

DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.41  
УДК 537

## НАЧАЛЬНАЯ СТАДИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В ИНДУКТОРЕ С ВРАЩАЮЩИМИСЯ ВСТРЕЧНО МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

В.С. Озерных<sup>1</sup>, Г.Л. Лосев<sup>1</sup>, Е. Гольбрайх<sup>2</sup>, И.В. Колесниченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

<sup>2</sup>Университет им. Бен Гуриона, Беер-Шева, Израиль

Рассмотрены неустановившиеся течения электропроводящей жидкости в цилиндрической полости под действием разнонаправленных вращающихся магнитных полей. Актуальность исследования обусловлена наличием такого течения в разрабатываемом для жидкометаллического теплоносителя расходомере. Предметом изучения является процесс формирования стадии разгона течения (spin-up) в комбинированном индукторе вращающегося магнитного поля. Стадия разгона характеризуется значительным изменением угловой скорости жидкости и начинается с образования за счет центробежных сил областей пониженного давления. Чередование и перемещение областей пониженного и повышенного давления вызывают пульсации скорости. При малых значениях управляющего параметра, в качестве которого выступает число Тейлора, энергия течения плавно увеличивается. В этом случае установившееся течение представляет собой два азимутальных и несколько полоидальных вихрей четко выраженной структуры. При превышении числом Тейлора критического значения в течении возникают сильные пульсации, приводящие к распаду крупномасштабных вихрей. Интенсивность течения характеризуется числом Рейнольдса. Получена степенная зависимость с показателем степени 1.57 между числами Рейнольдса и Тейлора. Выявлено, что время формирования установившегося течения варьируется в пределах от нескольких секунд до десятков секунд в зависимости от значения числа Тейлора. Получена оценка значений управляющих параметров для типового режима работы расходомера. Показано, что для корректного измерения скорости в расходомере необходимо достижение чисел Тейлора более 108. Исследование проведено с помощью математического моделирования и верифицировано на эксперименте. Средние расчетные профили располагаются внутри доверительных интервалов экспериментальных профилей.

*Ключевые слова:* магнитная гидродинамика, жидкий металл, разгон вихревого течения, торсионный индуктор, расходомер

## INITIAL STAGE OF FORMATION OF VORTEX FLOW IN AN INDUCTOR WITH COUNTER-ROTATING MAGNETIC FIELDS

V.S. Ozernykh<sup>1</sup>, G.L. Losev<sup>1</sup>, E. Golbraikh<sup>2</sup> and I.V. Kolesnichenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup>Ben Gurion University, Beer Sheva, Israel

In this article, unsteady flows of electrically conductive fluid in a cylindrical cavity under the action of differently directed rotating magnetic fields are investigated. The relevance of the study is due to the presence of such a flow in the flow meter for liquid-metal heat carrier which is currently under development. The subject of study is the process of formation of the spin-up flow stage in a combined inductor of a rotating magnetic field. The acceleration or the spin-up stage is characterized by a significant change in the angular velocity of the liquid and begins with the formation of low pressure areas due to centrifugal forces. The alternation and movement of low and high pressure areas lead to velocity pulsations. For small values of the control parameter, which is the Taylor number, the flow energy gradually increases. In this case, the steady flow consists of two azimuthal and several poloidal vortices with clearly defined structures. When the Taylor number exceeds a critical value, strong pulsations occur in the flow, resulting in the decay of large-scale vortices. The intensity of the current is characterized by the Reynolds number. A power-law relationship with an exponent of 1.57 has been established between the Reynolds and Taylor numbers. It has been found that the time of formation of a steady flow varies from several seconds to tens of seconds, depending on the value of the Taylor number. The estimates of the control parameters have been obtained for a flowmeter operating in a typical mode. It has been shown that for the correct measurement of flow velocity in the flowmeter, it is necessary that the Taylor numbers be higher than 10<sup>8</sup>. The study is carried out using mathematical modeling and the obtained results are verified by experiment. The average calculated profiles are located within the confidence intervals of the experimental profiles.

*Key words:* magnetohydrodynamics, liquid metal, vortex flow acceleration, torsion inductor, flowmeter

### 1. Введение

В металлургии и энергетике, где жидкий металл используют в качестве теплоносителя, требуется знать его расход, так как этот параметр определяет режимы работы установок [1]. Высокая электропроводность жидких металлов дает возможность эффективно управлять их течением и контролировать его характеристики с помощью электромагнитных сил [2]. В работах [3, 4] подробно изучается связь внешней электромагнитной силы со скоростью потока. Для жидких металлов не применимы оптические методы измерения скорости их течения, альтернативой служат электромагнитные расходомеры [5].

Обзор методов расходомерии представлен в работе [6]. Авторы рассматривают локальные методы распознавания скорости потока, инвазивные и неинвазивные методики. Кроме того, расход определяется с помощью кондукционных и индукционных методик. Каждая из них имеет преимущества и недостатки. Например, кондукционные датчики и расходомеры обладают простотой изготовления и широкими возможностями установления локальных характеристик пульсаций скорости [7]. Индукционные же способы базируются на бесконтактной методике контроля скорости. Однако главный недостаток прямого

применения этих методик — это необходимость калибровки. В случае интенсивных течений среды с высокой электропроводностью эффект сноса наложенного магнитного поля приводит к нелинейной зависимости возникающей разности потенциалов от скорости и расхода, что требует усложнения процедуры калибровки и интерпретации результатов.

Одним из способов преодоления этих недостатков при нахождении расхода жидкого металла является использование корреляционного метода, согласно которому анализируются случайные колебания свойств потока. Например, в [8] это пульсации температуры. В работах [9, 10] скорость идентифицируется с помощью томографии [11] и метода корреляции. Особое внимание уделяется проблеме определения скорости в неравномерном течении, а также выбору временных интервалов для расчета скорости. Основное преимущество корреляционных методов состоит в том, что они не требуют калибровки. Поэтому в [12] разрабатывается способ измерения скорости потока жидкого металла в цилиндрическом канале, также не требующий калибровки и основанный на корреляционной методике, аналогичной применяемой в [8]. Но в работе [12] пульсации скорости фиксируются с помощью регистрации электромагнитного отклика локальных измерителей скорости. Вопрос заключается в том, как эффективно создавать эти пульсации скорости и где наиболее рационально размещать измерители скорости. Этот способ приемлем для металлов с высокой температурой плавления, а также для агрессивных металлов, таких как алюминий.

В настоящей работе основное внимание сосредоточено на процессе формирования начального возмущения в цилиндрическом канале под действием электромагнитных сил, возникающих в электромагнитном индукторе, который генерирует вращающиеся магнитные поля (ВМП), аналогичные тем, что описаны в [13–16]. Индуктор представляет собой комбинацию двух секций, расположенных одна за другой и обеспечивающих вращение магнитного поля в противоположенных по азимуту направлениях. Течение металла при этом можно разбить на стадии. На первой стадии — стадии разгона, происходит существенное изменение угловой скорости, приводящее жидкость через неустановившийся режим к конечному стационарному состоянию [17]. Стационарное состояние характеризуется неизменностью среднего поля скорости, которое при этом может быть турбулентным с наличием пульсаций на фоне равновесного состояния. В реальной системе измерения скорости потока жидкость протекает через индуктор. Следовательно, необходимо, чтобы сформированные структуры в последней секции слабо возмущались в передней. Поэтому образование изменяющихся в последующем структур должно быть достаточно быстрым, а функционирование индуктора — импульсным, со смещенным во времени отключением секций.

