

DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.35
УДК 539.3

АСПЕКТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ УПРУГО-ХРУПКИХ ТЕЛ

В.Э. Вильдеман, Е.В. Феклистова, А.И. Мугатаров, М.Н. Муллахметов, А.М. Кучуков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

Для обеспечения надежности и безопасности ответственных конструкций, определения их прочностных и деформационных резервов, важным является понимание процессов зарождения и развития макродефектов в твердых телах. При численном моделировании зоны, где произошло разрушение материала, могут быть представлены как области со значительно заниженными жесткостными характеристиками, по аналогии с методом переменных параметров упругости, применяемым при решении краевых задач теории пластичности. Однако формальное использование численных алгоритмов пластичности не всегда приводит к адекватному описанию процессов разрушения, особенно упруго-хрупких тел. В связи с этим в работе рассмотрены такие аспекты численных (базирующихся на методе конечных элементов) алгоритмов процессов разрушения, как пересчет при неизменных граничных условиях напряженно-деформированного состояния после редуцирования жесткости конечных элементов путем организации соответствующей итерационной процедуры, выбор максимального числа «разрушаемых» за итерацию конечных элементов, величины шага нагружения и степени дискретизации расчетной области. Влияние перечисленных аспектов на результаты моделирования процесса разрушения иллюстрируется путем сравнения численных решений задачи деформирования полосы из упруго-хрупкого материала с краевым концентратором напряжений, полученных различными алгоритмами. Построены расчетные диаграммы нагружения, продемонстрирована реализация за критической стадии на макроуровне. Анализируется кинетика процесса разрушения при различной организации итерационной процедуры и разном количестве «разрушаемых» за итерацию элементов. Выявлено, что для более точного описания процесса деформирования и разрушения целесообразнее использовать автоматически подбираемую величину шага нагружения. Получено, что степень дискретизации расчетной области оказывает значительное влияние на результаты моделирования. В связи с этим сделано предположение, что размер конечного элемента должен соответствовать некоторой прочностной константе материала, имеющей размерность длины.

Ключевые слова: разрушение, численное моделирование, пакет ANSYS, редуцирование жесткостей

ASPECTS OF NUMERICAL SIMULATION OF FAILURE OF ELASTIC-BRITTLE SOLIDS

V.E. Wildemann, E.V. Feklistova, A.I. Mugatarov, M.N. Mullahmetov and A.M. Kuchukov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

Understanding the nucleation and evolution of microdefects in solid bodies is important to ensure the reliability and safety of critical structures and to identify their strength and deformation resources. In numerical modeling, failure zones can be represented as areas with significantly underestimated rigid characteristics by analogy with the method of variable elastic parameters used in solving the boundary-value problems of the theory of plasticity. However, the formal application of numerical algorithms of plasticity does not always lead to an adequate description of failure processes especially in elastic-brittle bodies. This paper considers some aspects of the numerical simulation of failure processes, such as the calculation of a stress-strain state after reducing the rigidity of finite elements under constant boundary conditions by organizing an appropriate iteration procedure, and the selection of the maximum number of finite elements fractured per iteration, the value of a loading step, and the discretization degree of the computational domain. The influence of the above aspects on the results of failure simulation is illustrated by comparing the numerical solutions to the problem of deformation of the strip made of elastic-brittle material with the edge stress concentrator, which were obtained by different algorithms. The loading diagrams were plotted, and the implementation of the post-critical stage at the macro level was demonstrated. Failure kinetics was analyzed for different variants of implementation of the iterative procedure and at a variable number of elements fractured per iteration. It has been found that, in order to get an accurate description of deformation and failure processes, the automatic selection of a loading step seems to be more reasonable. Analysis has indicated that the discretization degree of the computational domain has a strong impact on the modeling results. This suggests that the finite element size should correspond to a certain strength constant of a material having the dimensions of length.

Key words: failure, numerical modeling, ANSYS, rigidity reduction

1. Введение

Одним из наиболее широко применяемых подходов при проведении прочностного анализа конструкций служит оценка напряженно-деформированного состояния (НДС) с выявлением наиболее опасной точки, в которой выполняется критерий разрушения. Такой подход позволяет выявить момент начала разрушения тела. Однако возможны условия, при которых по мере развития процесса разрушения конструкции способны сохранять несущую способность за счет дополнительных прочностных и деформационных резервов [1–5]. В связи с этим актуальным является исследование процессов деформирования и разрушения твердых тел, сопровождающихся равновесным накоплением повреждений. Последнее подразумевает изменение свойств в локальной области при невыполнении критерия прочности и пересчет полей напряжений с учетом возникновения разрушенных зон.

