

АВТОМОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПРОДОЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДОЙ

О.В. Дудко, Д.А. Потянихин

Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, 690041, Россия

Обсуждаются результаты исследований волновой картины, возникающей при отражении плоской продольной ударной волны постоянной интенсивности от жестко закрепленной границы нелинейного упругого полупространства. В качестве критерия выбора отраженной волновой картины принято условие существования эволюционных ударных волн. Предложена схема решения автомодельной краевой задачи, включающая проверку существования эволюционной ударной волны непосредственно во время численного счета. Рассматриваются различные варианты совокупности отраженных волн, выбор возможных волновых картин производится на основе серии вычислительных экспериментов.

A SELF-SIMILAR PROBLEM OF NONLINEAR DYNAMIC ELASTICITY THEORY CONCERNING THE INTERACTION BETWEEN A LONGITUDINAL SHOCK WAVE AND A RIGIDLY CLAMPED BOUNDARY

O.V. Dudko and D.A. Potyanikhin

Institute for Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russia

The results of investigation of a wave pattern arising from the reflection of constant-strength plane longitudinal shock waves from the rigidly clamped boundary of a nonlinear elastic half-space are considered. The existence condition for evolutionary shock waves serves as a criterion for choosing the reflected wave pattern. A scheme for the solution of a self-similar boundary-value problem is proposed which includes checking for the existence of evolutionary shock waves during computations. Different variants of reflected wave combinations are examined, and a choice of eventual wave patterns is made in a series of numerical experiments.

1. Введение

Обсуждаются результаты исследований волновой картины, возникающей после отражения продольной ударной волны постоянной интенсивности от жесткой границы нелинейного упругого полупространства. В качестве критерия выбора совокупности отраженных волн выступает условие их эволюционности.

Плоские автомодельные задачи нелинейной динамической теории упругости рассматривались неоднократно [1–4]. Наиболее близкой к настоящей работе является статья [2], где рассмотрена постановочно та же задача динамики нелинейной упругой среды. Однако в [2] для выбора реализуемой волновой картины используются только законы термодинамики. Здесь же такой выбор связан еще и с условиями эволюционности ударных волн, что, как известно [5], является более сильным ограничением на реализуемые разрывы.

2. Определяющие соотношения

Система модельных уравнений динамического деформирования нелинейной упругой среды в прямоугольной декартовой системе координат в переменных Эйлера представляется соотношениями

$$\begin{aligned}
 v_i &= \dot{u}_i + v_j u_{i,j}, & w_i &= \dot{v}_i + v_j v_{i,j}, & 2\alpha_{ij} &= u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i} u_{k,j}, \\
 \sigma_{ij} &= \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial W}{\partial \alpha_{ik}} (\delta_{kj} - 2\alpha_{kj}), & \sigma_{ij,j} &= \rho w_i, \\
 \frac{\rho}{\rho_0} &= \sqrt{1 - 2I_1 + 2I_1^2 - 2I_2 - \frac{4}{3}I_1^3 + 4I_1 I_2 - \frac{8}{3}I_3}, \\
 I_1 &= \alpha_{kk}, & I_2 &= \alpha_{ik} \alpha_{ki}, & I_3 &= \alpha_{ik} \alpha_{kj} \alpha_{ji}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В соотношениях (1) обозначено: u_i , v_i , w_i – компоненты векторов перемещений, скоростей и ускорений точек среды; α_{ij} , σ_{ij} – компоненты тензора деформаций Альманси и тензора напряжений Эйлера-Коши; ρ_0 , ρ – плотность материала в начальном и текущем состоянии соответственно; δ_{ij} – символ Кронекера. Латинский индекс после запятой обозначает частное дифференцирование по пространственной координате ($f_{,j} = \partial f / \partial x_j$), точкой обозначена частная производная по времени ($\dot{f} = \partial f / \partial t$). Здесь и далее принято правило суммирования по повторяющимся индексам; латинские индексы принимают значения 1, 2, 3.

Система уравнений (1) становится замкнутой, если задан упругий потенциал W . В адиабатическом приближении функция W для нелинейной упругой среды зависит только от деформаций α_{ij} и принята в виде:

$$W = \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 + \kappa I_1 I_2 + \theta I_1^3 + \eta I_3 + \dots, \tag{2}$$

где λ , μ – параметры Ламе; κ , θ , η – упругие модули третьего порядка.