Стадия разгона вихревого течения в цилиндрическом канале изучена мало. Существует множество работ, описывающих характеристики течения в установившемся режиме ВМП [13–15]. Есть ряд работ, в которых рассматривается разгон и торможение чистого ВМП [18–20]. Однако публикации, где процесс развития течения в системе содержит два разнонаправленных ВМП, авторами не найдены. Это обусловило необходимость исследования, целью которого является анализ эволюции формирования течения в условиях воздействия ВМП представленной выше конфигурации.

## 2. Математическая модель

Для бесконтактного измерения расхода (скорости) металла при течении в канале  $I$  (Рис. 1) применяется генератор пульсаций  $2$  (Рис. 1а). В качестве такового используется индуктор ВМП [13, 14], состоящий из двух независимых секций  $2$  и  $3$  (Рис. 1б). В каждой из секций создается ВМП, при этом поля имеют противоположные направления (Рис. 1б). Встречно вращающиеся течения, расположенные рядом, существенно усложняют общую структуру поля скорости. На рисунке 1в показаны по отдельности скорости закрученного основного (азимутального) потока  $V_\phi$  жидкого металла [15] и скорости  $V_p$  вторичного (полоидального) течения. Полоидальные течения [20] появляются вследствие ограниченности размера индуктора или за счет экмановской подкачки при наличии твердых торцевых стенок. Индуктор включается на короткое время, в течение которого формируется вихревое течение, то есть кратковременное включение индуктора ВМП создает гидродинамическую пульсацию поля скорости на фоне основного течения. Следовательно, после прохождения через индуктор, поток будет содержать пульсации, которые регистрируются электромагнитным измерительным модулем  $4$  (Рис. 1а). Обсуждение его работы выходит за рамки данной статьи.

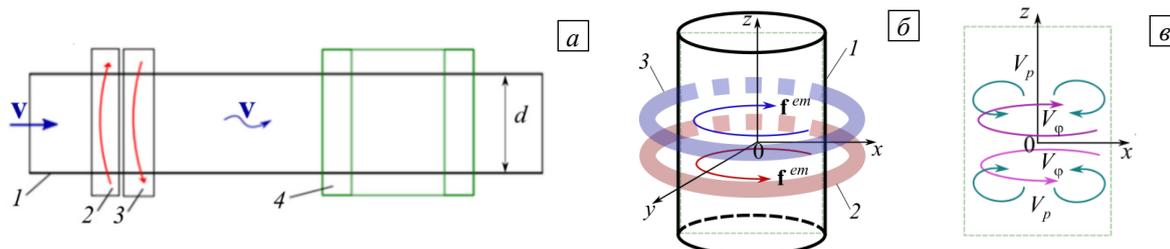


Рис. 1. Схематичное изображение индукционного расходомера (а), схема генерации разнонаправленных магнитных полей (б) и течения (в) в цилиндрическом канале

Математическое описание течения жидкого металла в цилиндрическом канале в присутствии ВМП основано на уравнениях магнитной гидродинамики (МГД), которые учитывают взаимодействие электрических и магнитных полей с движущимися электропроводными средами [2]. Система МГД уравнений приводится к безразмерному виду путем введения специальных комплексов и переменных.

Так, интенсивность процесса переноса магнитного поля движущейся средой характеризуется магнитным числом Рейнольдса  $Re_m = V_0 L_0 \sigma \mu_0$ , где  $V_0$  — характерная скорость среды,  $L_0$  — характерный размер,  $\sigma$  — электропроводность среды,  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Предварительные оценки параметров показали, что величина магнитного числа Рейнольдса мала:  $Re_m \ll 1$ . Это означает, что перенос магнитного поля потоком электропроводной жидкости можно не принимать во внимание [2]. Интенсивность тормозящего действия внешнего магнитного поля на поток электропроводной жидкости определяется числом Гартмана  $Na = B_0 L_0 \sqrt{\sigma/\eta}$ , где  $B_0$  — характерное значение магнитной индукции,  $\eta$  — динамический коэффициент вязкости жидкости. В настоящей работе предварительные оценки дают  $Na \ll 10$ . Это означает, что магнитное поле не оказывает существенного тормозящего эффекта на поток электропроводной жидкости, то есть не учитываются индуцированные токи. Для оценки параметров индуктора ВМП используется число Тейлора:

$$Ta = \sigma \omega B^2 R^4 / (2\rho \nu^2).$$

Здесь  $B$  и  $\omega$  — магнитная индукция и угловая частота ВМП,  $R$  — радиус цилиндра,  $\nu$  — вязкость среды,  $\rho$  — плотность среды.

При приведении к безразмерному виду за единицы приняты: для расстояния — диаметр цилиндра  $d$ ; времени — характерный масштаб времени диффузии импульса (так называемое вязкое время)  $d^2/\nu$ ; скорости — безразмерная скорость, эквивалентная числу Рейнольдса  $\nu/d$ ; давления —  $\rho \nu^2/d^2$ .

Поскольку в данной постановке задачи в силу малости числа Рейнольдса влиянием потока электропроводной жидкости на магнитное поле можно пренебречь, то это позволяет разделить ее на две части: электродинамическую и гидродинамическую и формулировать их как несвязанные.

Электродинамическая математическая постановка основывается на уравнениях Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_c, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0. \tag{4}$$

В этих уравнениях:

– закон Ампера (1) без учета тока смещения описывает генерацию исходного магнитного поля с помощью обмоток индуктора. При этом  $\mathbf{j}_c$  — переменная плотность тока, который течет по обмоткам,  $\mathbf{H}$  —

напряженность переменного магнитного поля, созданного током обмоток. Поле  $\mathbf{j}_c$  заключено в обмотках,

а поле  $\mathbf{H}$  — во всей расчетной области. Плотность тока меняется во времени  $t$ , совершая гармонические

колебания с частотой  $f$ . Действие магнитного поля на среды, имеющие разные магнитные проницаемости

$\mu$ , приводит к появлению в них намагниченности, что учитывается в выражении связи магнитной индукции

и напряженности магнитного поля  $\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$ . Для всех сред, кроме ферромагнетиков, значение магнитной

проницаемости ( $\mu$ ) мало отличается от единицы. Для определения степени насыщения ферромагнетика

отдельно вычисляется зависимость индукции магнитного поля от значения тока в обмотках.

Предварительные расчеты показали, что в области исследуемых параметров насыщения ферромагнетиков

не происходит, поэтому принимается, что магнитная проницаемость ферромагнетика постоянна и равна

3000 Гн/м, а все магнетики являются изотропными, и магнитные свойства внутри занимаемых ими объемов

однородны. Поэтому индукция и напряженность связываются между собой линейно;

– уравнение электромагнитной индукции (2), посредством которого описывается то, что переменное

магнитное поле, в свою очередь, генерирует вихревое электрическое поле напряженностью  $\mathbf{E}$ ;

– уравнения (3) и (4) учитывают, что возникающие магнитное и электрические поля имеют соленоидальный

вид. В электрическом поле создается электродвижущая сила, под действием которой в электропроводной среде

появляется вихревой электрический ток. Вследствие того, что ферромагнитные части индуктора изготовлены

из тонких листов электротехнической стали и покрыты электроизолирующим лаком, а обмотки получены

навивкой тонкого провода, также имеющего электроизоляцию, генерацией вихревых токов в ферромагнетиках

и обмотках можно пренебречь. В объеме жидкого металла этот процесс описывается законом Ома:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \tag{5}$$

Электрический ток и магнитное поле приводят в электропроводной среде к появлению объемной электромагнитной силы, которую в данной задаче имеет смысл учитывать только в жидком металле:

$$\mathbf{f}^{em} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

На электропроводящих стенках канала, соприкасающихся с расплавленным металлом, задаются граничные условия для нормальных и тангенциальных компонент плотности электрического тока: нормальные компоненты равны между собой, тангенциальные испытывают скачок, пропорциональный электропроводности металла. На границах между областями, в которых находятся вещества, имеющие разные магнитные проницаемости, выполняется стандартное граничное условие для магнитной индукции: равенство нормальных компонент и пропорциональный магнитной проницаемости металла скачок тангенциальных компонент.

