средней скорости [9, 15, 16] показывает непосредственную связь параметра g с распределением средней спиральности в атмосферном пограничном слое. Для атмосферного пограничного слоя, согласно оценкам [9, 15], полученным на основе анализа данных для компонент поля скорости, значение параметра g находится в интервале $(-0,1; 0,3)$.

В настоящей работе с целью исследования основных эффектов рассматривается упрощённая версия модели с постоянными коэффициентами турбулентной вязкости и диффузии. В полной модели турбулентные коэффициенты переноса определяются из профилей средней скорости и температуры на каждом расчётном шаге.

Для системы уравнений, описывающей ролловые структуры, рассматриваются условия прилипания на нижней границе ($z=0$) — $u=0, w=0, v=0$, и условия отсутствия трения на верхней границе ($z=\infty$) — $\frac{\partial u}{\partial z}=0, w=0, \frac{\partial v}{\partial z}=0$. На верхней и нижней границах температура роллов θ равняется нулю. По направлению y ставятся периодические граничные условия.

В более точной версии модели определяются значения скорости и температуры в первом расчётном узле на каждом шаге таким образом, что выполняются условия теории подобия Мони́на–Обухова и происходит корректный переход профиля ветра от приземного пограничного слоя (логарифмического или степенного, в зависимости от условий стратификации) к свободной атмосфере. Подобная схема реализована авторами работ [3, 19]. Основные не критические отличия от условий прилипания, используемых в настоящей работе, возникают для амплитуд вычисляемых величин.

Вертикальная структура (профили средней скорости и температуры) горизонтально-однородного пограничного слоя атмосферы с учетом температурной стратификации описывается системой уравнений:

$$\text{Re} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial t} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right\rangle \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - g \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + 2 \cdot (V - V(z_\infty)), \quad (5)$$

$$\text{Re} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial t} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial z} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right\rangle \right) = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + g \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + 2 \cdot (U - U(z_\infty)), \quad (6)$$

$$\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} - \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\rangle \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (7)$$

На нижней границе для составляющих средней скорости ставятся условия прилипания $U(0)=V(0)=0$, а $T(0)=T_s$. На верхней границе составляющие скорости среднего течения вычисляются по формулам, соответствующим модифицированному экмановскому профилю скорости [9, 15], записываемому в безразмерном виде:

$$U = \cos(\varepsilon) - \exp(-z_\infty) \cdot \cos(g'z_\infty + \varepsilon),$$

$$V = -\sin(\varepsilon) + \exp(-z_\infty) \cdot \sin(g'z_\infty + \varepsilon),$$

где ε — угол поворота роллов (и, соответственно, оси x) относительно скорости геострофического ветра в свободной атмосфере, $g' = (1 + g^2)^{1/2} - g$. Для температуры среднего течения на верхней границе задается условие: $T = T_s \pm \delta T$.

2. Численная реализация

2.1. Выбор разностной схемы

Системы уравнений, реализующие численную модель температурно-стратифицированного пограничного слоя атмосферы, решаются методом конечных разностей.

Ролловые структуры в пограничном слое описываются системой уравнений (1–4). Вводится модельное уравнение переноса с конвективным и диффузионным членами:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial y} + v \frac{\partial F}{\partial z} = k \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right).$$

Здесь F — одна из искоемых функций u, φ, θ ; k — обобщенный коэффициент диффузии.

Параболические уравнения переноса (1–3) и эллиптическое уравнение Пуассона (4) рассматриваются в отдельности, так как используются разные методы их решения. Для аппроксимации уравнений переноса применяется явная схема с направленными против потока разностями, записанная следующим образом [23]:

$$F_t + \frac{u + |u|}{2} F_y + \frac{u - |u|}{2} F_y + \frac{v + |v|}{2} F_z + \frac{v - |v|}{2} F_z = k (F_{yy} + F_{zz}),$$

где используются следующие обозначения: F_t — аппроксимация производной по времени односторонней разностью вперед; F_y, F_z, F_y^-, F_z^- — аппроксимации первых пространственных производных односторонними разностями вперед и назад соответственно; F_{yy}, F_{zz} — аппроксимация вторых пространственных производных.

