

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ СЛОЖНОМ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов

Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород, 603005, Россия

С позиции механики повреждённой среды развита математическая модель, описывающая процессы накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при многоосных непропорциональных путях комбинированного термосилового нагружения. В целях качественной и количественной оценки развитых определяющих соотношений проведено исследование влияния вида траектории деформирования на усталостную долговечность металлов. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений механики повреждённой среды адекватно (качественно и количественно) отражает основные эффекты упругопластического деформирования и накопление повреждений в конструкционных материалах при произвольных траекториях деформирования.

NUMERICAL MODELING OF DAMAGE ACCUMULATION UNDER COMPLEX PLASTIC DEFORMATION

I.A. Volkov, Y.G. Korotkih and I.S. Tarasov

Volga State Academy of Water Transport, Nizhny Novgorod, 603005, Russia

Within the framework of the mechanics of defective materials (MDM), a mathematical model describing fatigue damage accumulation in structural materials (metals and their alloys) under multi-axial non-proportional (combined thermal and force) loading paths is developed. Qualitative and quantitative assessments of the constitutive relations are made by analyzing the deformation trajectory that reflects the fatigue life of metals. It is shown that the proposed constitutive MDM-relations adequately (qualitatively and quantitatively) describe the main effects of elasto-plastic deformation and damage accumulation in structural materials for the arbitrary trajectories of deformation.

1. Введение

В течение длительного срока службы материал конструктивных элементов оборудования и систем ответственных инженерных объектов (ОИО), работающих в условиях нестационарного термосилового нагружения, накапливает усталостные повреждения, приводящие к ухудшению начальных прочностных характеристик, образованию и развитию дефектов. В течение длительного времени эти изменения происходят скрытно. Кроме того, наиболее опасные зоны, определяющие ресурс элемента, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной, безопасной с точки зрения прочности, эксплуатации ОИО и обоснованного продления сроков их службы за проектные рамки необходимо контролировать темпы развития повреждённости в наиболее опасных зонах конструктивных элементов (определять выработанный ресурс), а также прогнозировать развитие этих процессов до предельных состояний (определять остаточный ресурс).

Сложность решения проблемы, связанной с оценкой ресурса инженерных объектов, определяется сложностью процессов, происходящих в конструкционных материалах в эксплуатационных условиях. Понимание закономерностей этих процессов позволит построить адекватную математическую модель, которая содержит конкретные

параметры кинетики напряжённо-деформированного состояния (НДС), определяющиеся условиями эксплуатации объекта. Эта модель, в конечном итоге, может стать теоретической основой для разработки методов и алгоритмов оценки ресурса объектов в зависимости от индивидуальной истории их эксплуатации [1].

Долгое время исследования в области механики деформируемых сред в основном были направлены на разработку уравнений состояния, описывающих эффекты деформирования с учетом истории изменения механической нагрузки и температуры.

В настоящее время становится актуальной проблема расчетной оценки совместно протекающих процессов деформирования и разрушения. Ее решение, возможно, ответит на вопросы: где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые возникнут макроскопические трещины; как эти трещины будут развиваться в дальнейшем. Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, то точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько данные уравнения состояния адекватно описывают деформирование в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряжённого состояния, история его изменения и другие, существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Можно сказать, что в настоящее время развитие уравнений состояния, и в частности, уравнений термопластичности, должно определяться потребностями механики разрушения и должно быть направлено на описание основных эффектов, влияющих на скорости процессов накопления повреждений. Цель исследований в данной области — не столько уточнение различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько стремление разобраться в основных закономерностях процессов, определяющих и подготавливающих разрушение.

2. Определяющие соотношения механики повреждённой среды

Модель повреждённой среды состоит из трёх взаимосвязанных частей:

- соотношений, определяющих упругопластическое поведение материала с учётом зависимости от процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;
- критерия прочности повреждённого материала.

2.1. Соотношения термопластичности

Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях:

– тензоры деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} включают упругие деформации e_{ij}^e , \dot{e}_{ij}^e (не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса) и пластические — e_{ij}^p , \dot{e}_{ij}^p (зависящие от истории процесса нагружения);

– начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса; эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением ее центра ρ_{ij} ;

– справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;

– изменение объема тела считается упругим;

– рассматриваются начально изотропные среды; учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned}\sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)], & \sigma_{ij} &= 2Ge'_{ij}, \\ \Delta\sigma &= 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma, & \Delta\sigma'_{ij} &= 2G\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь σ , $\Delta\sigma$, e , Δe — шаровые, а σ'_{ij} , $\Delta\sigma'_{ij}$, e'_{ij} , $\Delta e'_{ij}$ — девиаторные составляющие тензоров напряжений σ_{ij} , деформаций e_{ij} и их приращений $\Delta\sigma_{ij}$, Δe_{ij} ; T — температура; T_0 — начальная температура; $K(T)$ — модуль объемного сжатия; $G(T)$ — модуль сдвига; $\alpha(T)$ — коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с помощью поверхности текучести, имеющей уравнение:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, имеет вид:

$$F_p = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где ρ_{\max} — максимальный за историю нагружения модуль переменной ρ_{ij} .