В рамках принятого безындукционного приближения гидродинамическая задача, то есть течение электропроводящей среды, описывается уравнениями:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{V} + \frac{\mathbf{f}^{em}}{\rho}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (8)$$

где (7) — это уравнение Навье–Стокса с учетом действия электромагнитной силы, а (8) — уравнение неразрывности. Для описания турбулентности используется метод крупных вихрей Large Eddy Simulation (LES) с моделью Смагоринского, хотя она, с точки зрения времени счета, более затратная, чем  $(k-\omega)$ -модель [21, 22]. В ходе исследований выполнена верификация модели по результатам экспериментов, и LES-метод выдал наилучшее согласование расчетных и экспериментальных данных. В расчетах жидкость содержалась в объеме, который представляет собой цилиндрический канал. На боковых и торцевых стенках канала ставилось условие прилипания.

Для вычислений при реализации электродинамической постановки задачи применялся ANSYS EMAG — один из модулей программного комплекса ANSYS с использованием универсального языка APDL. Осуществлены многовариантные расчеты, в которых варьировалось значение частоты тока в индукторе и определялись вихревые электрическое и магнитное поля, поля плотности тока и электромагнитной силы с учетом граничных условий. Вычисления гидродинамической части задачи проводились с помощью метода конечных объемов в программном комплексе ANSYS Fluent. Сопряжение решений гидродинамической и электродинамической частей производилось однократно в начале гидродинамических расчетов.

Во всех расчетах рассматривался цилиндр с аспектным отношением  $0.3/0.096 = 3.125$ , что обусловлено размерами ячейки в эксперименте. Шаг по времени составлял  $\tau = 0.01$  с, шаг расчетной сетки равнялся  $h = 0.005$  м, число Куранта  $\tau v/h$  не превышало 0.1 (здесь  $v$  [м/с] — средняя скорость установившегося течения). Таким образом, выполнено необходимое условие получения устойчивого численного решения [23].

### 3. Экспериментальная установка

Необходимые для настоящей работы эксперименты заключались в измерении характеристик течения проводящей жидкости в индукторе ВМП. Скорость определялась с помощью ультразвукового доплеровского анемометра (УДА) DOP5000 (производитель Signal Processing, Швейцария). Принцип работы УДА базируется на изменении частоты ультразвуковых волн между импульсами, испускаемыми датчиком УДА и отраженными от частиц в движущейся среде (Рис. 2). По результатам замеров осуществляется корреляционный анализ последовательно испускаемых и принимаемых (отраженных от движущихся частиц) волновых пакетов (всплесков). Наличие звукоотражающих частиц — необходимое условие применения этого метода. Сплавы на основе галлия являются одними из лучших для проведения подобных исследований [24]. В частности, для галлиевой эвтектики GaZnSn в качестве дисперсной фазы используются частицы оксидов Ga<sub>2</sub>O и Ga<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Пространственное положение точки, в которой измеряется скорость потока, зависит от времени прохождения ультразвукового импульса (времени, за которое излучаемый импульс возвращается в приемник). Датчик УДА излучает набор высокочастотных волновых пакетов. Последние отражаются от микрочастиц, содержащихся в среде (Рис. 2).

При принятии сигнала эха обычно предполагается, что интенсивность ультразвукового луча и распределение звукоотражающих частиц в измерительном объеме постоянны и равномерны. Но реальное распределение частиц в среде является хаотичным, что приводит к расширению полосы частот ультразвука и усложнению спектрального анализа. Наибольшие ошибки, связанные с конечными размерами измерительного объема, имеют место в турбулентных течениях и течениях с большими градиентами скорости. В этом случае ультразвуковое эхо может вырождаться в случайный сигнал. При малых градиентах скорости осреднение по многим принятым сигналам дает достоверное значение ее регистрируемой компоненты. Каждый датчик УДА способен отслеживать одну компоненту скорости вдоль ультразвукового луча (Рис. 2).

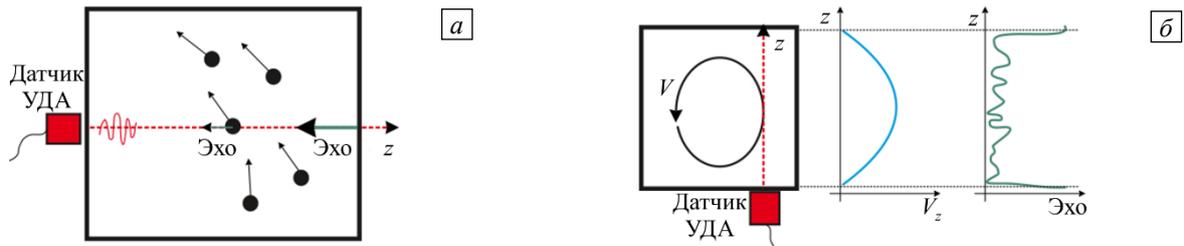


Рис. 2. Схема действия анемометра DOP5000: распространение сигнала (а); пример получаемого профиля скорости и профиля эхо (б)

#### 4. Результаты

Одним из важнейших вопросов в рамках разработки индукционного расходомера является оценка интервала времени, в пределах которого вихревое течение успевает сформироваться после подачи питания на индуктор ВМП. Поэтому основное внимание в работе сосредоточено на процессе развития начального течения. Оценка этого времени важна для определения оптимальных параметров системы, представленной на рисунке 1. Как отмечалось выше, индуктор представляет собой комбинацию из двух секций, расположенных одна над другой и обеспечивающих генерацию магнитных полей, вращающихся в противоположенных направлениях.

Структура возникающего турбулентного течения металла будет при этом достаточно сложной [13]. Формирование крупномасштабной составляющей течения можно разбить на две стадии. На первой из них происходит раскрутка потока, существенно изменяется угловая скорость в объеме жидкости вблизи каждой секции индуктора. Но в конечном итоге наступает некоторое установившееся состояние течения, слабо зависящее от времени (вторая стадия движения) [17].

На рисунке 3 представлены результаты измерений в эксперименте скорости вдоль оси цилиндра ( $V_z$ ) при разных значениях числа Тейлора. Данные получены при частоте магнитного поля 50 Гц. Рисунок 3а, б демонстрирует зависимости скорости  $V_z$  в фиксированной точке  $(x, y, z) = (0, 0, 0.1)$  м для всего интервала времени эксперимента. На этих рисунках легко идентифицируются оба этапа развития поля скорости. Графики скорости на стадии разгона содержит рисунок 3в, г. Хорошо видна зависимость эволюции скорости  $V_z$  от числа Тейлора. Изменение профиля скорости вдоль луча зрения (по оси  $z$ ) от времени отражено на рисунке 3д, е.

