

Научная статья

Моделирование привода с рабочим телом в виде стержня из сплава с памятью формы и упругим элементом смещения с учетом трансляционного упрочнения

Н.В. Гаганова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

Для создания рабочих тел приводов широко применяются сплавы с памятью формы. Движение рабочего тела обеспечивается накоплением деформаций прямого превращения при охлаждении и явлением памяти формы при нагреве. В данной работе моделируется поведение привода, состоящего из последовательно соединенных стержня из сплава с памятью формы и упругого элемента смещения, в рамках объединенной модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы с учетом изотропного и трансляционного упрочнения. Для описания неупругого деформирования по структурному механизму в мартенситном состоянии и при термоупругих фазовых переходах используется поверхность нагружения в пространстве девиаторов напряжений. Параметром изотропного упрочнения в уравнении поверхности нагружения служит максимальное значение интенсивности фазово-структурной деформации, осредненной по мартенситной части представительного объема. Во время прямого термоупругого превращения, кроме образования мартенситных элементов, учитывается также их развитие. Производится сравнение численных результатов моделирования рабочего хода с полученными ранее данными без трансляционного упрочнения, определяются условия, при которых этот вид упрочнения можно не принимать во внимание. Выявлено, что деформирование по структурному механизму и трансляционный сдвиг поверхности нагружения возможны во время приложения полезной нагрузки и в течение рабочего хода. Установлено, что трансляционный сдвиг центра поверхности нагружения заметно отражается на уровне напряжений и смещении точки соединения рабочего тела и тела смещения при рабочем ходе, максимальные значения этих параметров достигаются в конце рабочего хода и не зависят от модуля трансляционного упрочнения. Влияние трансляционного упрочнения на результаты моделирования значительно снижается при увеличении как начальной деформации рабочего тела, так и отношения податливостей упругого тела смещения и рабочего тела. За время совершения холостого хода центр поверхности нагружения не меняет своего положения, учет трансляционного упрочнения не сказывается на подборе параметров системы, обеспечивающих замкнутый цикл, то есть на возвращение системы в исходное состояние после холостого хода.

Ключевые слова: привод, сплавы с памятью формы, объединенная модель, трансляционное упрочнение, изотропное упрочнение

Получение: 02.04.2024 / *Публикация онлайн:* 15.10.2024

УДК 539.4

1. Введение

Для создания рабочих тел приводов широко применяются сплавы с памятью формы (СПФ), в которых макроскопические неупругие деформации обуславливаются не только пластическими дислокационными сдвигами, но также изменением кристаллографической структуры материала при фазовых переходах [1–4]. При переходе из высокотемпературного аустенитного состояния в низкотемпературное мартенситное состояние высокосимметричная объемно-центрированная кубическая решетка типа $B2$ сменяется низкосимметричной моноклинной решеткой типа $B19'$, при этом образующийся мартенсит характеризуется различной степенью ориентированности низкосимметричных элементов. Неупругая деформация, вследствие преимущественной ориентации мартенситных ячеек, получается в результате перехода в мартенситное фазовое состояние при охлаждении под воздействием внешней нагрузки и от переориентации ранее образованных ячеек хаотического мартенсита при изотермическом нагружении. Первый способ приобретения неупругой деформации соответствует фазовому механизму деформирования, а второй — структурному. При нагреве или разгрузке возможно обратное фазовое превращение, во время которого полученная неупругая деформация постепенно уменьшается; таким образом обеспечивается эффект памяти формы.

Перемещение, создаваемое рабочим телом, обуславливается накоплением деформаций прямого превращения при охлаждении и явлением памяти формы при нагреве. Возвращение стержней из сплавов с памятью формы к исходной геометрии при нагреве происходит в том числе при наличии значительного противодействия, поэтому силовые возможности подобных приводов достаточно велики. Проектирование и применение приводов с рабочими телами из СПФ в различных отраслях промышленности (в автомобильной и аэрокосмической) обсуждались в [5–9], результаты численного моделирования термомеханического поведения подобных приводов представлены в [10, 11]. В [12–14] рассматривается поведение привода с рабочим телом из СПФ и упругим элементом смещения,

при этом в [13] определяются условия осуществления замкнутого цикла работы привода, при выполнении которых в конце холостого хода полностью восстанавливается начальное состояние всех элементов системы.

В большинстве публикаций, посвященных исследованию приводов с рабочими телами из СПФ, обсуждаются упрощенные модели поведения сплавов с памятью формы, в которых не удается одновременно учесть все известные особенности фазового и структурного механизмов деформирования во время фазовых переходов [15]. Большинство известных объединенных моделей [16–23] либо полностью аналогичны теории пластичности, что не позволяет качественно правильно изобразить деформирование по фазовому механизму, либо не включают изотропное и трансляционное упрочнение. В [12] поведение привода обсуждается без учета эффекта мартенситной неупругости и нелинейности процесса фазового деформирования. В [13, 14] поведение СПФ представляет объединенная модель [24] с интегральным параметром изотропного упрочнения, но без трансляционного упрочнения. Следует отметить, что введение в модель интегральных параметров упрочнения, таких как параметр Одквиста, для материалов с памятью формы приводит к противоречиям с экспериментальными данными [25] при циклическом нагружении, на что указывается в [23]. Во избежание этого в [23, 26] предложено перейти к неинтегральному параметру изотропного упрочнения, например, к максимальному значению интенсивности фазово-структурной деформации мартенситной части представительного объема. В [26] сформулирована новая объединенная модель деформирования СПФ с неинтегральным параметром изотропного упрочнения, которая позволяет качественно и количественно правильно описать уникальные термомеханические свойства СПФ, в том числе эффект перекрестного упрочнения [27], а также трансляционное упрочнение, характерное для деформирования по структурному механизму [28, 29], но не учтенное при моделировании в [13, 14]. Распространение вариантов объединенной модели деформирования СПФ [26, 29], включающей трансляционное упрочнение на случай развития мартенситных элементов, рассмотрено автором в [30, 31].

Целью данной работы является исследование поведения привода с рабочим телом в виде стержня из сплава с памятью формы, соединенного последовательно с упругим элементом смещения, при помощи недавно опубликованной объединенной модели деформирования сплавов с памятью формы [26] с неинтегральным параметром изотропного упрочнения. При этом использование объединенной модели, в отличие от известных аналогов, позволяет описать не только изотропное, но и трансляционное упрочнение, а также определить условия, при которых важно принимать во внимание трансляционное упрочнение и не анализировать случаи, в которых оно не играет роли.

2. Основные соотношения

Итак, рассматриваются приводы, рабочим телом которых является стержень из СПФ, имеющий постоянную площадь поперечного сечения F_1 . Стержень из СПФ длиной l_{10} в аустенитном состоянии и упругий элемент смещения длиной l_{20} в недеформированном состоянии схематично изображены на рисунке 1а. На начальном этапе предварительного нагружения стержень из СПФ охлаждается в диапазоне температур прямого фазового превращения под действием постоянного растягивающего напряжения σ_0 , в результате чего получает начальную фазово-структурную деформацию $\varepsilon_0 > 0$. После разгрузки стержень в мартенситном состоянии соединяется с недеформированным упругим элементом смещения, и их общая длина фиксируется для всех дальнейших процессов (Рис. 1б). В момент соединения рабочего тела с телом смещения напряжения в системе равны нулю. На следующем этапе к точке их соединения прикладывается полезная нагрузка P , при положительном направлении которой стержень из СПФ находится под действием растягивающей силы $P_1 > 0$, а элементу смещения передается сжимающее усилие $P_2 < 0$. Рассматриваются квазистатические процессы, для которых выполняется уравнение равновесия:

$$P - P_1 + P_2 = 0. \quad (1)$$

На этапе рабочего хода рабочее тело нагревается в интервале температур обратного превращения. При нагреве за счет эффекта памяти формы с переходом в аустенитное состояние длина стержня из СПФ уменьшается, в нем возникают реактивные растягивающие напряжения. После завершения обратного фазового перехода приложенная полезная нагрузка снимается. На этапе холостого хода система охлаждается в интервале температур прямого превращения, и стержень из СПФ возвращается в мартенситное состояние, при этом на него действуют растягивающие усилия со стороны упругого элемента смещения. На рисунке 1в схематично изображено состояние привода после приложения полезной нагрузки в начале рабочего хода и после ее снятия в начале холостого хода (Рис. 1з). Длины деформированных стержня из СПФ и упругого тела смещения обозначены как l_1 и l_2 .

