

ВЛИЯНИЕ ТИПА КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПАНЕЛЕЙ ИЗ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

А.И. Олейников¹, С.Н. Коробейников², К.С. Бормотин¹

¹*Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
Комсомольск-на-Амуре, 681013, Россия*

²*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, 630090, Россия*

Проведено компьютерное моделирование процесса формообразования элемента крыльевой панели с использованием программных продуктов корпорации MSC.Software: MSC.Marc 2007 и MSC.Patran 2007. Рассмотрены четыре 3D конечно-элементные модели с разными типами конечных элементов (тетраэдральными и гексагональными, с трилинейной и триквадратичной аппроксимацией геометрии и перемещений). Показано, что использование тетраэдральных конечных элементов постоянной деформации не позволяет правильно определить конфигурацию отформованной панели. Для практических расчетов рекомендуется использовать гексагональные восьмиузловые конечные элементы. Показано, что при решении типичных задач формообразования крылевых панелей надо учитывать геометрическую нелинейность уравнений их деформирования.

OPTIMIZATION OF THE TYPE OF FINITE ELEMENT REPRESENTATION FOR SIMULATION OF THE FORMING PROCESS OF ELASTO-PLASTIC PANELS

A.I. Oleinikov¹, S.N. Korobeynikov² and K.S. Bormotin¹

¹*State Technical University, Komsomolsk -on-Amur, 681013, Russia*

²*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia*

Computer modeling of a forming process for wing panel elements using MSC Software products (MSC.Marc 2007 and MSC.Patran 2007) is carried out. Four 3D finite element models with different types of finite elements (tetrahedral and hexahedral, with trilinear and triquadratic interpolation functions representing coordinates and displacements) are considered. It is shown that application of tetrahedral finite elements of constant deformation does not allow us to calculate the shape of a formed panel correctly. For practical calculations, it is recommended to use hexahedral eight-node finite elements. It is shown that in solving the typical problems of wing panel forming, it is necessary to take into account the geometric nonlinearity of equations of deformation.

1. Введение

Постоянное повышение требований к качеству, снижению веса, надёжности и увеличению эксплуатационного ресурса современных изделий формирует общую ориентацию на проектирование конструкций с меньшим количеством комплектующих деталей, что влечет за собой увеличение доли крупногабаритных монолитных панелей. Крыльевые панели современных самолетов представляют собой разнотолщинные подкрепленные оболочки двойной знакопеременной кривизны, изготовленные совместно с разновысотными ребрами жесткости из одной плиты. Эти конструктивные особенности значительно затрудняют применение теории тонкостенных оболочечных конструкций [1, 2] и методов усреднения [3] при описании деформирования панелей и требуют

решения задач о пространственном напряженно-деформированном состоянии каким-либо численным методом, например, методом конечных элементов (МКЭ) [4, 5].

Принципиальные трудности вычислительного моделирования процессов изготовления монолитных панелей обусловлены их сложной геометрией в сочетании с крупногабаритностью, а также сильной нелинейностью процессов формообразования: физической, геометрической и контактной. Эти обстоятельства, а также современные стандарты высокоточного моделирования предусматривают применение компьютеров и вычислительных технологий на пределе их современных возможностей [6, 7]. Последнее, в свою очередь, требует тщательного рассмотрения влияния типа используемых конечных элементов на точность и ресурсы вычислений при различных комбинациях нелинейностей, которые имеют место в процессе формообразования. Очевидно, что учет физической нелинейности – нелинейности определяющих соотношений материала, является обязательным звеном моделирования формообразования вследствие необходимости учета необратимых деформаций, описываемых здесь моделью упругопластического материала. Современные высокопрочные лёгкие сплавы требуют больших упреждающих перемещений при гибке панелей. Отсюда следует, что без учета геометрической нелинейности – нелинейности уравнений равновесия и кинематических связей при описании изменения геометрии заготовки в процессе деформирования, невозможно провести корректное моделирование процессов нагружения и разгрузки заготовки. Учет контактной нелинейности необходим при определении заранее неизвестной границы контакта заготовки и штамповой оснастки, а также сил, действующих в области их контакта.