Существуют разные подходы к моделированию процессов деформирования и разрушения твердых тел. В одном из самых широко используемых подходов при выполнении критерия разрушения производится редуцирование жесткостных свойств конечных элементов (КЭ) [1–3, 6–16]. Статьи [1–3] посвящены

процессу деформирования и разрушения зернистых композитов со случайной структурой. В работах [6–8] авторами проведено моделирование разрушения композитов различной структуры, при этом предполагается, что материалы матрицы и волокон имеют разные коэффициенты деградации свойств. В [9] понижение жесткостных свойств применено при разрушении полосы с трещиной. В статье [10] рассмотрено разрушение упруго-хрупкого тела с краевым концентратором напряжений. В [11] изучается неупругое деформирование и разрушение однонаправленных композитов при продольном сдвиге. Моделирование процесса разрушения образца с концентраторами напряжений осуществлено в [12]. В статье [13] предметом обсуждения является поведение армированного изолятора при заниженных жесткостных характеристиках. В работе [14] анализируется разрушение слоистого композита с концентратором напряжений, продемонстрировано хорошее соответствие расчета и эксперимента. Авторами работы [15] предложена модификация процедуры редуцирования жесткостных характеристик, учитывающая тип трещины. В статье [16] на основе данного подхода исследуется процесс роста усталостной трещины.

Можно отметить растущее внимание к задачам численного моделирования процессов разрушения. Показателем служит использование в стандартных пакетах специально предназначенных для этого процедур (например, *death of finite element* в ANSYS). Однако при решении задач разрушения прибегают к тем же приемам, что и при численном решении задач теории упругости (контроль сходимости решения при уменьшении размера КЭ) и пластичности (отслеживание изменения параметров сразу всех элементов при выполнении критерия разрушения). Таким образом, формальный перенос имеет ограничения, в связи с чем необходимы новые алгоритмы, способные учитывать аспекты, которые проявляются только при численном моделировании процессов разрушения и которые могут привести к другим количественным и качественным результатам.

Интерес представляет рассмотрение таких аспектов численного моделирования процессов разрушения конструкций, как выбор величины шага нагружения, размер конечно-элементной сетки. Кроме этого, стоит отметить, что изменение жесткостных характеристик элементов с выполненным критерием разрушения может быть проведено как при переходе на следующий шаг нагружения, так и при неизменных граничных условиях до получения состояния, при котором во всех КЭ выполняется критерий прочности, путем организации итерационной процедуры пересчета НДС. Также следует принимать во внимание, что «разрушение» конечных элементов приводит к значительному изменению полей напряжений и деформаций, вследствие чего часть элементов становятся перегруженными, часть попадают в область разгрузки. Если на каждой последующей итерации «разрушать» сразу все элементы, в которых не выполнен критерий прочности, эффекты перераспределения напряжений не могут быть учтены. Поэтому количество «разрушаемых» за итерацию элементов также вызывает вопросы.

Известны разные варианты выбора шага нагружения, из них самыми применяемыми являются задание постоянного шага [6, 8, 17, 18] и шага, автоматически подбираемого [1–3, 19, 20]. В работах [6, 8] отмечен рост точности решения с уменьшением величины шага нагружения. В [17, 18] также использован малый шаг нагружения. Автоматический подбор шага в работах [1–3, 19, 20] осуществляется таким образом, что на каждом следующем шаге «разрушается» один КЭ. В статье [2] дополнительно вводится параметр чувствительности с целью выявления КЭ, чьи характеристики близки к критическому состоянию, и эти элементы подвергались процедуре занижения свойств.

Исследование влияния степени дискретизации расчетной области и типа КЭ на результаты численного моделирования разрушения проводится в работах [21–28]. В [21] продемонстрирована чувствительность численного решения задачи деформирования балки к использованию специального КЭ и его размеру. Выбор рационального для моделирования размера КЭ с точки зрения соответствия экспериментальным данным проводится в [22–24]. В статье [25] рассмотрено влияние геометрии КЭ, его размера и используемой в нем степени аппроксимации функций на процесс разрушения компактного образца. С целью снижения чувствительности решения к размерности сетки в [26, 27] в постановку задачи введено дополнительное уравнение. В [28] сформулированы принципы построения рациональной сетки для решения задач линейной механики разрушения.

Итерационная процедура пересчета НДС тела при учете «разрушения» конечных элементов организована в работах [3, 10, 19, 29, 30]. Так, в [3, 10, 19] пересчет НДС при неизменных граничных условиях выполняется после каждого «разрушения» КЭ до получения устойчивого состояния решения. В работах [29, 30] пересчет НДС производится на каждой итерации вычислительной процедуры после перестроения сетки в соответствии с текущей конфигурацией расчетной области.

Данная работа посвящена изучению таких аспектов численного решения краевой задачи деформирования и разрушения, как выбор алгоритма решения, включающего организацию итерационной процедуры пересчета полей перемещений, деформаций и напряжений при «разрушении» КЭ, определение числа «разрушаемых» за итерацию элементов, поиск величины шага нагружения, подбор рационального размера КЭ.