С учетом ε_0 — начальной фазово-структурной деформации стержня из СПФ, условие постоянства суммарной

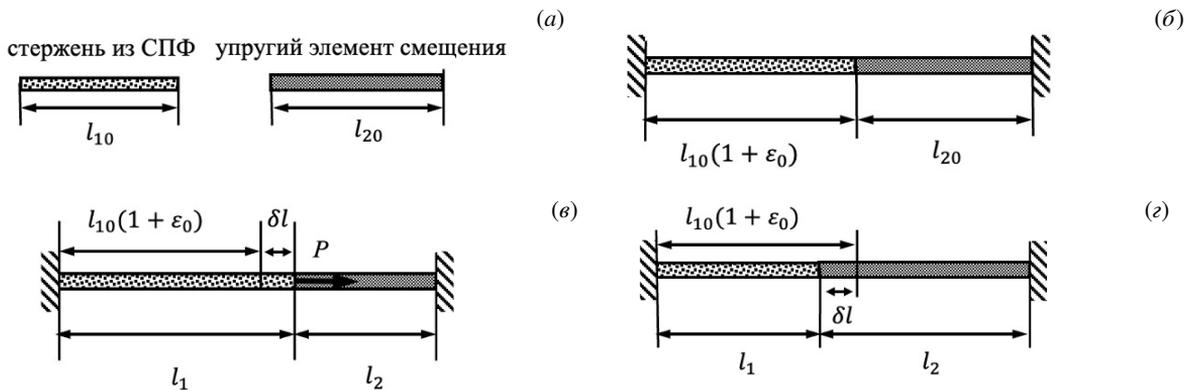


Рис. 1. Схема привода: рабочее тело (стержень из СПФ в аустенитном состоянии) и тело смещения в недеформированном состоянии (а); вид привода после этапа предварительного нагружения стержня из СПФ и фиксации суммарной длины рабочего тела и тела смещения (б), после приложения полезной нагрузки в начале рабочего хода (в) и после снятия полезной нагрузки в начале холостого хода (г)

длины рабочего тела и элемента смещения формулируется в виде:

$$l_1 + l_2 = (\varepsilon_0 + 1)l_{10} + l_{20}, \tag{2}$$

где l_{10} и l_{20} — начальные длины, а l_1 и l_2 — длины деформированных стержня из СПФ и тела смещения. В качестве меры деформации стержня используется величина его относительного удлинения δl .

Деформация ε_1 стержня из СПФ складывается из двух компонент: упругой — ε^e , и фазово-структурной — ε^{phst} . Модуль Юнга E_1 материала с памятью формы при фазовых переходах существенно изменяется и связан с объемной долей мартенситной фазы q [32] формулой:

$$\frac{1}{E_1(q)} = \frac{q}{E_M} + \frac{1-q}{E_A},$$

где E_M и E_A — модули Юнга материала СПФ в мартенситном и аустенитном состояниях. В [33] показано, что в случае никелида титана данное соотношение лучше соответствует экспериментальным данным, чем линейная зависимость модуля Юнга от q . Тогда деформации стержня из СПФ определяется как

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{q}{E_M} + \frac{1-q}{E_A} \right) \sigma_1 + \varepsilon^{phst}, \tag{3}$$

где σ_1 — действующее в стержне напряжение.

По аналогии с [14] рассматриваются упругие элементы смещения (Рис. 1б, в), изменение длины которых прямо пропорционально усилию P_2 :

$$l_2 - l_{20} = k_2 P_2, \tag{4}$$

где k_2 — фиксированная податливость элемента смещения.

В [14] предложены безразмерные переменные и параметры, позволяющие записать систему уравнений поведения привода с упругим телом смещения в едином виде для трех различных форм тела смещения — стержня, витой пружины и изгибаемой балки:

$$\Sigma_1 = \frac{P_1}{F_1 E_A} = \frac{\sigma_1}{E_A}, \quad \Sigma_2 = \frac{k_2 P_2}{l_{10}}, \quad \Pi = \frac{k_2 P}{l_{10}}, \quad \theta = \frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2 F_1 E_A}{l_{10}}, \quad L = \frac{l_{20}}{l_{10}}, \quad \eta = \frac{E_A}{E_M} - 1,$$

где k_1 и k_2 — податливости стержня из СПФ в аустенитном состоянии и упругого элемента смещения, Π — безразмерный параметр полезной нагрузки. С учетом введенных безразмерных переменных и соотношений (3), (4) система уравнений (1), (2) для указанных тел переписывается в виде [14]:

$$\Pi + L \Sigma_2 - \theta \Sigma_1 = 0, \tag{5}$$

$$\Sigma_1 (1 + q \eta + \theta) + \varepsilon^{phst} - \varepsilon_0 = \Pi. \tag{6}$$

Переход к безразмерным характеристикам позволяет сократить необходимое для моделирования число параметров. Для расчета напряженно-деформированного состояния стержня из СПФ, кроме материальных параметров материала СПФ, оказывается, необходимо задать только два параметра конструкции (начальную деформацию ε_0 и отношение податливостей θ) и безразмерный параметр нагрузки Π .

Фазово-структурное деформирование стержня из СПФ в [13, 14] анализировалось в рамках объединенной модели с интегральным параметром изотропного упрочнения без учета трансляционного упрочнения. В данной работе фазово-структурное деформирование представляется в виде объединенной модели [26], которая за счет перехода к неинтегральному параметру упрочнения лучше соответствует опытным данным и позволяет принимать во внимание как изотропное, так и трансляционное упрочнение. В соответствии с используемой моделью приращение фазово-структурных деформаций складывается из приращения деформаций по фазовому и структурному механизмам:

$$d\varepsilon^{phst} = d\varepsilon^{ph} + d\varepsilon^{st}. \quad (7)$$

Приращение деформаций по фазовому механизму определяется согласно зависимостям:

$$d\varepsilon^{ph} = \text{sign}(S)\rho_1\varphi_1(|S|)(1 - qf(q))dq + f(q)\varepsilon^{phst}dq, \quad dq > 0, \quad (8)$$

$$d\varepsilon^{ph} = (\varepsilon^{phst}/q)dq, \quad dq < 0, \quad (9)$$

где ρ_1 — материальный параметр, отвечающий максимальному значению интенсивности деформации, накапливаемой при прямом превращении, $\varphi_1(S)$ — интегральная функция распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме материала СПФ в аустенитном фазовом состоянии, S — активные напряжения, $f(q)$ — материальная функция, определяющая соотношение между процессами зарождения и развития мартенситных элементов, которая удовлетворяет ограничениям: $0 \leq f(q) \leq 1/q$.

Активное напряжение S связано с действующим растягивающим напряжением формулой:

$$S = \sigma_1 - r, \quad (10)$$

где r — смещение центра поверхности нагружения, которая вводится для описания деформирования по структурному механизму. Следует заметить, что поверхность нагружения вводится в пространстве девиаторов напряжений, поэтому перемещение ее центра имеет размерность напряжений.

В рамках объединенной модели [26] приращение деформаций по структурному механизму возможно лишь тогда, когда точка, соответствующая напряженному состоянию в пространстве девиаторов напряжений, находится на поверхности нагружения. Радиус поверхности нагружения S^* зависит от максимального значения интенсивности фазово-структурной деформации мартенситной части представительного объема в течение всего его существования:

$$\rho_2\varphi_2(S^*) = \max(\varepsilon^{phst}/q), \quad (11)$$

где ρ_2 — материальный параметр, отвечающий максимальному значению интенсивности структурной деформации при нагружении в режиме мартенситной неупругости, $\varphi_2(S)$ — интегральная функция распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме СПФ в мартенситном фазовом состоянии. Предполагается, что функции $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ дифференцируемы, монотонно возрастают и асимптотически стремятся к 1 при $x \rightarrow +\infty$, а также удовлетворяют условиям: $\varphi_1(x) = \varphi_2(x) = 0$ при $x \leq 0$ и $\rho_1\varphi_1(x) > \rho_2\varphi_2(x)$ при $x > 0$. По аналогии с теорией пластичности в объединенной модели [26] вводится требование сонаправленности приращения деформаций по структурному механизму с внешней нормалью к поверхности нагружения. Для рассматриваемой задачи требование сводится к соотношению:

$$d\varepsilon^{st} = (2/3)Sd\lambda, \quad d\lambda > 0. \quad (12)$$

Смещение центра поверхности нагружения учитывается с помощью уравнений:

$$dr = (3/2)gd(\varepsilon^{phst}/q), \quad g > 0, \quad (13)$$

где g — модуль трансляционного упрочнения.

