

Научная статья

Течение ньютоновской жидкости в смесителях различных конфигураций

Е.И. Борзенко, Д.Н. Гарбузов

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Российская Федерация

Анализируется течение вязкой несжимаемой жидкости в мешалках со сплошными лопастями и лопастями якорного вида. Сформулирована математическая постановка задачи на основе уравнений Навье–Стокса и неразрывности в плоском приближении. Разработан алгоритм решения на базе метода контрольного объема и корректирующей процедуры SIMPLE. Дискретизация дифференциальных уравнений выполнена с использованием неструктурированных триангулярных сеток, учитывающих геометрические особенности области течения. Выполнены тесты для проверки аппроксимационной сходимости и оценки порядка точности численной схемы, а также с целью верификации оригинальной программы расчета. Параметрические исследования проведены при изменении числа Рейнольдса в диапазоне $0.1 \div 100$, который свойственен технологии переработки текучих материалов в промышленных смесителях. Получены распределения кинематических и динамических характеристик потока и продемонстрированы картины течения, особенностью которых является наличие циркуляционных зон в лопастных мешалках разной конфигурации. Выполнены расчеты положения маркерных частиц и эволюции реперных линий, которые дают визуальное представление о процессе и демонстрируют присутствие областей равномерного и неравномерного перемешивания. Введен количественный параметр качества смешения, с помощью которого можно сравнивать друг с другом мешалки разной конфигурации, а также рассматривать процесс смешения во времени. Количественно процесс оценивается по значениям интеграла диссипативной функции, который показывает энергопотребление, и по величине количественного параметра неоднородности распределения маркерных частиц. Последний позволяет более детально изучать процесс перемешивания по объему с течением времени.

Ключевые слова: вязкая жидкость, мешалка, лопасть, метод контрольного объема, неструктурированная сетка, циркуляционная зона, качество смешения

Получение: 22.02.2024 / *Публикация онлайн:* 30.12.2024

УДК 532.517.2, 66.063.8

1. Введение

Технологическое оборудование, реализующее операции перемешивания жидкостей, а также диспергирование твердых частиц или газа, широко используется в различных индустриях. Важнейшую роль смесители играют в химической, перерабатывающей и других отраслях. Распространение получили устройства двух видов: смеситель с мешалкой и объемный смеситель, в котором перемешивание происходит под действием силы тяжести [1]. Движение среды, возникающее в аппарате при вращении мешалки, можно разложить на три составляющие: радиальную, тангенциальную и осевую, количественное соотношение которых зависит от конструкции смесителя. При достаточно низких значениях числа Рейнольдса Re в исследуемой области преобладают радиальная и тангенциальная составляющие, что позволяет рассматривать задачу смешения в рамках двумерной постановки. При этом процесс течения характеризуется образованием циркуляционных и застойных зон, которые могут влиять на качество конечного продукта.

Инженерам и конструкторам для организации качественного и эффективного смешения необходимо детально понимать гидродинамические, теплофизические и химические процессы, реализующиеся в смесителях [2]. Важнейшими параметрами смесительного оборудования являются или энергопотребление, или число мощности (безразмерное значение интеграла диссипативной функции, взятого по области течения), выражающее отношение работы внешних сил к кинетической энергии системы [3, 4]. Отметим, что число мощности и интегральное значение диссипативной функции — это одинаковые по сути характеристики. Дополнительные сведения о потоке дают распределения его кинематических и динамических свойств, а также траектории движения маркерных частиц [5, 6]. Положение маркерных частиц в разные моменты времени позволяет оценить степень перемешивания и требуемое время для достижения однородности, выявить изолированные области, в которых смешение не произошло.

Сложность экспериментального изучения процесса перемешивания делает численное моделирование надежной альтернативой. В частности, вычислительная гидродинамика дает подробную информацию о различных параметрах, влияющих на процесс, причем зачастую с меньшими временными и финансовыми затратами. В работе [5] анализировалась связь конфигурации лопастей и скорости их вращения с качеством перемешивания в двумерном случае. Для верификации полученных результатов выполнено сравнение с экспериментальными данными. В [6] процесс смешения исследуется в рамках трехмерной постановки задачи. Отличительной особенностью работы [7] является рассмотрение ламинарного течения наножидкости. Показано, что добавление наночастиц в основную жидкость способствует значительному увеличению теплообмена в резервуаре с мешалкой. В большинстве работ анализируются кинематические особенности потока, при этом мало внимания уделяется вопросу качества смешения и его количественному описанию. Качество перемешивания часто оценивается посредством числа мощности, однако оно описывает процесс не всегда адекватно [3, 4].

В настоящей работе проведено численное моделирование течения вязкой жидкости в мешалках с разным числом лопастей различной формы (сплошных и якорных) с целью оценки качества перемешивания и выявления гидродинамических особенностей потока. Применена оригинальная численная методика определения

степени однородности смешения, позволяющая более точно характеризовать процесс в отличие, например, от традиционной, использующей число мощности. В основе решения лежит метод контрольного объема, реализованный на неструктурированных сетках, учитывающих геометрические особенности области течения при ее дискретизации.

2. Постановка задачи

Рассматриваются двумерные течения вязкой несжимаемой жидкости в ограниченной неподвижной области радиуса R области Ω , в которой расположены вращающиеся по часовой стрелке с постоянной угловой скоростью ω элементы разной формы (Рис. 1). Таким образом, моделируются мешалки со сплошными и якорными лопастями [8]. Выбор конфигурации и размеров мешалок основан на результатах исследования аналогичных устройств в работах [5, 7].

