

Научная статья

## Конвекция в замкнутой полости при наличии в ней крупного тела нейтральной плавучести

С.А. Филимонов<sup>1</sup>, А.А. Гаврилов<sup>1</sup>, А.Н. Сухановский<sup>2</sup>, А.Ю. Васильев<sup>2</sup>, П.Г. Фрик<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Проведено численное исследование конвекции Релея–Бенара в квадратной ячейке при наличии достаточно крупного теплоизолирующего тела нейтральной плавучести для двух умеренных значений числа Релея  $Ra = 10^5$  и  $Ra = 10^6$ . Основное внимание уделено изменению динамики тела и конвективных течений при существенном увеличении размера тела. В отсутствие тела в ячейке при  $Ra = 10^5$  устанавливается стационарная двухваликовая конвекция, а при  $Ra = 10^6$  возникает периодический колебательный режим. Появление в ячейке свободноплавающего тела круглого сечения меняет характер течения, который качественно не зависит от размера тела, но принципиально отличается для двух рассмотренных значений числа Релея. Так, при  $Ra = 10^5$  в присутствии тела формируется устойчивая крупномасштабная циркуляция, занимающая всю ячейку. Тело при этом движется неравномерно, останавливается в двух диагонально расположенных углах ячейки. При  $Ra = 10^6$  сценарий движения тела меняется: свободноплавающее тело совершает квазистойчивые колебательные движения туда-обратно вдоль траектории, представляющей собой положенную на бок букву П. Внесение плавающего тела приводит к снижению интенсивности конвективного течения и конвективного переноса тепла. Показано, что значения чисел Рейнольдса и Нуссельта заметно снижаются по мере роста размеров тела. В результате взаимодействия тела с температурными пограничными слоями наблюдаются заметные колебания интенсивности потоков тепла во времени и, как следствие, квазипериодические осцилляции средней температуры жидкости. Наиболее выраженная корреляция температуры и вертикальной координаты положения тела имеет место в случае крупных тел и большего значения числа Релея.

*Ключевые слова:* тепловая конвекция, прямое численное моделирование, свободноплавающее тело

*Получение:* 18.11.2025 / *Публикация онлайн:* 25.02.2026

УДК 532.5; 536.252

### 1. Введение

Конвекция Релея–Бенара является базовой системой для выявления основных закономерностей и проверки тех или иных гипотез, касающихся тепловой конвекции [1–3]. Отдельным направлением является тепловая конвекция при наличии плавающих тел. Первоначально интерес к данной проблеме возник вследствие конвективного сценария дрейфа тектонических плит. Эксперименты [4–6] и численное моделирование [7–10] с пластиной, плавающей на свободной поверхности, показали, что активное взаимодействие между ней и конвективной циркуляцией приводит к существенному усложнению пространственной и временной динамики как конвективных потоков, так и перемещений пластины. Более общий случай предполагает расположение тела внутри слоя, при этом характер его движения и структура потока зависят от числа Релея, геометрии конвективной ячейки и расположения тела по вертикальной координате [11]. Исследования, проведенные для различных конфигураций задачи, показали разнообразие возможных режимов движения тела: периодических, нерегулярных, хаотических [12–18].

Во всех перечисленных работах по изучению тепловой конвекции с плавающим телом последнее представляло собой пластину, вертикальное положение которой было фиксировано. Нейтральная плавучесть подразумевает появление у тела второй (вертикальной) степени свободы, которая может принципиально повлиять и на движения тела, и на конвективные течения. Естественной конфигурацией для первого изучения поведения такого тела является замкнутая полость с единичным аспектным отношением (цилиндр или куб), в которой в результате самоорганизации мелкомасштабных конвективных структур реализуется крупномасштабная циркуляция (КМЦ). Особенностью КМЦ в трехмерной постановке является сложная динамика, включающая в себя повороты плоскости КМЦ, ее приостановки и инверсии (направления КМЦ меняются на противоположные). Обзор литературы по этому вопросу и описание механизма переориентаций в случае кубической полости можно найти в [19].

Математическое моделирование развитых конвективных режимов в трехмерной постановке требует очень больших вычислительных ресурсов, поэтому для изучения КМЦ часто используется двумерная постановка, в рамках которой можно рассматривать широкий диапазон значений управляющих параметров. В работе [20] с помощью прямого численного моделирования в двумерной постановке исследовались инверсии КМЦ в квадратной полости в диапазоне числа Релея от  $10^6$  до  $10^{10}$  и числа Прандтля от 0.1 до 10. Авторы обнаружили чувствительность инверсий КМЦ к управляющим параметрам: числу Релея и числу Прандтля. В экспериментах [21] показано, что частота инверсий КМЦ зависит от поперечного размера прямоугольной полости. Двумеризация реальных конвективных течений возникает в тонких вертикальных слоях жидкости. Эксперимент [21] выявил границы применимости чисто двумерных и квазидвумерных моделей [22].

Влияние набора свободноплавающих тел с нейтральной плавучестью на теплоперенос и на структуру конвективных течений квадратной полости для умеренных значений числа Релея (до  $10^5$ ) изучалось в [23, 24]. Показано, что значение числа Нуссельта, определяющего интегральный теплопоток, существенно зависит от

отношения теплопроводности жидкости и твердых частиц. При большом количестве маленьких частиц с высокой теплопроводностью для  $Ra = 10^4$  обнаружены инверсии КМЦ, механизм которых отличается от инверсий КМЦ в отсутствие тел [24].

В качестве практически значимого приложения задачи о конвекции в замкнутом объеме при наличии в жидкости твердых включений, плавучесть которых близка к нулевой, можно назвать задачу восстановления титана в реакторе [25], в которой процесс получения металлического титана происходит в крупногабаритной реторте, заполненной жидким магнием. В реторту подается тетрахлорид титана, а в результате реакции восстановления образуется титановая губка и хлорид магния, плотность которого слегка превышает плотность магния. Хлористый магний удаляется со дна реторты, но процессу осаждения мешает интенсивная конвекция, возникающая в реакторе благодаря большим перепадам температуры. В предлагаемой вниманию читателя статье, в отличие от [23, 24], рассматривается конвекция жидкости, в которой плавает одно, но достаточно крупное теплоизолирующее тело нейтральной плавучести, причем основное внимание уделяется изменению динамики тела и конвективных течений при увеличении его размера.

## 2. Математическая постановка задачи

Рассматривается свободно-конвективное течение в замкнутом объеме со свободно плавающим твердым недеформируемым телом, плотность которого равна плотности жидкости. Моделирование

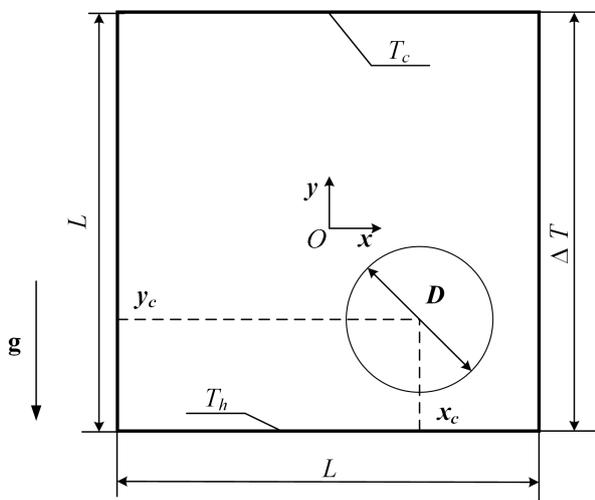


Рис. 1. Геометрия задачи

выполняется в двумерной постановке. Геометрия задачи представлена на рисунке 1. Квадратная ячейка со стороной  $L$  заполнена жидкостью, на верхней и нижней стенках заданы постоянные температуры  $T_c$  и  $T_h$ ,  $\Delta T = T_h - T_c > 0$ . Начало системы координат  $Oxy$  помещено в центр ячейки. Задача решается методами вычислительной гидродинамики на основе системы уравнений свободной конвекции несжимаемой жидкости в приближении Обербека–Буссинеска и уравнения движения тела. Система безразмерных уравнений конвекции имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla^2 \mathbf{u} - T \mathbf{e}_z,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \frac{1}{\sqrt{\text{PrRa}}} \nabla^2 T,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{u}$  — векторное поле скорости,  $T$  — температура,  $p$  — давление. За единицы измерений принимаются: длины — сторона квадрата  $L$ ; температуры — наложенная разность температуры  $\Delta T$ ; скорости —  $\sqrt{g\beta\Delta T L}$ ; времени —  $L/\sqrt{g\beta\Delta T L}$ ; давления —  $\rho_0 g\beta\Delta T L$ ; силы —  $\rho_0 g\beta\Delta T L^3$ . При этом  $g$  — ускорение свободного падения,  $\beta$  — коэффициент термического расширения жидкости,  $\rho_0$  — средняя плотность жидкости. В уравнениях присутствуют два безразмерных параметра:

– число Рейлея

$$Ra = g\beta\Delta T L^3 / (\nu\chi);$$

– число Прандтля

$$\text{Pr} = \nu/\chi,$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость, а  $\chi$  — коэффициент температуропроводности.