Принимается эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести вида [2]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij}\right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad (i=1, 2), \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{1/2}}, \quad (7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, & F_p = 0 \wedge \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, & F_p < 0 \vee \rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p). \quad (8)$$

Здесь q_1 , q_2 , q_3 — модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения (q_1), излому траектории деформирования на 90° (q_2), температурному изменению радиуса поверхности текучести (q_3); a — постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса циклического

деформирования материала; Q_s — стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T ; χ и χ_m — длины траекторий пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружениях; C_p^0 — начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_p)=1$ и $\Gamma(F_p)=0$), второй член — циклическое упрочнение материала ($H(F_p)=0$ и $\Gamma(F_p)=1$), а третий — изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра A , характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы $H(F_p)$ и $\Gamma(F_p)$ позволяют автоматически провести разделение процессов монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Внутренняя переменная ρ_{ij} , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [2]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (9)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ — модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий — за изменение ρ_{ij} в результате воздействия температуры T .

Уравнение (9) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной ρ_{ij} (скорость изменения ρ_{ij} является разностью между двумя составляющими $g_1 \dot{e}_{ij}^p$ и $g_2 \rho_{ij} \dot{\chi}$).

Для характеристики поведения поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{\max} :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_p)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle. \quad (10)$$

Здесь и далее для любой величины \dot{B} , заключенной в угловые скобки $\langle \rangle$, выполняются

$$\text{условия } \langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0 \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0 \end{cases}.$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (11)$$

где λ — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений на заключительной стадии нагружения.

Материальные параметры, входящие в выражения (4–10), находятся из различных экспериментов:

- q_1, q_3, g_1, g_2 и g_3 — из опытов на одноосное растяжение-сжатие цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний [2];
- Q_1 — из испытаний на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций;
- параметр a — из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления C_p к установившемуся состоянию;
- q_2 — из эксперимента на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения e_{11}^{p*} и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11}-\sigma_{12}$.
- Q_2 — из эксперимента на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций до стабилизации петли гистерезиса в каждом блоке: первый блок — это симметричное циклическое растяжение-сжатие, второй — последующее циклическое симметричное нагружение образца кручением.

2.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений

Формулировка моделей процессов накопления повреждений от усталостных механизмов удовлетворяет следующим основным положениям [2]:

- описывает основные физические стадии процесса разрушения;
- позволяет введение для каждого механизма своего адекватного «внутреннего времени» процесса, в котором исчисляется физическая долговечность материала;
- содержит нелинейное суммирование повреждений;
- удовлетворяет принципам эквивалентности процессов накопления повреждений для различных условий нагружения и различных НДС;
- учитывает влияние вида траектории деформирования, параметров НДС, реальной истории нагружения на скорости процессов накопления повреждений.

Экспериментальный и теоретический анализ поврежденности материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объеме материалов в следующем общем виде [2, 12, 13]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle,$$

где функция $f_1(\theta)$ описывает влияние кривизны траектории деформирования, $f_2(\beta)$ вид (объемность) напряженного состояния, $f_3(\omega)$ — уровень накопленной поврежденности, $f_4(z)$ накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Конкретизация данного соотношения при усталости приводит к следующему виду уравнения накопления повреждений [2]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \omega_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle + \frac{\alpha_e + 1}{r_e + 1} f_e(\beta) Z_e^{\alpha_e} (1 - \omega_e)^{-r_e} \langle \dot{Z}_e \rangle, \quad (12)$$

где

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{(W_p^f - W_a)}; \quad Z_e = \frac{W_e - W_b}{W_e^f}; \quad (13)$$

$$\langle \dot{Z}_p \rangle = \frac{\langle \dot{W}_p \rangle}{(W_p^f - W_a)}; \quad \langle \dot{Z}_e \rangle = \frac{\dot{W}_e}{W_e^f}; \quad \dot{W}_p = \rho_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p; \quad \dot{W}_e = \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij}{}^e; \quad (14)$$

$$f_m(\beta) = (k_\beta)^{a_m}, \quad k_\beta = 1 + \frac{3(1-2\nu)}{(1+\nu)}\beta^2, \quad a_m = \begin{cases} -a_{1m} & \text{при } \beta < 0 \\ a_{2m} & \text{при } \beta \geq 0 \end{cases}, \quad m = e, p; \quad (15)$$

В формулах (12)–(15) используются обозначения: ω_e и ω_p — величины поврежденности при многоцикловой (МнЦУ) и малоцикловой (МЦУ) усталости соответственно; ω — величина суммарной поврежденности ($\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f$); W_e^f и W_p^f — значения энергий, соответствующих образованию макроскопической трещины; α_p , α_e , r_p , r_e — материальные параметры, зависящие от температуры T ; $f_m(\beta)$ — функция параметра объёмности напряжённого состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; $\sigma_u = (\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})^{1/2}$ — интенсивность тензора напряжений; $W_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$ и $W_e = \int_0^t \dot{W}_e dt$ — энергии, идущие на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ и МнЦУ соответственно; W_a , W_b — значение W_p в конце фаз зарождения микродефектов при МЦУ и МнЦУ; a_{1e} , a_{2e} , a_{1p} , a_{2p} — материальные параметры; ν — коэффициент Пуассона.