2. Постановка краевой задачи и алгоритм численного решения

Для иллюстрации важности учета различных аспектов моделирования процессов разрушения рассматривается задача кинематического нагружения полосы с концентратором напряжений эллиптической

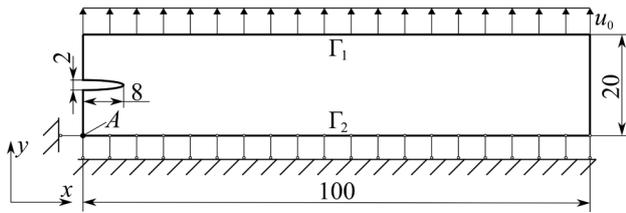


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой области

Математическая постановка краевой задачи имеет вид:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j}(\mathbf{r}) = 0, \\ \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(\mathbf{r}) + u_{j,i}(\mathbf{r}) + u_{k,i}(\mathbf{r})u_{k,j}(\mathbf{r})), \\ \sigma_{ij}(\mathbf{r}) = C_{ijkl}(\mathbf{r}, \varepsilon_{mn})\varepsilon_{kl}(\mathbf{r}), \\ u_x(\mathbf{r})|_{\Gamma_1} = 0, \quad u_y(\mathbf{r})|_{\Gamma_1} = u_0, \quad u_y(\mathbf{r})|_{\Gamma_2} = 0. \end{cases}$$

Здесь: \mathbf{r} — радиус-вектор произвольной точки; $u_i(\mathbf{r})$ — вектор перемещений; $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ — тензор деформаций; $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ — тензор напряжений; C_{ijkl} — тензор упругих констант, зависящий от текущего НДС, включающий в себя критерий разрушения и схемы редуцирования жесткостей.

Краевая задача решается методом конечных элементов. Алгоритм решения включает шаги:

- 1) задание геометрии расчетной области и деление ее на конечные элементы с помощью ANSYS, ввод свойств материала;
- 2) задание граничных условий (перемещение верхней границы задается малым, чтобы не вызывать выполнение критерия разрушения);
- 3) расчет НДС полосы;
- 4) расчет коэффициента перегрузки K_{crit} , определяемого как отношение первого главного напряжения в КЭ к пределу прочности материала;
- 5) редуцирование жесткости (если есть КЭ с $K_{crit} \geq 1$, то понижается жесткость либо всех элементов, либо только самых нагруженных КЭ), иначе переход к п. 8;
- 6) если выполняется итерационная процедура пересчета НДС после «разрушения» КЭ, то переход к п. 8, иначе переход к п. 8;
- 7) расчет величины внешней нагрузки; если ее значение менее критического (10 Н), то завершение работы программы, иначе переход к п. 8;
- 8) увеличение перемещения верхней границы или на величину шага, если он фиксированный, или в $1/\max(K_{crit})$ раз при автоматическом подборе шага; переход к п. 3.

Данный алгоритм реализован в виде программы на языке APDL, построение сетки и решение системы линейных алгебраических уравнений выполняются в программном комплексе ANSYS. Сетка, состоящая из четырехугольных КЭ с линейной аппроксимацией искомых функций, генерируется автоматически. Величина, равная квадратному корню отношения площади полосы (Рис. 1) к числу элементов аппроксимирующей ее сетки, считается характерным линейным размером КЭ — L_{el} ; его значение подбирается исходя из величины концентрации напряжений в вершине эллиптического выреза, полученной из решения упругой задачи. Выявлено, что достаточным является использование КЭ с характерным линейным размером 0.167 у.е.

3. Результаты численного моделирования процессов разрушения

3.1. Влияние итерационной процедуры

Рассмотрим алгоритм, в котором полагается, что за цикл его работы «разрушаются» все конечные элементы с не выполняющимся критерием прочности, нагружение осуществляется пошагово, итерационный пересчет полей перемещений, деформаций и напряжений не проводится. Все элементы с выполненным критерием разрушения подвергаются редуцированию жесткости с помощью встроенной в ANSYS процедуры *death of finite element*.

После этого перемещение u_0 увеличивается на $\Delta u = 0.5 \cdot 10^{-3}$ у.е. (предполагается, что 1 у.е. соответствует 1 мм) и пересчитываются поля перемещений, деформаций и напряжений. Для каждого из решений краевой задачи записывается величина перемещения верхней границы тела и определяется расчетная внешняя нагрузка.

формы (Рис. 1) при плоском напряженном состоянии без учета массовых сил. Вводится декартова система координат с началом в неподвижной точке A . Модельный материал считается однородным, изотропным и упруго-хрупким (модуль Юнга $E = 210$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$). Предел прочности составляет $\sigma_B = 420$ МПа.

Для рассматриваемой задачи построена расчетная диаграмма нагружения, приведен вид трещины в некоторых состояниях (Рис. 2а). Можно видеть, что в процессе деформирования образуются крупные (см. белые) зоны «разрушенных» КЭ, а также «зависшие в воздухе» элементы, что не соответствует наблюдаемым в экспериментах картинам разрушения упруго-хрупких материалов [31–33]. Кроме этого, после короткого начального участка падения нагрузки происходит её значительный рост, связанный с увеличением напряжений в некоторых элементах. Исходя из этого можно предположить, что необходимым является повторение решения краевой задачи при неизменных граничных условиях, но при измененных свойствах КЭ до получения устойчивого состояния, при котором не будет «разрушения» элементов, то есть необходима организация итерационной процедуры пересчета НДС.