Движение твердого тела описывается вторым законом Ньютона:

$$d\mathbf{V}/dt = \mathbf{f},$$

где  $\mathbf{V}$  — вектор скорости тела,  $\mathbf{f}$  — вектор суммарной силы давления и вязкого трения, действующей со стороны жидкости. Силы рассчитываются путем интегрирования по всей поверхности погруженного тела. Контакт тела с твердой стенкой полости считается неупругим, поверхность погруженного тела адиабатическая, то есть теплообмен с окружающей жидкостью отсутствует. В работе используется модификация метода погруженных границ [26], известная как метод призрачных ячеек. Основное отличие от численной реализации классического метода заключается в способе приведения скорости в ячейке расчетной сетки, прилегающей к границе твердого тела, к скорости тела. На первом этапе в расчетной области определяются ячейки, внешние, внутренние и граничные по отношению к телу. Для внутренних ячеек требуемое значение скорости приравнивается скорости тела, а для ячеек на границе требуемая скорость получается путем интерполяции скорости точки на поверхности твердого тела и скорости во внешней ячейке. В правой части уравнения сохранения импульса для граничных и внутренних ячеек вносится объемная сила, пропорциональная разности требуемой скорости тела и

значением скорости жидкости. Коэффициент пропорциональности задается большим и выбирается на основе результатов предварительных методических и верификационных расчетов. Уравнение теплопроводности решается сквозным образом одновременно и в жидкости, и в твердом теле. Для моделирования процесса теплопередачи на границе тела берется среднее гармоническое значение коэффициента теплопроводности  $\lambda = \lambda_b \lambda_l / (\lambda_b + \lambda_l)$ , где  $\lambda_b$  — коэффициент теплопроводности твердого тела,  $\lambda_l$  — коэффициент теплопроводности жидкости. Для обеспечения адиабатичности поверхности твердого тела его коэффициент теплопроводности полагается малым  $10^{-10}$ . Подробное описание математической модели, численного метода и результатов тестирования расчетного алгоритма представлены в работе [27].

Для поля скорости на всех твердых границах задаются условия прилипания:

$$\mathbf{u} = 0.$$

Боковые границы полости являются адиабатическими, нижняя и верхняя грани имеют фиксированную температуру:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{x=\pm 0.5} = 0, \quad T|_{y=-0.5} = 1, \quad T|_{y=0.5} = 0.$$

Расчеты выполнены для двух значений числа Релея:  $Ra = 10^5$  и  $Ra = 10^6$ , и фиксированного значения числа Прандтля:  $Pr = 7.0$ . Все параметры жидкости соответствовали свойствам воды при нормальных условиях. Твердое тело имело форму цилиндра диаметром  $D$  и нулевую плавучесть (плотности тела и жидкости были одинаковыми). В расчетах диаметр  $D$  принимал три значения: 0.2; 0.4; 0.6. Соответствующие этим значениям расчеты обозначены как D02, D04 и D06, расчет без твердого тела — D0. Погруженное тело обладало двумя степенями свободы. В начальный момент времени температура жидкости в кювете задавалась как среднее значение между  $T_h$  и  $T_c$ , которое принималось за точку отсчета, то есть  $T_0 = 0.5$ . Твердое тело находилось в центре кюветы ( $x_c = 0$  и  $y_c = 0$ ). Для дискретизации расчетной области применялась регулярная сетка, содержащая  $360 \times 360$  узлов. В течение процесса вычислений шаг интегрирования по времени оставался постоянным. Для всех выполненных расчетов значение числа Куранта–Фридрихса–Леви не превосходило 1. Статистические характеристики течения в полости получались в результате осреднения по времени после выхода на квазистационарный режим. Вычисления выполнялись в пакете  $\sigma$ Flow, в котором решение уравнений гидродинамики реализуется методом конечного объема. Аппроксимация конвективных и диффузионных членов уравнения движения осуществлялась центрально-разностными схемами 2-го порядка. Связь между полем скорости и полем давления, находимым на совмещенной сетке, учитывалась при помощи полуявного метода (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, SIMPLE), подобной процедуре расщепления [28]. Для интегрирования по времени уравнения движения использовался метод Кранка–Николсон 2-го порядка точности. Конвективные члены уравнения переноса температуры аппроксимировались противоточной TVD (Total Variation Diminishing) схемой [29], нестационарное слагаемое — трехслойной схемой 2-го порядка. Для решения системы разностных уравнений с целью определения поправки к давлению применялся алгебраический многосеточный метод. Для ускорения счета прибегали к технологии параллельных вычислений, основанной на декомпозиции расчетной области на несколько сопряженных подобластей.

Валидация алгоритма численного моделирования свободно-конвективного течения в полости с погруженным твердым телом проведена ранее как для двумерной [30], так и для трехмерной [18] постановки. Для каждого теплового режима исследовалась сеточная сходимость с помощью серии расчетов на разных сетках. Всего выполнено шесть расчетов, по три для каждого теплового режима: на грубой, базовой и детальной сетках. По интегральным параметрам — усредненным числам Нуссельта и Рейнольдса — проанализирована сеточная сходимость по методике [31]. В результате для двумерной задачи индекс сеточной сходимости (Grid Convergence Index, GCI), полученный путем сравнения результатов на детальной и базовой сетках, с коэффициентом достоверности 3.0 и аппроксимацией 2-го порядка по координате, не превысил 1%. Значения индекса GCI для базовой сетки остались в пределах 6%. При трехмерной постановке эти показатели GCI получились следующими: на детальной сетке < 2%, на базовой сетке < 5%. Оценки сеточной сходимости подтвердили, что точность численного расчета на базовой сетке находится в допустимых пределах для CFD-моделирования. В данной работе дискретизация расчетной области соответствовала базовой сетке из [30], а поскольку в этой работе число Релея на порядок выше, чем в обсуждаемой здесь задаче, то дополнительное исследование сеточной сходимости не проводилось.

### 3. Результаты

Численно исследована двумерная конвекция в квадратной полости при двух умеренных значениях числа Релея:  $Ra = 10^5$  и  $Ra = 10^6$ . Для каждого из чисел выполнены расчеты для полости, заполненной водой, как несодержащей каких-либо включений, так и при наличии свободно плавающего цилиндрического тела (диска) нейтральной плавучести разного диаметра  $D$ : 0.2; 0.4; 0.6. Тело диаметром 0.2 вытесняет менее 3% объема жидкости, а его линейный размер сопоставим с толщиной теплового пограничного слоя (для  $Ra = 10^5$  пограничный слой имеет толщину 0.13, а для  $Ra = 10^6$  толщина уменьшается до 0.07). Столь малые тела ведут себя подобно пассивной примеси. Со стороны больших размеров выбор ограничился значением 0.6, так как хотелось оставить

плавающему телу достаточное пространство для перемещений (при  $D = 0.6$  тело вытесняет уже порядка трети объема жидкости, а диапазон перемещений вдоль каждой координаты составляет только 0.4 стороны квадрата). Важно отметить, что в рассматриваемом диапазоне размеров характер движения плавающего тела качественно не меняется с ростом его диаметра, но принципиально отличается для выбранных значений числа Релея. Поэтому далее излагаются основные результаты для двух значений числа Релея, соответственно, в разделах 3.1 и 3.2, и в разделе 3.3 проводится сравнительный анализ интегральных характеристик течения жидкости и движения тела в полости.