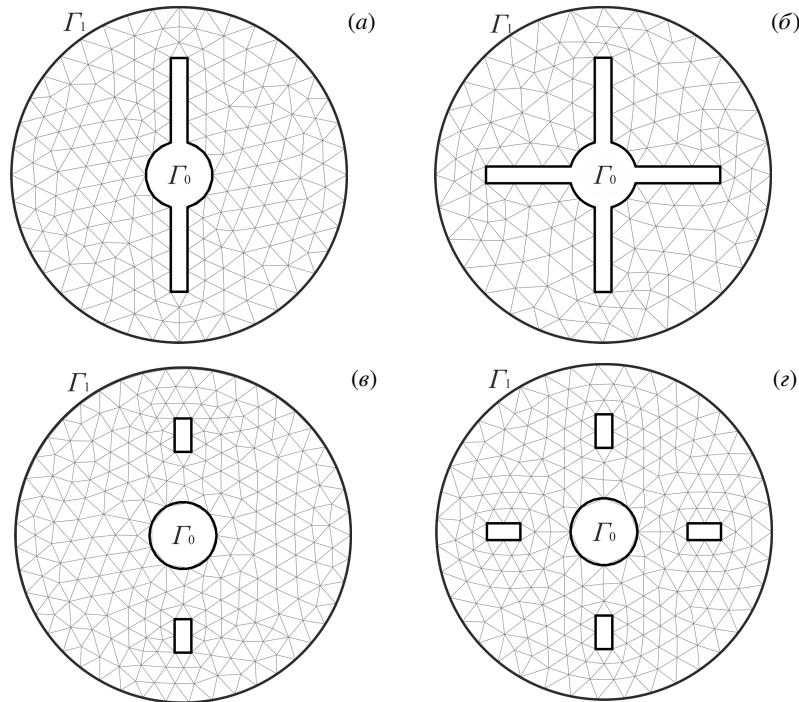


Рис. 1. Область течения Ω в мешалке с двумя (а) и четырьмя (б) сплошными лопастями и в мешалке с двумя (в) и четырьмя (г) лопастями якорного вида

Движение жидкости описывается системой уравнений Навье–Стокса и неразрывности, представленными в безразмерном векторном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} &= -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{U}, \\ \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где p — давление, t — время, \mathbf{U} — вектор скорости, $\text{Re} = \rho \omega R^2 / \mu$ — число Рейнольдса, μ — динамическая вязкость, ρ — плотность жидкости. Масштабами длины, скорости, времени и давления, соответственно, являются следующие величины: $R, \omega R, \omega^{-1}, \rho(\omega R)^2$. Система уравнений (1) замыкается граничным условием прилипания на твердых границах области, то есть на Γ_0 и Γ_1 . В начальный момент времени жидкость покоится.

Для удобства решения вводится подвижная декартова система координат с началом в центре окружности Γ_0 , вращающаяся с постоянной угловой скоростью, равной $-\omega$. Тогда система уравнений (1) перепишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} &= -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{a}_k, \\ \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{a}_k = \{(2U_y + x), (-2U_x + y)\}$ — слагаемое, с помощью которого учитываются центробежная сила и силы Кориолиса. Граничные условия на твердых стенках имеют вид

$$\Gamma_0: \quad \mathbf{U} = 0, \quad \Gamma_1: \quad \mathbf{U} = \mathbf{s},$$

где \mathbf{s} — единичный касательный вектор к внешней границе, направленный против часовой стрелки. Решение поставленной задачи ищется до тех пор, пока расчетные характеристики течения не станут установившимися.

Участвующие в расчетах значения Re характерны для жидких сред с вязкостью 1 Па·с и плотностью 1000 кг/м³ (например, для глицерина, силиконового масла ПМС-1000 и других) и смесительных аппаратов диаметром 0.5 м с невысокими скоростями вращения лопастей (до 1 об/с).

3. Метод решения

Обсуждаемая задача решается численно. Интегрирование системы уравнений движения осуществляется с помощью метода контрольного объема на основе неструктурированной триангулярной сетки (Рис. 1) с привлечением для дискретизации конвективных слагаемых схемы 2-го порядка точности против потока [9, 10]. Уравнение неразрывности удовлетворяется с привлечением алгоритма SIMPLE [11, 12].

В связи с трудностью однородного измельчения неструктурированных сеток [13] общепринятого метода определения порядка точности n нет. В [14, 15] приводятся оценки данной характеристики для названных выше схем на нескольких вариантах неструктурированной сетки. В настоящей работе порядок точности проверяется на задаче установившегося течения ньютоновской жидкости в безлопастной мешалке, которая имеет аналитическое решение [16]. Точность разностной схемы рассчитывается по следующей формуле:

$$n = \frac{\log(\varepsilon_{k+1}) - \log(\varepsilon_k)}{\log(h_{k+1}) - \log(h_k)}, \quad \varepsilon_k = \frac{\Phi_{int}^{an} - \Phi_{int}|_{h_k}}{\Phi_{int}^{an}}.$$

Здесь ε_k — относительная погрешность интегрального значения диссипативной функции для безлопастной мешалки на k -м варианте сетки, верхний индекс an соответствует аналитическому решению, нижний индекс h_k обозначает средний шаг по пространству на неструктурированной k -й сетке, который вычисляется как корень из отношения суммарной площади всех контрольных объемов сетки к их общему количеству. Контролируемой характеристикой служит интегральное значение диссипативной функции, которая удовлетворительно описывает течение не в какой-то отдельной ее части, а во всей области:

$$\Phi_{int} = \iint_{\Omega} \left\{ 2 \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy.$$

Расчетные данные, демонстрирующие аппроксимационную сходимость и порядок точности, представлены в таблице 1. По содержимому крайнего столбца справа можно проследить, как сходится алгоритм при решении задачи в случае однолопастной мешалки.

Таблица 1. К оценке порядка точности численного алгоритма

Номер расчета k	Число ячеек сетки N	Средний шаг по пространству h	Диссипативная функция для безлопастной мешалки Φ_{int}^0	Аналитическое решение Φ_{int}^{an}	Порядок точности алгоритма для безлопастной мешалки n	Диссипативная функция для однолопастной мешалки Φ_{int}^1
1	872	0.06167	1.82956	2.09449	–	4.97795
2	1758	0.04284	1.95657		1.663	5.38585
3	3500	0.03007	2.02145		1.675	5.54599
4	6922	0.02123	2.06155		1.853	5.63425
5	13810	0.01496	2.07778		1.730	5.69389
6	27514	0.01056	2.08586		1.722	5.73621

Верификация разработанного алгоритма и программы на его основе проведена на задаче установившегося течения жидкости в камере [17, 18]. Одной из характерных особенностей такого течения является наличие вихрей различного вида [19–21]. В таблице 2 для сравнения показаны координаты центра первичного вихря P_v , вычисленные в настоящей работе и установленные другими авторами.