При решении задачи с итерационной процедурой выявляется значительное снижение максимального расчетного значения нагрузки и перемещения на диаграмме нагружения. Кроме того, макродефект имеет ширину в 1–2 КЭ (Рис. 2б). На диаграмме нагружения наблюдаются вертикальные участки спада нагрузки, соответствующие неравновесному процессу роста макродефекта в полосе (Рис. 2б, переход между точками 1–2). Реализуется закритическая стадия деформирования на макроуровне. Можно сделать вывод, что корректировки характеристик «разрушаемых» элементов только при переходе к следующему шагу нагружения недостаточно, итерационную процедуру необходимо проводить на каждом шаге до достижения решением устойчивого состояния.

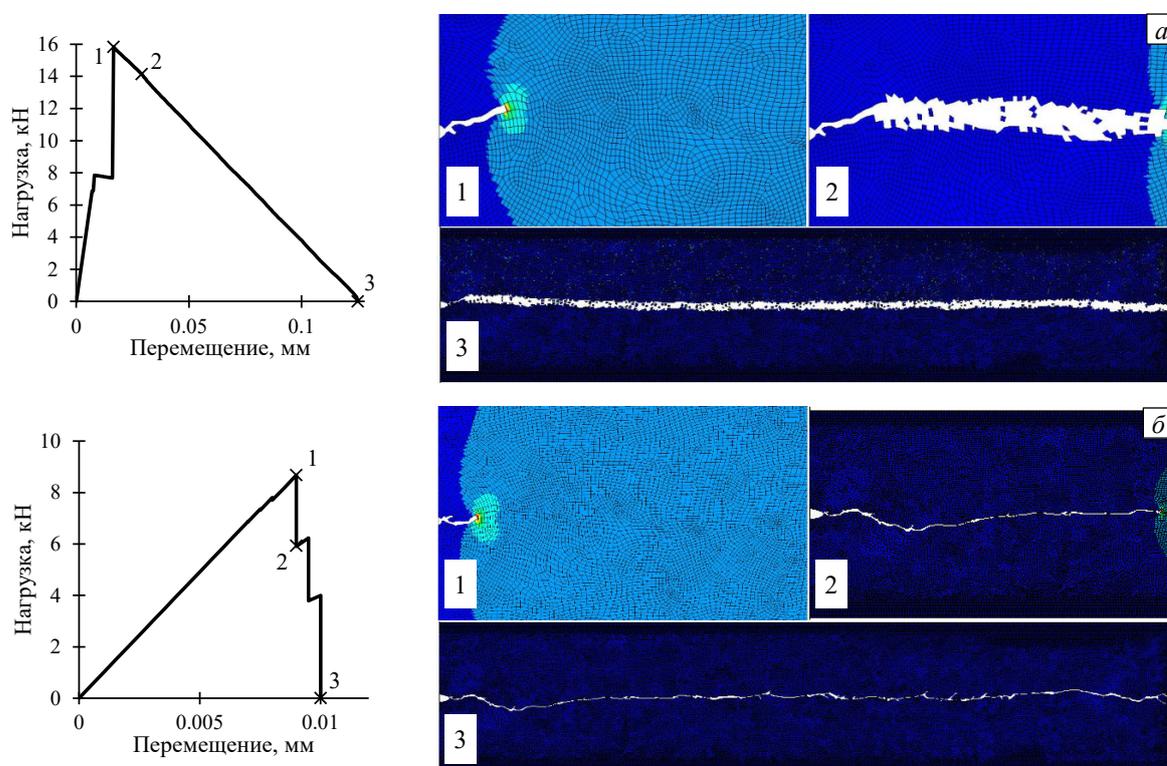


Рис. 2. Расчетные диаграммы нагружения и вид макродефекта, отвечающий разной величине нагрузки, при моделировании без использования (а) и с использованием (б) итерационной процедуры

3.2. Влияние числа «разрушаемых» за итерацию элементов и кинетика процесса разрушения

Ранее сделано предположение, что количество «разрушаемых» за итерацию элементов может повлиять на процесс разрушения. Для учета перераспределения напряжений представляется целесообразным выделить один наиболее перегруженный элемент и предположить, что в процессе деформирования он «разрушается» раньше остальных, а вопрос о «разрушении» других элементов решать на следующей итерации. Вследствие этого число итераций будет больше, но процесс структурного разрушения опишется точнее.

Для сравнения выполнены решения краевой задачи при редуцировании жесткости сначала одного, а затем и всех КЭ за цикл работы алгоритма с итерационной процедурой (Рис. 3). По диаграмме нагружения (Рис. 3а, б (участок А в увеличенном масштабе) видно, что при понижении жесткости одного КЭ за цикл возможна остановка макродефекта (достижение равновесного состояния) раньше, чем при «разрушении» всех КЭ. В результате этого максимальное значение перемещения увеличивается. Для некоторых точек на вертикальном участке спада нагрузки (Рис. 3б, точки 1–7) построены картины (Рис. 3в), отражающие неравновесный процесс роста трещины для обоих решений. Черным цветом выделены «разрушенные» элементы, элементы в вершине макродефекта, в которых выполняется критерий разрушения, — красным. Наблюдается ветвление макродефекта при редуцировании жесткостей всех КЭ с выполненным критерием разрушения.