### 3.1. $Ra = 10^5$

Конвекция в замкнутых областях при  $Ra \gtrsim 10^5$  активно начала изучаться экспериментально еще пятьдесят лет назад [32] и по характеру возникающих режимов была отнесена к надкритической конвекции, характеризующейся возбуждением небольшого набора мод, которые могут демонстрировать стационарное состояние, либо вовлекаться в регулярные или хаотические колебания.

Двумерные расчеты для принятой в этой работе конфигурации и свойств рабочей жидкости показали, что в отсутствие плавающего тела в ячейке при  $Ra = 10^5$  устанавливается двухваликовая стационарная конвекция. На рисунке 2а видны два вытянутых по вертикали не совсем симметричных валика, которые обеспечивают опускание холодной жидкости по краям ячейки и подъем горячей жидкости в центре.

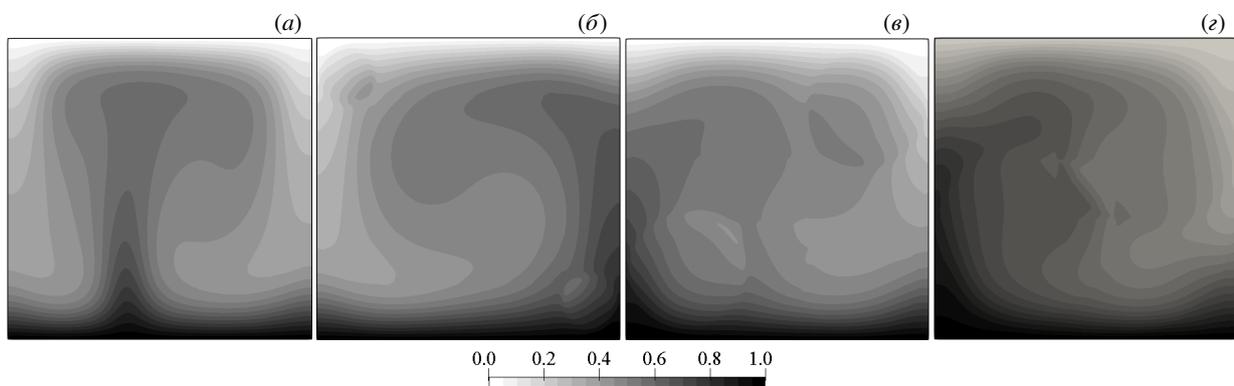


Рис. 2. Осредненные поля температуры при разных размерах тела и  $Ra = 10^5$ : D0 (а), D02 (б), D04 (в), D06 (г)

Появление в ячейке крупного тела нулевой плавучести качественно меняет картину течения. При любом из рассматриваемых размеров в ячейке возникает крупномасштабная циркуляция жидкости (КМЦ). Направление циркуляции случайно, но неизменно, ни в одном из расчетов переориентация КМЦ не наблюдается. На рисунке 2б–г представлены осредненные по времени поля температуры. Поскольку направление циркуляции неизменно, то на осредненном поле хорошо видны области всплытия горячей жидкости и опускания холодной. Погруженное тело увлекается потоком и движется в основном вдоль стенок, в направлении общей циркуляции жидкости.

Важно отметить, что движение тела любого размера не регулярно, значительную часть времени тело проводит в двух диагонально расположенных углах ячейки (здесь оно застревает и некоторое время стоит), а движение после фазы застоя всегда начинается с разгона по вертикали. Динамика движения определяется комбинацией сил давления и вязкого трения, которые в свою очередь зависят от распределения температуры и скорости жидкости в ячейке. В силу пространственной неоднородности и временной нестационарности течения анализ действия этих сил очень сложен, поэтому описание основных фаз движения тела и заслуживающих внимания изменений в структуре течения ограничивается распределением температуры. На рисунке 3 для каждого размера показано по четыре мгновенных поля температуры, характеризующие перемещение тела из нижней застойной зоны в верхнюю

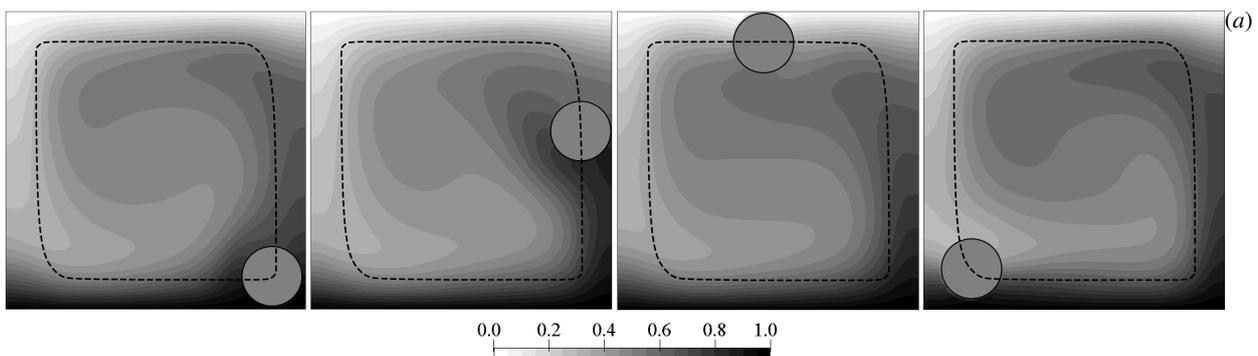


Рис. 3. Мгновенные поля температуры на разных этапах движения тела вдоль периметра ячейки при  $Ra = 10^5$ : D02 (а), D04 (б), D06 (в)

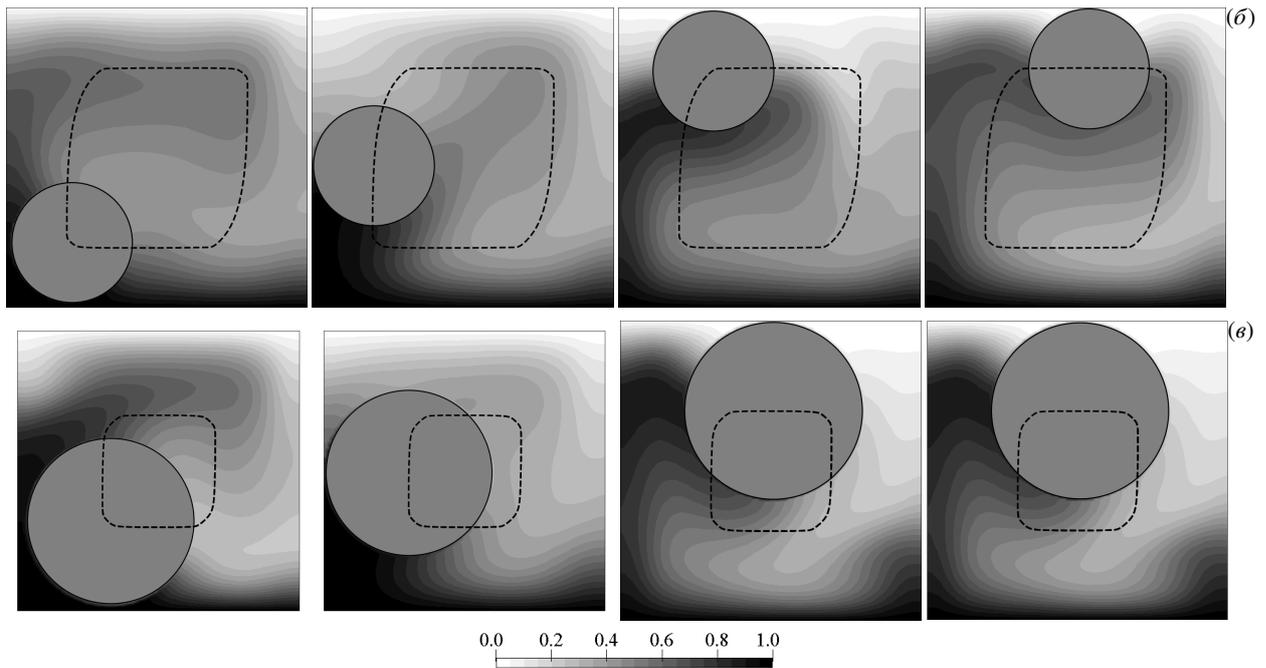


Рис. 3. Продолжение

(диагональную). Видно, что при малом размере (Рис. 3а) циркуляция жидкости происходит против часовой стрелки, а при двух других — по часовой стрелке. На каждой серии изображений можно видеть формирование горячей «подушки» под телом во время его остановки в углу на дне ячейки. После начала движения тела перегретая (легкая) жидкость начинает всплывать и смешиваться с более холодной, что сопровождается сбросом накопленной потенциальной энергии и ростом средней температуры жидкости. В верхнем диагональном углу все происходит аналогично: в данном случае уже переохлажденная жидкость двигается вниз. По мере движения по вертикали тело набирает скорость и достигает горизонтальной границы, где увлекается горизонтальным потоком и, двигаясь вдоль горизонтальной стенки, доплывает до диагонального угла и останавливается.