Решение системы (1–2) может не являться непрерывным на некоторой движущейся поверхности $\Sigma(t)$. В этом случае на $\Sigma(t)$ необходимо потребовать выполнения условий совместности разрывов. Если при непрерывных перемещениях u_i на $\Sigma(t)$ терпят разрыв их первые производные, то в среде со скоростью G распространяется поверхность сильных разрывов – ударная волна, на которой параметры напряженно-деформированного состояния и движения точек среды связаны динамическими и кинематическими условиями совместности первого порядка [6]:

$$[\sigma_{ij}] n_j = \rho^+ (v_j^+ n_j - G) [v_i], \quad [\dot{u}_i] = -G [u_{i,j}] n_j \quad \text{при} \quad [u_i] = 0. \tag{3}$$

Если же на $\Sigma(t)$ непрерывны не только перемещения, но и их первые производные, а скачком изменяются вторые производные, то на такой поверхности необходимо потребовать выполнения условий совместности второго порядка [6]:

$$[\sigma_{ij,j}] = \rho^+ [\dot{v}_i], \quad [\ddot{u}_i] = G^2 [u_{i,jk}] n_j n_k \quad \text{при} \quad [u_{i,j}] = 0, \quad [u_i] = 0. \tag{4}$$

В этом случае G – скорость распространения поверхности слабых разрывов.

В условиях (3), (4) квадратными скобками обозначен скачок функции на поверхности $\Sigma(t)$: $[m] = m^+ - m^-$, m^+ – значение функции перед поверхностью, m^- – сразу за ней; n_j – компоненты единичной нормали к поверхности волны ($n_i n_i = 1$).

Анализ условий совместности (3) показывает, что в нелинейной упругой среде с потенциалом (2) в условиях плоского деформированного состояния возможно существование двух типов плоских ударных волн – квазипродольных, на которых преобладает изменение объемных деформаций, и квазипоперечных, вызывающих преимущественно сдвиговые деформации [7].

3. Постановка задачи

Пусть плоская ударная волна Σ_1 постоянной интенсивности $\tau_1 = [u_{i,j}] n_i^{(1)} n_j^{(1)}$ ($n_i^{(1)}$ – компоненты единичной нормали к Σ_1), распространяясь в недеформированной среде со скоростью G_1 , падает под некоторым углом $\beta_1 < 90^\circ$ на плоскую жестко закрепленную границу L нелинейного упругого полупространства (Рис. 1).

Прямоугольная декартова система координат $Ox_1x_2x_3$ выбирается таким образом, чтобы вектор нормали $\mathbf{n}^{(1)}$ к плоскости волны имел только две компоненты $n_1^{(1)} \neq 0$, $n_2^{(1)} \neq 0$ ($n_3^{(1)} = 0$). Вектор перемещений точек среды с компонентами $u_1 = u_1(x_1, x_2, t)$, $u_2 = u_2(x_1, x_2, t)$, $u_3 = 0$ в этом случае будет параллелен плоскости Ox_1x_2 .

Если описывать распространение такой волны с помощью подвижной системы координат, движущейся поступательно со скоростью $S = G_1/\sin \beta_1$ параллельно оси Ox_2 , то в предположении постоянства интенсивности разрыва на волне Σ_1 задача динамического ударного деформирования среды сведется к автономной с центром подобия в начале подвижной системы координат [8].

Ввод автономной переменной $\xi = (x_2 - St)/x_1$ и представление компонент вектора перемещений \mathbf{u} в виде $u_1 = x_1 \cdot F(\xi)$, $u_2 = x_1 \cdot \Phi(\xi)$, $u_3 = 0$, где $F(\xi)$, $\Phi(\xi)$ – первая и вторая компоненты безразмерного вектора перемещений в координатном пространстве ξ , позволяют перейти в системе определяющих соотношений (1), (2) от дифференциальных уравнений в частных производных к однородной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $F(\xi)$, $\Phi(\xi)$:

$$\begin{cases} A \cdot F''(\xi) + B \cdot \Phi''(\xi) = 0, \\ C \cdot F''(\xi) + D \cdot \Phi''(\xi) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где A, B, C, D – функции от ξ , F, F', Φ, Φ' и упругих модулей среды.

Условие существования нетривиального решения системы (5)

$$AD - BC = 0 \quad (6)$$

может выполняться либо при некотором значении $\xi = \xi^*$ (что соответствует ударной волне), либо в целом интервале $\xi \in [\xi^+; \xi^-]$ (ξ^+ и ξ^- определяют положение двух слабых