После приведения подобных членов получается разностное уравнение:

$$F_t + u \cdot F_y^0 + v \cdot F_z^0 = \left(k + \frac{h_y |u|}{2} \right) \cdot F_{yy}^- + \left(k + \frac{h_z |v|}{2} \right) \cdot F_{zz}^-.$$

Здесь F_y^0 и F_z^0 — аппроксимации первых пространственных производных центральными разностями, h_y, h_z — шаги пространственной сетки в направлении y и z соответственно.

Явная схема с направленными разностями известна своим стабилизирующим влиянием [24]. Она обладает искусственной схемной вязкостью, что демонстрируется

коэффициентами схемной вязкости $\frac{h_y |u|}{2}$ и $\frac{h_z |v|}{2}$ при вторых пространственных производных. Счетная вязкость обычно сильно подавляет эффекты гидродинамической неустойчивости.

Условие устойчивости накладывает следующее ограничение на шаг по времени:

$$\tau \leq \left(2k \cdot \left(\frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right) + \frac{|u|}{h_y} + \frac{|v|}{h_z} \right)^{-1}.$$

Следует отметить, что при численном решении метеорологических задач, в которых рассматривается уравнение для вихря, часто используется разностная схема Аракавы [25], обладающая как преимуществами (сохранение кинетической энергии), так и недостатками. Схема чувствительна к неустойчивости, связанной с дроблением решения по временным шагам.

Для решения уравнения Пуассона (4) применяется итерационный метод последовательной верхней релаксации [26] в предположении, что значения завихренности на $(n + 1)$ временном слое известны, а значения функции тока подлежат определению.

При записи итерационного процесса индексом m обозначается номер итерации, а индексом n — номер временного слоя. Если разрешить конечно-разностный аналог уравнения Пуассона относительно функции тока $\Psi_{i,j}$, то получится выражение:

$$\tilde{\Psi}_{i,j} = C_1 \cdot \Psi_{i+1,j}^m + C_2 \cdot \Psi_{i-1,j}^{m+1} + C_3 \cdot (\Psi_{i,j+1}^m + \Psi_{i,j-1}^{m+1}) + C_4 \cdot (\omega_r)_{i,j}^{n+1}.$$

Итерации осуществляются по формуле: $\Psi_{i,j}^{m+1} = \Psi_{i,j}^m + \alpha \cdot (\tilde{\Psi}_{i,j} - \Psi_{i,j}^m)$, где α — параметр верхней релаксации ($1 < \alpha < 2$). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока $\frac{|\tilde{\Psi}_{i,j} - \Psi_{i,j}^m|}{\max |\Psi_{i,j}|} > d$. Здесь d — заданная точность. Необходимое число итераций имеет порядок $\left(\frac{1}{h}\right)$. После окончания итераций считается, что найдено значение функции тока на $(n + 1)$ временном слое.

Среднее течение в пограничном слое описывается системой уравнений (5)–(7). Модельным уравнением для средних скоростей и температуры является уравнение вида

$$\frac{\partial F}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}.$$

Для его аппроксимации используется условно устойчивая явная схема. Условие устойчивости накладывает ограничение на шаг по времени $\tau \leq \frac{h_z^2}{4 \cdot k}$.

2.2. Расчетная область и реализация граничных условий

Расчетная область представляет собой прямоугольник, ориентированный по направлениям y и z . Размер области в направлении y в несколько раз превышает

размер в направлении z , который, в свою очередь, значительно больше высоты пограничного слоя.

Рассматриваются следующие граничные условия для системы уравнений, описывающей ролловые структуры в пограничном слое атмосферы: на вертикальных границах для функций u , φ , θ , Ψ задаются условия периодичности $F(t, y, z) = F(t, y + l, z)$. Для их реализации применяется расширение расчетной области в направлении y на один шаг h_y пространственной сетки. По соответствующим конечно-разностным уравнениям производятся вычисления во внутренних узлах расчетной области. После этого выполняются пересылки: $F_{i, Ny+1} := F_{i, 1}$; $F_{i, 0} := F_{i, Ny}$, где символ «:=» обозначает операцию присваивания. На этапе вычислений во внутренних узлах расчетной области значения искомых функций при $y = 0$ и $y = l + h_y$, полученные на предыдущем временном слое, используются в качестве граничных. При итерировании уравнения Пуассона пересылки производятся после каждой итерации.