В случае обратного фазового перехода соотношение (13), в соответствии с (7) и (9), упрощается и принимает вид:

$$qdr = (3/2)gd\varepsilon^{st}, \quad g > 0. \quad (14)$$

При этом, согласно (14), центр поверхности нагружения смещается только тогда, когда отлично от нуля приращение деформации по структурному механизму.

В рамках используемой модели фазово-структурное деформирование по структурному механизму может происходить в режиме комбинированного упрочнения при $d(\varepsilon^{phst}/q) > 0$, при котором изменяются и радиус поверхности нагружения, и положение ее центра. Возможен и режим чисто трансляционного упрочнения при $d(\varepsilon^{phst}/q) = 0$. Дифференцируя в каждом из этих случаев соотношения (10) и (11) и учитывая соотношения (7)–(9) и (12), можно получить линейное уравнение относительно $d\lambda$. Так, при фазово-структурном деформировании, совершающемся одновременно с прямым или обратным фазовым переходом, в режиме чисто трансляционного упрочнения,

$$d\lambda = \frac{qd\sigma_1}{gS}, \tag{15}$$

а при фазово-структурном деформировании в режиме комбинированного упрочнения

$$d\lambda = \frac{\rho_2 q \varphi_2'(S) d\sigma_1 + R_q + R_{ph}}{(2/3)S + S\rho_2 \varphi_2'(S)g},$$

$$R_q = (1 - qf(q))(\rho_2 \varphi_2(S) - \rho_1 \varphi_1(S))dq, \quad dq > 0, \tag{16}$$

$$R_{ph} = (3/2)\rho_2 \varphi_2'(S)g((\varepsilon^{phst}/q)dq - d\varepsilon^{ph}), \quad dq > 0,$$

$$R_q = R_{ph} = 0, \quad dq \leq 0.$$

Штрих над символом обозначает производную по аргументу.

Для определения температуры начала мартенситного и аустенитного фазового превращения при наличии напряжений M_s^σ и A_s^σ , а также для установления зависимости объемной доли мартенсита q от температуры T использовались термодинамические соотношения из [3], в которые подставлялись выражения для деформаций во время фазовых переходов [26]:

$$q = (1/2)(1 - \cos(\pi t)),$$

$$t = \frac{M_s^\sigma - T}{M_s^0 - M_f^0}, \quad M_s^\sigma = M_s^0 + \frac{\text{sign}(S)\rho_1 \sigma_1 \varphi_1(|S|)(1 - qf(q)) + f(q)\varepsilon^{phst} \sigma_1}{\Delta S_0}, \quad dq > 0, \tag{17}$$

$$t = \frac{A_s^\sigma - T}{A_f^0 - A_s^0}, \quad A_s^\sigma = A_s^0 + \frac{\varepsilon^{phst} \sigma_1}{q \Delta S_0}, \quad dq < 0,$$

где M_s^0 и M_f^0 — температура начала и окончания прямого мартенситного превращения при нулевых напряжениях, A_s^0 и A_f^0 — температура начала и окончания обратного фазового превращения при нулевых напряжениях, ΔS_0 — увеличение объемной плотности энтропии при переходе материала из мартенситного состояния в аустенитное.

Важной характеристикой привода является смещение точки соединения рабочего тела и тела смещения. В [14] показано, что в процессе его работы, при изложенной выше последовательности изменения температуры и нагружения рабочего тела, смещение точки соединения δl , отнесенное к начальной длине стержня из СПФ, определяется по формуле:

$$\frac{\delta l}{l_{10}} = \frac{l_1 - l_{10}(1 + \varepsilon_0)}{l_{10}} = \Pi - \theta \frac{\sigma_1}{E_A}. \tag{18}$$

3. Этапы работы привода

3.1. Этап предварительного нагружения

На этапе предварительного нагружения стержень из СПФ охлаждается в диапазоне температур прямого фазового превращения под действием постоянного растягивающего напряжения σ_0 и к концу мартенситного перехода приобретает начальную фазово-структурную деформацию ε_0 , которая считается одной из заданных характеристик системы. Прямой фазовый переход под действием напряжений с постоянной интенсивностью рассмотрен в [26], где показано, что деформирование по структурному механизму при прямом превращении под действием постоянного напряжения отсутствует, а фазово-структурная деформация накапливается с интенсивностью

$$\varepsilon^{phst} = \rho_1 \varphi_1(\sigma_0)q.$$

Отсюда можно определить напряжение σ_0 :

$$\sigma_0 = \varphi_1^{-1}(\varepsilon_0/\rho_1), \quad (19)$$

под действием которого к концу прямого превращения накопится фазово-структурная деформация ε_0 .

На этапе предварительного нагружения величина ε^{phst}/q в уравнении поверхности нагружения (11) сохраняет постоянство; центр поверхности нагружения, в соответствии с (13), не смещается из начала координат; радиус поверхности нагружения к концу мартенситного перехода, согласно (11), принимает значение, совпадающее с полученным ранее в [14] без учета трансляционного упрочнения :

$$S_0^* = \varphi_2^{-1}(\varepsilon_0/\rho_2).$$

После разгрузки стержень из СПФ в мартенситном состоянии соединяется с недеформированным упругим элементом смещения, и их общая длина фиксируется для всех дальнейших процессов.

3.2. Приложение полезной нагрузки

К точке соединения прикладывается полезная нагрузка, которая монотонно возрастает от 0 до некоторого целевого значения P . Под действием нагрузки в стержне из СПФ возникают упругие деформации и при достаточно больших напряжениях — фазово-структурные деформации. Поскольку весь материал СПФ стержня находится в мартенситном состоянии, приращение фазово-структурных деформаций возможно только по структурному механизму.

При небольших значениях полезной нагрузки, недостаточных для появления фазово-структурных деформаций, в системе происходит процесс упругого деформирования. После завершения мартенситного перехода $\varepsilon^{phst} = \varepsilon_0$, $q = 1$. С учетом этого из (6) можно получить зависимость напряжений для стержня из СПФ от величины приложенной полезной нагрузки при отсутствии дополнительных фазово-структурных деформаций:

$$\sigma_1 = \Pi E_A / (1 + \eta + \theta). \quad (20)$$

Тогда, согласно (13), центр поверхности нагружения не смещается и из (10) следует, что $r = 0$, $\sigma_1 = S$. С использованием ранее найденного радиуса поверхности нагружения S_0^* из (20) определяется критическое значение полезной нагрузки, при превышении которого напряжение в стержне достигнет значения S_0^* , и начнется деформирование по структурному механизму:

$$\Pi^{st} = (1 + \eta + \theta) \varphi_2^{-1}(\varepsilon_0/\rho_2) / E_A. \quad (21)$$

Следует заметить, что критическое значение параметра полезной нагрузки Π^{st} не зависит от модуля трансляционного упрочнения g и совпадает с полученным ранее в [14] без учета трансляционного упрочнения. Таким образом, при небольших уровнях полезной нагрузки, не превышающих Π^{st} , после ее приложения в стержне из СПФ появятся дополнительные упругие деформации, но текущий радиус поверхности нагружения и положение ее центра не изменятся: $r = 0$, $S = S_0^* > \sigma_1$.

Уравнения (20) и (18) дают возможность найти напряжение σ_1 в стержне из СПФ и смещение δl в зависимости от параметра полезной нагрузки Π при $\Pi < \Pi^{st}$. После подстановки в уравнение (5) величины $\Sigma_1 = \sigma_1/E_A$ удается определить параметр Σ_2 , характеризующий напряженное состояние упругого элемента смещения.