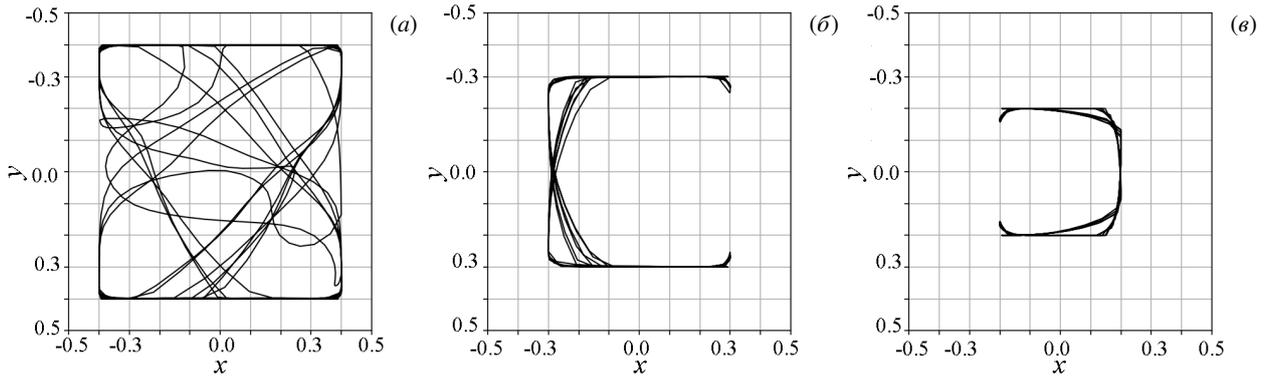
Следует подчеркнуть, что с увеличением размеров тела время полного цикла его движения, как и характерные скорости жидкости (число Рейнольдса) уменьшаются. Этот факт будет обсуждаться в разделе 3.3.

### 3.2. $Ra = 10^6$

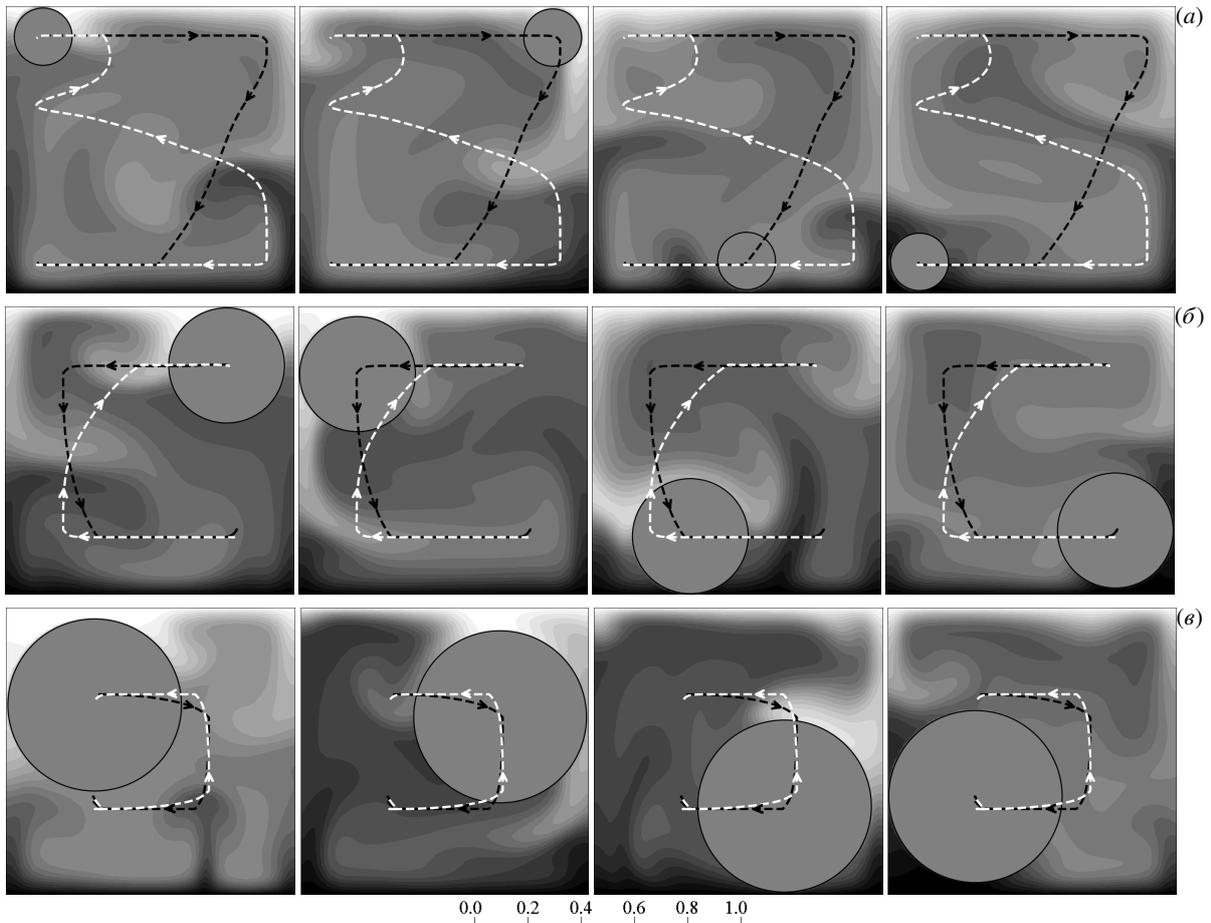
С ростом надкритичности характер течения усложняется. При  $Ra = 10^6$  в отсутствие тела устанавливается колебательный режим, сопровождающийся периодической сменой знака КМЦ. Период колебаний равняется  $T = 38$  (в безразмерных единицах времени).

Внесение тела также полностью меняет характер течения. Нарушается периодичность и пропадает выделенное направление КМЦ. Движения тела иллюстрирует рисунок 4, на котором представлены траектории центра тела в трех расчетах. Малое тело движется достаточно хаотично, далеко отклоняясь от стенок. Тело больших размеров в основном перемещается вдоль стенок (углы скашиваются за счет бокового сноса при вертикальном движении), причем траектории не симметричны относительно вертикальной оси и имеют вид лежащей на боку буквы П. Такие П-образные движения квазиустойчивы, то есть буква П лежит на одном боку достаточно долгое время и иногда спонтанно переворачивается на другой бок. При осреднениях на продолжительных временных интервалах симметрия течения восстанавливается, но движения тела по замкнутой траектории отсутствуют и складывается из долгих (включающих десятки П-циклов) блужданий из верхнего правого угла по левой стенке к нижнему правому углу и наоборот (Рис. 4б) или из верхнего левого угла по правой стенке к нижнему левому углу (Рис. 4в).