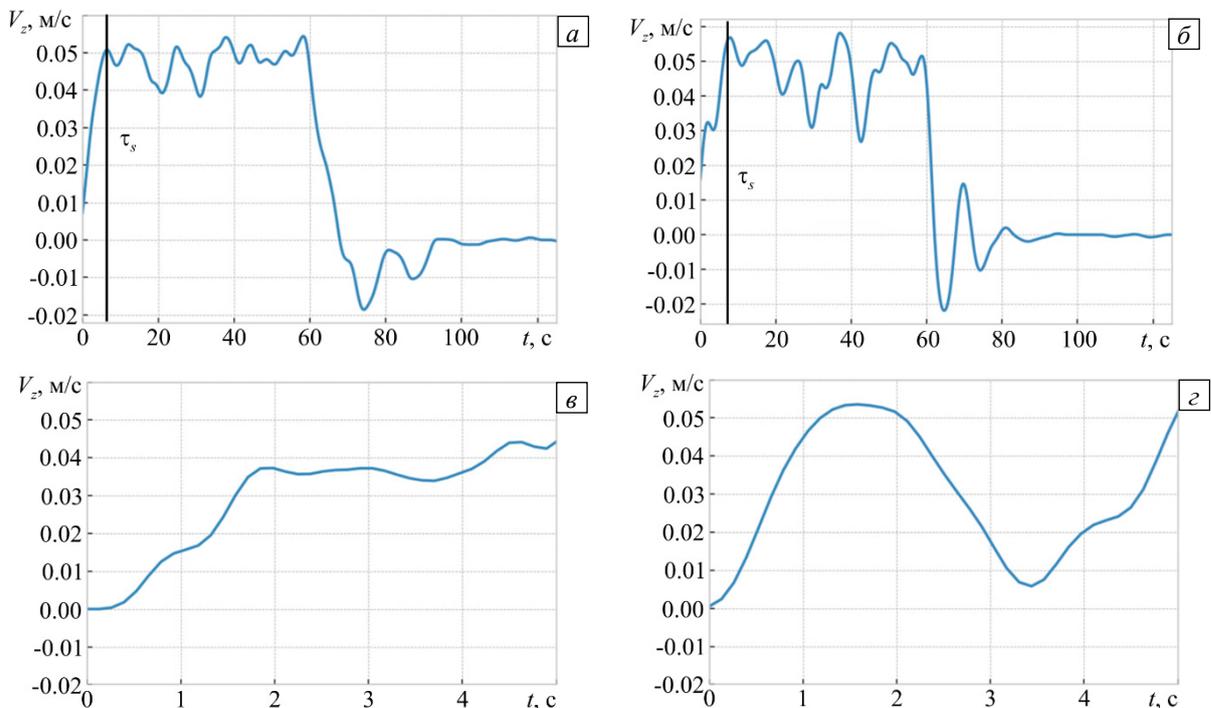


Рис. 3. Результаты экспериментального измерения скорости  $V_z$  с помощью УДА при частоте магнитного поля  $\omega = 50$  Гц, а также при разных токах на обмотках и числах Тейлора: эволюция скорости в течение всего интервала времени эксперимента в точке с координатами  $(x, y, z) = (0, 0, 0.1)$  м (а, б); на этапе разгона (в, г); вид профилей скорости  $V_z$  в зависимости от времени (д, е)

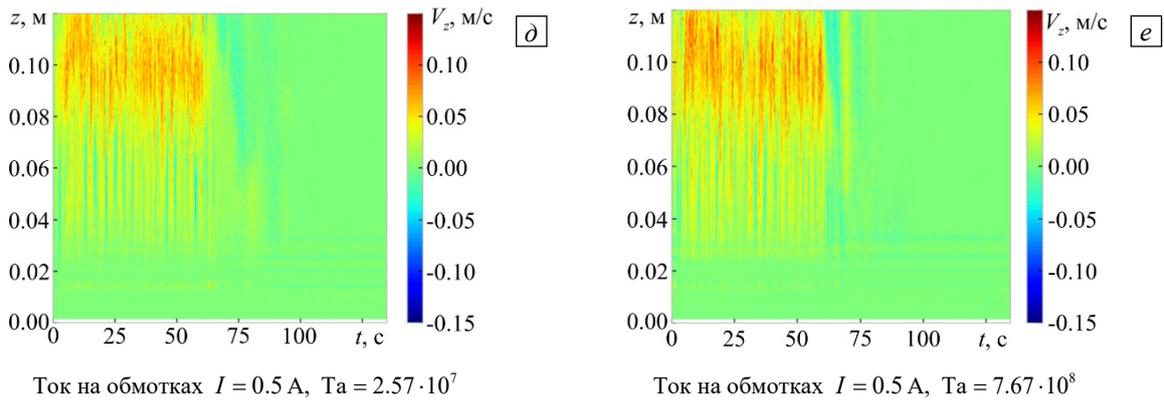


Рис. 3. Продолжение

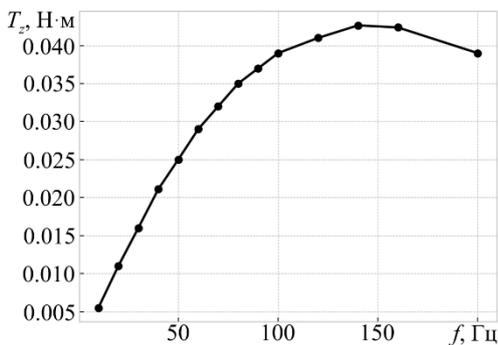


Рис. 4. Зависимость момента электромагнитных сил от частоты  $f$  тока индуктора ВМП при фиксированном значении тока для цилиндрического галлиевого тела (результат приведен для сонаправленных ВМП)

Зависимость электромагнитной силы от частоты определяется параметрами электропроводящей жидкости [25]. Для используемой в экспериментах галлиевой эвтектики максимум силы соответствовал частоте 140 Гц (Рис. 4). Развитие движения жидкости в обычных индукторах ВМП по большей части является близким к твердотельному вращению [13–15]. Следовательно, продолжительность разгона  $\tau_s$  должна быть близкой к величине интервала времени, в котором скорость изменяется квазилинейно (см. Рис. 3а, б, до первого максимума скорости).

На рисунке 5 показаны результаты расчетов эволюции течения, представляющие собой аналог поля скорости, измеренного с помощью доплеровского анемометра. Как следует из рисунка, при малых значениях числа Тейлора формируются относительно стабильные структуры с двумя полоидальными вихрями (Рис. 5а).

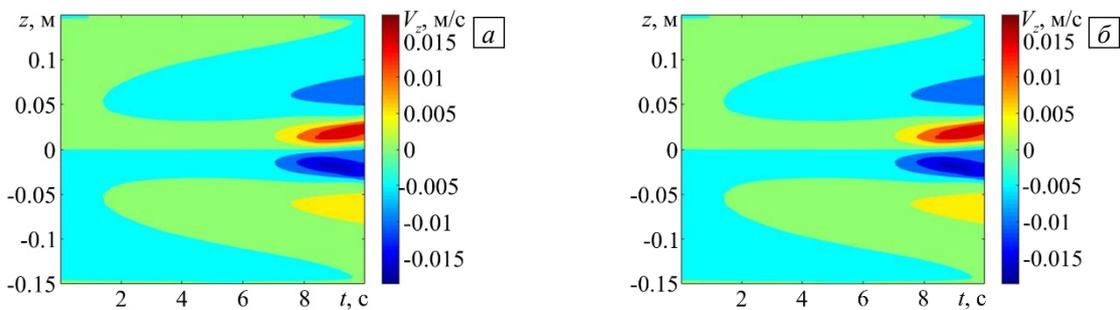


Рис. 5. Эволюция расчетного профиля скорости  $V_z(z)$  при разных значениях числа Тейлора  $Ta$ :  $2.57 \cdot 10^7$  (а);  $7.67 \cdot 10^8$  (б)

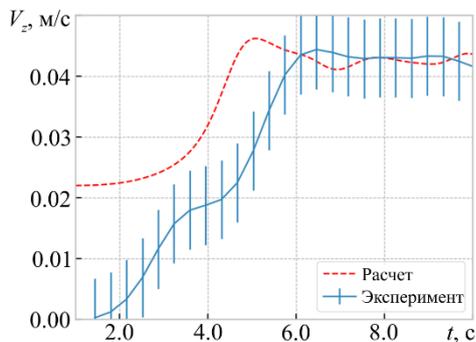


Рис. 6. Эволюция скорости  $V_z$  при  $Ta = 2.57 \cdot 10^7$  в точке с координатами  $(0,0,0.1)$  м за 10 с разгона в расчете (штриховая линия) и в эксперименте (сплошная линия с вертикальными штрихами)

При больших значениях  $Ta$  крупномасштабная двухвихревая структура также просматривается, но течение становится неустойчивым, на что указывают полосы на карте течения (Рис. 5б). Причем неустойчивость возникает быстро, в течение первой секунды после начала силового воздействия, и проявляется в виде нерегулярных колебаний.