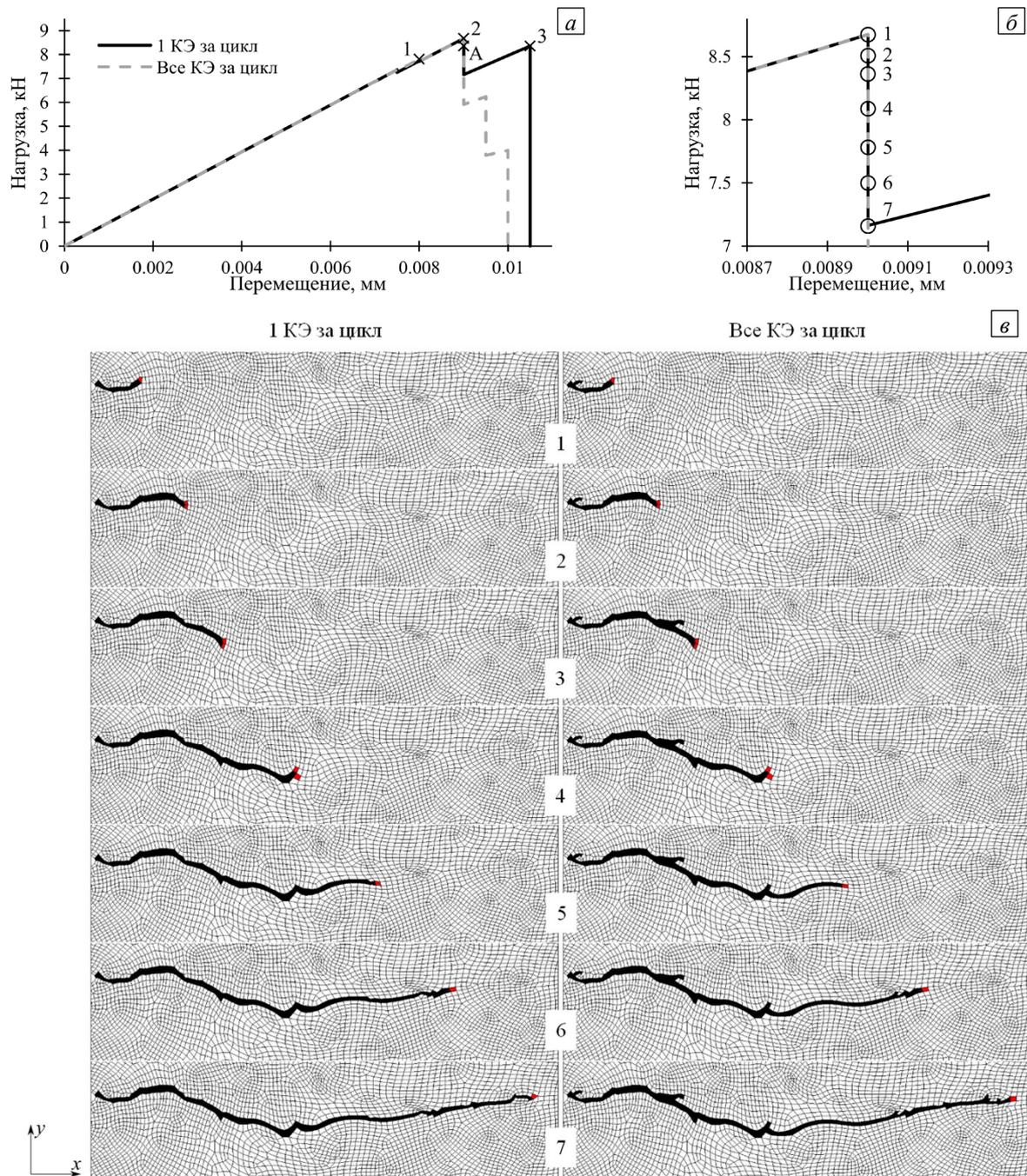


Рис. 3. Влияние числа КЭ, «разрушаемых» за итерацию: диаграммы нагружения (а, б) и кинетика развития макродефектов (в)

Возможна ситуация, когда вследствие «разрушения» одного элемента происходит снижение напряжений в «перегруженном» соседнем КЭ (Рис. 3в, точки 2–3 и 4–5). В связи с этим можно сделать вывод о рациональности «разрушения» одного КЭ за итерацию.