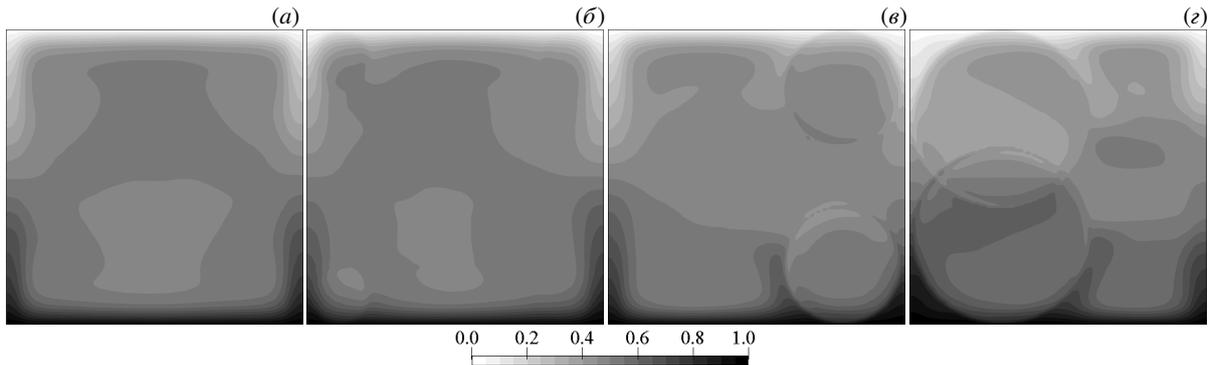
В наблюдаемых при  $Ra = 10^6$  П-блужданиях тело также проводит много времени в двух углах ячейки, но теперь это не диагональные по отношению друг к другу углы, а углы, прилежащие к одной вертикальной стенке. Важно, что, в отличие от движений при  $Ra = 10^5$ , старт из застоя всегда горизонтальный. В данном режиме, разогнавшись, тело проходит вдоль трех сторон полости и застревает в углу на той же стороне, с которой оно стартовало. С увеличением размера тела период П-цикла  $P$  увеличивается: D02 — 476, D04 — 719, D06 — 873. На рисунке 5 показано по четыре мгновенных поля температуры в разных фазах П-цикла для тела трех размеров (траектория движения из верхнего положения в нижнее показана черной штриховой линией, траектория движения из нижнего положения в верхнее — белой линией). Малое тело достаточно часто сбивается на произвольные траектории (в представленном цикле движение вниз прошло по траектории, близкой к средней, а при движении вверх вторая половина пути носит случайный характер). Тело среднего и большого размеров следует по средней траектории достаточно устойчиво.



**Рис. 4.** Траектории движения центра тела при  $Ra = 10^6$ : D02 (а), D04 (б), D06 (в); в вариантах D04 и D06 траектории отвечают интервалам времени, не включавшим смену ориентации  $\Pi$



**Рис. 5.** Один период движения тела (черная линия обозначает движение вниз, белая – вверх) при  $Ra = 10^6$  в расчетах для тела разного размера: D02 (а), D04 (б), D06 (в)



**Рис. 6.** Осредненные поля температуры при  $Ra = 10^6$  в расчетах: D0 (а), D02 (б), D04 (в), D06 (г)

На рисунке 6 представлены осредненные по времени поля температуры при  $Ra = 10^6$  в отсутствие тела и для тела трех размеров.

### 3.3. Интегральные характеристики

Эффективность конвективного теплопереноса определяется числом Нуссельта

$$Nu = \frac{q_h L}{\lambda_l \Delta T},$$

где  $q_h$  — средняя плотность теплового потока, а интенсивность конвективных движений жидкости характеризует число Рейнольдса, рассчитываемое через среднюю кинетическую энергию жидкости

$$Re = \frac{LU_f}{\nu},$$

где  $U_f = \sqrt{\langle \vec{u} \cdot \vec{u} \rangle_{t, \Omega}}$  — среднеквадратичная скорость движения жидкости, оператор  $\langle \cdot \rangle_{t, \Omega}$  обозначает осреднение по времени и всему объему жидкости. Интегральные характеристики течения, полученные в восьми выполненных расчетах (при двух значениях числа Релея вычислена конвекция без тела и с телом трех размеров) приведены в таблице.

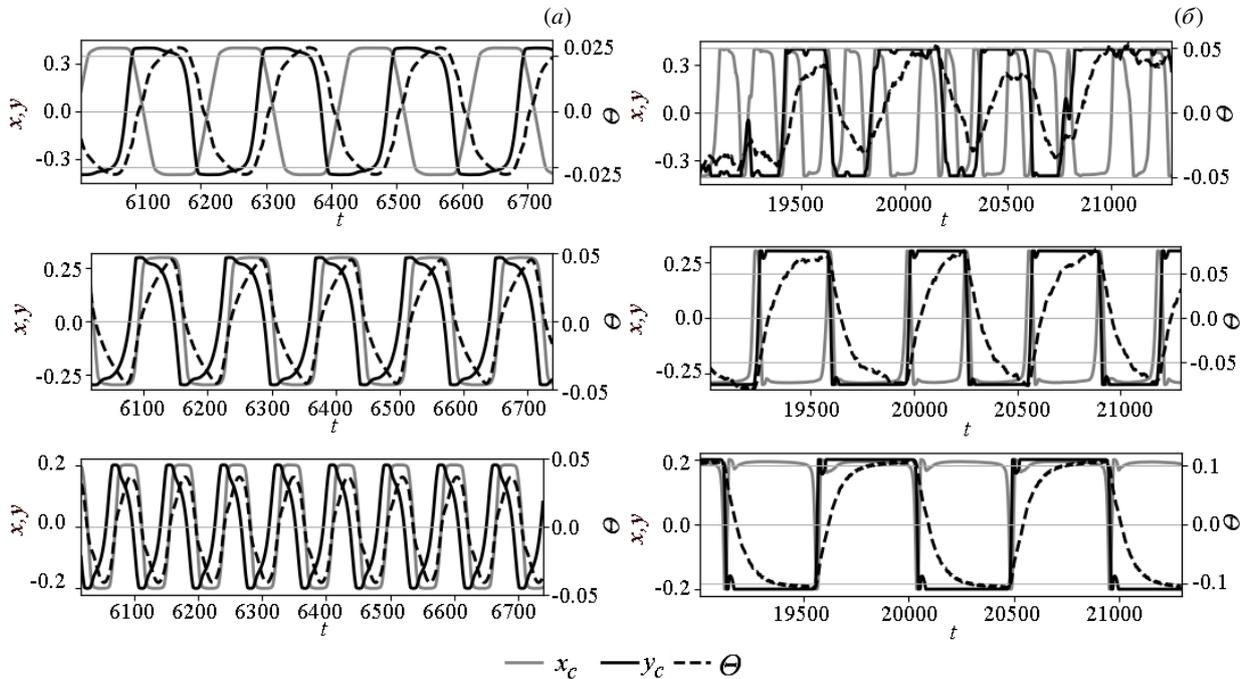
**Таблица.** Интегральные характеристики конвективной системы с плавающим телом

Варианты расчета	Характеристики	Re	Nu	P	$t_r$	$V_a$	$U_f$
$Ra = 10^5$							
D0		7.5	4.1	-	-	-	0.063
D02		7.5	3.4	197	0.21	0.021	0.062
D04		5.7	2.9	143	0.18	0.020	0.048
D06		4.4	2.9	85	0	0.019	0.037
$Ra = 10^6$							
D0		28	6.9	-	-	-	0.072
D02		25	6.3	476	0.51	0.021	0.066
D04		22	5.7	719	0.78	0.022	0.059
D06		18	4.7	879	0.87	0.021	0.049

Включение твердого тела в объем жидкости снижает эффективное число Рейнольдса на 42% при  $Ra = 10^5$  и на 34% при  $Ra = 10^6$ . Таким образом, при наличии тела уменьшаются характерные скорости течения жидкости в ячейке. Напрямую скорость перемещения твердого тела не связана с характерной скоростью конвективного течения. Продолжительность одного цикла (при  $Ra = 10^5$  под циклом понимается обход телом ячейки вдоль периметра с двумя остановками в диагонально расположенных углах, а при  $Ra = 10^6$  цикл включает прямое и обратное движения по П-траекториям также с двумя остановками в верхнем и нижнем углах, но у одной вертикальной боковой стенки) с ростом размера тела уменьшается, однако следует учитывать, что рост размера тела приводит к уменьшению длины траектории его движения. Чтобы оценить скорость движения тела в активной фазе, сначала необходимо вычислить относительное время покоя диска  $t_r$  (см. Табл.), которое определяется как отношение времени, в течение которого скорость диска меньше 5% его максимальной скорости, ко всей продолжительности цикла. Затем скорость движения тела в активной фазе оценивается по формуле  $V_a \approx 4(1-D)/(P(1-t_r))$  для кругового движения, то есть при  $Ra = 10^5$ , и по формуле  $V_a \approx 6(1-D)/(P(1-t_r))$  для П-образного движения, то есть при  $Ra = 10^6$ . Значения  $V_a$  также приведены в таблице и свидетельствуют о том, что характерная скорость перемещения тела с ростом его размера изменяется незначительно (течение ослабевает, но жидкости толкать тело становится легче).