Таблица 2. К сравнению значений координат центра первичного вихря ($Re = 1000$)

Источник	x	y
Настоящая работа	0.536	0.563
[19]	0.530	0.565
[20]	0.531	0.563

Как выяснено, при значении $Re = 10$ точка P_v имеет координаты (0.512, 0.769), что соответствует результатам работы [21]. Сравнить профили компонент вектора скорости U_x и U_y , полученных в разных работах, можно

на рисунке 2. Приведенные данные свидетельствуют, что результаты согласуются как качественно, так и количественно.

Параметрические расчеты проводились на сетках со средним шагом h порядка 0.02, при этом минимальный шаг составлял 0.01, а максимальный — 0.07.

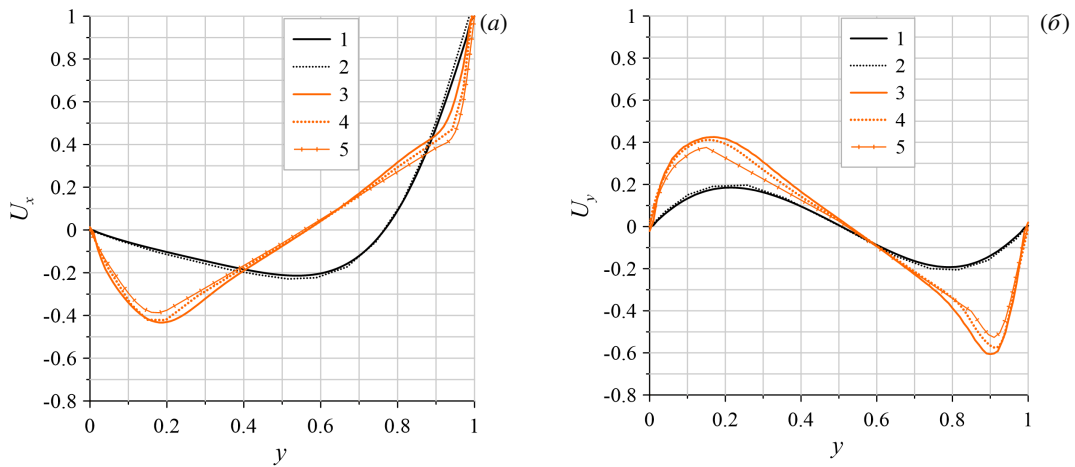


Рис. 2. К сравнению профилей компонент вектора скорости: U_x в сечении $x = 0.5$ (а) и U_y в сечении $y = 0.5$ (б): 1 – настоящая работа (Re = 10); 2 – результаты [21] (Re = 10); 3 – настоящая работа (Re = 1000); 4 – результаты [21] (Re = 1000); 5 – результаты [19] (Re = 1000)

4. Результаты расчетов

На рисунке 3 демонстрируются распределения функции тока для лопатных мешалок, рассчитанные во вращающейся системе координат. Для удобства представления результатов, конфигурации пронумерованы в следующем соответствии: мешалка без лопастей — 0, с одной сплошной лопастью — 1, с двумя сплошными лопастями — 2, с четырьмя сплошными лопастями — 3, с двумя якорными лопастями — 4, с четырьмя якорными лопастями — 5.

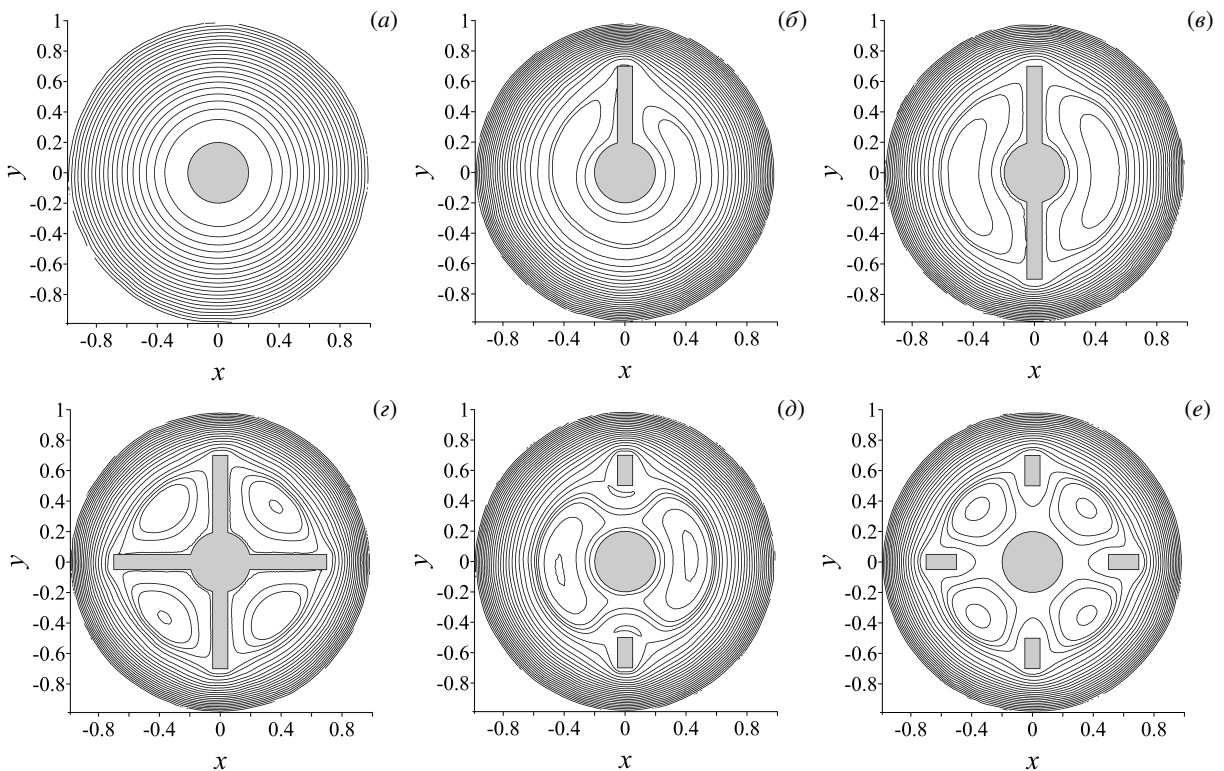


Рис. 3. Распределение функции тока при Re = 10: у мешалки без лопастей (конфигурация 0) (а); у мешалок со сплошными лопастями – с одной (1) (б), с двумя (2) (в), с четырьмя (3) (г); у мешалок с якорными лопастями – с двумя (4) (д) с четырьмя (5) (е)