На рисунке 6 представлены графики скорости  $V_z$ , построенные по данным расчета и эксперимента. Для анализа выбрана точка на оси цилиндра с координатами  $(x, y, z) = (0, 0, 0.1)$  м. При сравнении расчетной и экспериментальной кривых скорости  $V_z$  в точке наблюдается их как качественное, так и количественное совпадение. Пик скорости достигается после первых 5–6 с разгона. В установившемся режиме

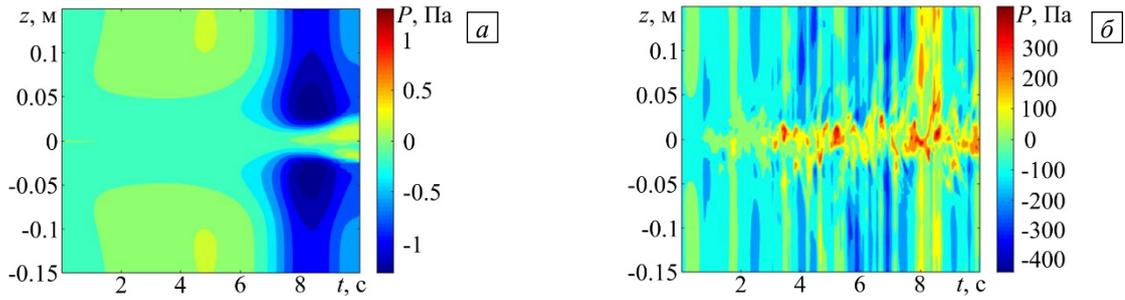


Рис. 7. Эволюция профиля давления  $P$  (цветовые шкалы) вдоль оси  $z$  при разных значениях числа Тейлора  $Ta$ :  $2.57 \cdot 10^7$  (а);  $7.67 \cdot 10^8$  (б)

(с 6 по 10 с) расчет и эксперимент близки друг к другу, расчетные значения скорости находятся внутри доверительных интервалов значений, полученных экспериментально. Отличие результатов расчета и эксперимента на этапе разгона обуславливается тем, что расчет не требует дополнительного времени на включение и установление рабочих параметров.

На рисунке 7 видно, что на начальном этапе как при малой, так и при большой интенсивности течения, формируются области пониженного давления. Их образование обусловлено действием центробежных сил при вращающемся течении [22]. Затем, что хорошо заметно именно при большой интенсивности течения, в центральной зоне между вихрями возникает зона повышенного давления, которая к тому же пульсирует. Частота этих пульсаций близка к частоте пульсаций скорости, что очевидно при сопоставлении с результатами для скорости (Рис. 5). Появление этой зоны повышенного давления вызвано динамическим давлением потока жидкого металла, который распределяется от периферии к центру — туда, где вначале было низкое давление. Пульсации давления в этой центральной зоне приводят к пульсациям скорости, что подтверждается и расчетом, и экспериментом.

На рисунке 8 приведены эволюции течения и давления в цилиндрическом канале под действием сильных и слабых ВМП с частотой 30, 50 и 120 Гц. На основе этих данных можно определить продолжительность разгона  $\tau_s$  как время, в течение которого противоположно закрученные гидродинамические потоки, генерируемые

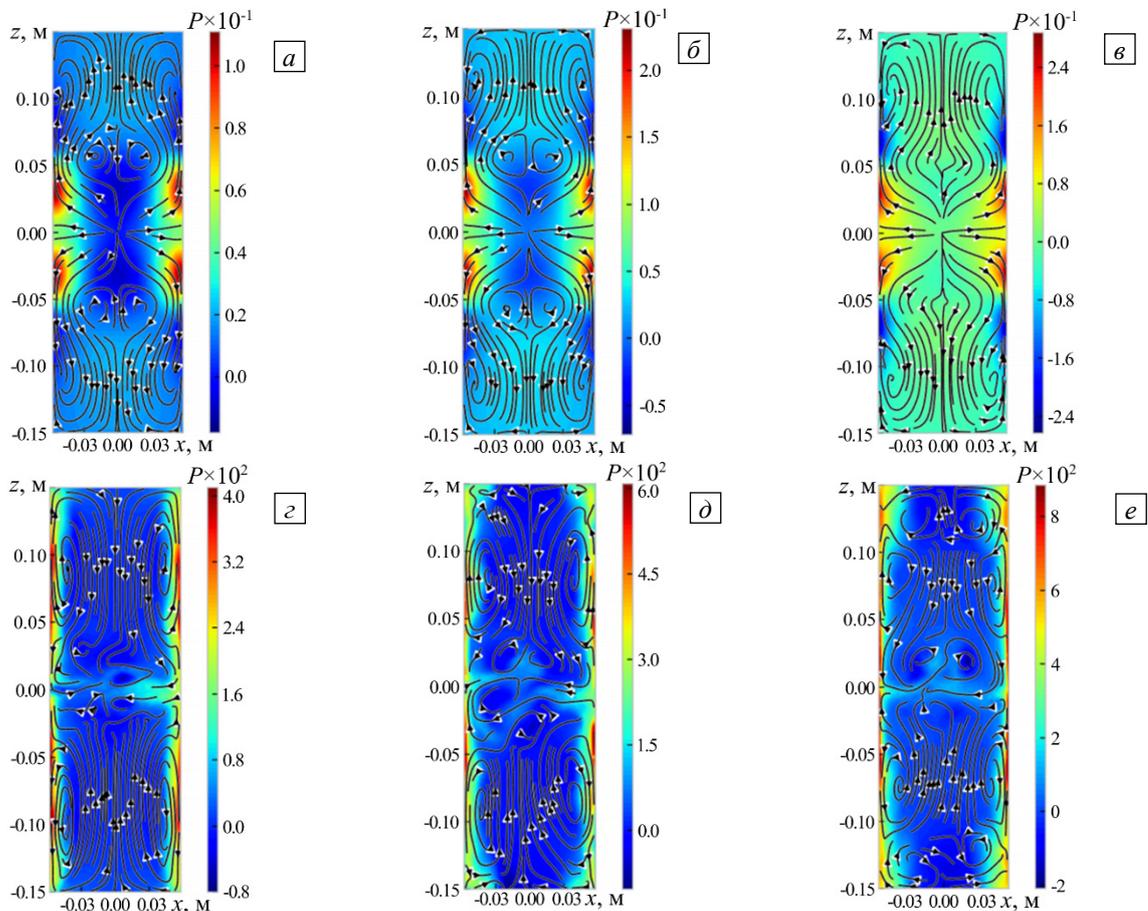


Рис. 8. Поля скорости  $V_x$ ,  $V_y$  (показаны стрелками) и давления  $P$  (показано цветом) в аксиальном сечении при разных значениях числа Тейлора  $Ta \cdot 10^{-7}$ : 1.91 (а), 2.57 (б), 3.34 (в), 58.6 (г), 76.7 (д), 97.6 (е)

двумя секциями индуктора ВМП (см. Рис. 1), взаимодействуют друг с другом слабо. За это время происходит образование тороидальных вихрей и это означает окончание фазы разгона. В дальнейшем тороидальные вихри становятся неустойчивыми вследствие вступления течений во взаимодействие.