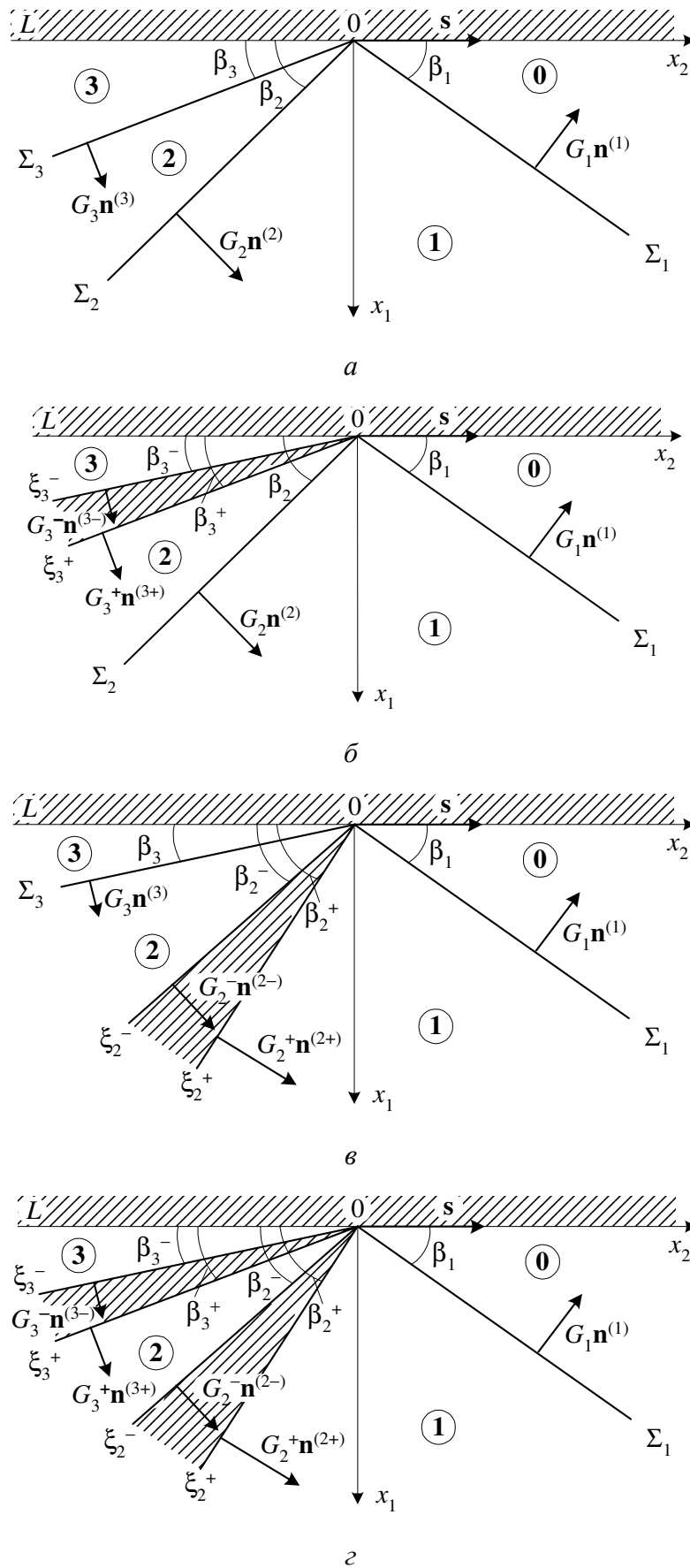


Рис. 1. Возможные волновые картины взаимодействия плоской волны постоянной интенсивности с жестко закрепленной границей упругого полупространства

волн разрывов ускорений, которые являются передним и задним фронтами простой волны Римана). В областях тривиального решения между волновыми фронтами ненулевые параметры движения точек среды и напряженно-деформированного состояния остаются постоянными и могут быть выражены через произвольные константы интегрирования a, b, e, f системы (5):

$$\begin{aligned} F(\xi) &= a\xi + b, & \Phi(\xi) &= e\xi + f, \\ u_{1,1} &= b, & u_{1,2} &= a, & u_{2,1} &= f, & u_{2,2} &= e, \\ v_1 &= \frac{-Sa}{(1-b)(1-e)-af}, & v_2 &= \frac{-S(e-be+af)}{(1-b)(1-e)-af}, & w_1 &= 0, & w_2 &= 0, \\ \alpha_{11} &= b - \frac{1}{2}(b^2 + f^2), & \alpha_{12} &= \frac{1}{2}(a + f - ab - ef), & \alpha_{22} &= e - \frac{1}{2}(a^2 + e^2), \\ \frac{\rho}{\rho_0} &= (1-b)(1-e) - af. \end{aligned} \tag{7}$$

Компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij}(a, b, e, f)$ здесь не приводятся из-за их очевидной громоздкости.

Условия совместности разрывов (3), (4), записанные с использованием введенных автомодельных параметров процесса ударного деформирования, допускают существование в рамках поставленной задачи плоских ударных волн (квазипродольных и квазипоперечных) и простых волн (передними и задними фронтами которых являются плоские волны разрывов ускорений), а также областей постоянства параметров напряженно-деформированного состояния, каждой из которых соответствуют свои значения констант интегрирования a, b, e, f .