В данной работе реальная панель заменяется некоторой её моделью – характерным элементом, который представляет собой разнотолщинную квадратную пластинку двойной знакопеременной кривизны. На этой модели можно оценить влияние типа конечных элементов на напряженно-деформированное состояние формуемых панелей при разных комбинациях данных нелинейностей. Настоящее исследование ограничивается учетом только физической и геометрической нелинейностей при моделировании процесса формообразования панели либо заданными силами, либо кинематическими ограничениями, обеспечивающими ее деформирование, близкое к чистому изгибу. Такой изгиб производится заданными силами или перемещениями, приложенными в вершинах углов заготовки [6]. Решения задач формообразования элемента панели проводились с использованием пакета MSC.Marc 2007 [8]. Так как формообразование панели проводится в условиях, близких к чистому изгибу, то при математическом моделировании этого процесса деформации материальных волокон панели предполагаются малыми, а повороты и перемещения материальных частиц допускаются большими.

Целью настоящей работы являются:

- выбор типа конечного элемента в библиотеке элементов пакета MSC.Marc 2007 [8], представляющего разумный компромисс между простотой, стоимостью расчетов и точностью компьютерного моделирования формообразования панели;
- оценка влияния учета геометрической нелинейности уравнений МДТТ на конфигурацию отформованной панели.

Численным экспериментом установлено, что наиболее подходящим типом конечного элемента для решения задач формообразования крыльевых панелей является восьмиузловой гексагональный изопараметрический элемент с трилинейной аппроксимацией геометрии и компонент вектора перемещений. Показано, что при математическом моделировании формообразования крыльевых панелей надо учитывать геометрическую нелинейность уравнений их деформирования, так как в противном случае моделирование показывает существенное завышение остаточных деформаций (то есть неправильное определение конфигурации отформованной панели).

2. Уравнения деформирования тел из упругопластического материала

Формулировка уравнений МДТТ без учета геометрической нелинейности деформирования, то есть в предположении малости деформаций, поворотов и перемещений, но допустимости больших трансляционных перемещений тела как жесткого целого, называется MNO (Material Nonlinear Only), а при учете геометрической нелинейности различают две формулировки уравнений: или TL (Total Lagrangian), или UL (Updated Lagrangian) [4, 8, 9], которые различаются выбором отсчетной конфигурации деформируемого тела. В случае TL-формулировки в качестве отсчетной конфигурации выбирается начальная конфигурация тела, а для UL-формулировки — текущая (деформированная) конфигурация. Так как при выборе определяющих соотношений упругопластического деформирования с учетом малых деформаций и больших перемещений/поворотов TL-формулировка уравнений МДТТ предпочтительнее UL – формулировки (см., например, [9]), то при учете геометрической нелинейности деформирования в дальнейшем будет рассматриваться только TL-формулировка уравнений.

2.1. MNO-формулировка уравнений МДТТ

1. Уравнение равновесия в слабой форме (уравнение принципа возможных перемещений или уравнение баланса виртуальных работ) таково:

$$\int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV + \int_{S_T} \mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} dS, \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (\delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } S_u). \quad (1)$$

Здесь и далее $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ – соответственно симметричные тензоры напряжений и деформаций Коши; \mathbf{u} – вектор перемещений; \mathbf{f} – вектор массовых сил (сил, действующих на единицу массы тела); V – область, занимаемая телом в отсчетной конфигурации; S – замкнутая поверхность, ограничивающая область V ; S_u , S_T – части поверхности $S = S_u \cup S_T$ ($S_u \cap S_T = \emptyset$), на которых заданы векторы перемещений \mathbf{u} и поверхностных сил $\mathbf{T} \equiv \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{N}$: $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$ на S_u , $\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{T}^*$ на S_T ; \mathbf{N} – единичный вектор внешней нормали к поверхности S_T ; ρ – массовая плотность материала в отсчетной конфигурации; индекс «*» обозначает заданную величину; точка между тензорами и/или векторами обозначает операцию их внутреннего произведения (свертки по одному индексу); знак «:» между тензорами обозначает операцию их двойного внутреннего произведения (свертки по двум индексам); знак « δ » обозначает вариацию, так что $\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на S_u (граничные условия на S_u являются главными, а на S_T – естественными).

2. Кинематическое соотношение (связь тензора деформаций Коши с тензором градиента перемещений) имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad (2)$$

где $\nabla \mathbf{u}$ — тензор градиента перемещений (знак ∇ обозначает набла-вектор, определяемый по отношению к начальной конфигурации тела); здесь и далее индекс « T » обозначает операцию транспонирования.