3.3. Влияние величины шага нагружения

Исследовано влияние величины фиксированного шага нагружения на процесс деформирования тела при «разрушении» одного КЭ за цикл работы алгоритма. Рассмотрены шаги, мкм: $\Delta u = 0.500, 0.100, 0.075, 0.030$. Выявлено, что с уменьшением шага диаграммы нагружения (Рис. 4а, б) меняются незначительно, точка, соответствующая максимальному значению расчетной нагрузки, смещается влево. На кинетике распространения трещины уменьшение шага не сказывается.

С целью более точного описания процесса разрушения в алгоритме с итерационной процедурой пересчета НДС предлагается использовать автоматически подбираемый шаг нагружения. Перемещение u_0 рассчитывается следующим образом: если для всех элементов $K_{crit} \leq 1$, то u_0 увеличивается в $1/\max(K_{crit})$ раз.

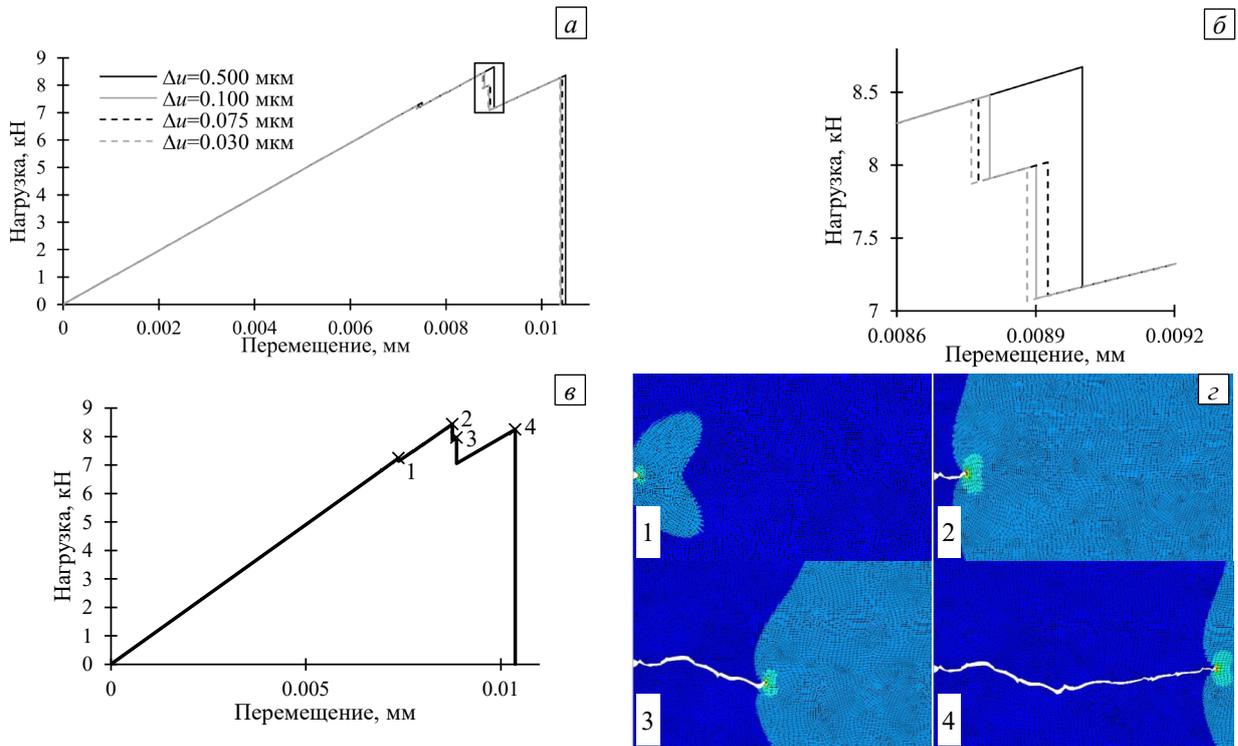


Рис. 4. Диаграммы нагружения: при фиксированных значениях шага (а) и их выделенный участок в увеличенном масштабе (б); при автоматическом выборе величины шага (в) и отвечающие этому случаю изображения макродефекта в устойчивых состояниях (г)

Иначе пересчет НДС тела произойдет при неизменном значении u_0 . Такой подход позволяет наиболее точно установить начало процесса разрушения, оценить несущую способность. Получена расчетная диаграмма нагружения (Рис. 4в), ее вертикальные участки соответствуют неравновесному росту макродефекта в полосе, верхние и нижние точки данных отрезков — устойчивым состояниям. На рисунке (Рис. 4г) приведены поля первых главных напряжений для устойчивых состояний. Подтверждено наличие закритической стадии деформирования на макроуровне.

3.4. Влияние размера конечного элемента на процесс разрушения полосы

Представляет интерес изучение влияния размера КЭ на процесс разрушения полосы с концентратором. Задача решена на автоматически построенных сетках с характерным линейным размером КЭ $L_{el} = 0.167, 0.143, 0.121, 0.097$ и 0.072 у.е. Шаг нагружения выбирался автоматически, за цикл работы алгоритма «разрушался» один элемент. Построены диаграммы нагружения (Рис. 5а), рассчитаны максимальные значения нагрузки и перемещения (Рис. 5б). Результаты демонстрируют отсутствие сходимости численного решения с ростом плотности расчетной сетки. Кроме этого, в решениях вид макродефекта получается разным (Рис. 5в).