Интегрирование уравнения (12) для некоторого заданного процесса нагружения и изменения температуры T при $r_e = r_p = r$ дает уравнение:

$$\omega = 1 - \left[1 - \left(y_p^{\alpha_p+1} + y_e^{\alpha_e+1} \right) \right]^{1/r+1}, \quad (16)$$

где

$$y_m = A_m Z_m, \quad A_m = \left[(\alpha_m + 1) \int_0^{Z_m} f_m(\beta) \frac{Z_m^{\alpha_m}}{Z_m^{(\alpha_m+1)}} \langle dZ_m \rangle \right]^{1/\alpha_m+1}, \quad m = e, p. \quad (17)$$

Согласно приведенным уравнениям, каждому процессу, характеризующему своей индивидуальной историей деформирования и изменения температуры T , на плоскостях переменных $\omega \sim W_p$, $\omega \sim W_e$ соответствует своя кривая развития поврежденности, и при изменении режима нагружения происходит переход с одной кривой на другую (принцип нелинейного суммирования повреждений).

На фазовых плоскостях $\omega \sim y_p$, $\omega \sim y_e$ процессам МЦУ и МнЦУ соответствуют свои единые обобщенные кривые развития поврежденности, однако скорость движения по этим кривым зависит от текущих параметров процессов деформирования и изменения температуры.

Введенная обобщенная энергетическая переменная y_m ($m = e, p$) позволяет установить эквивалентность различных процессов поврежденности между собой (для различных видов напряженных состояний, различных температур и различных историй деформирования) и их эквивалентность экспериментальным данным.

Таким образом, уравнение (16) описывает единую кривую накопления повреждений для данного материала при механизмах МЦУ и МнЦУ. Эта кривая может быть получена из испытаний на усталость лабораторных образцов при симметричном растяжении-сжатии. Обобщённый энергетический параметр y_m ($m = e, p$) является «внутренним» временем данных процессов. В этом времени измеряется наработка материала в опасной зоне при усталости и, при необходимости, оно может быть пересчитано в привычное для практики количество характерных циклов изменения условий нагружения.

2.3. Критерий прочности повреждённого материала

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещин) принимается условие потери устойчивости процессов накопления повреждений: производные $\partial\omega_p/\partial y_p$ или $\partial\omega_e/\partial y_e$ достигают своих критических значений:

$$\frac{\partial\omega_p}{\partial y_p} = \left(\frac{\partial\omega_p}{\partial y_p} \right)_f, \quad \frac{\partial\omega_e}{\partial y_e} = \left(\frac{\partial\omega_e}{\partial y_e} \right)_f. \quad (19)$$

Дальнейшее развитие процессов повреждённости зависит от любых случайных факторов, и контролировать эти процессы невозможно.

Численные исследования показали, что условия (19) соответствуют значению повреждённости

$$\omega_i = \omega_f \cong 0,8 \quad (i = e, p). \quad (20)$$

3. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными

Для более полного экспериментального обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходима постановка экспериментов с максимально широким диапазоном изменения кривизны траектории в пределах одного опыта. Особый интерес представляют опыты по изучению процессов сложной разгрузки материала и связанных с этим закономерностей изменения их скалярных и векторных свойств. Таким образом, постановка экспериментов по сложному активному нагружению и разгрузке материалов на плоских криволинейных, пространственных и ломаных многозвенных траекториях, а также численный анализ этих процессов являются весьма актуальными [3–5].

В работе [5] представлены результаты экспериментального исследования НДС цилиндрической оболочки при растяжении с кручением в пространстве деформаций (жесткое нагружение) по четырёхзвенной ломаной траектории $A' B' C' D'$ (Рис. 1). Стальной трубчатый образец имел толщину стенки $h = 1$ мм, радиус срединной поверхности $R = 15,5$ мм, длину рабочей части $l = 110$ мм.

Особенность экспериментальной программы состояла в том, что после простого деформирования кручением до точки A' траектория деформирования ломалась, так как далее происходило сложное разгружение образца (образец подвергался одновременному действию кручения и растяжения материала) до точки B' ; при этом локальная разгрузка образца кручением происходила при одновременном локальном увеличении деформации растяжения. В точке B' происходил второй излом траектории: образец разгружался сжатием при постоянном значении деформации кручения до точки C' . После третьего

излома траектории деформирования на угол 90° в точке C' образец снова закручивался до точки D' .