При превышении нагрузкой критического значения Π^{st} , кроме упругих деформаций, в стержне из СПФ появляются дополнительные фазово-структурные деформации. Из уравнения (20) видно, что в начале процесса нагружения по мере возрастания параметра полезной нагрузки напряжение в стержне монотонно увеличивается. При $dq = 0$ выполняется условие (16): $d\lambda > 0$, при этом $d(\varepsilon^{phst}/q) = d\varepsilon^{st} = (2/3)Sd\lambda > 0$. И тогда приращение фазово-структурной деформации происходит в режиме комбинированного упрочнения, при этом величина радиуса S^* у поверхности нагружения совпадает с текущим значением активного напряжения S . С учетом того, что весь материал стержня из СПФ находится в мартенситном состоянии и $q = 1$, уравнение (11) принимает вид:

$$\varepsilon^{phst} = \rho_2 \varphi_2(S).$$

Тогда уравнение (6) можно переписать в форме:

$$(1 + \eta + \theta)\sigma_1/E_A + \rho_2 \varphi_2(S) - \varepsilon_0 = \Pi. \quad (22)$$

Подстановка в (13) выражения для $d\varepsilon^{st}$ (12) и учет (10) и (16) приводят к дифференциальному уравнению относительно r :

$$dr = (3/2)g\rho_2\varphi_2'(S)dS.$$

Интегрирование при начальном условии $r(S_0^*) = 0$ дает решение:

$$r = (3/2)g\rho_2(\varphi_2(S) - \varphi_2(S_0^*)). \tag{23}$$

Полученные уравнения (22), (23) и уравнение (10) представляют систему нелинейных уравнений, численное решение которой позволяет определить параметры σ_1 , S и r в зависимости от приложенной полезной нагрузки Π при $\Pi \geq \Pi^{st}$. Из уравнения (18) находится смещение δl . В результате подстановки в уравнение (5) величины $\Sigma_1 = \sigma_1/E_A$ отыскивается параметр Σ_2 , характеризующий напряженное состояние упругого элемента смещения в зависимости от параметра полезной нагрузки Π .

3.3. Рабочий ход

На этапе рабочего хода стержень из СПФ претерпевает нагрев в интервале температур обратного превращения. За счет эффекта памяти формы при переходе в аустенитное состояние его длина уменьшается, в нем возникают реактивные растягивающие напряжения. При малых значениях полезной нагрузки, не превышающих Π^{st} , уровень напряжений в стержне из СПФ недостаточно велик, по крайней мере на некотором начальном этапе обратного фазового перехода, для выполнения условия деформирования по структурному механизму. При полезной нагрузке, превышающей Π^{st} , процесс фазового перехода с самого начала будет сопровождаться деформированием по структурному механизму.

При $\Pi < \Pi^{st}$ в начале нагрева фазово-структурная деформация стержня из СПФ изменяется только за счет обратного фазового перехода. В этом случае решение уравнения (9) при начальном условии $\varepsilon^{phst}(1) = \varepsilon_0$ с учетом того, что в начале рабочего хода $d\varepsilon^{phst} = d\varepsilon^{ph}$, имеет вид:

$$\varepsilon^{phst} = q\varepsilon_0. \tag{24}$$

Тогда, согласно (13), смещение центра поверхности нагружения r равно нулю. Радиус поверхности нагружения на данном этапе процесса, в соответствии с (11) и (25), не изменяется и сохраняет постоянное значение S_0^* .

Подстановка (24) в (6), позволяет определить зависимость напряжения в стержне из СПФ от объемной доли мартенситной фазы q на начальном этапе рабочего хода:

$$\sigma_1 = E_A \frac{\varepsilon_0(1-q) + \Pi}{1 + \eta q + \theta}. \tag{25}$$

Благодаря подстановке (25) в уравнение (18) устанавливается $\delta l(q)$, а из уравнения (5) с учетом $\Sigma_1 = \sigma_1/E_A$ — зависимость $\Sigma_2(q)$ для упругого элемента смещения. Уравнение (17) и найденные параметры (24), (25) дают возможность поставить в соответствие каждому значению температуры T значение параметра фазового состава q , и затем, с использованием ранее найденных зависимостей $\sigma_1(q)$, $\delta l(q)$ и $\Sigma_2(q)$, связать с каждым значением температуры T величины σ_1 , δl и Σ_2 .

Исходя из (24) можно заключить, что на начальном этапе процесса обратного фазового перехода величина ε^{phst}/q в уравнении поверхности нагружения (11), стоящая под знаком максимума, сохраняет постоянное значение, совпадающее с максимальным за всю историю существования данного мартенситного объема. Из формулы (25) следует, что при уменьшении доли мартенсита q напряжение σ_1 в стержне из СПФ монотонно возрастает, активное напряжение S с учетом (10) при $r = 0$ также монотонно увеличивается. Как только S достигнет критического значения S_0^* , выполняются условия деформирования по структурному механизму: $d\lambda > 0$; это следует из формул (15), (16), поскольку на данном этапе $S > 0$, $d\sigma_1 > 0$. На основе формул (7), (9) и (12), легко показать, что в таком случае во время обратного фазового перехода выполняется соотношение:

$$d\left(\frac{\varepsilon^{phst}}{q}\right) = \frac{d\lambda}{q} S > 0.$$

В [26] выявлено, что если текущее значение выражения ε^{phst}/q совпадает с максимальным и $d(\varepsilon^{phst}/q) > 0$, то приращение деформаций по структурному механизму происходит в режиме комбинированного упрочнения и

описывается формулами (12), (16). Также, поскольку при выполнении условий деформирования по структурному механизму при $S > 0$, $d\lambda > 0$ значение выражения ε^{phst}/q под знаком максимума в уравнении поверхности нагружения (11) возрастает и при этом совпадает с максимальным, то знак максимума в (11) можно убрать, и получится соотношение, аналогичное формулировке положения об активных процессах нагружения в [29]:

$$\varepsilon^{phst} = q\rho_2\varphi_2(S).$$

Подстановка данного выражения для фазово-структурных деформаций в (6), приводит к уравнению:

$$(1 + q\eta + \theta)\sigma_1/E_A + q\rho_2\varphi_2(S) - \varepsilon_0 = \Pi, \quad (26)$$

а подстановка в уравнение (14) выражения (12) и учет (10) и (16) дают дифференциальное уравнение:

$$dr = (3/2)g\rho_2\varphi_2'(S)dS.$$

В результате его интегрирования с начальным условием $r(S_0^*) = 0$, получается зависимость смещения центра поверхности нагружения от параметра активных напряжений S :

$$r = (3/2)g\rho_2(\varphi_2(S) - \varphi_2(S_0^*)). \quad (27)$$

Система нелинейных уравнений (10), (26) и (27) позволяет численно определить зависимости $\sigma_1(q)$, $S(q)$ и $r(q)$, после чего из уравнения (18) находится зависимость $\delta l(q)$ и из уравнения (5) с учетом $\Sigma_1 = \sigma_1/E_A$ — зависимость $\Sigma_2(q)$. Путем подстановки $\sigma_1(q)$, $S(q)$ и $\varepsilon^{phst}(q, S(q))$ в уравнение (17) отыскивается зависимость $q(T)$, затем каждому значению нагрузки Π и температуры T ставятся в соответствие значения параметров σ_1 , S , r , δl и Σ_2 .

В случае, когда полезная нагрузка достигает критической величины или превышает ее ($\Pi \geq \Pi^{st}$) процесс нагрева с самого начала сопровождается деформированием и по фазовому, и по структурному механизмам и описывается уравнениями (10), (26) и (27). Значения σ_1^F , Σ_2^F и безразмерного отношения $\delta l^F/l_{10}$ в момент завершения обратного фазового превращения можно определить, если подставить в (25) $q = 0$, а также из уравнений (5) и (18):

$$\sigma_1^F = E_A \frac{\Pi + \varepsilon_0}{1 + \theta}, \quad \frac{\delta l^F}{l_{10}} = \frac{\Pi - \theta\varepsilon_0}{1 + \theta}, \quad \Sigma_2^F = \frac{\theta\varepsilon_0 - \Pi}{1 + \theta}. \quad (28)$$

Формулы (28) для значений переменных в конце обратного хода совпадают с полученными в [14] без учета трансляционного упрочнения. Таким образом, наличие трансляционного упрочнения не влияет на напряжения и смещение точки соединения, которые достигаются в конце рабочего хода.

3.4. Холостой ход

После завершения рабочего хода стержень из СПФ находится полностью в аустенитном состоянии. Полезная нагрузка P или совсем снимается, или снижается до некоторого значения $P_{\min} \geq 0$. На этапе холостого хода стержень из СПФ охлаждается при прохождении через интервал температур прямого фазового превращения. Предполагается, что после того, как в конце рабочего хода весь материал вернулся в аустенитное состояние, образующийся заново мартенсит в начале холостого хода характеризуется нулевым смещением поверхности нагружения и нулевыми активными напряжениями.