Величину времени разгона можно также получить из анализа эволюции кинетической энергии полоидальной и азимутальной компонент скорости (Рис. 9). По этим зависимостям хорошо прослеживается время полного формирования развитого течения, то есть  $\tau_s$ . Для интенсивного силового воздействия  $\tau_s$  составляет около 3 с. Однако для фиксирования скорости потока в схеме, представленной на рисунке 1, нет необходимости дожидаться завершения стадии разгона. Достаточно, если будет обеспечена структура течения, позволяющая проводить измерения скорости. Энергетические зависимости показывают более высокую, по сравнению с полоидальным, интенсивность азимутального течения. Линейный участок с небольшими возмущениями в расчетных данных на этапе разгона воспроизводится и в эксперименте (Рис. 3а, б, Рис. 6).

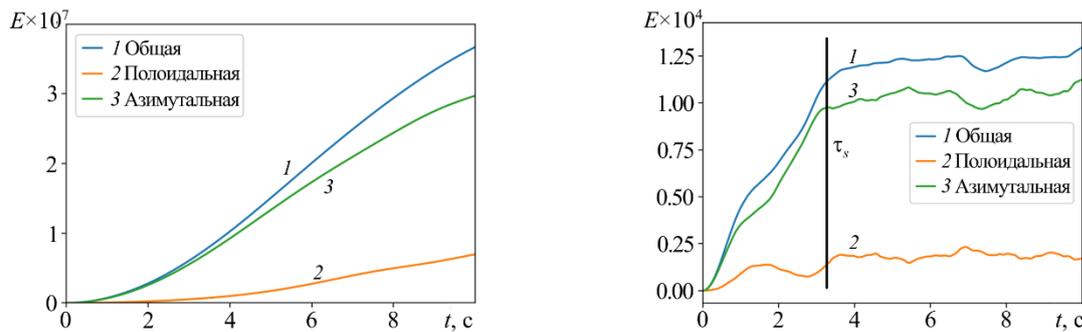


Рис. 9. Зависимость кинетической энергии  $E$  от времени: расчеты при  $Ta = 2.57 \cdot 10^7$  (а) и  $Ta = 7.67 \cdot 10^8$  (б)

С помощью аппроксимации зависимостей энергии от времени (Рис. 9) логистической функцией, у которой положение нуля смещено по оси времени на шаг  $\tau_s$ , определяется время перехода вихревого течения в статистически постоянное состояние. Это время соответствует значению  $\tau_s$ . Таким образом, логистическая функция отображает эволюцию энергии в цилиндрическом канале от нулевого значения до статистически постоянного состояния.

На рисунке 10 представлена зависимость времени разгона  $\tau_s$  от числа Тейлора. Так, при  $Ta < 10^8$  оно составляет несколько десятков секунд и быстро снижается с ростом  $Ta$ . Значение  $Ta = 10^8$  можно назвать критическим —  $Ta_{cr}$ , при дальнейшем увеличении  $Ta$  существенного снижения времени разгона не происходит. Таким образом, можно заключить, что значительное наращивание интенсивности магнитного поля или его частоты для повышения скорости и интенсивности разгона при  $Ta > Ta_{cr}$  смысла не имеет.

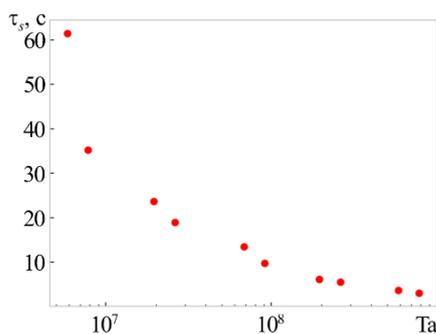


Рис. 10. Зависимость времени разгона  $\tau_s$  от числа Тейлора

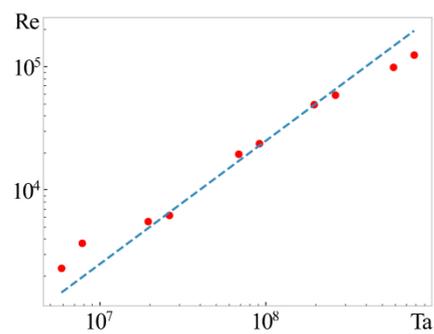


Рис. 11. Зависимость числа Рейнольдса от числа Тейлора

Разгон в движущейся среде характеризуется не только временем разгона, но и скоростью среднего течения: чем выше скорость течения, тем меньшее время среда находится в зоне индуктора. Следовательно, в зоне разгона за время  $\tau_s$  должна сформироваться достаточно «заметная» для измерительного модуля структура. Значит,  $\tau_s$  должно быть соизмеримо со временем  $L/U$ , где  $L$  — длина индуктора,  $U$  — средняя скорость течения. Таким образом, число Рейнольдса (которое составляет от  $10^3$  до  $10^5$ ) вместе с числом Тейлора является определяющим параметром системы.

Вихревое течение в диапазоне чисел Тейлора  $Ta < Ta_{cr}$  представляет собой упорядоченную структуру. Отчетливо наблюдается вихревое, расходящееся от центра течение. Поле давления практически не изменяется в зависимости от частоты питания обмоток. Иная ситуация при  $Ta > Ta_{cr}$ . Вихревое течение

имеет сложную структуру, включающую множество мелких вихрей. Интенсивность течения значительно возрастает по мере увеличения частоты питания обмоток индуктора. При частоте  $f = 120$  Гц (максимум силы на рисунке 4) давление в системе на порядок выше, чем при  $f = 30$  Гц.

Полезно ввести число Рейнольдса для зоны индуктора:  $Re = Ud/\nu$ . В процессе разгона  $U \approx a \cdot \tau_s$ , где  $a$  — ускорение. С другой стороны,  $\mathbf{a} = \mathbf{f}^{em}/m = \mathbf{j} \times \mathbf{B}/m$  ( $m$  — масса), но ток  $\mathbf{j}$  не является линейной функцией магнитного поля  $\mathbf{B}$ , если поле вращающееся. Поэтому зависимости на рисунках 10 и 11 изображают разные параметры течения  $Re$  и  $\tau_s$ . На рисунке 11 показано соответствие чисел Тейлора и Рейнольдса в нескольких режимах. Для аппроксимации зависимости числа Рейнольдса от числа Тейлора применяется метод наименьших квадратов. В терминах логарифмических координат находятся параметры в уравнении прямой  $y = \alpha x + \beta$ , в результате получается оптимальное значение углового коэффициента, которое служит показателем степени в зависимости  $Re = \beta Ta^\alpha$ . С увеличением числа Тейлора число Рейнольдса растет по степенному закону с показателем  $\alpha = 1.57$ . Согласно методу наименьших квадратов погрешность расчета коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  не превышает 0.01. Таким образом, можно положить, что определяющим параметром разгона является число Тейлора. Слабое увеличение магнитного поля приводит к значительному росту скорости течения и значения  $Re$ .

Проводимость среды входит в формулу числа  $Ta$  в первой степени и, следовательно,  $Re$  изменяется при вариации проводимости по тому же закону, что и при вариациях  $Ta$ . Степенная зависимость числа Рейнольдса от электропроводности среды с показателем, большим единицы, позволяет говорить о том, что в хорошо проводящих металлах (например, в алюминии) разгон будет более эффективным, чем в металлах с меньшей проводимостью (в частности, в свинце). При использовании последних в качестве рабочей среды потребуются более мощные поля, чтобы обеспечить те же значения числа  $Re$ .