При численном моделировании данных экспериментальных процессов с использованием развитых определяющих соотношений механики поврежденной среды экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензоров деформаций $e_{ij}(t)$) являлись заданными, а траектории напряжений определялись в результате интегрирования соотношений (1)–(11) с учетом заданной истории изменения e_{ij} . Все расчёты проводились при следующих материальных параметрах образца из Стали 45 [7]: модуль сдвига $G = 76923$ МПа, модуль объёмного сжатия $K = 166667$ МПа, начальный радиус поверхности текучести $C_p^0 = 300$ МПа, модули анизотропного упрочнения $g_1 = 8000$ МПа, $g_2 = 20$.

Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными (Рис. 1, 2). На рисунке 1 представлена диаграмма сложного деформирования (зависимость интенсивности тензора напряжений σ_u от интенсивности тензора деформаций e_u), а на рисунке 2 — расчётная траектория напряжений, соответствующая реализованной траектории деформаций. Сплошные линии соответствуют численным результатам (точками A , B , C и D отмечены расчётные значения, соответствующие точкам излома траектории деформирования $A' B' C' D'$), пунктирные — экспериментальным данным [5]. Из рисунков видно качественное и количественное соответствие кривых. После каждого излома траектории деформирования в точках A' , B' и C' на диаграмме деформирования (Рис. 1) наблюдаются «обратные нырки» напряжений (по терминологии, введённой В.Г. Зубчаниновым [5]).

К настоящему моменту выполнен большой объём экспериментальных исследований по циклическому одноосному деформированию конструкционных материалов. Эксперименты свидетельствуют об их сложном циклическом поведении. Например, при деформировании с постоянной амплитудой деформации в начале, как правило, наблюдается переходная стадия циклического упрочнения или разупрочнения материала, после которой у некоторых сталей наблюдается стабилизация формы петли гистерезиса. При изменении амплитуды вновь возникает переходная стадия, а затем стабилизация формы петли происходит относительно нового значения [6–10]. Экспериментальные исследования показывают, что непропорциональное циклическое деформирование существенно отличается от пропорционального, и эти процессы нельзя описать, пользуясь экспериментальными результатами одноосных или пропорциональных нагружений [6–10]. Кроме того, материал, почти не проявляющий свойства упрочнения при пропорциональном деформировании, заметно упрочняется при непропорциональном деформировании вследствие развития микроскопических механизмов преобразования структуры материала [7, 8].

Одним из вариантов упрочнения при непропорциональном деформировании материалов является циклическое деформирование по замкнутым ломаным многозвенным траекториям. При этом достигаемая степень упрочнения материала, как показывают опыты [3], зависит не только от параметров процесса деформирования, но и от свойств самого материала (см. таблицы 1–3, в которых приведены физико-механические характеристики и параметры модели упругопластичности для сталей 40X16H9Г2С и 08X18H10Т).

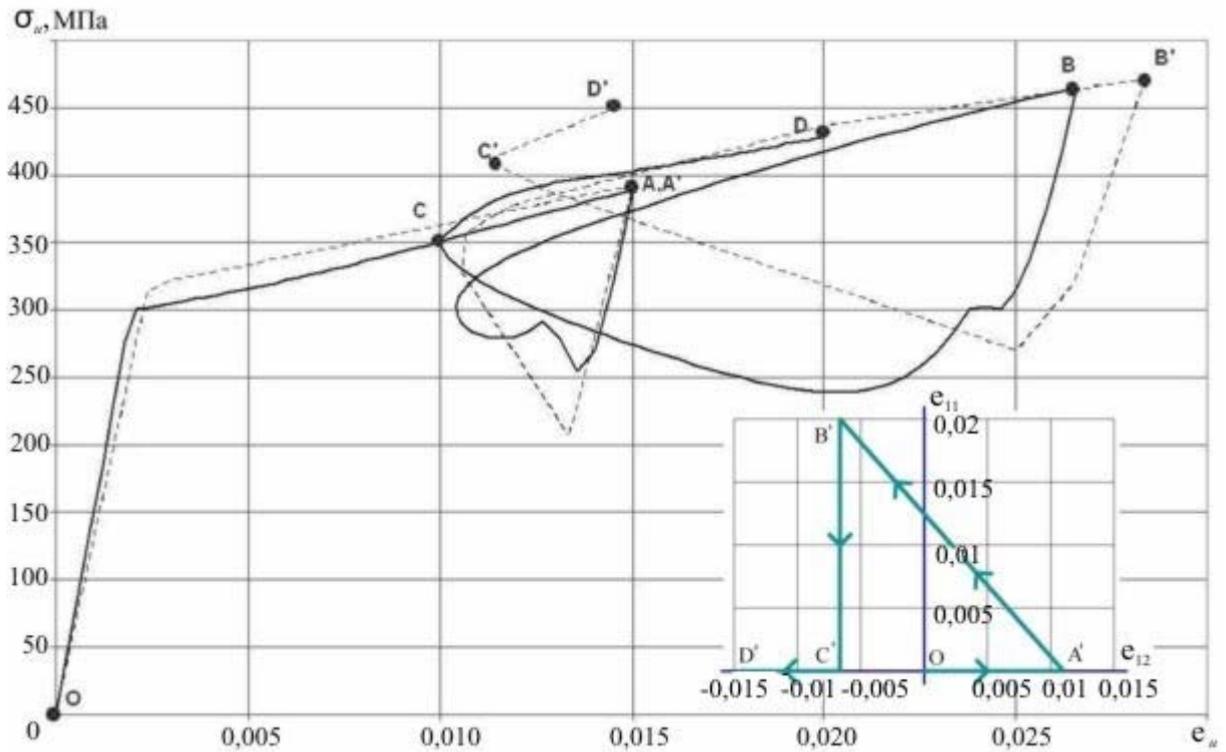


Рис. 1. Диаграмма сложного деформирования материала:
 — результаты расчета; - - - эксперимент