В [13, 14] показано, что на этапе холостого хода напряжения в стержне из СПФ убывают, то есть $d\sigma_1 < 0$. В данных условиях интересно оценить возможность деформирования по структурному механизму, которое, в соответствии с используемой моделью, может происходить в режиме трансляционного или комбинированного упрочнения. При $S > 0$, $dq > 0$, $d\sigma_1 < 0$ условие активного нагружения $d\lambda > 0$ для чисто трансляционного режима упрочнения (15) не выполняется. В режиме комбинированного упрочнения (16) знак максимума в уравнении поверхности нагружения (11) можно убрать. Тогда с учетом (8) и (11) слагаемое R_{ph} в формуле (16) переписывается в виде:

$$R_{ph} = (3/2)\rho_2\varphi_2'(S)g(\rho_2\varphi_2(S) - \rho_1\varphi_1(S))(1 - qf(q))dq.$$

Поскольку для любых значений интенсивности активных напряжений, аналогично [26], предполагается выполнение неравенства $\rho_1\varphi_1(S) > \rho_2\varphi_2(S)$, то при $S > 0$, $dq > 0$, $d\sigma_1 < 0$ условие деформирования по структурному механизму $d\lambda > 0$ для комбинированного режима упрочнения не выполняется тоже. Следовательно,

на этапе холостого хода деформирование по структурному механизму не имеет места, неупругое деформирование возможно только по фазовому механизму и описывается уравнением (8), в котором $\varepsilon^{phst} = \varepsilon^{ph}$:

$$d\varepsilon^{phst} = \rho_1 \varphi_1(S)(1 - qf(q))dq + f(q)\varepsilon^{phst} dq. \quad (29)$$

Для упрощения часто предполагается, что центр поверхности нагружения смещается только при деформировании по структурному механизму [26], и это смещение рассчитывается по формуле (14) во время как обратного, так и прямого фазовых переходов, а в формулу (16) необходимо подставлять $R_{ph} = 0$. В рамках этой гипотезы в течение холостого хода центр поверхности нагружения остается в начале координат и включение трансляционного упрочнения в модель никак не влияет на результаты вычислений. Отказ от данной гипотезы и решение системы дифференциальных уравнений (13) и (29) с нулевыми начальными условиями приводит к неудовлетворительным результатам моделирования прямого фазового перехода под действием убывающих напряжений: начало координат в некоторых случаях оказывается вне поверхности нагружения. Предположение о смещении центра поверхности нагружения только при деформировании по структурному механизму приводит к результатам моделирования холостого хода, которые полностью совпадают с полученными ранее в [13, 14] без учета трансляционного упрочнения. В первой этих работ определены условия осуществления замкнутого цикла, который имеет место в том случае, если в конечной точке холостого хода при $q = 1$ после снятия нагрузки P_{\min} полностью восстанавливается начальное состояние системы, то есть напряжения в системе отсутствуют, а деформация стержня из СПФ становится равной начальной деформации ε_0 . В [13] показано, что при выполнении одного из этих условий справедливо и второе. Замкнутого цикла можно добиться подбором параметров ε_0 , θ и P_{\min} : они должны быть такими, чтобы для решения уравнения (29) выполнялось условие $\varepsilon^{phst}(1) = \varepsilon_0$. В рамках гипотезы (14) учет трансляционного упрочнения не влияет на моделирование холостого хода и подбор параметров системы, обеспечивающих замкнутый цикл работы привода.

4. Результаты моделирования

При моделировании в качестве интегральных функций распределения интенсивности микронапряжений применялись функции экспоненциального распределения и распределения Вейбулла, соответствующие никелиду титана [26]:

$$\varphi_1(x) = 1 - \exp(-x/\sigma_{10}), \quad \varphi_2(x) = 1 - \exp[-(x/\sigma_{20})^\alpha],$$

где α , σ_{10} и σ_{20} — параметры материала, определяемые при аппроксимации экспериментальных данных по накоплению деформации прямого превращения и мартенситной неупругости при одноосном растяжении. Значения материальных параметров совпадают с использованными при моделировании в [14, 26]: $\rho_1 = 0.105$; $\rho_2 = 0.0572$; $\sigma_{10} = 322.6$ МПа; $\sigma_{20} = 180.1$ МПа; $\alpha = 2.96$; $E_A = 84000$ МПа; $E_M = 28000$ МПа; $\Delta S = 0.644$ МПа/К; $M_s^0 = 313.15$ К; $M_f^0 = 293.15$ К; $A_s^0 = 323.15$ К; $A_f^0 = 343.15$ К. Модуль трансляционного упрочнения g для никелида титана принимался равным 3000 МПа [26]. Отсутствию учета трансляционного упрочнения отвечает $g = 0$ МПа. Связь между процессами зарождения и развития мартенситных элементов аналогично [14, 26] осуществляла константа $f(q) = 0.3$.

Переход к безразмерным параметрам позволил сократить число необходимых для моделирования параметров конструкции. Для того чтобы описать состояние стержня из СПФ в безразмерных переменных, достаточно задать два параметра конструкции привода: отношение податливости упругого тела смещения к податливости стержня из СПФ — θ , и начальную деформацию — ε_0 . В [13] приведены значения параметра θ для разных значений начальной деформации ε_0 , обеспечивающие замкнутый цикл работы привода. Величина полезной нагрузки на протяжении рабочего хода никак не влияет на моделирование холостого хода и подбор данных параметров. Кривые на рисунках 2–5 построены при значениях начальной деформации $\varepsilon_0 = 0.03$ и отношении податливостей $\theta = 6.5485$, которые при отсутствии нагрузки во время холостого хода ($P_{\min} = 0$) служат гарантией замкнутого цикла [13].

На рисунке 2 представлены результаты моделирования этапа предварительного нагружения и этапа приложения полезной нагрузки. Показано накопление фазово-структурных деформаций прямого превращения ε^{phst} в стержне из СПФ при понижении температуры под действием постоянного напряжения $\sigma_0 = 108.55$, значение которого было найдено по формуле (19) для $\varepsilon_0 = 0.03$ (Рис. 2а), а также возрастание напряжений и смещение точки соединения, отнесенное к начальной длине стержня из СПФ при увеличении параметра нагрузки $\Pi = k_2 P / l_{10}$ от 0 до $2\Pi^{st}$ (Рис. 2б, в). На этапе приложения полезной нагрузки стержень из СПФ находится в мартенситном состоянии и до достижения ею величины Π^{st} деформируется упруго, при превышении значения Π^{st} добавляется деформирование по структурному механизму. При $\Pi > \Pi^{st}$ с учетом трансляционного упрочнения напряжение в стержне из СПФ оказывается выше, а смещение точки соединения стержней меньше, чем в случае без него.

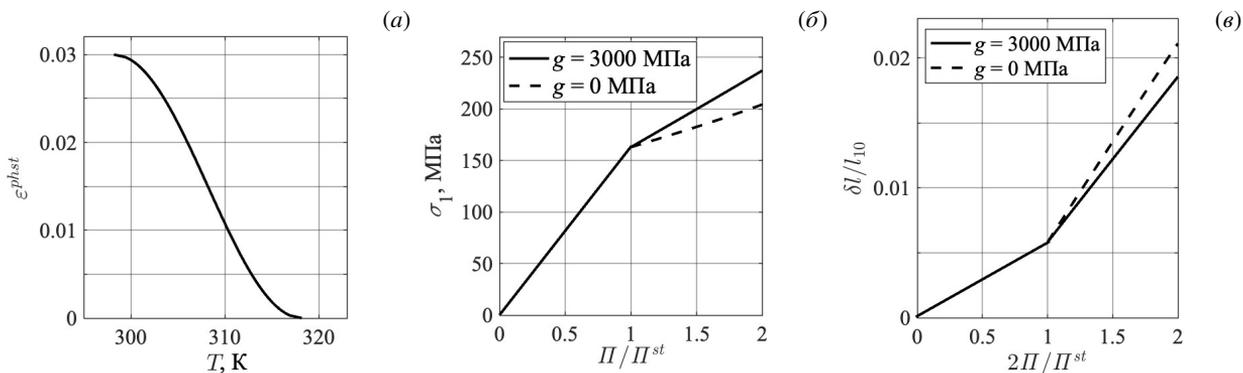


Рис. 2. Зависимость фазово-структурных деформаций в стержне из СПФ от температуры во время мартенситного перехода на этапе предварительного нагружения (а); зависимость напряжения в стержне из СПФ (б) и смещения точки соединения (в), отнесенного к начальной длине стержня из СПФ, от нагрузки на этапе приложения полезной нагрузки при $\sigma_0 = 108.55$ МПа, $\varepsilon_0 = 0.03$, $\theta = 6.5485$