При вращении лопастей в потоке образуются циркуляционные зоны с невысокой интенсивностью движения в них. С увеличением числа Рейнольдса распределение функции тока теряет свою симметричность. Одной из характеристик качества смешения может служить значение интеграла диссипативной функции по области течения. Его содержит таблица 3 для разных конфигураций мешалок и величин Re . Как видно из таблицы, с ростом числа лопаток или значения Re повышается и значение интеграла функции диссипации, что говорит об увеличении затрачиваемой на организацию течения энергии и об интенсификации процесса перемешивания. При этом мешалкам со сплошными лопастями свойственны более высокие значения Φ_{int} , чем мешалкам с тем же числом якорных лопастей.

Таблица 3. Значение интеграла функции диссипации в зависимости от числа Re у мешалок разной конфигурации

Re	Номер конфигурации					
	0	1	2	3	4	5
	Φ_{int}					
0.1	2.06151	5.63364	7.01394	8.65674	6.52058	8.46981
1	2.06154	5.63424	7.01449	8.65831	6.52139	8.47092
10	2.17843	5.94972	7.38484	9.21599	6.88650	8.98234
90	2.23477	6.55196	7.88666	9.87346	7.48325	9.53455

На рисунке 4 демонстрируются установившиеся распределения компонент вектора скорости и давления для мешалки с двумя сплошными лопастями в неподвижной системе координат. Область повышенного давления располагается вдоль внешней стенки и перед лопастями. За лопастями формируется зона пониженного давления. Анализ кинематических характеристик показывает, что максимальные градиенты скорости и, следовательно, максимумы диссипативной функции располагаются в окрестности внешних граней лопастей.

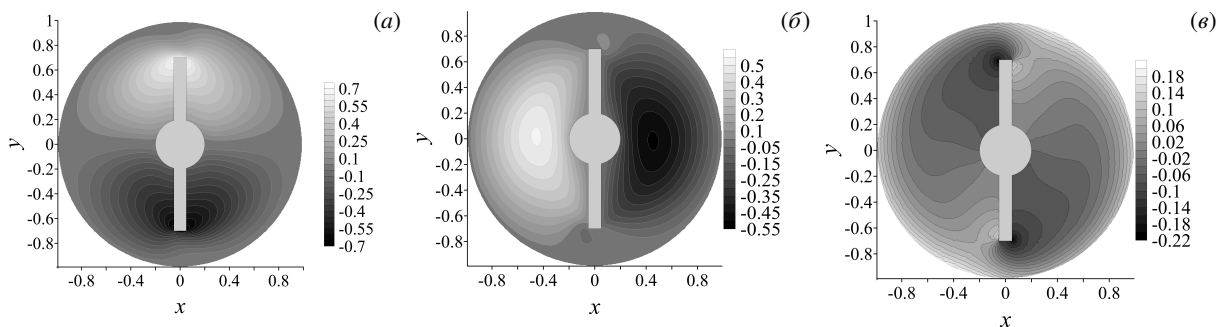


Рис. 4. Распределения параметров при $Re = 90$: компонент вектора скорости U_x (а), U_y (б); давления P (е)

Численное исследование структуры рассматриваемых течений удобно проводить с помощью маркерных частиц, которые двигаются вместе со средой и не оказывают на нее никакого влияния. Уравнение движения частиц имеет вид:

$$dx/dt = U_x, \quad dy/dt = U_y,$$

и дискретизируется со 2-м порядком точности по схеме Рунге–Кутты. Реперная линия представляется упорядоченным набором маркерных частиц с заданным шагом ($h_0 = 0.05$). При превышении критического расстояния от одного маркера до другого — $1.2h_0$, между ними добавляется новый маркер. Анализ деформации таких линий позволяет судить о свойствах процесса смешения.

Результаты исследования эволюции реперной линии (см. Рис. 5), начальное положение которой изображено пунктирной линией, для различных конфигураций мешалок в зависимости от числа Re подтверждают медленное перемешивание в циркуляционных зонах. Увеличение значения числа Рейнольдса приводит здесь к интенсификации течения. Вне циркуляционных зон реперные линии деформируются практически одинаково, то есть не зависят от конфигурации мешалки и значений Re . Внутри циркуляционных зон наибольшую деформацию обеспечивает двухлопастная мешалка якорного типа (см. Рис. 5з). На рисунке 5е представлена реперная линия после 8 оборотов сплошных лопастей. Наблюдается упорядоченное спиралевидное поведение вне циркуляционных зон, а в циркуляционных зонах характер реперной линии соответствует характеру линий тока (см. Рис. 3в).

Для детальной оценки качества перемешивания в мешалках со сплошными лопастями и лопастями якорного вида в инженерной практике часто используется число мощности N_p , но оно дает лишь интегральную характеристику процесса. Для сравнения зависимости $N_p(Re)$ с данными из работ [4, 22] информация представлена на рисунке 6. Наблюдается удовлетворительное согласование результатов.