Таким образом, волновая картина, возникающая в области, ограниченной плоскостями L и Σ_1 , с математической точки зрения может состоять из различных комбинаций плоских ударных и простых фронтов. Характер отраженных волн определяется задаваемыми значениями интенсивности τ_1 и угла падения β_1 волны Σ_1 и может быть конкретизирован проверкой термодинамического условия совместности разрывов и условия эволюционности ударных волн.

4. Решение краевой задачи

В зоне 1 между волной Σ_1 и первой из отраженных поверхностей (Рис.1, $a-z$) параметры напряженно-деформированного состояния и движения точек среды определяются из условий совместности разрывов (3) на Σ_1 :

$$a_1 = f_1 = \tau_1 \sin \beta_1 \cos \beta_1, \quad b_1 = -\tau_1 \cos^2 \beta_1, \quad e_1 = -\tau_1 \sin^2 \beta_1. \tag{8}$$

Здесь нижний индекс у констант интегрирования a, b, e, f соответствует нумерации областей их постоянства на рисунке 1. Анализируя соотношения модели (1), (2) совместно с условиями (3), (4), можно показать, что для нелинейной среды (2) скорость распространения объемных деформаций всегда оказывается больше, чем скорость распространения дополнительного сдвига. Таким образом, передним отраженным фронтом оказывается либо квазипродольная ударная волна Σ_2 ($\xi = \xi_2$, Рис. 1, $a, б$), либо простая волна Римана $\xi \in [\xi_2^+; \xi_2^-]$ (Рис. 1, $в, г$), вносящие основной вклад в изменение объемных деформаций. Последним отраженным волновым фронтом может быть либо

квазипоперечная ударная волна Σ_3 ($\xi = \xi_3$, Рис. 1, *a, в*), либо простая волна $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ (Рис. 1, *б, г*), влияющие в основном на предварительный сдвиг.

Решение краевой задачи в случае отражения двух ударных волновых фронтов Σ_2 и Σ_3 заключается в определении соответствующих значений ξ_2 , ξ_3 и констант интегрирования a, b, e, f в областях 2 и 3 (Рис. 1, *a*) из замкнутой системы алгебраических уравнений, включающей условия совместности разрывов и непрерывности перемещений (3) с учетом отсутствия движения точек среды на жестко закрепленной границе L :

$$\left\{ \begin{array}{l} (a_1 - a_2)\xi_2 + (b_1 - b_2) = 0, \quad (e_1 - e_2)\xi_2 + (f_1 - f_2) = 0, \\ (a_2 - a_3)\xi_3 + (b_2 - b_3) = 0, \quad (e_2 - e_3)\xi_3 + (f_2 - f_3) = 0, \\ (\tilde{\sigma}_{11}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{11}^{(2)})\xi_2 - (\tilde{\sigma}_{12}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{12}^{(2)}) = M^2 d^{(1)}(1 + \tilde{v}_1^{(1)}\xi_2 - \tilde{v}_2^{(1)})(\tilde{v}_1^{(1)} - \tilde{v}_1^{(2)}), \\ (\tilde{\sigma}_{21}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{21}^{(2)})\xi_2 - (\tilde{\sigma}_{22}^{(1)} - \tilde{\sigma}_{22}^{(2)}) = M^2 d^{(1)}(1 + \tilde{v}_1^{(1)}\xi_2 - \tilde{v}_2^{(1)})(\tilde{v}_2^{(1)} - \tilde{v}_2^{(2)}), \\ (\tilde{\sigma}_{11}^{(2)} - \tilde{\sigma}_{11}^{(3)})\xi_3 - (\tilde{\sigma}_{12}^{(2)} - \tilde{\sigma}_{12}^{(3)}) = M^2 d^{(2)}(1 + \tilde{v}_1^{(2)}\xi_3 - \tilde{v}_2^{(2)})(\tilde{v}_1^{(2)} - \tilde{v}_1^{(3)}), \\ (\tilde{\sigma}_{21}^{(2)} - \tilde{\sigma}_{21}^{(3)})\xi_3 - (\tilde{\sigma}_{22}^{(2)} - \tilde{\sigma}_{22}^{(3)}) = M^2 d^{(2)}(1 + \tilde{v}_1^{(2)}\xi_3 - \tilde{v}_2^{(2)})(\tilde{v}_2^{(2)} - \tilde{v}_2^{(3)}), \\ \tilde{v}_1^{(3)} = 0, \quad \tilde{v}_2^{(3)} = 0, \end{array} \right. \quad (9)$$

$$M^2 = \frac{\rho_0 S^2}{\lambda + 2\mu} = \frac{S^2}{c_1^2}, \quad \tilde{\sigma}_{ij}^{(k)} = \frac{\sigma_{ij}^{(k)}}{\lambda + 2\mu}, \quad \tilde{v}_i^{(k)} = \frac{v_i^{(k)}}{S},$$

$$d^{(k)} = \frac{\rho^{(k)}}{\rho_0} = (1 - b_k)(1 - e_k) - a_k f_k, \quad c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}.$$

В соотношениях (9) и далее верхним индексом в скобках при σ_{ij} и v_i обозначена соответствующая область постоянства параметров напряженно-деформированного состояния.