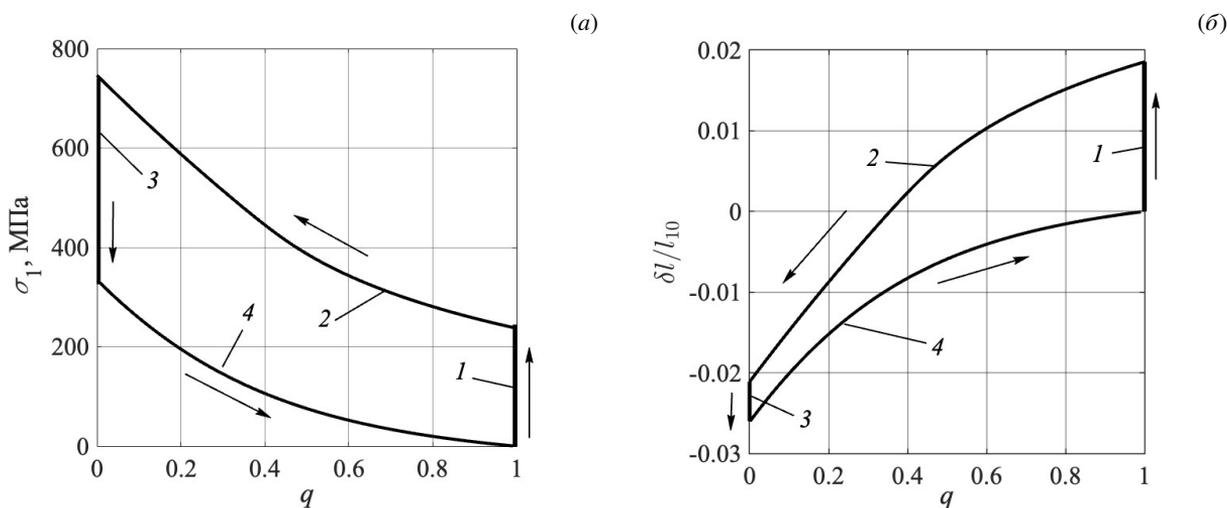


Рис. 3. Зависимости напряжения в стержне из СПФ (а) и перемещения точки соединения элементов привода, отнесенного к начальной длине стержня из СПФ, (б) от доли мартенситной фазы q при $g = 3000$ МПа, $\theta = 6.5485$, $\varepsilon_0 = 0.03$, $\Pi = 2\Pi^{st}$ на этапах цикла работы привода: 1 – приложение полезной нагрузки и нагрев до начала аустенитного перехода; 2 – рабочий ход; 3 – снятие полезной нагрузки и охлаждение до начала мартенситного перехода; 4 – холостой ход

На рисунке 2б, в сплошные линии соответствуют моделированию при наличии трансляционного упрочнения для $g = 3000$ МПа, а пунктирные линии — моделированию без него ($g = 0$ Па).

На рисунке 3 изображены этапы замкнутого цикла работы привода: благодаря правильному подбору параметров (начальной деформации ε_0 и отношения податливостей θ), описанному в [13], в конце холостого хода (этап 4) напряжение в стержне из СПФ и смещение точки соединения равны нулю. Стрелками показано направление процессов. За период рабочего хода напряжение в стержне из СПФ монотонно возрастает (Рис. 3а, этап 2), а в течение холостого хода монотонно убывает (Рис. 3а, этап 4). При приложении полезной нагрузки точка соединения элементов привода сдвигается в направлении упругого тела смещения, $\delta l > 0$ (Рис. 3б, этап 1), во время рабочего хода за счет эффекта памяти формы точка соединения перемещается в противоположную сторону. После окончания рабочего хода точка соединения при снятии полезной нагрузки смещается в сторону рабочего тела (Рис. 3б, этап 3). Этап 4 на рисунке 3б отвечает накоплению деформаций прямого превращения в стержне из СПФ под действием растягивающего усилия от упругого тела смещения.

Анализ результатов показывает, что трансляционное упрочнение сильнее всего влияет на моделирование процесса нагрева на этапе рабочего хода. При этом расчет максимальных значений напряжения в стержне из СПФ и смещения точки соединения, которые достигаются в конце рабочего хода, в соответствии с (29), можно выполнять без трансляционного упрочнения. На рисунке 4 представлены данные моделирования рабочего

хода при начальной деформации $\varepsilon_0 = 0.03$ и отношении податливостей $\theta = 6.5485$ для разных величин полезной нагрузки Π . Сплошные линии построены по результатам, вычисленным по модели с трансляционным упрочнением для модуля $g = 3000$ МПа, пунктирные линии — моделированию при $g = 0$ МПа. Максимальное значение напряжений в стержне из СПФ достигается в конце аустенитного перехода при $q = 0$ и не зависит от модуля трансляционного упрочнения. При $\Pi < \Pi^{st}$ графики действительных напряжений в стержне из СПФ и смещения точки соединения, построенные для разных значений модуля g , совпадают до тех пор, пока не начинается деформирование по структурному механизму. Критическая величина полезной нагрузки Π^{st} определяется по формуле (21), которая совпадает с выведенной в [13, 14], и не зависит от модуля трансляционного упрочнения. При $\Pi \geq \Pi^{st}$ трансляционный сдвиг поверхности нагружения значительно влияет на уровень напряжений и смещение точки соединения во время всего рабочего хода. Значения напряжений в начале рабочего хода оказываются выше при учете трансляционного упрочнения, а смещение точки соединения элементов привода — меньше, по сравнению с результатами моделирования без трансляционного упрочнения.

(а)

(б)

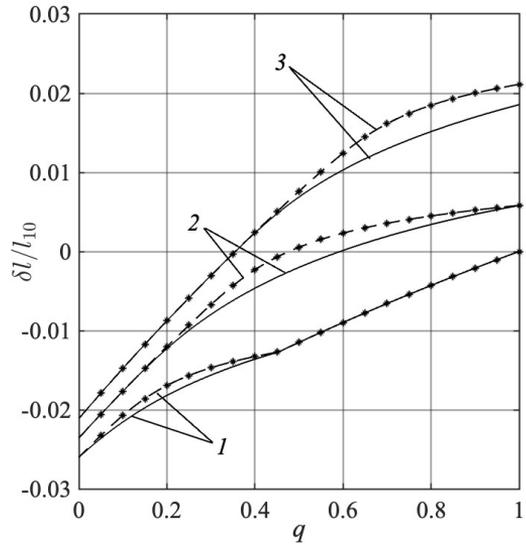
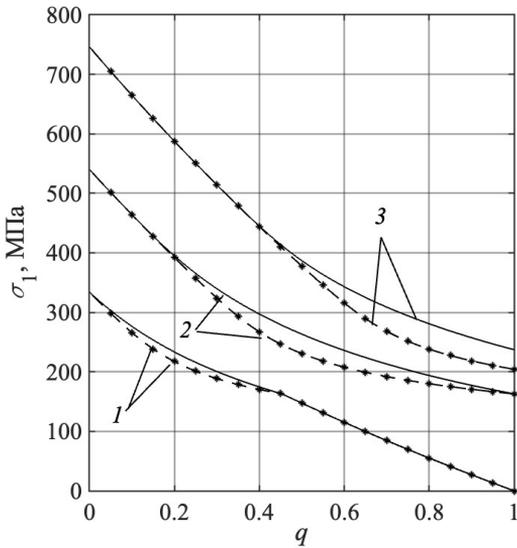


Рис. 4. Зависимость напряжения в стержне из СПФ (а) и перемещения точки соединения стержня из СПФ и тела смещения, отнесенного к начальной длине стержня из СПФ, (б) от доли мартенситной фазы q при $\varepsilon_0 = 0.03$; $\theta = 6.5485$ и разных значениях полезной нагрузки Π : 0 (кривые 1), Π^{st} (2), $2\Pi^{st}$ (3), и различных модулях трансляционного упрочнения g , [МПа]: 3000 (сплошные линии), 0 (пунктирные линии)

Зависимости напряжений σ_1 , активных напряжений S и смещения центра поверхности нагружения r от температуры в течение рабочего хода для тех же значений параметров привода, что и на рисунке 3, представлены на рисунке 5 при отсутствии полезной нагрузки ($\Pi = 0$, см. Рис. 5а) и при полезной нагрузке $\Pi = 2\Pi^{st}$ (Рис. 5б). При отсутствии полезной нагрузки с повышением температуры в начале рабочего хода деформирование происходит только по фазовому механизму, при этом центр поверхности нагружения не смещается, графики напряжений и активных напряжений до начала деформирования по структурному механизму совпадают. При $\Pi = 2\Pi^{st} > \Pi^{st}$ с самого начала рабочего хода деформирование осуществляется и по фазовому, и по структурному механизмам деформирования; центр поверхности нагружения меняет свое местоположение. Значения напряжений и активных напряжений отличаются уже в начале рабочего хода за счет изменения радиуса и положения центра поверхности нагружения на этапе приложения полезной нагрузки. Величина активных напряжений S в рассматриваемом случае соответствует радиусу поверхности нагружения. Во время всего рабочего хода радиус поверхности нагружения монотонно растет и остается при этом больше смещения ее центра.