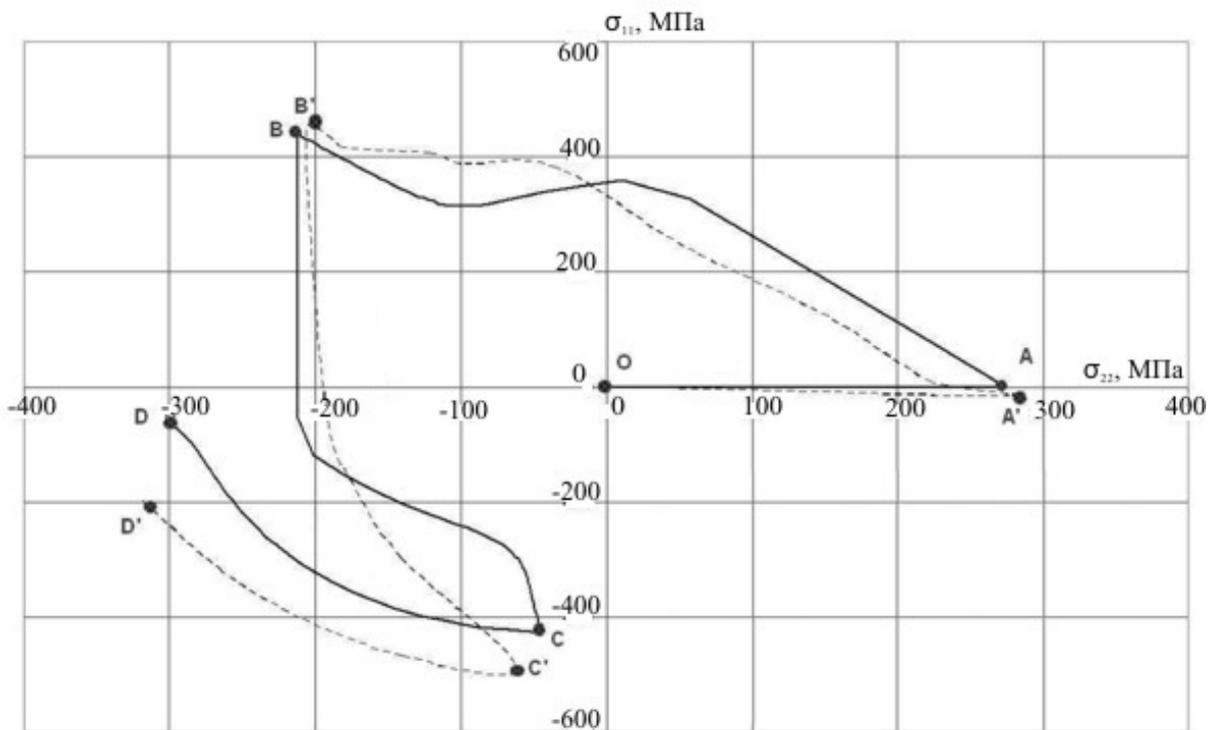


Рис. 2. Расчётная траектория напряжений, соответствующая реализованной траектории деформаций:
 — результаты расчета; - - - эксперимент

Таблица 1. Физико-механические характеристики и параметры модели упругопластичности

Название константы или параметра	Материал	
	Сталь 40X16H9Г2С	Сталь 08X18H10Т
Модуль объёмного сжатия K , МПа	116789	172920
Модуль сдвига G , МПа	60220	78700
Модуль Юнга E , МПа	154162	199000
Коэффициент температурного расширения α , 1/град	0,0000166	0,0000166
Начальный радиус поверхности текучести C_p^0 , МПа	150	184,5
Модуль анизотропного упрочнения g_1 , МПа	25500	23236
Модуль анизотропного упрочнения g_2	300	358,6
Параметр скорости стабилизации петли гистерезиса a	15	14

Таблица 2. Модуль монотонного упрочнения q_1

Длина траектории пластического деформирования материала χ_m	Материал	
	Сталь 40X16H9Г2С	Сталь 08X18H10Т
	Значения модуля	
0	-3000	-17000
0,003	-500	-4000
0,004	200	-2233,34
0,006	600	1300
0,007	700	1300
0,008	800	1300
0,009	900	1300
0,01	950	1261,67
0,012	1000	1185
0,015	1000	1159
0,018	1000	1117
0,021	1000	1107
0,023	985	1101,16
0,3	750	292,08
0,4	0	0