Плавающее в ячейке тело заметно влияет на процесс теплообмена, поскольку твердое тело является теплоизолирующим. Число Нуссельта падает с ростом размера тела и при  $D = 0.6$  снижается на 31% при  $Ra = 10^5$  и на 32% при  $Ra = 10^6$  (в сравнении со значением для конвекции в ячейке без тела). В силу того что потоки тепла на границах стенка–жидкость обуславливаются толщиной температурных пограничных слоев, влияние тела на теплообмен существенно зависит от его динамики. В том случае, когда тело стоит вблизи горизонтальной границы, оно служит теплоизолятором, в результате чего происходит заметное снижение интенсивности потоков тепла. Если тело находится в движении, оно возмущает температурный пограничный слой и, наоборот, усиливает теплообмен между стенкой и жидкостью. Таким образом, в присутствии тела наблюдается сложная квазипериодическая зависимость от времени тепловых потоков у горизонтальных границ. Обращает на себя внимание очень близкие значения числа Нуссельта при  $Ra = 10^5$  для крупных тел ( $D = 0.4$  и  $D = 0.6$ ), что неожиданно, так как обычно теплопоток падает с увеличением размера теплоизолирующего тела. Основное отличие в поведении тел заключается в изменении длительности покоя. Самое крупное тело находится в непрерывном движении, без промежуточных остановок. Можно предположить, что в результате этого оно активнее (продолжительнее) взаимодействует с температурными пограничными слоями, возмущает их, что

приводит к интенсификации теплообмена. Вследствие этого может компенсироваться снижение теплоточка и обеспечиваться постоянство числа Нуссельта при увеличении размера тела. Квазипериодические вариации потоков тепла хорошо иллюстрируются временными функциями средней (по объему ячейки) температуры жидкости, которые показаны для шести режимов на рисунке 7 вместе с зависимостями от времени положения центра тела. Если тело находится вблизи верхней границы, то оно ослабляет охлаждение и приводит к росту средней температуры. Если же тело находится внизу, то оно мешает подводу тепла, и средняя температура жидкости падает. Отмеченная связь между положением тела и изменением средней температуры также имеет сложный характер и отличается от режима к режиму. Наиболее выраженная корреляция температуры и вертикальной координаты положения тела наблюдается при крупных телах ( $D = 0.4$ ,  $D = 0.6$ ) и  $Ra = 10^6$ .



**Рис. 7.** Изменения безразмерной средней температуры жидкости и положения центра тяжести тела во времени:  $Ra = 10^5$  (а),  $Ra = 10^6$  (б); варианты расчета D02, D04 и D06 (сверху вниз);  $\Theta = T_{mean} - 0.5$ , где  $T_{mean}$  – средняя температура в ячейке

#### 4. Обсуждение и выводы

Проведено численное исследование конвекции Релея–Бенара при наличии в ячейке достаточно крупного теплоизолирующего тела нейтральной плавучести (рассмотрено тело диаметром  $D = 0.2, 0.4, 0.6$ ). Основное внимание уделено изменениям динамики тела и конвективных течений при существенном увеличении размера тела. Расчеты в двумерной постановке показали, что свободноплавающее тело принципиально воздействует на конвективное течение, изменяет как его интенсивность и структуру, так и конвективный теплоперенос.

Рассмотрены режимы при двух умеренных значениях числа Релея:  $Ra = 10^5$  и  $Ra = 10^6$ . В отсутствие тела в ячейке при  $Ra = 10^5$  устанавливается стационарная двухваликовая конвекция, а при  $Ra = 10^6$  возникает колебательный режим с периодом смены направления крупномасштабной циркуляции, равным 38 безразмерным единицам времени.

Появление в ячейке свободноплавающего тела круглого сечения принципиально меняет характер течения, причем он качественно не зависит от размера тела, но принципиально отличается при рассмотренных значениях числа Релея. При  $Ra = 10^5$  стационарная двухваликовая конвекция в присутствии тела сменяется устойчивой крупномасштабной циркуляцией, занимающей всю ячейку. Направление сформировавшейся КМЦ случайно, но неизменно, переориентация КМЦ жидкости в ячейке не выявлена. Погруженное тело увлекается потоком жидкости, но остается вблизи границ ячейки. При этом движение тела неравномерное, с остановками в двух диагонально расположенных углах ячейки, где оно проводит значительную часть времени. Движение тела после остановки всегда начинается с разгона по вертикали (Рис. 8а).

При другом числе Релея ( $Ra = 10^6$ , Рис. 8б) тело совершает квазистойчивые колебательные движения, перемещаясь туда-обратно вдоль траектории, представляющей собой лежащую на боку букву П. Квазистойчивость означает, что время от времени картина движения сменяется симметричной относительно вертикальной оси, то есть точки остановок перемещаются от правой стенки к левой и наоборот. Серые кружки на рисунке 8 соответствуют точкам стояния тела. Выявлено, что внесение плавающего тела приводит к снижению интенсивности конвективного течения и конвективного переноса тепла: числа Рейнольдса и Нуссельта уменьшаются по мере роста размеров

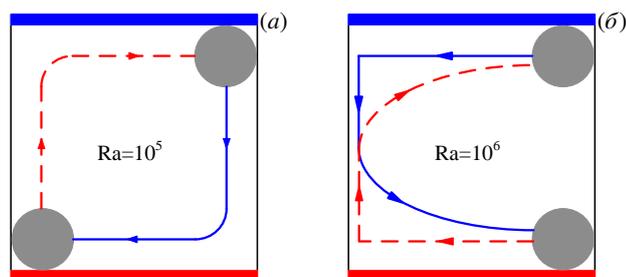


Рис. 8. Схема перемещения тела при двух числах Рейля

тела. Перемещение тела от верхней границы к нижней приводит к заметным временным колебаниям потоков тепла, в результате средняя температура жидкости квазипериодически осциллирует. Корреляция температуры и вертикальной координаты положения тела наиболее выражена при крупных телах ( $D = 0.4$ ,  $D = 0.6$ ) и  $Ra = 10^6$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-61-00098), <https://rscf.ru/project/22-61-00098/>.