Можно сделать вывод, что для моделирования процессов разрушения упруго-хрупких тел подбор сетки на основе только упругого решения является недостаточным, поскольку не обеспечивается сходимость, в частности, при сетке из четырехугольных КЭ с линейной аппроксимацией перемещений. Известно предположение о наличии у материала прочностного параметра с размерностью длины [34, 35].

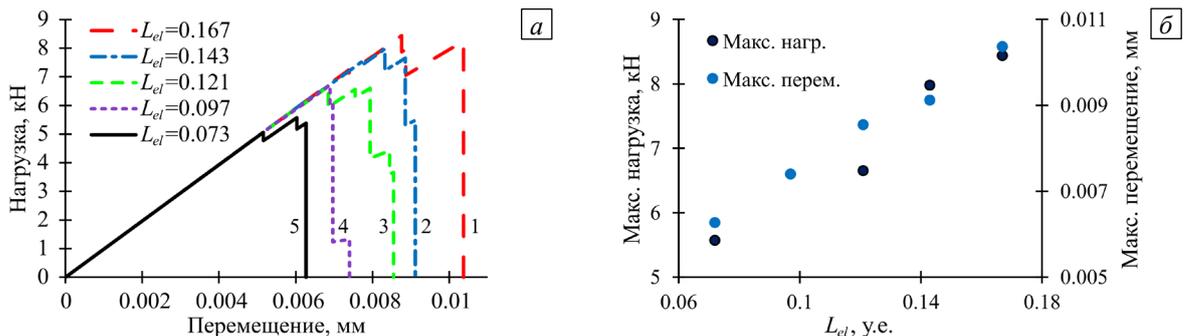


Рис. 5. Диаграммы нагружения при разных характерных размерах конечного элемента (а), максимальные значения нагрузки и перемещения в зависимости от размера КЭ (б), вид макродефекта при разных характерных размерах КЭ (в)

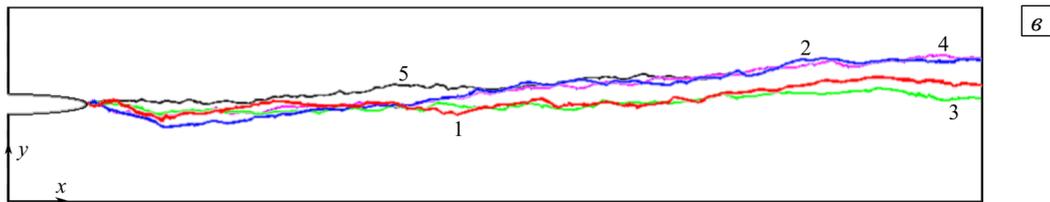


Рис. 5. Продолжение

В этом случае характерный размер КЭ не может быть сколь угодно малым, а должен быть связан со свойствами материала. Из сравнения численных результатов, полученных при разном размере элементов, с экспериментальными данными с учетом предположения можно определить физически обоснованный размер и использовать его в дальнейшем при решении задач для других конструкций из соответствующего ему материала.

4. Заключение

Итак, рассмотрены некоторые аспекты численного моделирования процесса разрушения упруго-хрупких тел. Решена краевая задача растяжения тонкой полосы с эллиптическим концентратором напряжений на границе. Продемонстрирована важность включения в пересчет НДС на текущем шаге итерационной процедуры. Проанализирована кинетика процесса роста макродефекта, показано влияние числа «разрушаемых» за итерацию конечных элементов как на вид диаграммы нагружения, так и на вид макродефекта. Исследовано влияние величины шага нагружения и способ его задания: целесообразным является использование автоматически подбираемых значений. Обнаружено наличие стадии разупрочнения на макроуровне, проявляющейся в чередовании участков равновесного и неравновесного роста макродефекта. Проанализировано влияние характерного размера конечного элемента на процесс разрушения. Отмечено, что с ростом степени дискретизации расчетной области численное решение задачи не сходится, наблюдается снижение максимальных значений расчетной нагрузки и перемещения. Предлагается при выборе степени дискретизации области (выборе характерного размера конечных элементов) ориентироваться на материальную константу материала с размерностью длины. Ее величина может быть установлена из сопоставления экспериментальных данных с результатами численных расчетов на разных конечно-элементных сетках.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00765 (<https://rscf.ru/project/22-19-00765/>) в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