3. Определяющее соотношение записывается в форме:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3)$$

где \mathbf{C} – тензор четвертого ранга, компоненты которого в общем случае зависят от компонент тензоров напряжений и деформаций (и, возможно, их скоростей); здесь и далее точка над величиной обозначает материальную производную, то есть частную производную этой величины по параметру деформирования (времени) t для фиксированной материальной точки. В частности, к материалам, определяющие соотношения которых записываются в виде (3), относятся упругопластические материалы. Компоненты тензора \mathbf{C} для теории упругопластического течения, как для случая идеального, так и для материала с изотропным упрочнением, приведены в [9].

2.2. TL-формулировка уравнений МДТТ

1. Уравнение равновесия в слабой форме (уравнение баланса виртуальных работ) таково:

$$\int_V \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV = \int_V \rho \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV + \int_{S_T} \tilde{\mathbf{T}}^* \cdot \delta \mathbf{u} dS, \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (\delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } S_u). \quad (4)$$

Здесь и далее: \mathbf{S} – второй тензор напряжений Пиола-Кирхгофа, \mathbf{E} – тензор деформаций Грина-Лагранжа; на части поверхности S_T задается вектор поверхностных сил $\tilde{\mathbf{T}} \equiv \mathbf{N} \cdot (\mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot \nabla \mathbf{u})$.

2. Кинематическое соотношение (связь тензора деформаций Грина-Лагранжа с тензором градиента перемещений) имеет вид

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T + \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}^T). \quad (5)$$

3. Определяющее соотношение записывается в форме:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{E}}. \quad (6)$$

3. Уравнения деформирования твердых тел, записанные в приращениях

Для применения шаговой процедуры интегрирования уравнений по параметру деформирования t из уравнений, представленных в п.1, требуется получить уравнения деформирования твердых тел, записанные в приращениях. Считаем шаг Δt достаточно малым. Предполагаем, что в момент t все искомые величины определены, то есть уравнения (1) и (4) выполнены тождественно. Зависимость исследуемых функций от t показываем далее левым верхним индексом: например, ${}^t \mathbf{S}$ и ${}^{t+\Delta t} \mathbf{S}$ обозначают второй тензор напряжений Пиола-Кирхгофа, определенный в моменты деформирования t и $t + \Delta t$ соответственно. Здесь и далее знак Δ перед величиной означает ее приращение с момента t к моменту $t + \Delta t$, например, $\Delta \mathbf{S} \equiv {}^{t+\Delta t} \mathbf{S} - {}^t \mathbf{S}$ и $\Delta \mathbf{E} \equiv {}^{t+\Delta t} \mathbf{E} - {}^t \mathbf{E}$.

Рассматривая уравнение (1) в момент $t + \Delta t$ и вычитая из обеих частей этого уравнения член $\int_V {}^t \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV$, получаем $\forall \delta \mathbf{u}$ ($\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на S_u):

$$\int_V \Delta \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \rho {}^{t+\Delta t} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV + \int_{S_T} {}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} dS - \int_V {}^t \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV. \quad (7)$$

Линеаризуя определяющие соотношения (3) относительно момента t , имеем:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = {}^t \mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (8)$$

Подставляя выражение для $\Delta \boldsymbol{\sigma}$ из (8) в левую часть равенства (7), получаем линейризованное уравнение принципа возможных перемещений, записанное в приращениях $\forall \delta \mathbf{u}$ ($\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на S_u):

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon} : {}^t \mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \rho {}^{t+\Delta t} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV + \int_{S_T} {}^{t+\Delta t} \mathbf{T}^* \cdot \delta \mathbf{u} dS - \int_V {}^t \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV. \quad (9)$$

Аналогичным образом получаем линейризованное уравнение равновесия в приращениях, записанное в слабой форме, для TL-формулировки уравнений $\forall \delta \mathbf{u}$ ($\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ на S_u):

$$\int_V \delta \mathbf{e} : {}^t \mathbf{C} : \mathbf{e} dV + \frac{1}{2} \int_V {}^t \mathbf{S} : \delta [\nabla \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T] dV = \int_V \rho {}^{t+\Delta t} \mathbf{f} \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} dV + \int_{S_T} {}^{t+\Delta t} \tilde{\mathbf{T}}^* \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} dS - \int_V {}^t \mathbf{S} : \delta \mathbf{e} dV. \quad (10)$$

Здесь $\tilde{\mathbf{u}} \equiv \Delta \mathbf{u}$, $\mathbf{e} \equiv \frac{1}{2} (\nabla \tilde{\mathbf{u}} + \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T + \nabla^t \mathbf{u} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T + \nabla \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla^t \mathbf{u}^T)$.