Степень влияния трансляционного упрочнения на результаты моделирования на этапе рабочего хода в зависимости от отношения податливостей θ позволяют оценить графики величин:

$$D_\sigma = \max\left(\frac{\sigma_1^q - \sigma_1^0}{\sigma_1^0(0)}\right), \quad q \in [0, 1],$$

$$D_L = \max\left(\frac{\delta l^q - \delta l^0}{\delta l^0(0) - \delta l^0(1)}\right) = \max\left(\frac{l_1^q - l_1^0}{l_1^0(0) - l_1^0(1)}\right), \quad q \in [0, 1].$$

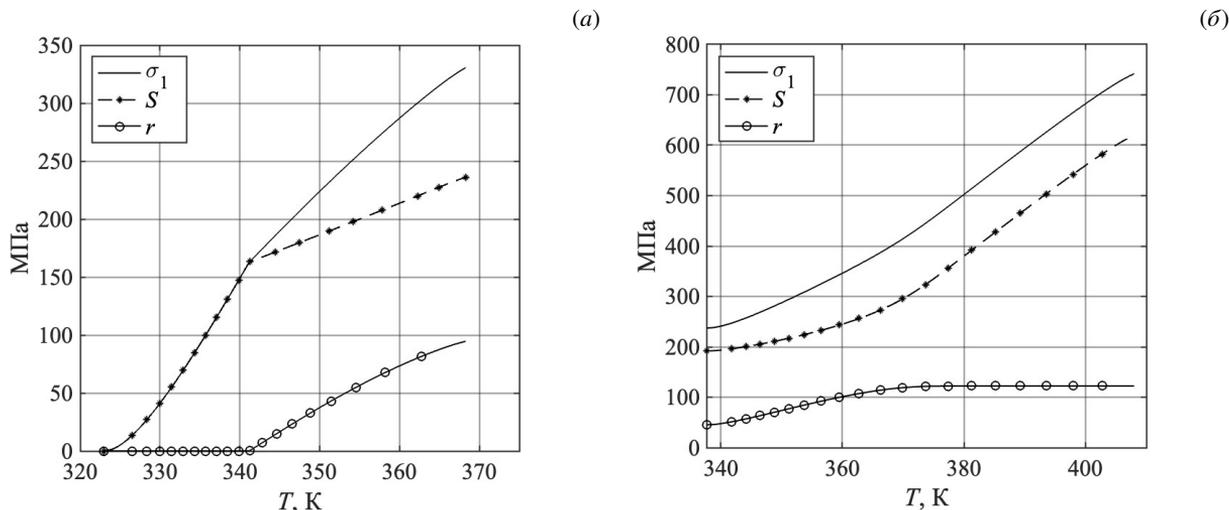


Рис. 5. Зависимости напряжений, активных напряжений и смещения центра поверхности напряжений от температуры во время рабочего хода при $\varepsilon_0 = 0.03$, $\theta = 6.5485$, $g = 3000$ МПа и значениях полезной нагрузки $P = 0$ (а) и $P = 2P^{st}$ (б)

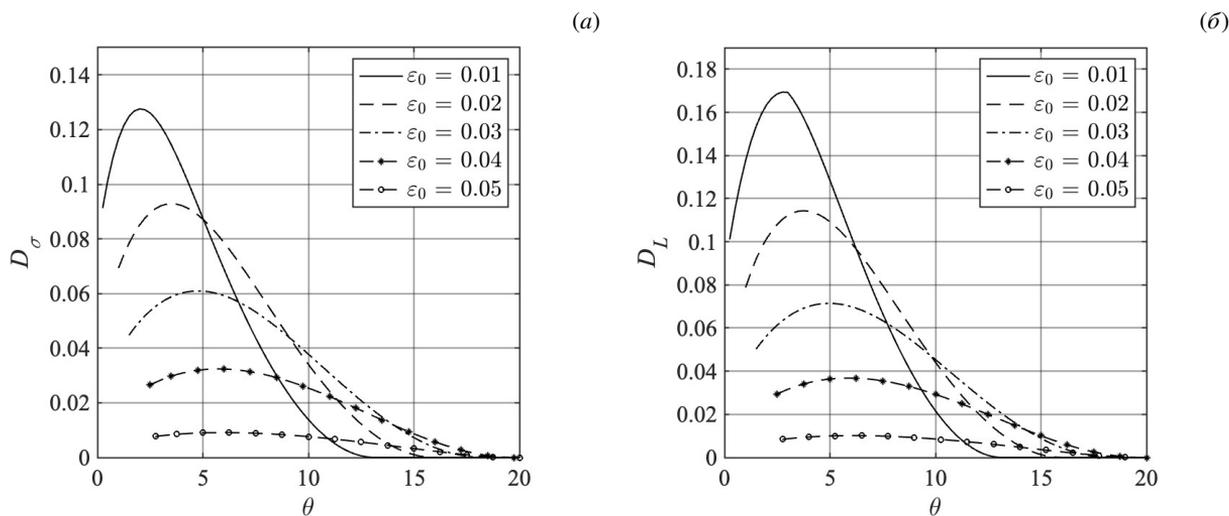


Рис. 6. Влияние трансляционного упрочнения на величину напряжений в стержне из СПФ (а) и перемещение точки соединения (б) для случая $P = 2P_{0.01}^{st}$ на этапе рабочего хода

Здесь индексы g согласуются с результатами моделирования с учетом трансляционного упрочнения: $g = 3000$ МПа; при их нулевых значениях ($g = 0$ МПа) моделирование не включает трансляционное упрочнение; $\sigma_1^0(0)$ — значение напряжений в стержне из СПФ в конце рабочего хода; $\delta l^0(1)$ — смещение точки соединения в начале рабочего хода; $\delta l^0(0)$ — смещение точки соединения, которое достигается в конце рабочего хода. Величины D_σ и D_L согласуются с максимальным откликом в результатах моделирования рабочего хода. На рисунке 6 представлены графики зависимостей D_σ и D_L от отношения податливостей θ для различных величин начальной деформации ε_0 . Все кривые построены для значения полезной нагрузки $P = 2P_{0.01}^{st}$, где $P_{0.01}^{st}$ — значение предельной нагрузки P^{st} в случае $\varepsilon_0 = 0.01$, $\theta = 0$. Необходимо заметить, что при уменьшении параметра θ , в соответствии с (28), возрастает максимальное значение напряжений в стержне из СПФ в конце рабочего хода. Превышение некоторого предельного напряжения, которое коррелирует с дислокационным пределом текучести, приводит к деградации функциональных свойств материала с памятью формы. Поскольку дислокационный предел текучести никелида титана в аустенитном состоянии не превышает 1300 МПа [14], значения параметров системы, приводящие к превышению данного предельного напряжения, из рассмотрения исключались.

Анализ полученных данных позволяет заключить, что с увеличением отношения податливостей θ и начальной деформации ε_0 влияние трансляционного упрочнения на результаты моделирования значительно снижается. При $\theta \geq 20$ вклад трансляционного упрочнения пренебрежимо мал. При $\theta < 5$ и малых значениях начальной

деформации ε_0 учет трансляционного упрочнения может привести к уменьшению расчетного смещения точки соединения элементов привода на величину, достигающую 17% от всего перемещения во время рабочего хода, а также к увеличению напряжений в рабочем теле до 14% от максимального значения.