На нижней границе расчетной области ($z = 0$) выполняются условия прилипания $u = 0$, $w = 0$, $v = 0$, а для температуры роллов — условие $\theta = 0$. Следует заметить, что в двухполюсном подходе, использующем вихрь и функцию тока, основная трудность связана с удовлетворением условий вязкого прилипания на твердых границах, так как погрешность решения существенно зависит от аппроксимации завихренности на этой границе.

При численной реализации значение функции тока на нижней границе полагается равным нулю, завихренность φ на твердой границе ($z = 0$) вычисляется по формуле Тома $\varphi_{0,j} = -\frac{2}{h_z^2} \cdot \Psi_{1,j}$, использующей значение функции тока во внутренних узлах расчетной области.

На верхней границе ($z = \infty$) задаются условия:
 $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $w = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0$, $\theta = 0$. При численной реализации значения функции тока Ψ и завихренности φ полагаются равными нулю.

Запись граничных условий для системы уравнений, описывающей среднее течение, не имеет особенностей.

2.3. Вычислительный алгоритм

Алгоритм вычислений включает несколько этапов.

1. В начальный момент времени $t = 0$ задаются: нулевые начальные условия для функций u , Ψ , θ ; для завихренности φ — возмущение в центре расчетной области; для средней температуры T — линейный профиль; для составляющих скорости среднего течения — начальные профили, соответствующие модифицированному экмановскому профилю скорости [15, 22].

2. Вычисляются значения u , φ , θ во внутренних узлах расчетной области.

3. Проводятся итерации для определения функции тока Ψ на $(n + 1)$ временном слое с использованием уже вычисленных во внутренних узлах значений завихренности φ на новом временном слое.

4. Рассчитываются новые граничные значения завихренности с использованием значений функции тока во внутренних точках расчетной области.

5. Определяются характеристики среднего течения $U(z)$, $V(z)$, $T(z)$.

6. Осуществляется переход к следующему временному шагу (к этапу 2).

3. Результаты численного моделирования

Рассмотрены два случая численного моделирования устойчивой стратификации пограничного слоя атмосферы для различных углов поворота роллов ε (от 10 до 30 градусов). Перепад температуры среднего течения на горизонтальных границах составляет ($\delta T = 1$). Температура среднего течения на поверхности ниже температуры на верхней границе.

Случай 1. Угол поворота роллов $\varepsilon = 20^\circ$, $Re = 388$, $Ri = 0,05$. Эти числа Рейнольдса и Ричардсона соответствуют следующим значениям естественных параметров: скорость геострофического ветра $G = 5-10$ м/с, толщина экмановского слоя $D = 140-240$ м, турбулентная вязкость $K = 1-3$ м²/с. Такой выбор значений естественных параметров задачи обусловлен тем, что в подобных условиях роллы наблюдались у побережья Калифорнии (США) [27]. Устойчиво стратифицированный случай рассмотрен также в работе [3].

Проведенные расчеты воспроизводят периодическую структуру циркуляционных течений. На рисунке 2 приведены линии равного уровня продольной составляющей скорости, функции тока, завихренности и температуры роллов при двух значениях параметра спиральности $g = 0$ и $g = 0,1$.