4. Пространственная дискретизация уравнений

Дискретный аналог скалярных уравнений (9), (10) получим, используя МКЭ. В обоих случаях приходим к уравнению вида [8, 9]:

$$\delta \mathbf{U}^T {}^t \mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = \delta \mathbf{U}^T ({}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}), \quad \forall \delta \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N_{eq}}. \quad (11)$$

Здесь $\Delta \mathbf{U}$ - вектор приращений узловых перемещений; ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}$ и ${}^t \mathbf{F}$ - приведенные к узлам векторы внешних и внутренних сил, определенные в моменты $t+\Delta t$ и t соответственно; ${}^t \mathbf{K}$ - симметричная матрица касательной жесткости, определенная в момент t ; N_{eq} - число независимых степеней свободы.

В силу произвольности вектора $\delta \mathbf{U}$ скалярное уравнение (11) эквивалентно векторному уравнению

$${}^t \mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}. \quad (12)$$

После определения вектора приращений узловых перемещений $\Delta \mathbf{U}$ из системы линейных уравнений (12), решение ${}^{t+\Delta t} \mathbf{U}$ для вектора узловых перемещений в момент времени $t + \Delta t$ определяем по формуле ${}^{t+\Delta t} \mathbf{U} = {}^t \mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}$. Далее это решение уточняем методом Ньютона-Рафсона до тех пор, пока вектор невязки на i -ой итерации ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i)}$ не станет близким к нулевому вектору (в смысле евклидовой нормы) в пределах заданной относительной погрешности решения.

Для определения матрицы ${}^t \mathbf{K}$ и векторов ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}$ и ${}^t \mathbf{F}$ в системе алгебраических уравнений (12) и решения этой системы используем пакет MSC.Marc 2007 [8], в котором предусмотрен учет всех типов нелинейностей уравнений МДГТ. Геометрическое моделирование и отображение результатов расчетов проводим пакетом MSC.Patran 2007 [10].

5. Конечно-элементные модели заготовки крыльевой панели

В качестве характерного элемента исходной фрезерованной заготовки панели рассматривается пластинка $180 \times 180 \times 6$ мм с отступами на углах по 10 мм, которые формируют угловые выступы $20 \times 20 \times 6$ мм для равномерного распределения приложенных внешних сил, и с четырьмя односторонними симметрично расположенными несквозными вырезами $40 \times 40 \times 3$ мм. Четыре различные конечно-элементные модели этой пластинки, созданные в пакете MSC.Patran (лицензионное свидетельство ЕС 4681 от MSC.Software GMBH) [10], представлены на рисунке 1.

Модель 1 (Рис. 1, *а*). КЭ сетка пластинки состоит из 2432 восьмиузловых (всего 4103 узла) изопараметрических трехмерных гексагональных элементов (тип Hex8 в MSC.Patran и тип 7 в MSC.Marc).

Модель 2 (Рис. 1, *б*). КЭ сетка пластинки состоит из 608 двенадцатиузловых (всего 3885 узла) изопараметрических трехмерных гексагональных элементов (тип Hex20 в MSC.Patran и тип 21 в MSC.Marc).

Модель 3 (Рис. 1, *в*). КЭ сетка пластинки состоит из 12160 четырехузловых (всего 4103 узла) трехмерных тетраэдральных элементов постоянной деформации (тип Tet4 в MSC.Patran и тип 134 в MSC.Marc).

Модель 4 (Рис. 1, *г*). КЭ сетка пластинки состоит из 3040 десятиузловых (всего 6165 узла) изопараметрических трехмерных тетраэдральных элементов (тип Tet10 в MSC.Patran и тип 127 в MSC.Marc).