5. Заключение

Выполнено моделирование работы привода, состоящего из последовательно соединенных стержня из СПФ и упругого элемента смещения в рамках новой объединенной модели нелинейного деформирования, учитывающей известные особенности материалов, обладающих памятью формы. Установлено, что трансляционный сдвиг поверхности нагружения не влияет на максимальные значения напряжений и смещения точки соединения стержней, которые достигаются в конце рабочего хода. При вычислении промежуточных значений напряжений и смещения точки соединения элементов привода во время рабочего хода трансляционное упрочнение необходимо принимать во внимание, поскольку при этом расчетные промежуточные значения напряжений оказываются значительно выше, а смещение точки соединения — значительно меньше. При достаточно больших полезных нагрузках величины данных параметров различаются с самого начала рабочего хода за счет трансляционного упрочнения на этапе приложения нагрузки. Степень влияния трансляционного упрочнения на результаты моделирования рабочего хода зависит от отношения податливости упругого тела смещения к податливости рабочего тела (стержня из СПФ), а также от величины начальной деформации стержня. При достаточном увеличении этих параметров влияние трансляционного упрочнения значительно снижается.

Показано, что в рамках используемой объединенной модели во время холостого хода трансляционный сдвиг поверхности нагружения отсутствует. Присутствие трансляционного упрочнения не сказывается на моделировании холостого хода и подборе параметров системы, обеспечивающих замкнутый цикл работы привода.

Литература

1. Лихачёв В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. 218 с.
2. Thamburaja P. Constitutive equations for martensitic reorientation and detwinning in shape-memory alloys // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2005. Vol. 53. P. 825–856. DOI: 10.1016/j.jmps.2004.11.004
3. Мовчан А.А., Казарина С.А. Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач // Физическая мезомеханика. 2012. Т. 15, № 1. С. 105–116.
4. Тихомирова К.А. Экспериментальное и теоретическое исследование взаимосвязи фазовой и структурной деформации в сплавах с памятью формы // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. № 1. С. 40–57. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.1.04
5. Тихонов А.С., Герасимов А.П., Прохорова И.И. Применение эффекта памяти формы в современном машиностроении. М.: Машиностроение, 1981. 81 с.
6. Kheirikhah M.M., Rabiee S., Edalat M.E. A Review of Shape Memory Alloy Actuators in Robotics // RoboCup 2010: Robot Soccer World Cup XIV. 2011. P. 206–217. DOI: 10.1007/978-3-642-20217-9_18
7. Butera F., Coda A., Vergani G. Shape memory actuators for automotive applications // Proc. of the Intern. Conf. “Nanotec IT newsletter”. 2007. P. 12–16. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.11.084
8. Вяххи И.Э., Гончарук П.Д., Иванькин М.А., Лаврухин Г.Н., Мовчан А.А., Семенов В.Н., Чевагин А.Ф. Технические решения для адаптивных авиационных конструкций с использованием сплавов с памятью формы // Ученые записки ЦАГИ. 2007. Т. 38, № 3/4. С. 158–168.
9. Hartl D.J., Lagoudas D.C. Aerospace applications of shape memory alloys // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2007. Vol. 221, no. 4. P. 535–552. DOI: 10.1243/09544100JAER0211
10. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A. A coupled thermomechanical beam finite element for the simulation of shape memory alloy actuators // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2014. Vol. 25, no. 7. P. 890–907. DOI: 10.1177/1045389X14526462
11. Jani J.M., Huang S., Leary M., Subic A. Numerical modeling of shape memory alloy linear actuator // Computational Mechanics. 2015. Vol. 56, no. 3. P. 443–461. DOI: 10.1007/s00466-015-1180-z
12. Мовчан А.А., Мозафарри А. Поведение актуатора, содержащего стержень из сплава с памятью формы и упругий элемент смещения // Механика композиционных материалов и конструкций. 1997. Т. 3, № 2. С. 87–101.

13. *Мовчан А.А., Экстер Н.М.* Актуатор с последовательным соединением стержня из сплава с памятью формы и упругого элемента смещения // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2021. Т. 27, № 2. С. 169–190. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2021.27.02.169_190.02
14. *Мовчан А.А., Экстер Н.М.* Теоретический анализ работы силовозбудителя с рабочим телом в виде стержня из сплава с памятью формы и упругим элементом смещения // *Деформация и разрушение материалов*. 2022. № 10. С. 9–20. DOI: 10.31044/1814-4632-2022-10-9-20
15. *Mohd Jani J.* Design Optimisation of Shape Memory Alloy Linear Actuator Applications: PhD thesis / Mohd Jani J. Melbourne: RMIT University, 2016. P. 293.
16. *Tanaka K.* A Phenomenological Description on Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys // *Journal of Pressure Vessel Technology*. 1990. Vol. 112, no. 2. P. 158–163. DOI: 10.1115/1.2928602
17. *Huang W.* “Yield” surfaces of shape memory alloys and their applications // *Acta Materialia*. 1999. Vol. 47, no. 9. P. 2769–2776. DOI: 10.1016/S1359-6454(99)00119-6
18. *Lexcellent C., Boubakar M.L., Bouvet C., Calloch S.* About modelling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. Vol. 43, no. 3/4. P. 613–626. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2005.07.004
19. *Hartl D.J., Lagoudas D.C., Calkins F.T.* Advanced methods for the analysis, design, and optimization of SMA-based aerostructures // *Smart Materials and Structures*. 2011. Vol. 20, no. 9. 094006. DOI: 10.1088/0964-1726/20/9/094006
20. *Jape S., Baxevanis T., Lagoudas D.C.* On the fracture toughness and stable crack growth in shape memory alloy actuators in the presence of transformation-induced plasticity // *International Journal of Fracture*. 2018. Vol. 209, no. 1/2. P. 117–130. DOI: 10.1007/s10704-017-0245-8
21. *Cisse C., Zaki W., Ben Zineb T.* A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys // *International Journal of Plasticity*. 2016. Vol. 76. P. 244–284. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.08.006
22. *Тихомирова К.А.* Феноменологическое моделирование фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы. Одномерный случай // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2018. Т. 11, № 1. С. 36–50. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.1.4
23. *Мишустин И.В., Мовчан А.А.* Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2015. № 2. С. 78–95.
24. *Мовчан А.А.* Модель влияния фазового механизма деформирования на структурных в сплавах с памятью формы // *Деформация и разрушение материалов*. 2019. № 7. С. 14–23. DOI: 10.31044/1814-4632-2019-7-14-23
25. *Liu Y., Xie Z., Van Humbeeck J., Delaey L.* Asymmetry of stress–strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys // *Acta Materialia*. 1998. Vol. 46, no. 12. P. 4325–4338. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00112-8
26. *Мовчан А.А.* Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы // *Деформация и разрушение материалов*. 2021. № 3. С. 8–17. DOI: 10.31044/1814-4632-2021-3-8-17
27. *Мовчан А.А., Сильченко А.Л., Казарина С.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование эффекта перекрестного упрочнения сплавов с памятью формы // *Деформация и разрушение материалов*. 2017. № 3. С. 20–27.
28. *Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А.* Исследование деформационного упрочнения никелида титана // *Проблемы прочности*. 1980. № 9. С. 87–91.
29. *Мовчан А.А.* Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2020. № 4. С. 140–151. DOI: 10.31857/S0572329920030113
30. *Гаганова Н.В.* Описание мартенситной неупругости после ориентированного превращения с учетом развития мартенситных элементов в рамках объединенной модели деформирования сплавов с памятью формы // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2022. Т. 28, № 4. С. 495–510. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2022.28.04.495_510.05
31. *Гаганова Н.В.* Учет развития мартенситных элементов в объединенной модели деформирования сплавов с памятью формы в случае трансляционного упрочнения // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2021. Т. 27, № 3. С. 295–308. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2021.27.03.295_308.01
32. *Lagoudas D.S., Bo Z., Quidwai M.A.* A unified thermodynamics constitutive model for SMA and finite element analysis of active metal matrix composites // *Mechanics of Composite Materials and Structures*. 1996. Vol. 3. P. 153–179.
33. *Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л.* Экспериментальное определение начала структурного перехода в никелиде титана после ориентированного превращения // *Деформация и разрушение материалов*. 2022. № 12. С. 2–9. DOI: 10.31044/1814-4632-2022-12-2-9

Сведения об авторах:

Гаганова Наталья Валерьевна (корр.), соискатель, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1; e-mail: gaganova-nv@yandex.ru; ORCID: 0009-0005-8287-0038