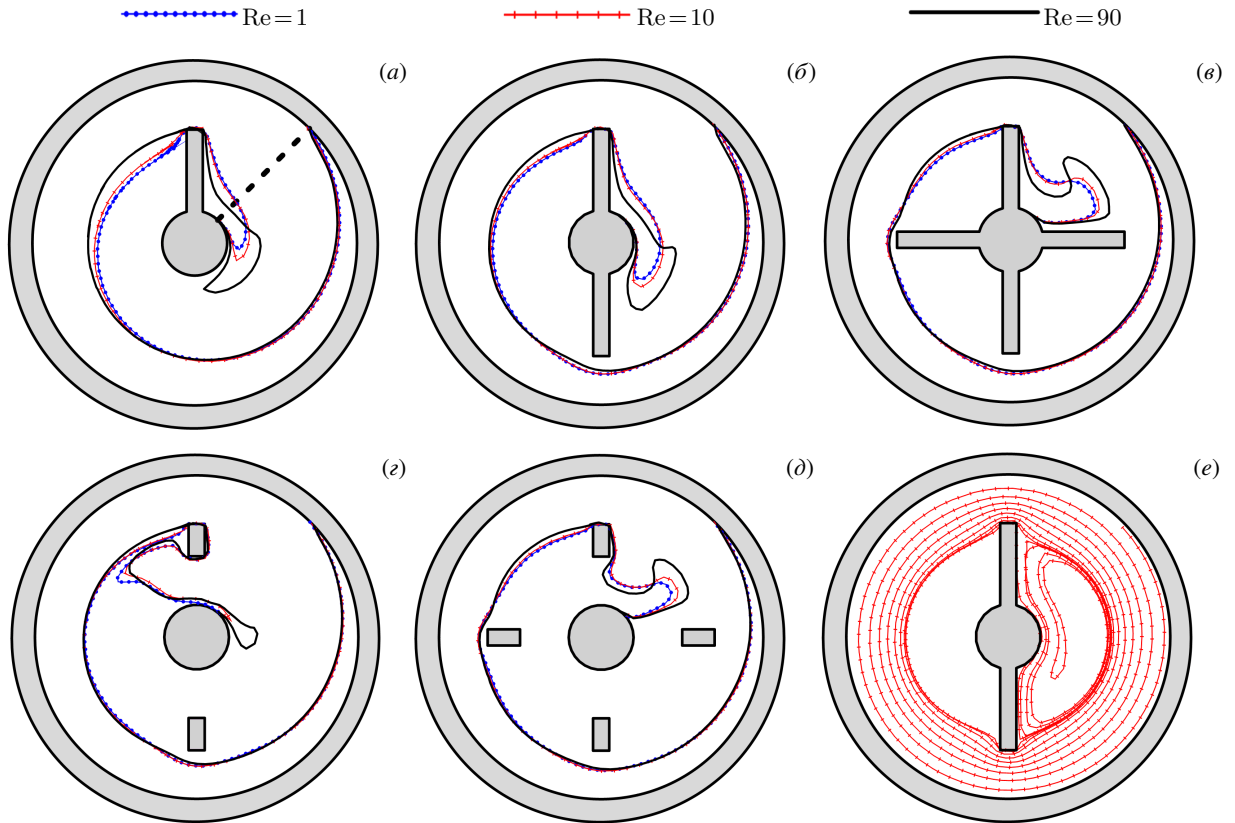


Рис. 5. Эволюция реперных линий: при $N_{rotation} = 1$ об и конфигурации 1 (а), конфигурации 2 (б), конфигурации 3 (в), конфигурации 4 (з), конфигурации 5 (д); при $N_{rotation} = 8$ об и конфигурации 2 (е)

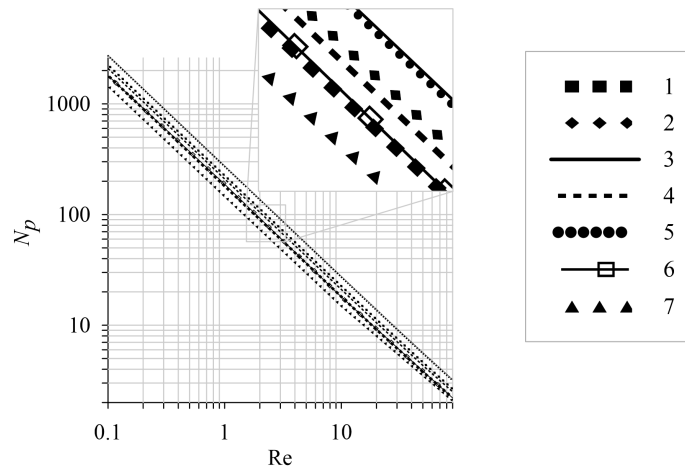


Рис. 6. К сравнению зависимости $N_p(Re)$, построенной по данным из разных источников: конфигурация 1 (маркеры 1), конфигурация 2 (2); конфигурация 3 (3); конфигурация 4 (4); конфигурация 5 (5); результаты [4] (6); результаты [22] (7)

Исследование качества смешения в заданной области проводилось с использованием равномерно расположенных в начальный момент времени маркерных частиц (Рис. 7а). Вводился следующий количественный параметр неоднородности процесса смешения:

$$N_{pm} = \frac{|N_1 - N_2|}{N_1 + N_2},$$

где N_1 и N_2 — количество маркерных частиц в I-й и III-й четвертях сечения мешалки (Рис. 7а, б).

Начальное положение частиц представлено на рисунке 7а, их распределение после совершения лопастями 8 об — на рисунке 7б. Чем ближе к нулю значение N_{pm} , тем однороднее распределяются частицы и выше качество смешения. Помимо оценки неоднородности данная характеристика позволяет определить продолжительность смешения до достижения однородного состояния.