Таблица 3. Модуль циклического упрочнения Q_1 , соответствующий различным значениям радиуса поверхности «памяти» ρ_{\max}

Материал			
Сталь 40X16H9Г2С		Сталь 08X18H10Т	
ρ_{\max} , МПа	Q_1 , МПа	ρ_{\max} , МПа	Q_1 , МПа
0	195,1	0	184
32,09	204,7	10	178,5
50	210,1	20	173
54,5	211,5	30	171
66,38	215	40	169
73,6	217,2	50	174
81,4	220,5	60	183
96,1	226,7	70	200
100	228,4	80	217
104,5	230,3	90	243,5
112,8	272,6	100	270
147	300	110	270
150	300	200	270

На рисунке 3 показана диаграмма сложного деформирования Стали 40X16Н9Г2С, а на рисунке 4 — траектория напряжений, соответствующая реализованной в пространстве деформаций четырёхзвенной замкнутой ломаной траектории деформирования. Осуществлено три полных цикла нагружения. Для сравнения приведены экспериментальные кривые, соответствующие опытным данным работы [3]. Точками O'_i , A'_i , B'_i , C'_i отмечены экспериментальные значения начала каждого из звеньев, точками O_i , A_i , B_i , C_i ($i=1, 2, 3$) — соответствующие расчётные значения. Рисунок также свидетельствует о качественном и количественном совпадении опытных и расчётных данных, а также показывает, что в конце третьего цикла параметры напряжённого состояния не стабилизируются. При этом в начале второго звена третьего цикла увеличение модуля вектора напряжений составляет 34% по сравнению с его значением в начале второго участка первого этапа нагружения [3].

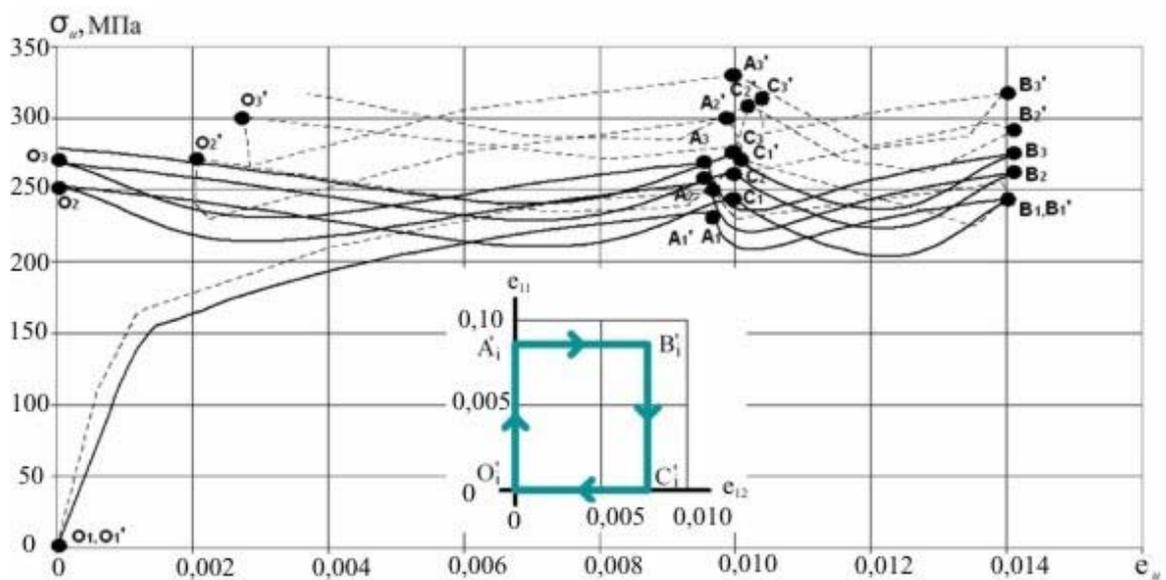


Рис. 3. Диаграмма сложного деформирования стали 40X16Н9Г2С:
 — — — — эксперимент
 ————— результаты расчета;