Заметим, что с математической точки зрения решение с двумя отраженными сильными разрывами можно получить всегда. В качестве дополнительных ограничений на существование такого решения принимаются отмеченное ранее условие эволюционности ударной волны и термодинамическое условие совместности разрывов [7]

$$\sigma_{ij}^+[v_i]n_j - \rho^+(v_j n_j - G) \left(\frac{[v_i][v_i]}{2} - \frac{[W]}{\rho_0} \right) \geq 0, \quad (10)$$

аналогом которого в газовой динамике является теорема Цемплена о термодинамической невозможности существования ударных волн расширения.

Эволюционность ударной волны ξ_i проверяется положением переднего фронта ξ_i^+ соответствующей простой волны, которое определяется из условия (6) подстановкой в него предварительных (предшествующих ударному фронту ξ_i) постоянных параметров напряженно-деформированного состояния a, b, e, f , вычисленных из системы (9). Нарушение эволюционности ударной волны означает, что ее фронт ξ_i оказывается внутри веера простой волны: $\xi_i \leq \xi_i^+$. Такая ударная волна должна быть заменена на простую волну Римана $\xi \in [\xi_i^+; \xi_i^-]$ (Рис. 1, *б, г*). Результаты численных экспериментов показывают, что условие (10), в нашем случае, нарушается одновременно с нарушением

эволюционности ударной волны. С другой стороны, как показано в [5], при решении большого класса задач может возникать ситуация, когда даже при выполнении термодинамического условия совместности ударная волна перестает быть эволюционной. Следовательно, условие эволюционности является более сильным ограничением на существование ударной волны, чем термодинамическое условие совместности (10).

Решение в области простой волны строится путем интегрирования по автомодельному параметру ξ системы обыкновенных дифференциальных уравнений, состоящей из условия (6) и одного из равенств (5):

$$\begin{cases} A \cdot F''(\xi) + B \cdot \Phi''(\xi) = 0, \\ AD - BC = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Для численного интегрирования такой системы относительно неизвестных функций $F(\xi)$, $\Phi(\xi)$ предлагается использовать неявную конечно-разностную схему с трехточечным шаблоном $\{\xi_{(k-1)}; \xi_{(k)}; \xi_{(k+1)}\}$ и постоянным шагом h : $\xi_{(k)} = \xi^+ + kh$, $k = 0, 1, \dots, n$.

Производные функций $F(\xi)$, $\Phi(\xi)$ аппроксимируются по формулам [9]

$$\varphi'_k = \frac{\varphi_{k+1} - \varphi_{k-1}}{2h}, \quad \varphi''_k = \frac{\varphi_{k+1} - 2\varphi_k + \varphi_{k-1}}{h^2}, \quad (12)$$

где индексом k обозначен узел, в котором вычисляется значение соответствующей функции. В первом узле $\xi_{(0)} = \xi^+$ (на переднем фронте простой волны) значения F_0 , Φ_0 , F'_0 , Φ'_0 определяются предварительным деформированным состоянием, полученным из решения системы (9) при заданных параметрах падающей волны β_1 , τ_1 . В каждом внутреннем узле $\xi_{(1)}$, $\xi_{(2)}$, ..., $\xi_{(n-1)}$ требуется записать два дифференциальных уравнения (11), в которых производные функций $F(\xi)$, $\Phi(\xi)$ заменяются аппроксимациями по формулам (12). Таким образом, получается система алгебраических уравнений относительно значений $F_{(k)}$, $\Phi_{(k)}$ в каждом внутреннем узле; количество уравнений системы определяется количеством узловых точек. Замыкают систему заданные в последнем узле $\xi_{(n)} = \xi^-$ (на заднем фронте простой волны) значения $F'_{(n)} = 0$, $\Phi'_{(n)} = 0$ (следствие отсутствия движения точек среды на закрепленной границе). Сложность решения такой системы уравнений заключается в том, что положение заднего фронта ξ^- простой волны заранее неизвестно, а уточняется непосредственно во время счета. Получаемые при этом значения согласовываются с граничными условиями задачи.