Рисунок 7в демонстрирует зависимость параметра N_{pm} от числа оборотов ($N_{rotation}$). Наблюдается его затухающее колебательное поведение с периодом, равным периоду вращения лопастей мешалки. Ненулевое

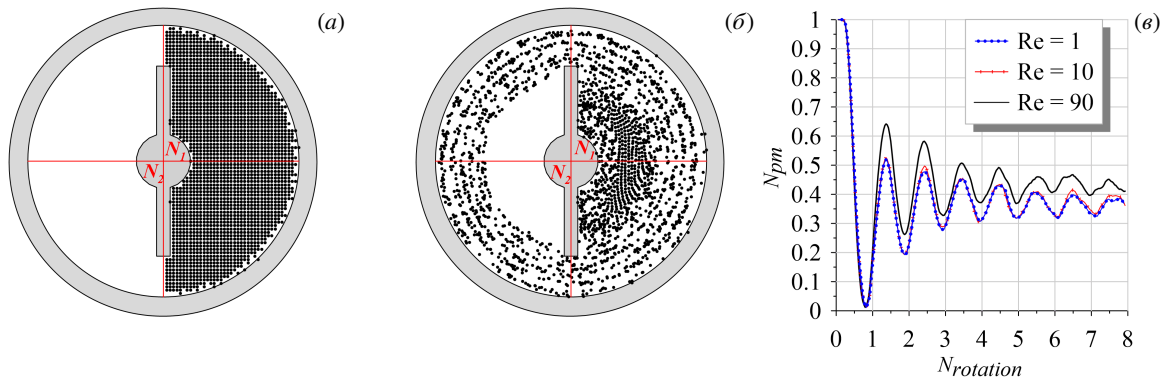


Рис. 7. Распределение маркерных частиц в начальный момент времени (а) и при определении N_{pm} , то есть после $N_{rotation} = 8$ об и при $Re = 1$ (б); к сравнению качества перемешивания (в)

значение, к которому сходится N_{pm} , объясняется отсутствием маркеров в III-й четверти сечения мешалки. На рисунке 7б показана качественная картина процесса. Видно, что в потоке присутствуют области, в которых перемешивание отсутствует. Так, маркеры не попадают в область слева от лопастей, а маркерные частицы, в начальный момент времени находящиеся справа, не перераспределяются по объему. В области, примыкающей к внешней границе, частицы располагаются достаточно равномерно.

Влияние конфигурации мешалки на качество перемешивания можно оценить по рисунку 8. Следует отметить, что значение числа Рейнольдса в диапазоне меньше 100 на величине параметра N_{pm} сказывается незначительно, в то время как варьирование конфигурации приводит к существенному изменению степени перемешивания. Согласно рисунку 8а, при $Re = 1$ и у мешалки с четырьмя якорными лопастями параметр N_{pm} достигает наименьших значений, что говорит о наиболее качественном перемешивании. Рисунок 8б–е показывает, что наличие лопастей приводит к сокращению продолжительности перемешивания, а уменьшение размера лопастей — к снижению значений параметра неоднородности, но требует наращивания числа оборотов. При этом мешалки якорного типа обеспечивают более однородное смешение. В случае использования мешалок с двумя или четырьмя сплошными лопастями (конфигурации 2 и 3) формируются области, в которые не попадают маркерные частицы на всем рассмотренном временном промежутке или, наоборот, их концентрация остается высокой.

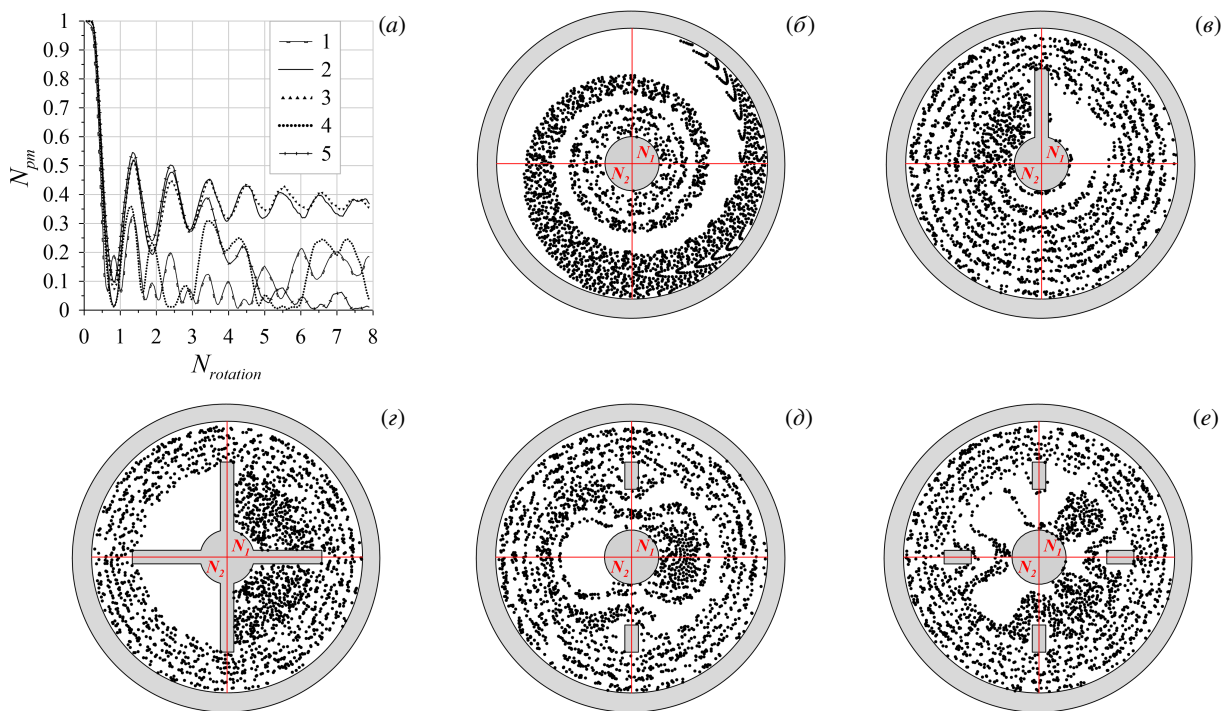


Рис. 8. К оценке качества перемешивания (а): конфигурация 1 (линия 1), конфигурация 2 (2); конфигурация 3 (3); конфигурация 4 (4); конфигурация 5 (5); распределение маркерных частиц при вычислении параметра N_{pm} после $N_{rotation} = 8$ об при $Re = 1$ в мешалках разной конфигурации: 0 (б), 1 (в), 3 (г), 4 (д), 5 (е)

5. Выводы

Сформулирована математическая постановка задачи течения вязкой жидкости в мешалках со сплошными и якорными лопастями и разработан численный алгоритм реализации на основе метода контрольного объема. Решение задачи выполнено на неструктурированных триангулярных сетках. Проведены сравнительные исследования шести разных конфигураций мешалок как с использованием традиционных оценок качества смешения, так и введенного авторами данной работы оригинального параметра.