## Литература

1. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Reviews of modern physics*. 2009. Vol. 81, no. 2. P. 503–537. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.503
2. Chillà F., Schumacher J. New perspectives in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *The European Physical Journal E*. 2012. Vol. 35. P. 1–25. DOI: 10.1140/epje/i2012-12058-1
3. Xia K. Current trends and future directions in turbulent thermal convection // *Theoretical and Applied Mechanics Letters*. 2013. Vol. 3, no. 5. 052001. DOI: 10.1063/2.1305201
4. Zhang J., Libchaber A. Periodic boundary motion in thermal turbulence // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84, no. 19. P. 4361–4364. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.4361
5. Zhong J.Q., Zhang J. Thermal convection with a freely moving top boundary // *Physics of Fluids*. 2005. Vol. 17, no. 11. 115105. DOI: 10.1063/1.2131924
6. Zhong J.Q., Zhang J. Dynamical states of a mobile heat blanket on a thermally convecting fluid // *Physical Review E*. 2007. Vol. 75, no. 5. 055301. DOI: 10.1103/PhysRevE.75.055301
7. Gurnis M. Large-scale mantle convection and the aggregation and dispersal of supercontinents // *Nature*. 1988. Vol. 332, no. 6166. P. 695–699. DOI: 10.1038/332695a0
8. Zhong S., Gurnis M. Dynamic feedback between a continentlike raft and thermal convection // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1993. Vol. 98, B7. P. 12219–12232. DOI: 10.1029/93JB00193
9. Mao Y., Zhong J.Q., Zhang J. The dynamics of an insulating plate over a thermally convecting fluid and its implication for continent movement over convective mantle // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 868. P. 286–315. DOI: 10.1017/jfm.2019.189
10. Mao Y. An insulating plate drifting over a thermally convecting fluid: the effect of plate size on plate motion, coupling modes and flow structure // *Journal of Fluid Mechanics*. 2021. Vol. 916. A18. DOI: 10.1017/jfm.2021.192
11. Попова Е.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабные течения в турбулентном конвективном слое с погруженным в него подвижным теплоизолятором // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2003. № 6. С. 41–47.
12. Попова Е.Н., Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Фрик П.Г. Динамика конвективной системы с плавающим протяженным теплоизолятором // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2022. № 3. С. 38–47. DOI: 10.17072/1994-3598-2022-3-38-47
13. Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Фрик П.Г. Влияние горизонтальных теплоизолирующих пластин на структуру конвективных течений и теплоперенос в замкнутой полости // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2023. Т. 15, № 1. С. 83–97. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.1.7
14. Filimonov S., Gavrilov A., Frick P., Sukhanovskii A., Vasiliev A. 2D and 3D Numerical Simulations of a Convective Flow with a Free-floating Immersed Body // *Heat Transfer Research*. 2025. Vol. 56, no. 7. P. 13–26. DOI: 10.1615/HeatTransRes.2024054471
15. Frick P., Popova E., Sukhanovskii A., Vasiliev A. A random 2D walk of a submerged free-floating disc in a convective layer // *Physica D Nonlinear Phenomena*. 2023. Vol. 455. 133882. DOI: 10.1016/j.physd.2023.133882
16. Frick P., Filimonov S., Gavrilov A., Popova E., Sukhanovskii A., Vasiliev A. Rayleigh–Bénard convection with immersed floating body // *Journal of Fluid Mechanics*. 2024. Vol. 979. A23. DOI: 10.1017/jfm.2023.1064
17. Филимонов С.А., Гаврилов А.А., Литвицев К.Ю., Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Фрик П.Г. Блуждания зеркально отражающего погруженного диска в подогреваемом падающим излучением конвективном слое // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2025. Т. 18, № 1. С. 112–121. DOI: 10.7242/1999-6691/2025.18.1.9
18. Filimonov S., Gavrilov A., Sukhanovskii A., Vasiliev A., Frick P. Large aspect ratio Rayleigh–Bénard convection perturbed by a floating immersed body // *Journal of Fluid Mechanics*. 2025. Vol. 1022. A41. DOI: 10.1017/jfm.2025.10789

19. *Vasiliev A., Frick P., Kumar A., Stepanov R., Sukhanovskii A., Verma M.K.* Transient flows and reorientations of large-scale convection in a cubic cell // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 108. 104319. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104319
20. *Sugiyama K., Ni R., Stevens R.J., Chan T.S., Zhou S.-Q., Xi H.-D., Sun C., Grossmann S., Xia K.-Q., Lohse D.* Flow reversals in thermally driven turbulence // *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 105, no. 3. 034503. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.034503
21. *Васильев А.Ю., Фрик П.Г.* Инверсии крупномасштабной циркуляции при турбулентной конвекции в прямоугольных полостях // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2011. Т. 93, № 6. С. 363–367.
22. *Теймуразов А.С., Васильев А.Ю., Фрик П.Г.* Двумерные и квазидвумерные расчеты турбулентной конвекции в вертикальных слоях // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2012. Т. 5, № 4. С. 405–414. DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.4.48
23. *Tsutsumi T., Takeuchi S., Kajishima T.* Heat transfer and particle behaviours in dispersed two-phase flow with different heat conductivities for liquid and solid // *Flow, turbulence and combustion*. 2014. Vol. 92, no. 1. P. 103–119. DOI: 10.1007/s10494-013-9498-0
24. *Takeuchi S., Miyamori Y., Gu J., Kajishima T.* Flow reversals in particle-dispersed natural convection in a two-dimensional enclosed square domain // *Physical Review Fluids*. 2019. Vol. 4, no. 8. 084304. DOI: 10.1103/PhysRevFluids.4.084304
25. *Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F.* Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 891. 2017. 012076. DOI: 10.1088/1742-6596/891/1/012076
26. *Mittal R., Iaccarino G.* Immersed boundary methods // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2005. Vol. 37. P. 239–261. DOI: 10.1146/ANNUREV.FLUID.37.061903.175743
27. *Филимонов С.А., Гаврилов А.А., Дектерев А.А., Литвинцев К.Ю.* Математическое моделирование взаимодействия свободно-конвективного течения и подвижного тела // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2023. Т. 16, № 1. С. 89–100. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.1.7
28. *Van Doormaal J.P., Raithby G.D.* Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // *Numerical heat transfer*. 1984. Vol. 7, no. 2. P. 147–163. DOI: 10.1080/01495728408961817
29. *Lien F.-S., Leschziner M.* Upstream monotonic interpolation for scalar transport with application to complex turbulent flows // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1994. Vol. 19, no. 6. P. 527–548. DOI: 10.1002/FLD.1650190606
30. *Frick P., Filimonov S., Gavrilov A., Litvintsev K., Sukhanovskii A., Popova E., Vasiliev A.* Dynamics of a submerged plate of different optical properties in a heated by radiation convective cell // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2025. Vol. 241. 126675. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.126675
31. *Celik I.B., Ghia U., Roache P.J., Freitas C.J.* Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications // *Journal of Fluids Engineering*. 2008. Vol. 130, no. 7. 078001. DOI: 10.1115/1.2960953
32. *Зимин В.Д., Кетов А.И.* Надкритические конвективные течения в кубической полости // *Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа*. 1974. № 5. С. 110–114.

### Сведения об авторах:

*Филимонов Сергей Анатольевич*, ктн, нс, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН (ИТ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1; e-mail: bdk@inbox.ru; ORCID: 0000-0002-4044-3223

*Гаврилов Андрей Анатольевич*, кфмн, снс, ИТ СО РАН; e-mail: gavand@yandex.ru; ORCID: 0009-0004-8061-0040

*Сухановский Андрей Николаевич*, дфмн, зав.лаб., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, д.1; e-mail: san@icmm.ru; ORCID: 0000-0003-3178-0217

*Васильев Андрей Юрьевич (корр.)*, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; e-mail: vasiliev.a@icmm.ru; ORCID: 0000-0002-3517-2553

*Фрик Петр Готлобович*, дфмн, зав.отд., ИМСС УрО РАН; e-mail: frick@icmm.ru; ORCID: 0000-0001-7156-1583

Research article

## Convection in a closed cavity with a large body of neutral buoyancy

S.A. Filimonov<sup>1</sup>, A.A. Gavrilov<sup>1</sup>, A.N. Sukhanovskii<sup>2</sup>, A.Yu. Vasiliev<sup>2</sup>, P.G. Frick<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

Rayleigh-Benard convection in a square cell with a sufficiently large, heat-insulating body of neutral buoyancy is studied numerically for two moderate values of the Rayleigh number  $Ra = 10^5$  and  $Ra = 10^6$ . The emphasis is placed on changes in the dynamics of bodies and convective flows observed at a significant increase in body size. In the absence of a body, stationary two-roll convection is formed in the cell at  $Ra = 10^5$ , and at  $Ra = 10^6$  a periodic oscillatory regime occurs. The appearance of a freely floating circular body in a cell changes the flow behavior, which is qualitatively independent of the body size, but fundamentally different for two considered values of the Rayleigh number. Thus, at  $Ra = 10^5$ , in the presence of a body, a stable large-scale circulation is formed, occupying the entire cell. The movement of the body is irregular, stopping at two diagonally located corners of the cell. At  $Ra = 10^6$ , the body movement scenario changes: a free-floating body performs quasi-stable oscillatory movements, moving back and forth along a trajectory representing the letter  $\Pi$  rotated by 90 degrees. The introduction of a floating body leads to a decrease in the intensity of convective flow and convective heat transfer. It is shown that the values of the Reynolds and Nusselt numbers decrease significantly with increasing body size. The interaction between body and temperature boundary layers causes noticeable temporary fluctuations in heat fluxes, resulting in quasi-periodic fluctuations in the average temperature of the fluid. The most pronounced correlation between the temperature and the vertical coordinate of body position is observed in the case of large bodies and a higher value of the Rayleigh number.