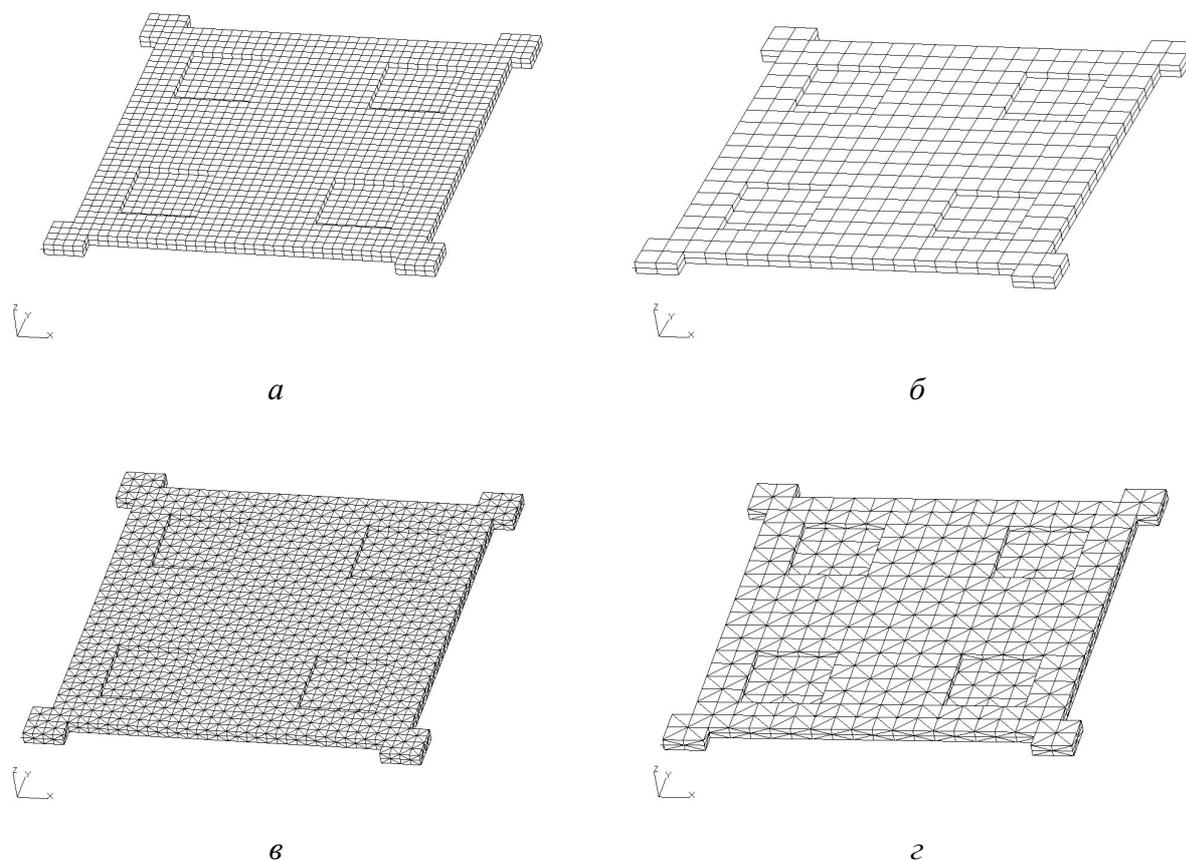


Рис. 1. Конечноэлементные сетки заготовки с гексагональными элементами первого (*а*) и второго (*б*) порядков и тетраэдральными элементами первого (*в*) и второго (*г*) порядков

При построении моделей 1 и 3 базовая длина ребра линейных элементов задается равной 5 мм, а для квадратичных элементов моделей 2 и 4 – 10 мм. Модели 1 и 3 интерполируют геометрию пластинки и расчетные перемещения её точек трilinearными полиномами, а модели 2 и 4 – трикватратичными полиномами. Численное интегрирование матриц и векторов элементов в MSC.Marc осуществляется по квадратурным формулам Гаусса-Лежандра с 8-ю, 27-ю, 1-ой и 4-мя точками для моделей 1, 2, 3 и 4, соответственно.

Материал панели – алюминиевый сплав В95пчТ2 со следующими характеристиками упругопластического материала: модуль Юнга $E = 5100 \text{ кг/мм}^2$; коэффициент Пуассона $\nu = 0,365$; предел текучести $\sigma_y = 43 \text{ кг/мм}^2$; касательный модуль линейного упрочнения $E_t = 2163,43 \text{ кг/мм}^2$ [11].

Формообразование, близкое к чистому изгибу, осуществляется либо диагонально-оппозитным давлением $P = 0,5 \text{ кг/мм}^2$, которое равномерно распределено по площади 400 мм^2 на каждом из угловых выступов данной пластинки и действует по нормали к их поверхностям в отсчетной конфигурации, либо соответствующими перемещениями угловых узлов выступов. Центральная срединная точка заготовки закреплена по вертикали и вся центральная вертикальная ось – по горизонтали. На срединных осях симметрии в направлениях осей x, y запрещено перемещение вдоль осей y, x соответственно.