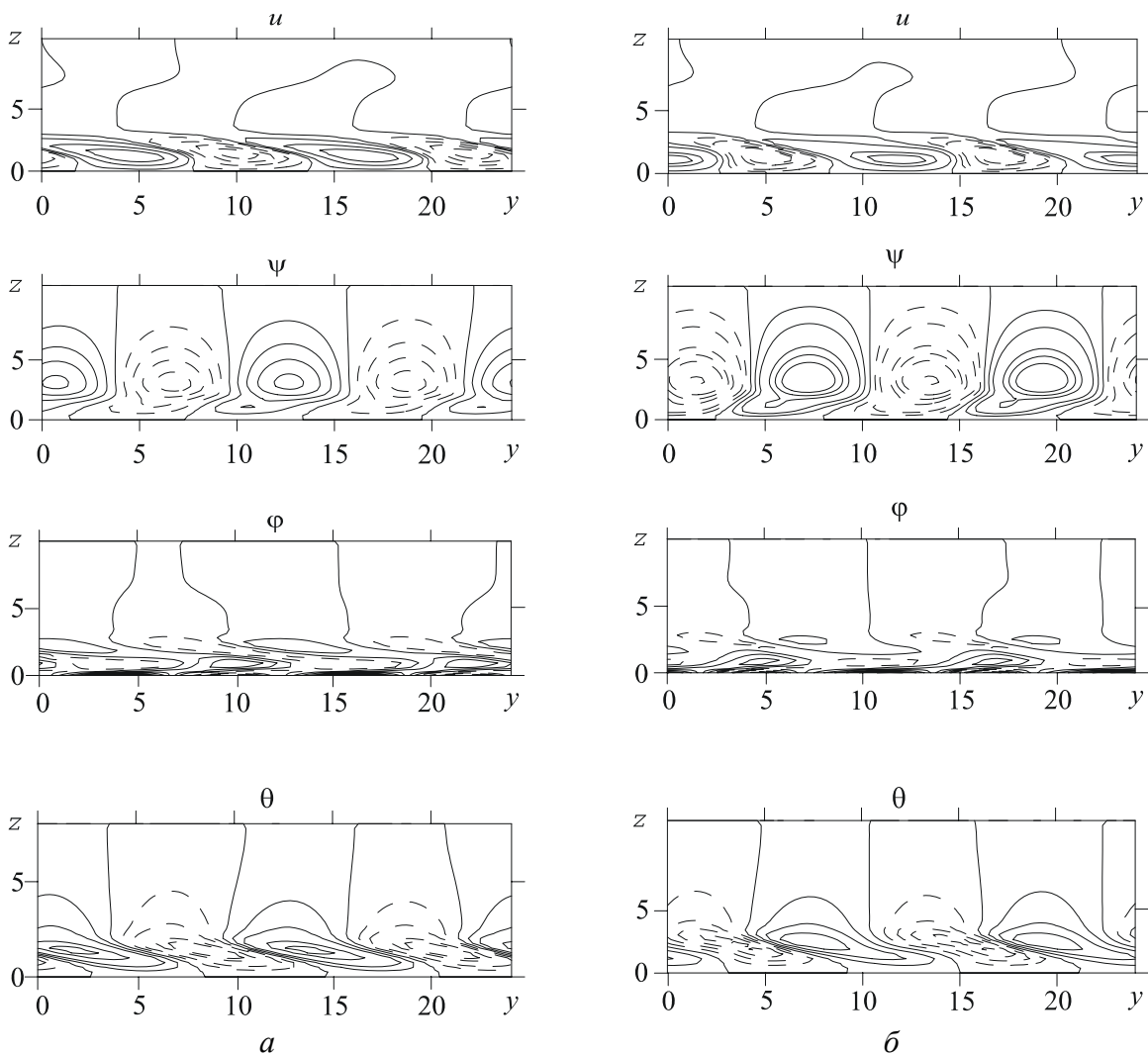


Рис. 2. Распределение продольной скорости u , функции тока Ψ , завихренности ϕ и температуры θ в роллах (*Случай 1*): *a*) $g = 0$; *б*) $g = 0,1$ (пунктирные линии соответствуют отрицательным значениям)