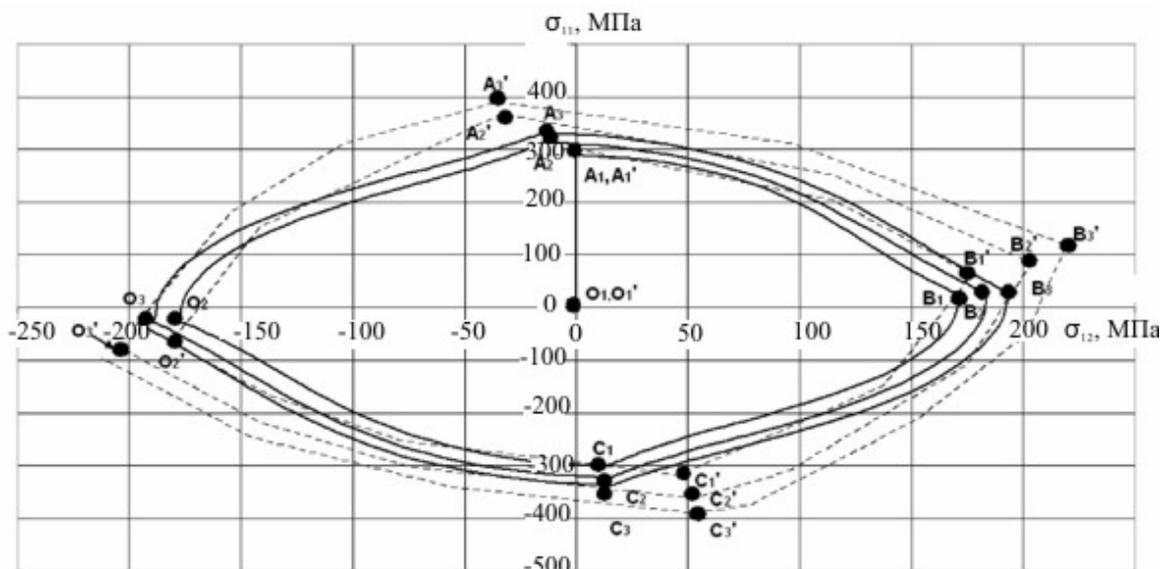


Рис. 4. Траектория напряжений, соответствующая реализованной четырёхзвенной замкнутой ломаной траектории деформирования: — — — — эксперимент
 ————— результаты расчета;

Таким образом, деформирование по плоским замкнутым траекториям непропорционального нагружения можно рекомендовать в качестве эффективного варианта упрочнения для конструкционных материалов.

На рисунках 5, 6 представлены результаты расчетного анализа процессов накопления усталостных повреждений для Стали 08X18H10T при $T = 20^\circ\text{C}$ и следующих режимах нагружения:

– двухблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,004$ до $\omega = 0,2$, затем переход на циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,006$ до разрушения $\omega_f = 1$ (Рис. 5, а и 6, а);

– двухблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,006$ до $\omega = 0,2$, затем переход на амплитуду $e_{11} = 0,004$ до разрушения (Рис. 5, б и 6, б).

При одноблочном циклическом нагружении с первой амплитудой $e_{11} = 0,004$ длительность стадии зарождения микродефектов ($\omega = 0$) составляет $N_1 \cong 2900$ циклов, а число циклов до разрушения — $N_{f1} \cong 4700$. При одноблочном циклическом нагружении с второй амплитудой $e_{11} = 0,006$ длительность этой стадии составляет $N_2 \cong 90$ циклов, а $N_{f2} \cong 960$ циклов.

В условиях двухблочного циклического нагружения по первому режиму (Рис. 5, а, б, а) при переходе от амплитуды $e_{11} = 0,004$ к амплитуде $e_{11} = 0,006$ число циклов равно $N_1 \cong 3820$ и при $\omega = 0,2$ наблюдается переход с одной кривой на другую. Суммарное количество циклов до разрушения ($\omega_f = 1$) равно $N_f \cong 4240$.

Согласно правилу линейного суммирования повреждений [1, 2], получается:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} = \frac{3820}{4700} + \frac{N_2}{960} = 1 \quad \text{и} \quad N_2 \cong 180 \quad \text{циклов.} \quad (21)$$

Но из рисунка 6, а следует, что $N_2 \cong 420$ ($N_2 = N_f - N_1$). Подстановка этого значения N_2 в выражение (21) приводит к неравенству:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} \cong 1,25 > 1, \quad (22)$$

что соответствует экспериментальным данным [11]. Правило линейного суммирования повреждений приводит к ошибке в консервативную сторону.

В условиях двухблочного циклического нагружения по второму режиму (Рис. 5, б, б, б) при переходе с амплитуды $e_{11} = 0,006$ на $e_{11} = 0,004$ число циклов равно $N_2 \cong 520$, при $\omega = 0,2$ наблюдается переход с одной кривой на другую. Суммарное количество циклов до разрушения ($\omega_f = 1$) равно $N_f \cong 1480$.

Предсказываемое правилом линейного суммирования остаточное количество циклов N_1 до разрушения равно:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{4700} + \frac{520}{960} = 1, \quad \text{и} \quad N_1 \cong 2160 \quad \text{циклов.} \quad (23)$$