6. Моделирование процесса формообразования элемента панели

В результате чистого изгиба и разгрузки из модели заготовки образуется заданный элемент панели двойной знакопеременной кривизны. Для численного моделирования всех процессов гибки используется пакет MSC.Marc (лицензионное свидетельство ЕС 4681 от MSC.Software GMBH). При этом рассматриваемый процесс формообразования разделяется на две последовательных стадии: активную стадию, на которой происходит упругопластическое деформирование заготовки заданными силами или перемещениями, и пассивную стадию, соответствующую разгрузке в условиях упругого деформирования.

6.1. Активная стадия формообразования

6.1.1. Решение задачи об изгибе заготовки в рамках статических уравнений линейной теории упругости

Сначала рассматривается деформирование заготовки диагонально-оппозитным давлением P (статическая постановка). Из сравнения результатов расчетов с использованием для заготовки конечно-элементных моделей 1–4 следует, что распределения напряжений (например, эффективного напряжения, см. Рис. 2), то есть силовые характеристики деформирования, практически совпадают. Однако кинематические характеристики – прогибы, близки только для моделей 1, 2, 4, а для модели 3 прогиб существенно, почти в три раза, занижен по сравнению с предыдущими (Табл. 1). Результат этого расчета согласуется с выводом работ [12, 13] о том, что элементы постоянной деформации (тетраэдры) делают конечно-элементную модель слишком «жесткой» по сравнению с исходной.

Таблица 1. Величины прогибов (мм) крайних угловых точек выступов

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
18.049885	18.356979	6.633639	18.208105

Далее рассматриваются результаты моделирования процесса деформирования заготовки в кинематической постановке с диагонально-оппозитными вертикальными перемещениями крайних угловых узлов выступов, равными 18,205 мм. Здесь, в противоположность силовой постановке, кинематические характеристики деформирования, то есть распределения деформаций и перемещений, для всех моделей практически одинаковы, а распределения напряжений отличаются, но уже не так сильно, как различаются компоненты вектора перемещений в статической постановке (отклонения величин эффективного напряжения σ_e от его среднего значения не превышает 6%).

6.1.2. Решение задачи об изгибе заготовки с учетом физической нелинейности (MNO-формулировка, кинематическая постановка)

При нагружении заготовки тем же, что и п. 6.1.1, давлением вертикальные перемещения крайних угловых узлов становятся равными по величине 37 мм, то есть почти вдвое превышают перемещения, полученные без учета физической нелинейности. В кинематической постановке вертикальные перемещения этих узлов рассматриваются как монотонно возрастающие от нуля заданные величины, принимающие значения 37 мм в конечной точке активной стадии квазистатического формообразования заготовки. При этом относительное отклонение величины концентрации эффективного напряжения от его среднего значения так же, как и в пункте 6.1.1, не превышает 6% (Табл. 2). Разброс в величинах эффективных упругопластических деформаций для данных моделей ограничен 9%.

Patran 2007 r1a 07-May-08 12:59:44

Fringe: Default Static Step, A1:Incr=1,Time=1.00000, Stress, , von Mises, (NON-LAYERED)

Deform: Default Static Step, A1:Incr=1,Time=1.00000, Displacement, Translation.



Рис. 2. Распределение эффективного напряжения σ_e при изгибе (модель 2)

Таблица 2. Наибольшие значения эффективного напряжения σ_e (кг/мм²)
(упругопластический материал заготовки, MNO-формулировка уравнений)

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
53,827518	48,893932	45,281731	57,236771

6.1.3. Решение задачи об изгибе заготовки с учетом физической и геометрической нелинейностей (TL-формулировка, кинематическая постановка)

Учет влияния перемещений и поворотов на геометрию деформирующейся заготовки несколько уменьшает (с 6% до 5%) относительный разброс величины концентрации эффективного напряжения от их среднего значения вблизи углов вырезов (см. Табл. 3). Существенно (до 2%) эти отклонения уменьшаются для эффективных упругопластических деформаций.

Таблица 3. Наибольшие значения эффективного напряжения σ_e (кг/мм²)
(упругопластический материал заготовки, TL-формулировка уравнений)

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
52,342251	48,342449	45,983490	55,505116

6.2. Пассивная стадия формообразования

В этом пункте рассматривается процесс разгрузки свободной от внешних воздействий заготовки, для которой в качестве начального напряженно-деформированного состояния перед разгрузкой используются поля векторов перемещений и тензоров напряжений и деформаций, полученные при решении задачи об изгибе заготовки в кинематической постановке. Предполагается, что при разгрузке происходит чисто упругое деформирование без появления новых дополнительных пластических деформаций, поэтому на данной стадии используется линейно-упругая модель материала. Остаточные деформации отвечают равновесному напряженному состоянию элемента панели, свободному от действия внешних сил.