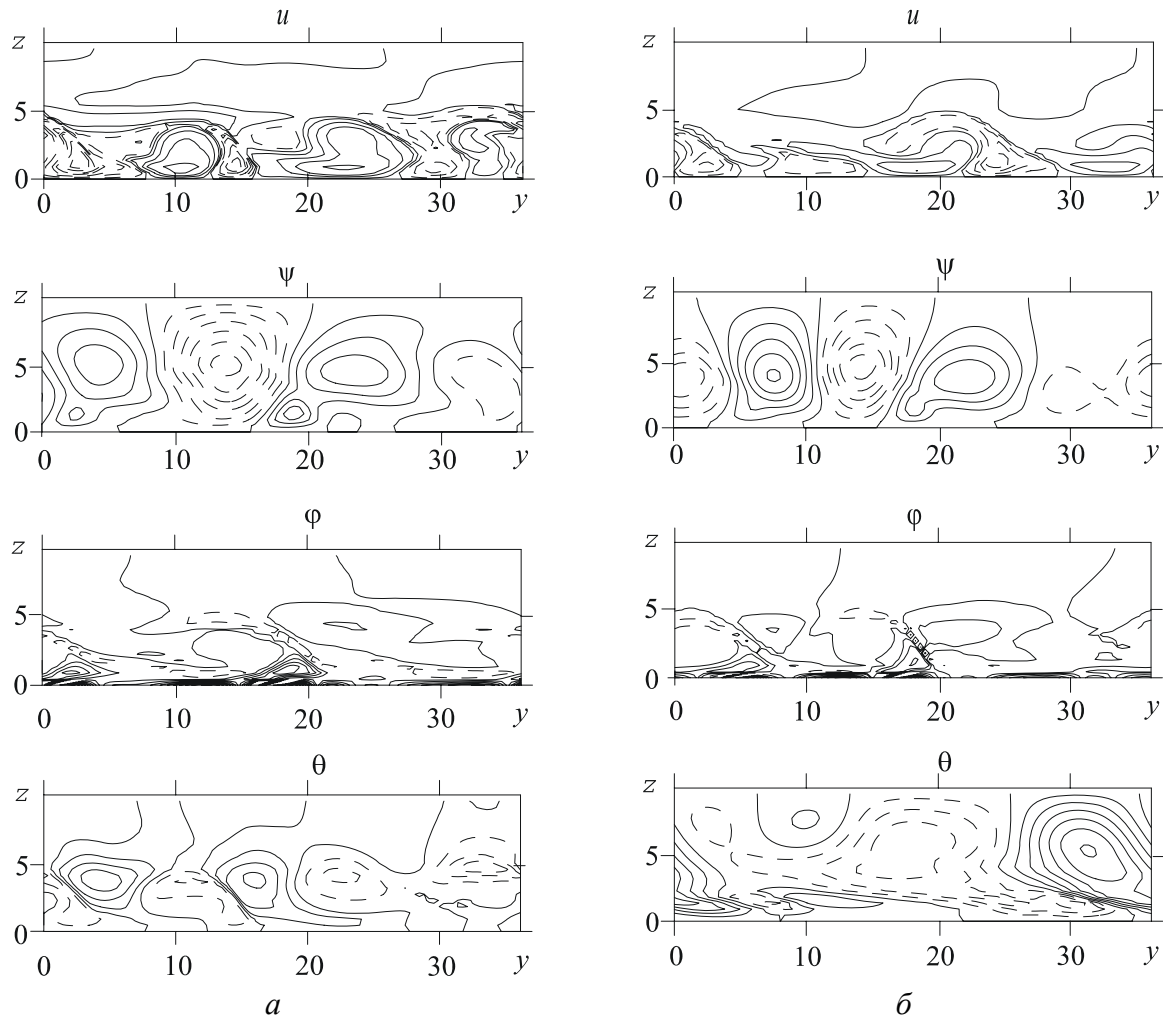


Рис. 3. Распределение продольной скорости u , функции тока Ψ , завихренности φ и температуры θ в роллах (Случай 2): а) $g = 0$; б) $g = 0,1$ (пунктирные линии соответствуют отрицательным значениям)

Случай 2. Угол поворота роллов $\varepsilon = 16^\circ$, $Re = 825$, $Ri = 0,03$. Эти числа Рейнольдса и Ричардсона соответствуют скорости геострофического ветра $G = 10 - 15$ м/с, толщине экмановского слоя $D = 140 - 240$ м, турбулентной вязкости $K = 1 - 3$ м²/с, взятым из работы [28]. Результаты численного моделирования представлены на рисунках 3–4.

На рисунке 3 приведены линии равного уровня продольной составляющей скорости, функции тока, завихренности и температуры роллов при двух значениях параметра спиральности $g = 0$ и $g = 0,1$.