5. Результаты численных экспериментов

Вычисления проводились для нелинейной упругой среды с безразмерными константами: $\tilde{\lambda} = 0,4$; $\tilde{\mu} = 0,3$; $\tilde{\kappa} = -1,0$; $\tilde{\theta} = -1,5$; $\tilde{\eta} = -2,0$ (все упругие модули нормированы по $(\lambda + 2\mu)$). Значения параметров падающей волны варьировались в интервалах $0 < \beta_1 < 90^\circ$, $0,001 \leq \tau_1 \leq 0,03$. В каждом случае решение проводилось сначала в постановке с двумя отраженными ударными волнами (Рис. 1, а), а затем уточнялось путем проверки выполнения условия (10) и эволюционности ударных фронтов.

Серия вычислительных экспериментов позволяет утверждать, что квазипоперечная ударная волна Σ_3 всегда оказывается внутри веера центрированной волны $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ (Рис. 1, б, г), то есть волновые картины, показанные на рисунке 1, а, в, не возникают. Распределение параметров напряженно-деформированного состояния, типичное для отраженной волновой картины с квазипродольной ударной волной Σ_2 и центрированной волной $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ (Рис.1, б), получено при $\beta_1 = 30^\circ$, $\tau_1 = 0,02$ и показано на рисунке 2.

Квазипродольная ударная волна Σ_2 приводит к дальнейшему сжатию среды. Простая волна, наоборот, расширяет среду ($\rho^{(3)} < \rho^{(2)}$), уменьшая уровень объемных деформаций. Существует некоторое критическое значение β_1^* для угла падения β_1 , зависящее от интенсивности τ_1 падающей волны. При превышении этого значения квазипродольная ударная волна Σ_2 оказывается внутри веера простой волны, то есть реализуется волновая картина, показанная на рисунке 1, г. Предельные значения β_1^* увеличиваются с ростом интенсивности волны Σ_1 . Например, при $\tau_1 = 0,01$ предельный угол $\beta_1^* = 64,54^\circ$, при $\tau_1 = 0,02$ угол $\beta_1^* = 65,7^\circ$.

На рисунке 3 показано распределение параметров напряженно-деформированного состояния, типичное для отраженной волновой картины с двумя простыми волнами $\xi \in [\xi_2^+; \xi_2^-]$ и $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ (Рис.1, г), полученное при $\beta_1 = 70^\circ$, $\tau_1 = 0,01$. Отметим, что на обеих простых волнах уровень объемных деформаций уменьшается ($\rho^{(3)} < \rho^{(2)} < \rho^{(1)}$). При изучении данной волновой картины угол β_1 изменяется в интервале $(\beta_1^*, \beta_1^{**})$. Второе критическое значение β_1^{**} , так же, как и β_1^* , зависит от величины τ_1 (например, при $\tau_1 = 0,01$ значение $\beta_1^{**} = 75,16^\circ$). При превышении этого значения постановка задачи в автомодельной формулировке становится невозможной, поскольку в этом случае необходимо вести речь об удаленном разрыве.

6. Заключение

Как уже неоднократно утверждалось [1, 5], решение плоской автомодельной задачи нелинейной динамической теории упругости можно построить с помощью различных волновых картин, комбинируя ударные и простые волны. Критериями отбора реализуемых решений могут выступать выполнение второго закона термодинамики [7] и условия эволюционности движущихся разрывов деформаций [5]. Термодинамическое условие совместности разрывов (10) является следствием кусочной изэнтропийности адиабатического приближения для упругой среды, когда ее непрерывное деформирование происходит при постоянстве энтропии, а на поверхности разрывов деформаций энтропия может изменяться скачкообразно. Следствием условия (10) для нелинейных упругих сред является некий аналог [7] известной в газовой динамике теоремы Цемплена о термодинамической невозможности скачков разряжения. В газовой динамике известно также более жесткое ограничение на реализуемость разрывов плотности, вытекающее из условий эволюционности разрывов. Для упругих сред это же обстоятельство предметно обсуждалось в [5]. В то же время проведенные вычисления, результаты которых помещены выше, не выявили различия в таких ограничениях. Иначе говоря, с точностью проведенных расчетов эти два ограничения на реализуемость разрывов деформаций оказались равноправными. Является ли такой результат общим для плоских автомодельных задач нелинейной теории упругости?