Параметрические расчеты показали, что наибольшее значение интеграла диссипативной функции дают мешалки конфигураций 3 и 5, соответственно, с четырьмя лопастями, сплошными или якорными. Однако в мешалке со сплошными лопастями в потоке формируются достаточно большие области с неоднородным перемешиванием, о чем качественно свидетельствует распределение маркерных частиц по объему и количеству — большое значение параметра неоднородности N_{pm} (параметр неоднородности колеблется около отметки 0.4). Увеличение числа Re приводит к росту размеров циркуляционных зон, перемешивание в которых ограничено, а значение N_{pm} , как следствие, возрастает от 0.38 при $Re = 1$ до 0.44 при $Re = 90$. Качественное, то есть однородное смешение, обеспечивают мешалки якорного типа, у которых параметр неоднородности N_{pm} близок к нулю.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-29-00594).

Литература

1. Nagata S. Mixing. Principles and applications. Kodasha LTD., 1975. 458 p.
2. Глушков И.А., Милехин Ю.М., Меркулов В.М., Банзула Ю.Б. Моделирование формования изделий из свободно-литьевых композиций. М.: Архитектура-С, 2007. 362 с.
3. Benmoussa A., Rahmani L., Draoui B. Simulation of viscoplastic flows in a rotating vessel using a regularized model // The International Journal of Multiphysics. 2017. Vol. 11. P. 349–358. DOI: 10.21152/1750-9548.11.4.349
4. Et J.B., Couderc J.P. Agitation de fluides pseudoplastiques par un agitateur bipale // The Canadian Journal of Chemical Engineering. 1982. Vol. 60. P. 738–747. DOI: 10.1002/cjce.5450600604
5. Komoda Y., Date T. Enhancement of laminar mixing by an anchor impeller with rotationally reciprocating motion // AIP Advances. 2022. Vol. 12, no. 1. P. 14. DOI: 10.1063/5.0075750
6. Laidoudi H. Hydrodynamic analyses of the flow patterns in stirred vessel of two-bladed impeller // Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics. 2020. Vol. 14, no. 2. P. 117–132. DOI: 10.24874/jsscm.2020.14.02.08
7. Mokhefi A., Bouanini M., Elmir M. Numerical Simulation of Laminar Flow and Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid in an Agitated Tank // International Journal of Heat and Technology. 2021. Vol. 39, no. 1. P. 251–261. DOI: 10.18280/ijht.390128
8. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
9. Бубенчиков А.М., Фирсов Д.К., Котовщикова М.А. Численное решение плоских задач динамики вязкой жидкости методом контрольных объемов на треугольных сетках // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 6. С. 71–85.
10. Kim D., Choi H. A Second-Order Time-Accurate Finite Volume Method for Unsteady Incompressible Flow on Hybrid Unstructured Grids // Journal of Computational Physics. 2000. Vol. 162, no. 2. P. 411–428. DOI: 10.1006/jcph.2000.6546
11. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: Издательство МЭИ, 2003. 312 с.
12. Лашкин С.В., Козелков А.С., Ялозо А.В., Герасимов В.Ю., Зеленский Д.К. Исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 3. С. 298–315. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.25
13. Bouche D., Ghidaglia J.-M., Pascal F. Error Estimate and the Geometric Corrector for the Upwind Finite Volume Method Applied to the Linear Advection Equation // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2005. Vol. 43, no. 2. P. 578–603. DOI: 10.1137/040605941
14. Бахвалов П.А. Численная оценка порядка точности реберно-ориентированных схем для уравнения переноса на сетках специального вида // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 105. С. 1–32. DOI: 10.20948/prepr-2016-105
15. Abalakin I., Bakhvalov P., Kozubskaya T. Edge-based reconstruction schemes for unstructured tetrahedral meshes // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2016. Vol. 81, no. 6. P. 331–356. DOI: 10.1002/flid.4187
16. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1950. 847 с.
17. Shankar P.N., Deshpande M.D. Fluid Mechanics in the Driven Cavity // Annual Review of Fluid Mechanics. 2000. Vol. 32. P. 93–136. DOI: 10.1146/annurev.fluid.32.1.93
18. Фомин А.А., Фомина Л.Н. Численное моделирование течения жидкости в плоской каверне при больших числах Рейнольдса // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 4. С. 363–377. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.4.35
19. Erturk E., Corke T.C., Gökçöl C. Numerical solutions of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2005. Vol. 48, no. 7. P. 747–774. DOI: 10.1002/flid.953
20. Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method // Journal of Computational Physics. 1982. Vol. 48. P. 387–411. DOI: 10.1016/0021-9991(82)90058-4

21. *Margareta M., Beu Z., Chen J.-H.* Numerical Investigation of Fluid in 2D and 3D Lid-Driven Cavity at Different Reynolds Numbers // *Jurnal IPTEK*. 2023. Vol. 27. P. 13–22. DOI: 10.31284/j.ipitek.2023.v27i1.3427
22. *Hami O., Draoui B., Mebarki B., Rahmani L., Bouanini M.* Numerical model for laminar flow and heat transfer in an agitated vessel by inclined blades anchor // *Proceedings of CHT-08 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*. Begell House, 2008. P. 1–19. DOI: 10.1615/ICHMT.2008.CHT.1270

Сведения об авторах:

Борзенко Евгений Иванович, дфмн, проф., Национальный исследовательский Томский государственный университет (ТГУ), 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36, корп. 10; e-mail: borzenko@ftf.tsu.ru; ORCID: 0000-0001-6264-1776

Гарбузов Дмитрий Николаевич (корр.), асп., мнс, ТГУ; e-mail: garbuzov98@ftf.tsu.ru; ORCID: 0000-0002-7787-8247