6.2.1. MNO-формулировка уравнений

В качестве исходной берётся деформированная конфигурация с максимальным прогибом 37 мм, полученная при определении изгиба заготовки из упругопластического материала в предположении геометрической линейности деформирования (MNO-формулировка, п. 6.1.2). Из таблицы 4 видно, что остаточный прогиб для крайних угловых точек выступов при использовании модели 3 существенно (более чем в два раза) завышен по сравнению с применением моделей 1, 2 и 4.

Таблица 4. Величины остаточных прогибов (мм) крайних угловых точек выступов
(MNO-формулировка уравнений)

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
6,410295	6,466055	14,491721	6,184638

6.2.2. TL-формулировка уравнений

В таблице 5 приведены величины остаточного прогиба для крайних угловых точек выступов после разгрузки, полученные при учете геометрической нелинейности от нагруженных конфигураций (см. п. 6.1.3).

Таблица 5. Величины остаточных прогибов (мм) крайних угловых точек выступов (линейная упругость, TL-формулировка)

Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
11,180155	11,595573	16,929253	11,514233

Так же как и для MNO-формулировки уравнений (см. Табл. 4), прогибы, представленные в таблице 5, близки для моделей 1, 2, 4, а для модели 3 остаточный прогиб, по сравнению с предыдущими, заметно (до 34%) завышен.

Из результатов расчетов, представленных в таблицах 4 и 5, следует, что игнорирование эффектов геометрической нелинейности уравнений МДТТ при моделировании изгиба заготовки приводит к занижению величин остаточных максимальных прогибов для моделей 1, 2 и 4 почти в два раза, а для модели 3 – на 34%.

Качественно картина распределения эффективных остаточных напряжений для всех моделей одинакова (Рис. 3), однако их величины, например, вблизи углов вырезов для модели 3, получаются в среднем в два раза заниженными в сравнении с остальными моделями. Этот факт, так же как завышенная жесткость модели 3, соответствует теоретическим положениям о занижении энергии деформации конструкции при ее конечно-элементном представлении [12, 13].

Patran 2007 r1a 07-May-08 13:11:06

Fringe: Default Static Step, A4:Incr=47,Time=1.00000, Stress, , von Mises, (NON-LAYERED)