Особый интерес вызывает наблюдаемая в численном эксперименте временная эволюция роллов (Рис. 4). Модуляциям значений интегральных энергии и спиральности роллов соответствуют изменения в амплитудах и пространственных распределениях полей скорости и температуры. Структуры «дышат» и дрейфуют с постоянной скоростью. В наблюдениях, где синоптическая ситуация меняется в течение дня (например, меняется температурный градиент), подобные изменения естественно представить как последствия суточного хода. Но, поскольку речь идет об ощутимых динамических явлениях, требуется отдельное рассмотрение и учёт их влияния на такие общеклиматические параметры как направление и амплитуда поверхностного ветра и эффективные коэффициенты вертикального переноса. Следует отметить, что

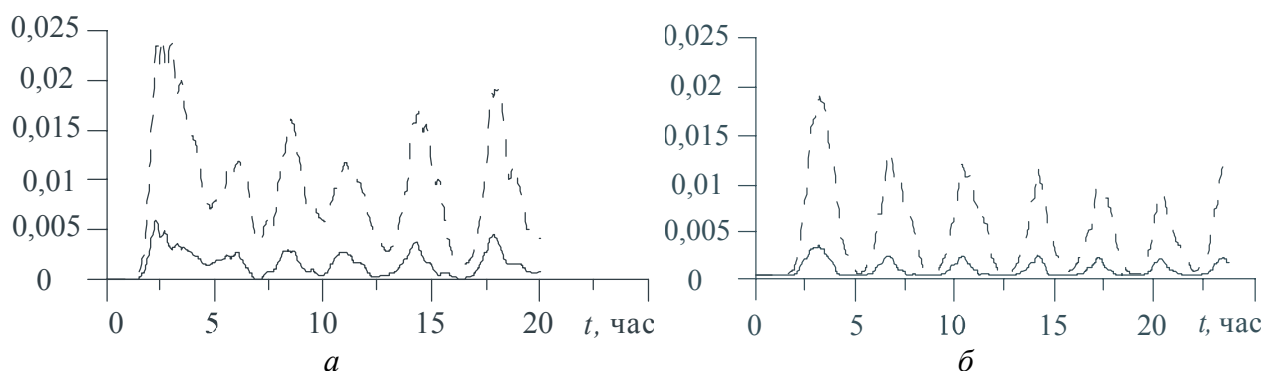


Рис. 4. Динамика энергии (пунктирная линия) и спиральности (сплошная линия) в ролловых структурах при $Re = 825$, $Ri = 0,03$: *а*) $g = 0$; *б*) $g = 0,1$

значительная часть наблюдений роллов, за редкими исключениями [6], представляет собой «мгновенный снимок», исключающий возможность наблюдения временной эволюции.

Основной эффект влияния спиральности — ограничение передачи энергии из крупных масштабов в мелкие — хорошо виден на рисунке 4, б. Амплитуда энергии роллов (здесь рассчитывается интегральная энергия по всей области с последующим делением на расчетный объем) при тех же значениях чисел Рейнольдса и Ричардсона оказывается значительно меньше. С течением времени более сглаженным становится характер поведения, уменьшается амплитуда спиральности роллов. Анализ баланса спиральности [16] показывает, что интегральная величина притока спиральности к атмосферному пограничному слою не зависит от модели турбулентности. Нелинейные взаимодействия при этом сохраняют интегральное значение спиральности в системе средний поток — ролловая структура. В расчетах приток спиральности к роллам со стороны среднего течения имеет положительный знак, что соответствует положительной спиральности роллов и позволяет предположить, что они являются среднемасштабным элементом каскада спиральности [13], постоянно воспроизводящейся в атмосферном пограничном слое из крупных масштабов в мелкие благодаря совместному действию сил Кориолиса и трения. Для детального анализа этого явления следует рассматривать полную модель, учитывающую зависимость параметров турбулентности от среднего течения.

Следует отметить, что эффект изменения роллов с течением времени, тем не менее, не представляет собой совсем уж неизвестное явление. Так в задаче линейной устойчивости помимо мнимой части собственных значений оператора устойчивости, определяющих время развития неустойчивости (30–40 минут в нейтральных условиях) [6, 7, 9], есть и действительная (осцилляционная или дрейфовая) часть, значениями которой обычно не интересуются. Между тем, эти значения оказываются одного порядка со значениями для мнимой (неустойчиво-диссипативной) составляющей. В то же время, теоретические исследования в рамках слабо-нелинейных теорий [6, 29] задают стационарную структуру вторичной циркуляции, исключая всякую динамику. Рисунок 5 демонстрирует, что, наряду с дрейфом, в нейтральных условиях изменения амплитуды роллов сопровождаются весьма заметными изменениями их структуры и размеров.