Research article

Flow of a Newtonian fluid in agitators of different configurations

E.I. Borzenko, D.N. Garbuzov

Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

The flow of a viscous incompressible fluid in agitators with solid and anchor blades is analyzed. Mathematical formulation for the problem involves Navier-Stokes and continuity equations in the plane approximation. A solution algorithm is developed based on the control volume method and a SIMPLE correction procedure. The differential equations are discretized with unstructured triangular meshes that take into account the geometric features of the flow region. Tests were performed to verify the approximation convergence and to estimate the order of accuracy of the numerical scheme, as well as to verify the original calculation program. Parametric studies were carried out for Reynolds numbers in range of 0.1 ÷ 100, which is characteristic of the technology of fluid materials processing in industrial mixers. Distributions of the kinematic and dynamic characteristics of the flow were obtained, and the flow patterns, whose specific feature is the presence of circulation zones in paddle agitators of different configurations, were demonstrated. Calculations are done to determine the position of marker particles and the evolution of reference lines, which give a visual representation of the process and demonstrate the presence of areas of uniform and non-uniform mixing. A quantitative mixing quality parameter is introduced to compare agitators of different configurations with each other and to consider the process of mixing over time. The process is evaluated quantitatively by the values of the integral of the dissipative function, which shows the energy consumption, and by the value of the quantitative parameter of the inhomogeneity of the marker particle distribution. The latter allows a more detailed study of the mixing process over the volume over time.

Keywords: viscous liquid, agitator, blade, control volume method, unstructured mesh, circulation zone, mixing quality

Received: 22.02.2024 / *Published online:* 30.12.2024

References

1. *Nagata S.* Mixing. Principles and applications. Kodasha LTD., 1975. 458 p.
2. *Glushkov I.A., Milekhin Y.M., Merkulov V.M., Banzula Y.B.* Modelirovaniye formovaniya izdeliy iz svobodno-lit'yevykh kompozitsiy. Moscow: Arkhitektura-S, 2007. 362 p.
3. *Benmoussa A., Rahmani L., Draoui B.* Simulation of viscoplastic flows in a rotating vessel using a regularized model. *The International Journal of Multiphysics*. 2017. Vol. 11. P. 349–358. DOI: 10.21152/1750-9548.11.4.349
4. *Et J.B., Couderc J.P.* Agitation de fluides pseudoplastiques par un agitateur bipale. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*. 1982. Vol. 60. P. 738–747. DOI: 10.1002/cjce.5450600604
5. *Komoda Y., Date T.* Enhancement of laminar mixing by an anchor impeller with rotationally reciprocating motion. *AIP Advances*. 2022. Vol. 12, no. 1. P. 14. DOI: 10.1063/5.0075750
6. *Laidoudi H.* Hydrodynamic analyses of the flow patterns in stirred vessel of two-bladed impeller. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*. 2020. Vol. 14, no. 2. P. 117–132. DOI: 10.24874/jsscm.2020.14.02.08
7. *Mokhefi A., Bouanini M., Elmir M.* Numerical Simulation of Laminar Flow and Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid in an Agitated Tank. *International Journal of Heat and Technology*. 2021. Vol. 39, no. 1. P. 251–261. DOI: 10.18280/ijht.390128
8. *Stręk F.* Mieszanie i mieszalniki. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1971. 426 p.
9. *Bubenchikov A.M., Firsov O.K., Kotovshchikova M.A.* Numerical solution of 2D viscous fluid dynamics problems using finite volume method (FVM) on triangular grid. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2007. Vol. 19, no. 6. P. 71–85.
10. *Kim D., Choi H.* A Second-Order Time-Accurate Finite Volume Method for Unsteady Incompressible Flow on Hybrid Unstructured Grids. *Journal of Computational Physics*. 2000. Vol. 162, no. 2. P. 411–428. DOI: 10.1006/jcph.2000.6546
11. *Patankar S.V.* Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p.

12. *Lashkin S.V., Kozelkov A.S., Yalozo A.V., Gerasimov V.Y., Zelensky D.K.* Efficiency analysis of parallel implementation of SIMPLE algorithm on multi-processor computers. *Computational Continuum Mechanics*. 2016. Vol. 9, no. 3. P. 298–315. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.25
13. *Bouche D., Ghidaglia J.-M., Pascal F.* Error Estimate and the Geometric Corrector for the Upwind Finite Volume Method Applied to the Linear Advection Equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 2005. Vol. 43, no. 2. P. 578–603. DOI: 10.1137/040605941
14. *Bakhvalov P.A.* Numerical estimation of accuracy order for transport equation on meshes of special structure. *Keldysh Institute Preprints*. 2016. No. 105. P. 1–32. DOI: 10.20948/prepr-2016-105
15. *Abalakin I., Bakhvalov P., Kozubskaya T.* Edge-based reconstruction schemes for unstructured tetrahedral meshes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2016. Vol. 81, no. 6. P. 331–356. DOI: 10.1002/fld.4187
16. *Loitsyanskii L.G.* *Mechanics of liquids and gases*. Pergamon Press, 1966. 804 p.
17. *Shankar P.N., Deshpande M.D.* Fluid Mechanics in the Driven Cavity. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2000. Vol. 32. P. 93–136. DOI: 10.1146/annurev.fluid.32.1.93
18. *Fomin A.A., Fomina L.N.* Numerical simulation of viscous 2D lid-driven cavity flow at high Reynolds numbers. *Computational Continuum Mechanics*. 2014. Vol. 7, no. 4. P. 363–377. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.4.35
19. *Erturk E., Corke T.C., Gökçöl C.* Numerical solutions of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2005. Vol. 48, no. 7. P. 747–774. DOI: 10.1002/fld.953
20. *Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T.* High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*. 1982. Vol. 48. P. 387–411. DOI: 10.1016/0021-9991(82)90058-4
21. *Margareta M., Beu Z., Chen J.-H.* Numerical Investigation of Fluid in 2D and 3D Lid-Driven Cavity at Different Reynolds Numbers. *Jurnal IPTEK*. 2023. Vol. 27. P. 13–22. DOI: 10.31284/j.ipitek.2023.v27i1.3427
22. *Hami O., Draoui B., Mebarki B., Rahmani L., Bouanini M.* Numerical model for laminar flow and heat transfer in an agitated vessel by inclined blades anchor. *Proceedings of CHT-08 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*. Begell House, 2008. P. 1–19. DOI: 10.1615/ICHMT.2008.CHT.1270