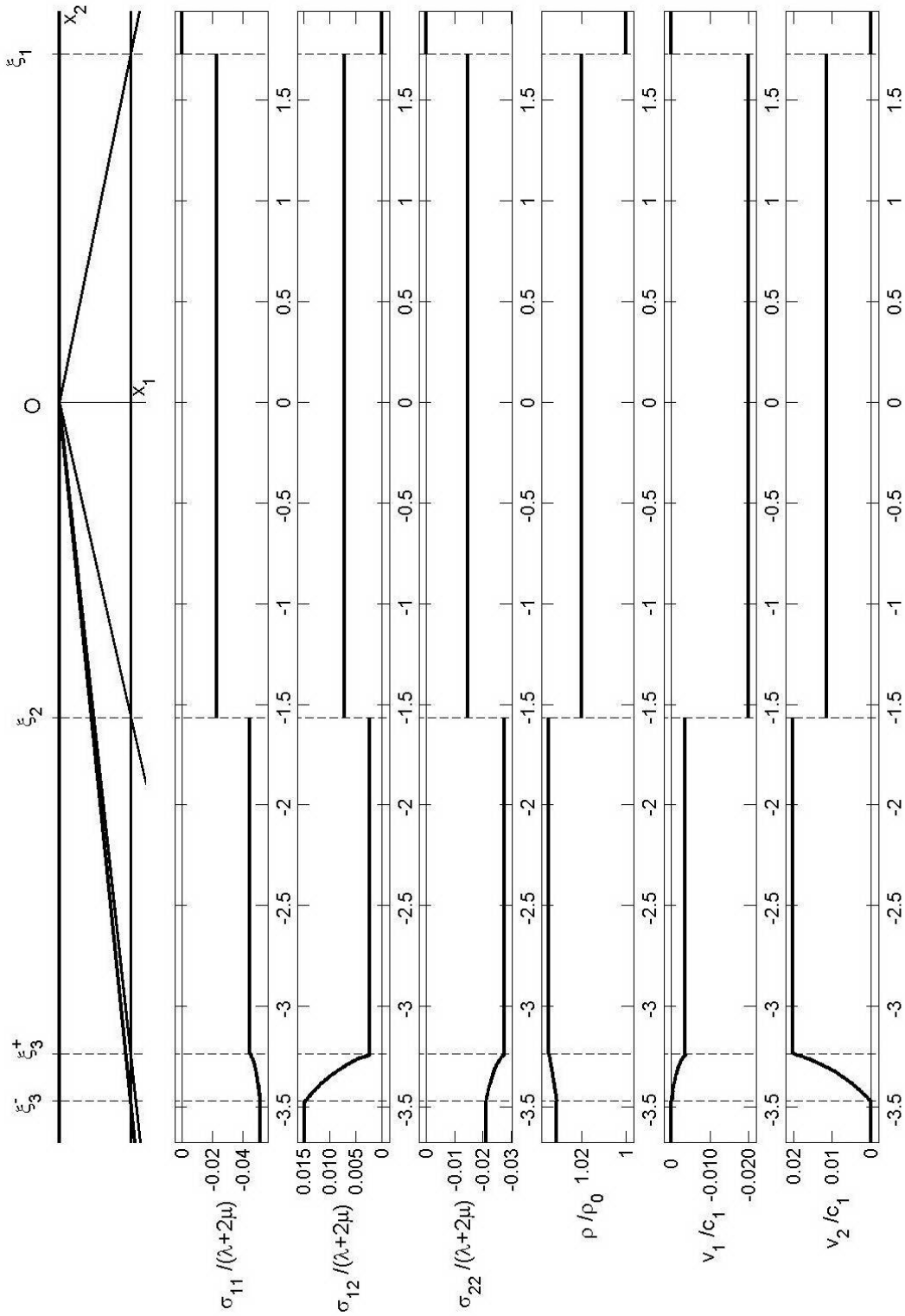


Рис. 2. Распределение параметров напряженно-деформированного состояния, соответствующее отраженной волновой картине с квазипродольной ударной волной Σ_2 и центрированной волной $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ ($\tau_1 = 0,02, \beta_1 = 30^\circ$)