Адекватная параметризация, теоретическое и детальное численное исследование этих эффектов составят предмет дальнейших исследований авторов.

4. Заключение

В работе построена численная модель, описывающая динамику организованных вихревых структур в экмановском пограничном слое атмосферы и учитывающая влияние

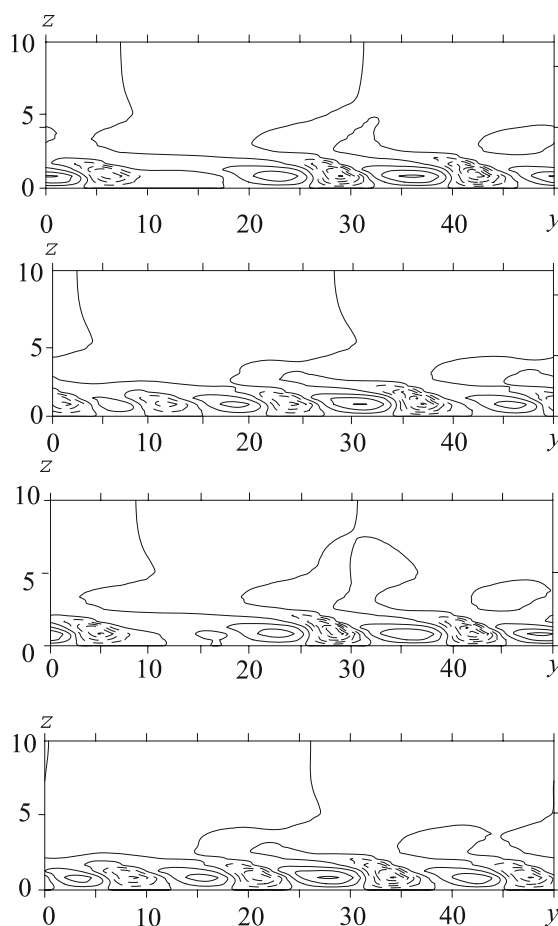


Рис. 5. Распределение продольной скорости u в нейтральных условиях при $Re = 270$ и $g = 0,1$ в разные моменты времени (час): $t = 22; 24; 26; 28$

турбулентной спиральности. Численное моделирование в условиях, характерных для наблюдений роллов при слабоустойчивой стратификации, воспроизводит вихри с геометрическими параметрами, близкими к наблюдаемым. Полученные результаты численного моделирования неплохо согласуются с теоретическими представлениями об ослаблении энергетического каскада в сторону мелкомасштабных мод при наличии спиральности, с представлениями о преимущественном взаимодействии спиральных мод одного знака. Полученные результаты также находятся в соответствии с оценками, следующими из результатов измерений характеристик турбулентности в пограничном слое атмосферы.

Настоящая модель может быть положена в основу построения двухуровневых вихреразрешающих моделей, более точно описывающих много иерархическую вихревую организацию таких сложных систем как планетарный пограничный слой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 07-01-96042-Урал, № 08-05-00942, № 07-05-00060).

Литература

1. *Walter B.A., Oberlander J.* Observation of longitudinal rolls in near neutral atmosphere // *Monthly Weather Review.* – 1982. – № 112. – P. 200-208.
2. *Орданович А.Е.* Математическое моделирование «облачных» улиц в пограничном слое атмосферы // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* – 1988. – № 24. – С. 922-931.
3. *Ginis I., Khain A.P., Morozovsky E.* Effects of large eddies on the structure of the marine boundary layer under strong wind conditions // *J. Atmos. Sci.* – 2004. – № 64. – P. 3049-3063.