## 5. Заключение

Представлены для обсуждения результаты экспериментальных и численных исследований развития вихревого течения жидкого металла в индукторе ВМП в условиях, когда поля вращаются в противоположенных направлениях. Полученные данные позволили найти параметры, необходимые для новой системы измерения средней скорости потока проводящей жидкости в каналах.

Показано, что наиболее оптимальным является рассмотрение развития вихревого течения на коротких временах, от долей секунды до нескольких секунд, то есть методику измерения следует реализовать в импульсном режиме. При этом на фоне интенсивного вращения основного потока формируется двухвихревое течение в полоидальном направлении. При малых числах Тейлора время разгона (образования вихрей) довольно велико (несколько секунд), а с ростом  $Ta$  оно падает до долей секунды, что для осуществления замеров более приемлемо. Выбор  $Ta$  (по сути — величины электромагнитных сил) определяется скоростью потока через измерительную систему, то есть числом Рейнольдса.

Разгон вихря в индукторе предлагаемой конструкции характеризуется существенным изменением угловой скорости жидкости. Время разгона составляет от нескольких долей секунды до десятков секунд и зависит от внешних параметров индуктора. После разгона поток жидкого металла приходит в установившееся состояние.

Структура течения определяется значениями управляющего параметра, в качестве которого выступает число Тейлора. Увеличение тока до критических значений ( $Ta_{cr} \sim 10^8$ ) приводит к значительному повышению интенсивности вращения. При этом его кинетическая энергия возрастает на три порядка и испытывает флуктуации в пределах 10% (Рис. 9). При больших токах ( $Ta > Ta_{cr}$ ) в течении возникает множество вихревых структур разного масштаба. Вихри, образованные верхней и нижней частями индуктора, вступают во взаимодействие, в результате которого крупные вихри распадаются на множество мелких. В режиме с малой силой тока ( $Ta < Ta_{cr}$ ) энергия течения растет монотонно, без флуктуаций. Течение представляет собой два азимутальных и четыре полоидальных вихря, имеющих четкую устойчивую структуру и конфигурацию. Интенсивность течения оказывается на порядки слабее, чем при надкритических значениях силы тока.

На начальном этапе при всех значениях управляющего параметра  $Ta$  формируются области пониженного давления, которые обусловлены действием центробежных сил. Затем в центральной области давление повышается вследствие увеличения скорости течения жидкости от стенок, то есть роста динамического давления потока при его движении к центру. В интенсивном режиме наблюдаются пульсации течения в зонах повышенного и пониженного давления, которые в свою очередь приводят к пульсациям скорости.

Степенная связь чисел Рейнольдса и Тейлора позволяет говорить о существенной зависимости интенсивности течения от величины и частоты тока питающего обмотки индуктора. Число Тейлора определяет время разгона вращательного течения. Критическое значение  $Ta_{cr} = 10^8$  разграничивает область,

в которой происходит существенное изменение времени разгона при слабом изменении  $Ta$ , и область, в которой время разгона практически не чувствительно к увеличению  $Ta$ .

Выполнено сопоставление результатов численного моделирования с данными натурального эксперимента, которое на стационарных режимах показало адекватность используемой модели. Рассчитанная эволюция скорости в точке хорошо соответствует экспериментальной.

Полученные данные о скорости развития вихревого течения в цилиндрическом канале позволяют оценить работу расходомера. Для режимов, в которых число Тейлора порядка  $10^8$ , характерное время развития вихря не превышает 5 с. Для характерного линейного размера расходомера 0.5 м и скорости внешнего потока 0.1 м/с время, за которое вихрь преодолевает расходомер, составит 5 с. Таким образом, чтобы добиться возможности измерения скорости в расходомере в импульсном режиме, нужно достигать чисел  $Ta > 10^8$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края, проект № С-26/564.

## Литература

1. *Архинов В.М.* Техника работы с натрием на АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1986. 136 с.
2. *Курко И.М., Курко Г.Е.* Магнитная гидродинамика проводящих сред. Пермь: Перм. гос. ун-т, 2007. 312 с.
3. *Fisher A.E., Kolemen E., Hvasta M.G.* Experimental demonstration of hydraulic jump control in liquid metal channel flow using Lorentz force // *Phys. Fluids*. 2018. Vol. 30. 067104. <https://doi.org/10.1063/1.5026993>
4. *Thess A., Votyakov E.V., Kolesnikov Y.* Lorentz force velocimetry // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. 164501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.164501>
5. *Schulenberg T., Stieglitz R.* Flow measurement techniques in heavy liquid metals // *Nucl. Eng. Des.* 2010. Vol. 240. P. 2077-2087. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2009.11.017>
6. *Eckert S., Cramer A., Gerbeth G.* Velocity measurement techniques for liquid metal flows // *Magneto hydrodynamics / Ed. S. Molokov, R. Moreau, K. Moffatt.* Springer Dordrecht, 2007. P. 275-294. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4833-3\\_17](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4833-3_17)
7. *Shercliff J.A.* Theory of electromagnetic flow-measurement. Cambridge University Press, 1962. 146 p.
8. *Belyaev I.A., Razuvanov N.G., Sviridov V.G., Zagorsky V.S.* Temperature correlation velocimetry technique in liquid metals // *Flow Meas. Instrum.* 2017. Vol. 55. P. 37-43. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.05.004>
9. *Mosorov V., Rybak G., Sankowski D.* Plug regime flow velocity measurement problem based on correlability notion and twin plane electrical capacitance tomography: Use case // *Sensors*. 2021. Vol. 21. 2189. <https://doi.org/10.3390/s21062189>
10. *Wang C., Zhang S., Li Y., Jia L., Ye J.* Cross-correlation sensitivity-based electrostatic direct velocity tomography // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2020. Vol. 69. P. 8930-8938. <https://doi.org/10.1109/TIM.2020.3001412>
11. *Bolton G.T., Hooper C.W., Mann R., Stitt E.H.* Flow distribution and velocity measurement in a radial flow fixed bed reactor using electrical resistance tomography // *Chem. Eng. Sci.* 2004. Vol. 59. P. 1989-1997. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.01.049>
12. *Колесниченко И.В., Халилов Р.И., Мамыкин А.Д.* Корреляционный способ определения расхода жидкого металла и безэлектродный электромагнитный расходомер жидкого металла «ПИР» (Пермский индукционный расходомер) для его осуществления. Патент РФ № 2791036 от 24.06.2022.
13. *Kolesnichenko I., Pavlinov A., Golbraikh E., Frick P., Kapusta A., Mikhailovich B.* The study of turbulence in MHD flow generated by rotating and traveling magnetic fields // *Exp. Fluids*. 2015. Vol. 56. 88. <https://doi.org/10.1007/s00348-015-1957-z>
14. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I., Nikulin L.* The effect of traveling and rotating magnetic fields on the structure of aluminum alloy during its crystallization in a cylindrical crucible // *Magneto hydrodynamics*. 2014. Vol. 50. P. 407-422.
15. *Гельфгат Ю., Приеде Я.* МГД-течения во вращающемся магнитном поле (Обзор) // *Магнитная гидродинамика*. 1995. Т. 31, № 2. С. 214-230.
16. *Колесниченко И., Мамыкин А., Халилов Р.* Электромагнитный перемешиватель жидкого металла: верификация электромагнитной части задачи // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2022. № 4. С. 45-51. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2022-4-45-51>
17. *Greenspan H.P.* The theory of rotating fluids. Cambridge University Press, 1968. 327 p.
18. *Räbiger D., Eckert S., Gerbeth G.* Measurements of an unsteady liquid metal flow during spin-up driven by a rotating magnetic field // *Exp. Fluids*. 2010. Vol. 48. P. 233-244. <https://doi.org/10.1007/s00348-009-0735-1>
19. *Mikhailovich B., Shapiro A., Sukoriansky S., Zilberman I.* Experiments with turbulent rotating MHD flows in an annular gap // *Magneto hydrodynamics*. 2012. Vol. 48. P. 43-50.
20. *Озерных В.С., Колесниченко И.В., Фрик П.Г.* Течение в жидком металле под действием электромагнитных сил вблизи сферической частицы с отличающейся электропроводностью // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2022. Т. 15, № 3. С. 354-362. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.3.27>
21. *Frick P., Mandrykin S., Eltischev V., Kolesnichenko I.* Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field // *J. Fluid Mech.* 2022. Vol. 949. A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.746>
22. *Kolesnichenko I., Frick P., Eltischev V., Mandrykin S., Stefani F.* Evolution of a strong electrovortex flow in a closed cell // *Phys. Rev. Fluids*. 2020. Vol. 5. 123703. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.123703>
23. *Wilcox D.C.* Turbulence modeling for CFD. DCW Industries, Inc., 1998. 540 p.
24. *Losev G., Kolesnichenko I.* The influence of the waveguide on the quality of measurements with ultrasonic Doppler velocimetry // *Flow Meas. Instrum.* 2020. Vol. 75. 101786. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101786>
25. *Колесниченко И., Халилов Р.* Экстремум зависимости напора электромагнитного насоса для жидкого металла от частоты питающего тока // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2022. Т. 15, № 4. С. 495-506. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.38>