**Keywords:** thermal convection, direct numerical simulation, free floating body

**Received:** 18.11.2025 / **Published online:** 25.02.2026

### Acknowledgements

The research was supported by the Russian Science Foundation (project № 22-61-00098), <https://rscf.ru/project/22-61-00098/>.

### References

- Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection. *Reviews of modern physics*. 2009. Vol. 81, no. 2. P. 503–537. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.503
- Chillà F., Schumacher J. New perspectives in turbulent Rayleigh–Bénard convection. *The European Physical Journal E*. 2012. Vol. 35. P. 1–25. DOI: 10.1140/epje/i2012-12058-1
- Xia K. Current trends and future directions in turbulent thermal convection. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*. 2013. Vol. 3, no. 5. 052001. DOI: 10.1063/2.1305201
- Zhang J., Libchaber A. Periodic boundary motion in thermal turbulence. *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84, no. 19. P. 4361–4364. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.4361
- Zhong J.Q., Zhang J. Thermal convection with a freely moving top boundary. *Physics of Fluids*. 2005. Vol. 17, no. 11. 115105. DOI: 10.1063/1.2131924
- Zhong J.Q., Zhang J. Dynamical states of a mobile heat blanket on a thermally convecting fluid. *Physical Review E*. 2007. Vol. 75, no. 5. 055301. DOI: 10.1103/PhysRevE.75.055301
- Gurnis M. Large-scale mantle convection and the aggregation and dispersal of supercontinents. *Nature*. 1988. Vol. 332, no. 6166. P. 695–699. DOI: 10.1038/332695a0
- Zhong S., Gurnis M. Dynamic feedback between a continentlike raft and thermal convection. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1993. Vol. 98, B7. P. 12219–12232. DOI: 10.1029/93JB00193
- Mao Y., Zhong J.Q., Zhang J. The dynamics of an insulating plate over a thermally convecting fluid and its implication for continent movement over convective mantle. *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 868. P. 286–315. DOI: 10.1017/jfm.2019.189
- Mao Y. An insulating plate drifting over a thermally convecting fluid: the effect of plate size on plate motion, coupling modes and flow structure. *Journal of Fluid Mechanics*. 2021. Vol. 916. A18. DOI: 10.1017/jfm.2021.192
- Popova E.N., Frick P.G. Large-Scale Flows in a Turbulent Convective Layer with an Immersed Moving Thermal Insulator. *Fluid Dynamics*. 2003. Vol. 38. P. 862–867. DOI: 10.1023/B:FLUI.0000015226.47864.b8
- Popova E.N., Vasiliev A.Yu., Sukhanovskii A.N., Frick P.G. Dynamics of a convective system with a floating extended thermal insulator. *Bulletin of Perm University. Physics*. 2022. No. 3. P. 38–47. DOI: 10.17072/1994-3598-2022-3-38-47
- Vasiliev A.Yu., Sukhanovskii A.N., Frick P.G. Influence of horizontal heat-insulating plates on the structure of convective flows and heat transfer in a closed cavity. *Computational Continuum Mechanics*. 2022. Vol. 15, no. 1. P. 83–97. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.1.7

14. *Filimonov S., Gavrilov A., Frick P., Sukhanovskii A., Vasiliev A.* 2D and 3D Numerical Simulations of a Convective Flow with a Free-floating Immersed Body. *Heat Transfer Research*. 2025. Vol. 56, no. 7. P. 13–26. DOI: 10.1615/HeatTransRes.2024054471
15. *Frick P., Popova E., Sukhanovskii A., Vasiliev A.* A random 2D walk of a submerged free-floating disc in a convective layer. *Physica D Nonlinear Phenomena*. 2023. Vol. 455. 133882. DOI: 10.1016/j.physd.2023.133882
16. *Frick P., Filimonov S., Gavrilov A., Popova E., Sukhanovskii A., Vasiliev A.* Rayleigh–Bénard convection with immersed floating body. *Journal of Fluid Mechanics*. 2024. Vol. 979. A23. DOI: 10.1017/jfm.2023.1064
17. *Filimonov S.A., Gavrilov A.A., Litvintsev K.Yu., Vasiliev A.Yu., Sukhanovskii A.N., Frick P.G.* Travelling of a reflecting immersed disc in a convective layer heated by incident radiation. *Computational Continuum Mechanics*. 2025. Vol. 18, no. 1. P. 112–121. DOI: 10.7242/1999-6691/2025.18.1.9
18. *Filimonov S., Gavrilov A., Sukhanovskii A., Vasiliev A., Frick P.* Large aspect ratio Rayleigh–Bénard convection perturbed by a floating immersed body. *Journal of Fluid Mechanics*. 2025. Vol. 1022. A41. DOI: 10.1017/jfm.2025.10789
19. *Vasiliev A., Frick P., Kumar A., Stepanov R., Sukhanovskii A., Verma M.K.* Transient flows and reorientations of large-scale convection in a cubic cell. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 108. 104319. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104319
20. *Sugiyama K., Ni R., Stevens R.J., Chan T.S., Zhou S.-Q., Xi H.-D., Sun C., Grossmann S., Xia K.-Q., Lohse D.* Flow reversals in thermally driven turbulence. *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 105, no. 3. 034503. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.034503
21. *Vasiliev A.Yu., Frick P.G.* Reversals of large-scale circulation in turbulent convection in rectangular cavities. *JETP Letters*. 2011. Vol. 93, no. 6. P. 330–334. DOI: 10.1134/S0021364011060117
22. *Teymurazov A.S., Vasiliev A.Yu., Frick P.G.* 2D and quasi-2D DNS of turbulent convection in vertical layers. *Computational Continuum Mechanics*. 2012. Vol. 5, no. 4. P. 405–414. DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.4.48
23. *Tsutsumi T., Takeuchi S., Kajishima T.* Heat transfer and particle behaviours in dispersed two-phase flow with different heat conductivities for liquid and solid. *Flow, turbulence and combustion*. 2014. Vol. 92, no. 1. P. 103–119. DOI: 10.1007/s10494-013-9498-0
24. *Takeuchi S., Miyamori Y., Gu J., Kajishima T.* Flow reversals in particle-dispersed natural convection in a two-dimensional enclosed square domain. *Physical Review Fluids*. 2019. Vol. 4, no. 8. 084304. DOI: 10.1103/PhysRevFluids.4.084304
25. *Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F.* Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 891. 2017. 012076. DOI: 10.1088/1742-6596/891/1/012076
26. *Mittal R., Iaccarino G.* Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2005. Vol. 37. P. 239–261. DOI: 10.1146/ANNUREV.FLUID.37.061903.175743
27. *Filimonov S.A., Gavrilov A.A., Dekterev A.A., Litvintsev K.Yu.* Mathematical modeling of the interaction of a thermal convective flow and a moving body. *Computational Continuum Mechanics*. 2023. Vol. 16, no. 1. P. 89–100. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.1.7
28. *Van Doormaal J.P., Raithby G.D.* Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical heat transfer*. 1984. Vol. 7, no. 2. P. 147–163. DOI: 10.1080/01495728408961817
29. *Lien F.-S., Leschziner M.* Upstream monotonic interpolation for scalar transport with application to complex turbulent flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1994. Vol. 19, no. 6. P. 527–548. DOI: 10.1002/FLD.1650190606
30. *Frick P., Filimonov S., Gavrilov A., Litvintsev K., Sukhanovskii A., Popova E., Vasiliev A.* Dynamics of a submerged plate of different optical properties in a heated by radiation convective cell. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2025. Vol. 241. 126675. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.126675
31. *Celik I.B., Ghia U., Roache P.J., Freitas C.J.* Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *Journal of Fluids Engineering*. 2008. Vol. 130, no. 7. 078001. DOI: 10.1115/1.2960953
32. *Zimin V.D., Ketov A.I.* Supercritical convective motions in a cubic cavity. *Fluid Dynamics*. 1974. Vol. 9. P. 774–778. DOI: 10.1007/BF01017425