4. *Орданович А.Е., Пашковская Ю.В.* Влияние термической стратификации на устойчивость экмановского течения // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1998. – № 3. – С. 71-75.
5. *Kaylor R.E. and Faller A.* Instability of the stratified Ekman boundary layer and the generation of internal waves // J. Atmos. Sci. – 1972. – V. 29, № 3. – P. 497-509.
6. *Браун Н.А.* Аналитические методы моделирования планетарного пограничного слоя – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 151 с.
7. *Lilly D.K.* On the stability of Ekman boundary flow // J. Atmos. Sci. – 1966. – № 23. – P. 481-494.
8. *Weckwerth T.M., Wilson J.W., Wakimoto R.M., Crook N.A.* Horizontal Convective Rolls: Determining the Environmental Conditions Supporting their Existence and Characteristics // Monthly Weather Review. – 1997. – V. 125 (4). – P. 505-526.
9. *Пономарев В.М., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г.* Роль спиральности в формировании вторичных структур в экмановском пограничном слое // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 2003. – Т. 39, № 4. – С. 435-444.
10. *Орданович А.Е., Пашковская Ю.В.* Исследование устойчивости неоднородного экмановского пограничного слоя // Вестн. Моск. ун-та. Сер. I. Математика, механика. – 1995. – № 3. – С. 53-59.
11. *Курганский М.В.* Связь между спиральностью и потенциальным вихрем в сжимаемой вращающейся жидкостью // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1989. – Т. 25 (12). – С. 1326-1329.
12. *Hide R.* Superhelicity, helicity and potential vorticity. Geophys // Astrophys. Fluid Dyn. – 1989. – V. 48. – P. 69-79.
13. *Копров Б.М., Копров В.М., Пономарев В.М., Чхетиани О.Г.* Измерение турбулентной спиральности и ее спектра в пограничном слое атмосферы // ДАН. – 2005. – Т. 403 (5). – С. 627-630.
14. *Etling D.* Some aspects of helicity in atmospheric flows // Beitrage zur Physik der Atmosphaere. – 1985. – V. 58. – P. 88-100.
15. *Чхетиани О.Г.* О спиральной структуре Экмановского пограничного слоя. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 2001. – Т. 37, № 5. – С. 614-620.
16. *Пономарев В.М., Чхетиани О.Г., Шестакова Л.В.* Нелинейная динамика крупномасштабных вихревых структур в турбулентном Экмановском слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2007. – № 2. – С. 81-91
17. *Михайлова Л.А., Орданович А.Е.* Моделирование двухмерных упорядоченных вихрей в пограничном слое атмосферы // Метеорология и гидрология. – 1988. – № 11. – С. 29-42.
18. *Mason P., Sykes R.* A two-dimensional numerical study of horizontal roll vortices in the neutral atmospheric boundary layer // Quart. J. Roy. Met. Soc. – 1980. – V. 106, N. 448. – С. 351-366.
19. *Deardorf J.W.* Numerical investigation of neutral and unstable planetary layer // J. Atmos. Sci. – 1972. – V. 29. – P.91-115.
20. *Coleman G.N., Ferziger J.H., Spalart P.R.* A numerical study of the turbulent Ekman layer // J. Fluid Mech. – 1990. – V. 213. – P. 313-348.
21. *Coleman G.N., Ferziger J.H., Spalart P.R.* A numerical study of the convective boundary layer // Boundary-Layer Meteor. – 1994. – V. 70, № 3. – P. 247-272.
22. *Пономарев В.М., Чхетиани О.Г.* Полуэмпирическая модель пограничного слоя атмосферы с параметризацией влияния турбулентной спиральности. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 2005. – Т. 41, № 4. – С. 464-479.
23. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 228с.
24. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618с.
25. *Arakawa A.* Computational Design for Long-Term Numerical Integration of the Equations of Fluid Motion: Two-Dimensional Incompressible Flow // Journal of Computational Physics. – 1997. – V. 135. – P. 103-114.
26. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432с.
27. *Brooks I.M., Rogers D.P.* Aircraft Observations of Boundary Layer Rolls off the Coast of California // J. Atmos. Sci. – 1997. – V. 94. – P. 1834-1849.
28. *LeMone M.A.* The structure and dynamics of horizontal roll vortices in the planetary boundary layer // J. Atmos. Sci. – 1973. – V. 30. – P. 1077-1091.
29. *Foster R.C.* An analytic model for planetary boundary roll vortices: / Ph. D. thesis, University of Washington. – Seattle, 1996. – 195 p.