## References

1. Arkhipov V.M. *Tekhnika raboty s natriyem na AES* [Techniques for working with sodium at nuclear power plants]. Moscow, Energoatomizdat, 1986. 136 p.
2. Kirko I.M., Kirko G.E. *Magnitnaya gidrodinamika provodyashchikh sred* [Magnetic hydrodynamics of conducting media]. Perm, Perm. gos. un-t, 2007. 312 p.
3. Fisher A.E., Kolemen E., Hvasta M.G. Experimental demonstration of hydraulic jump control in liquid metal channel flow using Lorentz force. *Phys. Fluids*, 2018, vol. 30, 067104. <https://doi.org/10.1063/1.5026993>
4. Thess A., Votyakov E.V., Kolesnikov Y. Lorentz force velocimetry. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 96, 164501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.164501>
5. Schulenberg T., Stieglitz R. Flow measurement techniques in heavy liquid metals. *Nucl. Eng. Des.*, 2010, vol. 240, pp. 2077-2087. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2009.11.017>
6. Eckert S., Cramer A., Gerbeth G. Velocity measurement techniques for liquid metal flows. *Magnetohydrodynamics*, ed. S. Molokov, R. Moreau, K. Moffatt. Springer Dordrecht, 2007. Pp. 275-294. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4833-3\\_17](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4833-3_17)
7. Shercliff J.A. *Theory of electromagnetic flow-measurement*. Cambridge University Press, 1962. 146 p.
8. Belyaev I.A., Razuvanov N.G., Sviridov V.G., Zagorsky V.S. Temperature correlation velocimetry technique in liquid metals. *Flow Meas. Instrum.*, 2017, vol. 55, pp. 37-43. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.05.004>
9. Mosorov V., Rybak G., Sankowski D. Plug regime flow velocity measurement problem based on correlability notion and twin plane electrical capacitance tomography: Use case. *Sensors*, 2021, vol. 21, 2189. <https://doi.org/10.3390/s21062189>
10. Wang C., Zhang S., Li Y., Jia L., Ye J. Cross-correlation sensitivity-based electrostatic direct velocity tomography. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, vol. 69, pp. 8930-8938. <https://doi.org/10.1109/TIM.2020.3001412>
11. Bolton G.T., Hooper C.W., Mann R., Stitt E.H. Flow distribution and velocity measurement in a radial flow fixed bed reactor using electrical resistance tomography. *Chem. Eng. Sci.*, 2004, vol. 59, pp. 1989-1997. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.01.049>
12. Kolesnichenko I.V., Khalilov R.I., Mamykin A.D. Correlation method for determining the flow rate of liquid metal and electrodeless electromagnetic flowmeter of liquid metal "PIF" (Perm induction flowmeter) for its implementation. Patent RF No. 2,791,036. Byull. Izobret., 24 July 2022.
13. Kolesnichenko I., Pavlinov A., Golbraikh E., Frick P., Kapusta A., Mikhailovich B. The study of turbulence in MHD flow generated by rotating and traveling magnetic fields. *Exp. Fluids*, 2015, vol. 56, 88. <https://doi.org/10.1007/s00348-015-1957-z>
14. Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I., Nikulin L. The effect of traveling and rotating magnetic fields on the structure of aluminum alloy during its crystallization in a cylindrical crucible. *Magnetohydrodynamics*, 2014, vol. 50, pp. 407-422.
15. Gel'fgat Yu., Priede Ya. MHD flows in a rotating magnetic field (a review). *Magnetohydrodynamics*, 1995, vol. 31, pp. 188-200.
16. Kolesnichenko I., Mamykin A., Khalilov R. Electromagnetic liquid metal stirrer: verification of the electromagnetic part of the problem. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika – Bulletin of Perm University. Physics*, 2022, no. 4, pp. 45-51. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2022-4-45-51>
17. Greenspan H.P. *The theory of rotating fluids*. Cambridge University Press, 1968. 327 p.
18. Rübiger D., Eckert S., Gerbeth G. Measurements of an unsteady liquid metal flow during spin-up driven by a rotating magnetic field. *Exp. Fluids*, 2010, vol. 48, pp. 233-244. <https://doi.org/10.1007/s00348-009-0735-1>
19. Mikhailovich B., Shapiro A., Sukoriansky S., Zilberman I. Experiments with turbulent rotating MHD flows in an annular gap. *Magnetohydrodynamics*, 2012, vol. 48, pp. 43-50.
20. Ozernykh V.S., Kolesnichenko I.V., Frick P.G. MHD vortex flow in liquid metal near a spherical particle with different conductivity. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2022, vol. 15, no. 3, pp. 354-362. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.3.27>
21. Frick P., Mandrykin S., Eltischev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 2022, vol. 949, A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.746>
22. Kolesnichenko I., Frick P., Eltischev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electrovortex flow in a closed cell. *Phys. Rev. Fluids*, 2020, vol. 5, 123703. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.123703>
23. Wilcox D.C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., 1998. 540 p.
24. Losev G., Kolesnichenko I. The influence of the waveguide on the quality of measurements with ultrasonic Doppler velocimetry. *Flow Meas. Instrum.*, 2020, vol. 75, 101786. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101786>
25. Kolesnichenko I., Khalilov R. Extremum in the dependence of the head generated by electromagnetic pump of liquid metal on feeding current frequency. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2022, vol. 15, no. 4, pp. 495-506. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.38>

Поступила в редакцию 16.06.2023; после доработки 19.07.2023; принята к опубликованию 31.07.2023

## Сведения об авторах

Озерных Владимир Сергеевич, б/с, мнс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: ozernykh.v@icmm.ru

Лосев Геннадий Леонидович, кфмн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: losev.g@icmm.ru

Гольбрайх Ефим, Ph.D., проф., Университет им. Бен-Гуриона, Беер-Шева, Израиль; e-mail: golbref@bgu.ac.il

Колесниченко Илья Владимирович, кфмн, зав. лаб., ИМСС УрО РАН; e-mail: kiv@icmm.ru