Deform: Default Static Step, A4:Incr=47,Time=1.00000, Displacement, Translation,

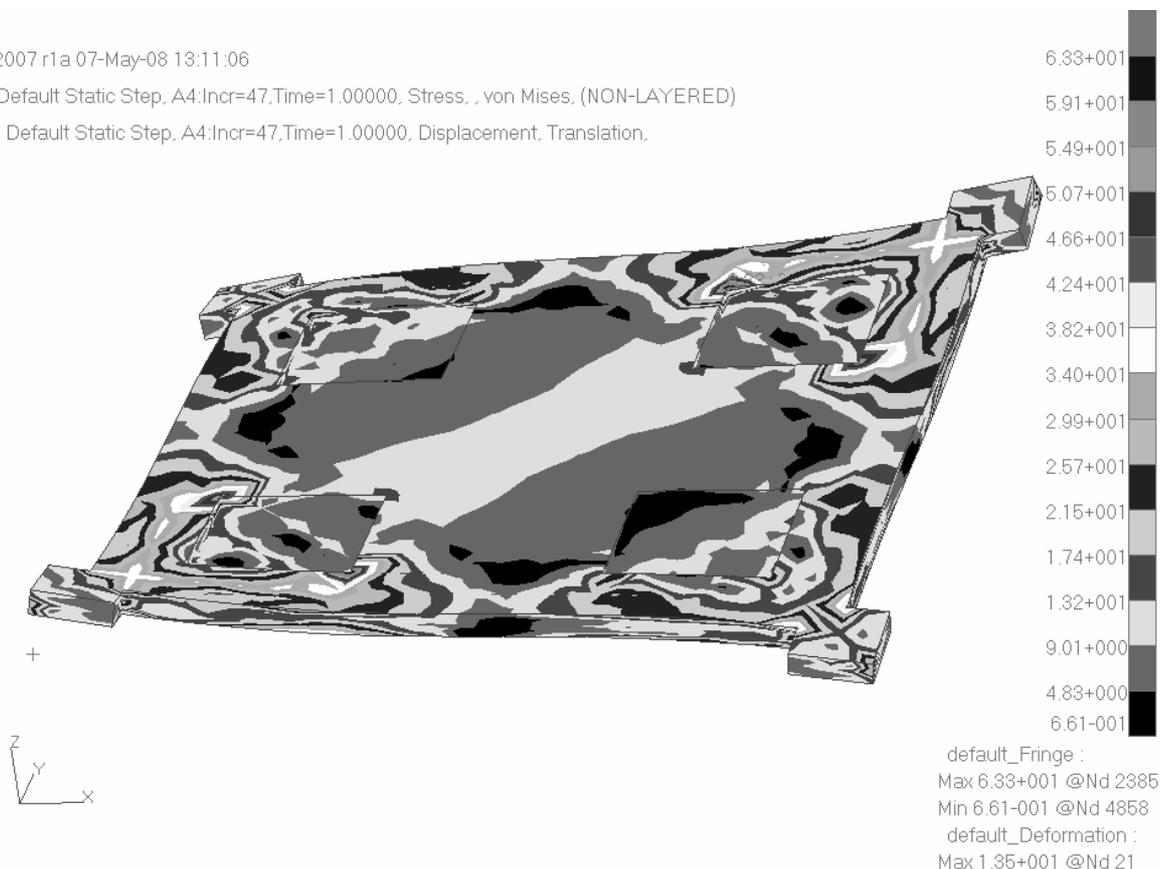


Рис. 3. Распределение эффективных остаточных напряжений в элементе панели (модель 4).

7. Заключение

Из представленных в п. 6 результатов компьютерного моделирования формообразования элемента панели следует, что тетраэдральные элементы постоянной деформации нельзя использовать для определения конфигурации отформованной панели. Разумным компромиссом между стоимостью расчетов и точностью решения является использование конечно-элементной модели крыльевой панели, полученной с использованием гексагональных восьмиузловых элементов с трилинейной аппроксимацией геометрии и перемещений. Также из исследований, проведенных в настоящей работе, следует, что обязательным элементом при математическом моделировании формообразования крылевых панелей является учет геометрической нелинейности деформирования.

Представленные в этой работе результаты учитываются при разработке компьютерных систем технологического проектировании процессов изготовления крупногабаритных монолитных панелей [14].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 07-01-00747, № 05-08-01395)

Литература

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Наука, 1966. - 636с.
2. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций. - М.: Наука, Физматлит, 1997. - 272с.
3. Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций / Б.Д. Аннин, А.Л. Каламкар, А.Г. Колпаков, В.З. Партон. - Новосибирск: ВО «Наука», 1993. - 256с.
4. Bathe K.-J. Finite Element Procedures. New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996. - 1037p.
5. Zeinkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. - Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. - Vol. 1. - 689p.; Vol. 2. - 459p.; Vol. 3. - 334p.
6. Олейников А.И., Гузев М.А., Бормотин К.С., Серый С.В., Пекарш А.И. Виртуальная отработка на кластерных комплексах технологий формовки крупногабаритных изделий двойной кривизны и переменной толщины // Вычислит. методы и программирование. - 2007. - № 3. - С. 63-74.
7. Олейников А.И. Моделирование процессов формообразования панелей российского регионального самолета // IX Всероссийский съезд по теорет. и прикл. механике: Аннотации докладов. Н. Новгород, 22-28 августа 2006 г. - Н. Новгород: НГУ, 2006. - Т.3: - С.162.
8. MARC Users Guide. - MSC. Software Corporation, 2007. - Vol. A: Theory and Users Information. - 770p.; Vol. B: Element Library. - 837p.
9. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. - 262с.
10. MSC.Patran Reference Manuals. - MSC. Software Corporation, 2007. - P. 2: Geometry Modeling. - 734p.
11. Горев Б.В., Масанов И.Ж., Пекарш А.И., Олейников А.И. Особенности деформационно-прочностного поведения листовых материалов на основе алюминия применительно к формообразованию деталей в режиме ползучести // Матер. XIмежд.симп.«Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред». - М.: Изд-во МАИ, 2005. - Т. 1. - С.115-117.
12. Strang G., Fix G.J. An Analysis of the Finite Element Method. - Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1973. - 311p. Русский перевод: Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М.: Мир, 1977. - 357с.
13. Hughes T.J.R. The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. - Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987. - 896 p.
14. Олейников А.И., Бормотин К.С., Долгополик О.Д. Интегрированная многопоточная система проектирования процессов изготовления панелей планера самолета // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008). - Челябинск: ЮУрГУ, 2008. - С. 199-206.