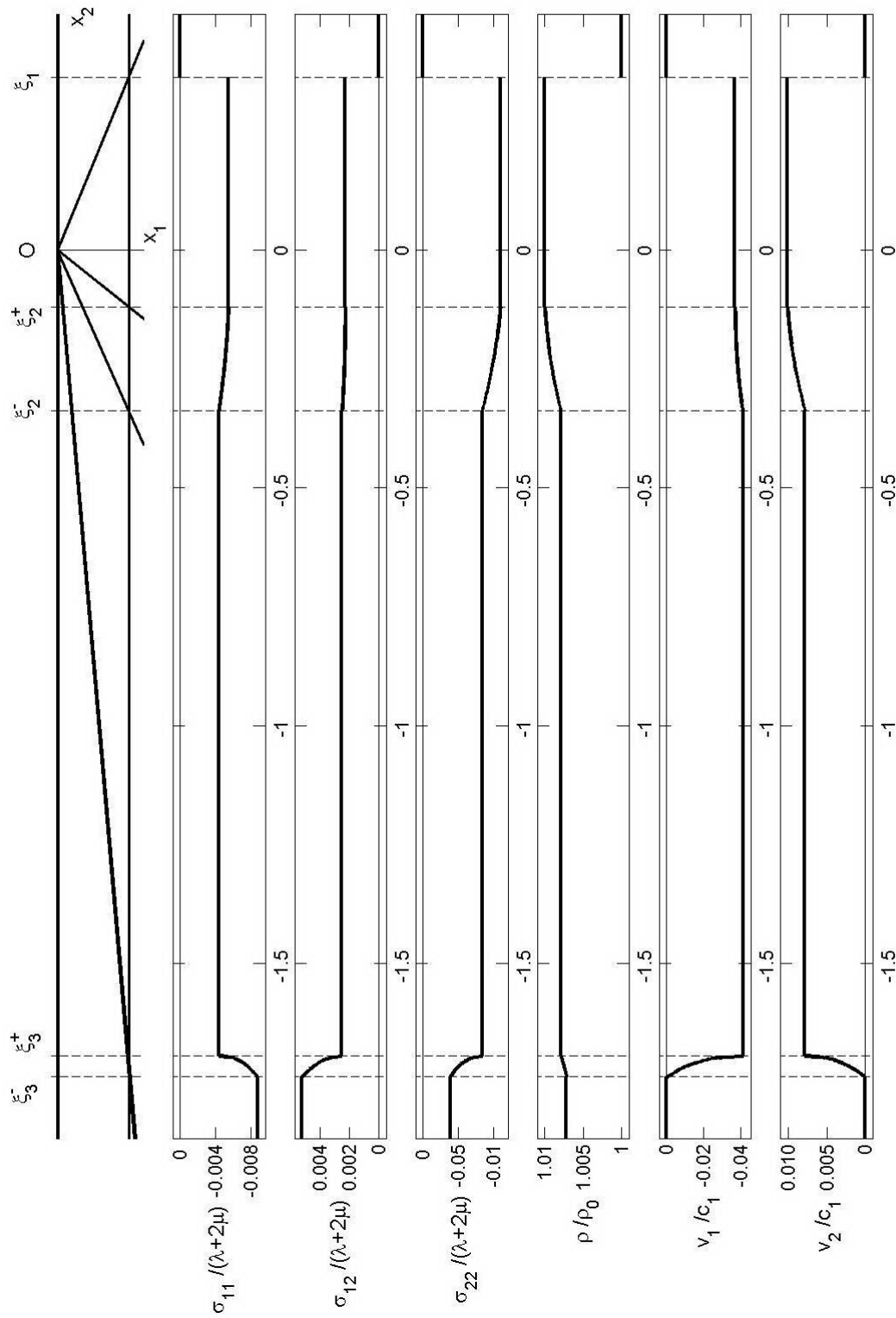


Рис. 3. Распределение параметров напряженно-деформированного состояния, соответствующее отраженной волновой картине с двумя простыми волнами $\xi \in [\xi_2^+; \xi_2^-]$ и $\xi \in [\xi_3^+; \xi_3^-]$ ($\tau_1 = 0,01, \beta_1 = 70^\circ$)

Однозначного ответа на данный вопрос здесь сформулировать мы не можем. Утверждаем лишь, что в рассмотренном примере в диапазоне задаваемых параметров падающей ударной волны и значений упругих модулей третьего порядка различия в ограничениях не выявлено.

Представляется важным, что при взаимодействии ударной волны сжатия с жесткой стенкой в зависимости от угла падения обнаруживается неэволюционность отраженной квазипродольной ударной волны и, как следствие этого, возможность построения решения с двумя отраженными простыми волнами.

Литература

1. Буренин А.А., Лапыгин В.В., Чернышов А. Д. К решению плоских автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости // В кн.: Нелинейные волны деформаций. Материалы международного симпозиума. – Таллин, 1978. – Т. 2. – С. 25-28.
2. Буренин А.А., Лапыгин В.В. Об отражении плоской продольной ударной волны постоянной интенсивности от плоской жесткой границы нелинейной упругой среды // ПМТФ. – 1985. – № 5. – С. 125-129.
3. Агапов И.Е., Буренин А.А., Резунов А.В. О соударении двух нелинейно-упругих тел с плоскими границами // Прикладные задачи механики деформируемых сред: Сб. научн. тр. – Владивосток: ДВО АН СССР, 1991. – С. 206-215.
4. Чугайнова А.П. Автомодельная задача о действии бегущей нагрузки на границу нелинейно упругого слабоанизотропного полупространства // ПММ. – 1993. – Т. 57, Вып. 3. – С. 102-109.
5. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Нелинейные волны в упругих средах. – М.: «Московский лицей», 1998. – 412с.
6. Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д. Теория пластичности. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 523с.
7. Буренин А.А., Чернышов А.Д. Ударные волны в изотропном упругом пространстве // ПММ, 1978. – Т. 42, Вып. 4. – С. 711-717.
8. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике / Изд. 8-е, перераб. – М.: Наука, 1977. – 440с.
9. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 439с.