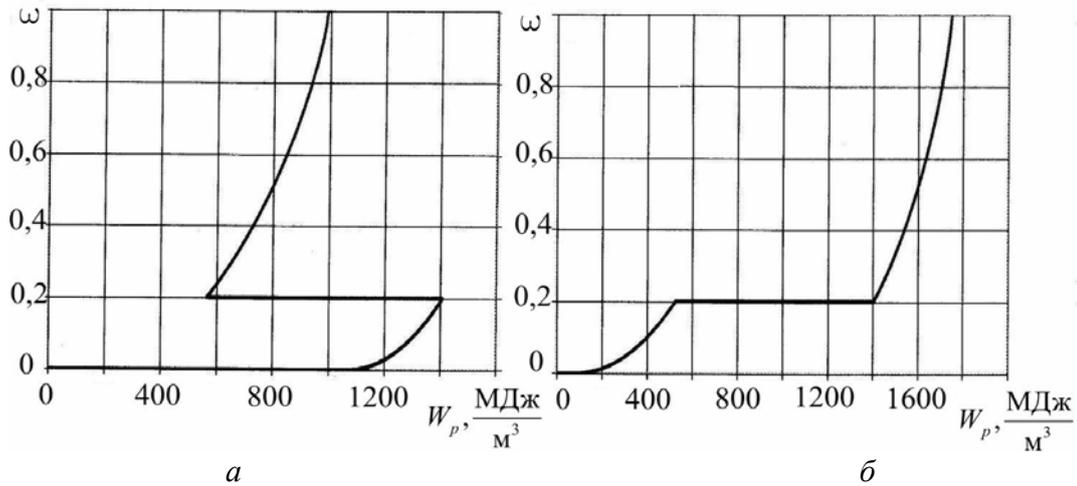


Рис. 5. Зависимость накопления усталостных повреждений от режима нагружения в стали 08X18H10T

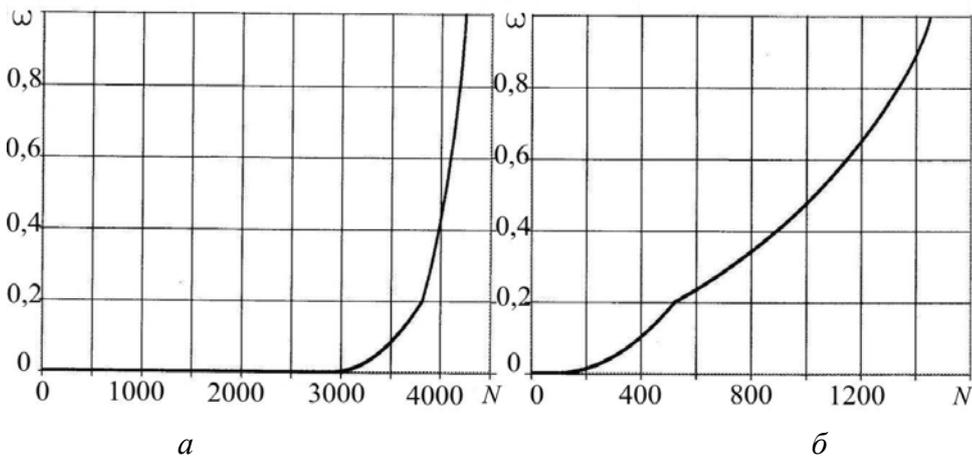


Рис. 6. Зависимость накопления усталостных повреждений от числа циклов нагружения в стали 08X18H10T

Но из рисунка 6, б следует, что $N_1 \cong 930$ ($N_1 = N_f - N_2$). Подстановка этого значения в выражение (21) приводит к неравенству:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{930}{4700} + \frac{520}{960} \cong 0,74 < 1, \quad (24)$$

что соответствует экспериментальным данным [11]. Правило линейного суммирования повреждений в этом случае дает ошибку в неконсервативную сторону.

4. Заключение

Развита математическая модель механики повреждённой среды, описывающая процессы сложного пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и сплавах). Разработанная модель позволяет учесть:

– монотонное и циклическое упрочнение, а также эффекты циклической памяти материала при пропорциональном и непропорциональном деформировании, включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала;

- локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций;
- нелинейное суммирование повреждений при изменении условий нагружения и от отдельных механизмов.

Литература

1. Митенков Ф.М., Кайдалов В.Ф., Коротких Ю.Г. и др. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2007. – 448 с.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424с.
3. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. – Тверь: ТГТУ, 2003. – Кн. 1. Процессы сложного деформирования. – 172с.
4. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. – Тверь: ТГТУ, 2004. – Кн. 2. Процессы сложного нагружения. – 184 с.
5. Зубчанинов В. Г., Гультияев В. И., Зубчанинов Д. В. Экспериментальное исследование процессов сложного деформирования материала Ст 45 на многозвенных траекториях // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2007. – Вып. 69. – С. 95-98.
6. Охаси И. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 2. – С. 6-15.
7. Охаси И. Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 4. – С. 61-73.
8. Лэмба Г.С., Сайдботтом О.М. Пластичность при циклическом деформировании по непропорциональным траекториям. Часть 1. Эксперименты с циклическим упрочнением, приспособляемостью и последующим деформационным упрочнением // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1978. – Т. 100, № 1. – С. 108-117.
9. Макдауэлл Д.Л. Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 4. – С. 98-111.
10. Бернард-Конноли М., Бью-Куок Т., Бирон А. Усталость коррозионнстойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1983. – Т. 105, № 3. – С. 47-53.
11. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226с.
12. Боднер С.Р., Линдхолм У.С. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1976. – Т. 100, № 2. – С. 51-58.
13. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 1. – С. 90-98.