Литература

1. Ильиных А.В. Численное моделирование процессов структурного разрушения зернистых композитов с изотропными элементами структуры // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2011. № 2(23). С. 101-106. <https://doi.org/10.14498/vsgtu947>
2. Вильдеман В.Э., Ильиных А.В. Моделирование процессов структурного разрушения и масштабных эффектов разупрочнения на закритической стадии деформирования неоднородных сред // Физ. мезомех. 2007. Т. 10, № 4. С. 23-29.
3. Ильиных А.В., Вильдеман В.Э. Моделирование структуры и процессов разрушения зернистых композитов // Вычисл. мех. сплош. сред. 2012. Т. 5, № 4. С. 443-451. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.52>
4. Муллахметов М.Н., Ильиных А.В. Численное моделирование процесса разрушения пучков параллельных волокон // Master's Journal. 2020. № 1. С. 9-26.
5. Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Испытания материалов с построением полных диаграмм деформирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 2. С. 93-98. (English version <https://doi.org/10.3103/S1052618813010159>)
6. Цепенников М.В., Сметанников О.Ю., Повышев И.А. Идентификация параметров численной методики расчета разрушения конструкций из композиционных материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2015. № 2. С. 46-53.
7. Цепенников М.В., Стром А.А., Повышев И.А., Сметанников О.Ю. Экспериментально-теоретическое исследование механического поведения 3D-композитов при квазистационарном разрушении // Вестник ПНИПУ. Механика. 2016. № 2. С. 143-158. <https://doi.org/10.15593/pern.mech/2016.2.10>
8. Цепенников М.В., Повышев И.А., Сметанников О.Ю. Верификация численной методики расчета разрушения конструкций из композиционных материалов // Вестник ПНИПУ. Прикладная математика и механика. 2012. № 10. С. 225-241.
9. Степанов Г.В., Широков А.В. Моделирование кинетики распространения трещины // Проблемы прочности. 2010. № 4. С. 87-95. (English version <https://doi.org/10.1007/s11223-010-9233-1>)
10. Feklistova E.V., Tretyakov M.P., Wildemann V.E. Numerical implementation issues of the deformation and destruction process of bodies with stress concentrators // AIP Conf. Proc. 2021. Vol. 2371. 050002. <https://doi.org/10.1063/5.0059553>

11. Аношкин А.Н. Неупругое деформирование и прочность однонаправленных композитов при продольном сдвиге // Вестник ПГТУ. Математическое моделирование систем и процессов. 1995. № 3. С. 4-10.
12. Boyce B.L., Kramer S.L.B., Fang H.E. et al. The Sandia Fracture Challenge: Blind round robin predictions of ductile tearing // Int. J. Fract. 2014. Vol. 186. P. 5-68. <https://doi.org/10.1007/s10704-013-9904-6>
13. Hedayati Dezfuli F., Alam M.S. Sensitivity analysis of carbon fiber reinforced elastomeric isolators based on experimental tests and finite element simulations // Bull. Earthquake Eng. 2014. Vol. 12. P. 1025-1043. <https://doi.org/10.1007/s10518-013-9556-y>
14. Козлов М.В., Шешенин С.В. Моделирование прогрессирующего разрушения слоистых композитов // МКМ. 2016. Т. 51, № 6. С. 991-1006. (English version <https://doi.org/10.1007/s11029-016-9540-0>)
15. Ренев С.А., Шелофаст В.В. Решение задач прочности и трещиностойкости с использованием модифицированной функции "birth and death" для трех типов деформации в вершине трещины // Морские интеллектуальные технологии. 2017. № 4-3 (38). С. 72-78.
16. Королев И.К., Петинов С.В., Фрейдин А.Б. Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах // Вычисл. мех. сплош. сред. 2009. Т. 2, № 3. С. 34-43. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2009.2.3.21>
17. Шаблей А.А., Сапожников С.Б., Шитулин Л.В. Расчетная оценка кинетики разупрочнения слоистых композитов на основе стохастического микро-мезо-моделирования // Вестник ЮУрГУ. Серия Машиностроение. 2017. Т. 17, № 4. С. 59-69. <https://doi.org/10.14529/engin170406>
18. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Численное моделирование процессов упругопластического деформирования перекрытия ледового пояса морской ледостойкой платформы // Труды Центрального научно-исследовательского института им. академика А.Н. Крылова. 2015. № 86(370). С. 125-132.
19. Новоселов А.В., Вильдеман В.Э. Исследование характера процесса разрушения ортотропных пластин с концентраторами напряжений на базе вычислительного эксперимента // Вестник ПНИПУ. Механика. 2012. № 4. С. 66-78.
20. Соколкин Ю.В., Вильдеман В.Э., Зайцев А.В., Рочев И.Н. Накопление структурных повреждений и устойчивое закрытие деформирование композитных материалов // МКМ. 1998. Т. 34, № 2. С. 234-250. (English version <https://doi.org/10.1007/BF02256036>)
21. Бартоломей М.Л., Труфанов Н.А. О применении пакета ANSYS для исследования деформирования здания с учетом трещинообразования // Вестник ПГТУ. Механика. 2009. № 1. С. 15-20.
22. Шабан Б.А., Зузов В.Н. Особенности моделирования каркасных элементов кузовов и кабин автомобилей при исследовании пассивной безопасности // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 11. С. 81-104. <https://doi.org/10.7463/1112.0486675>
23. Лю И., Зузов В.Н. Исследование влияния размеров конечных элементов на точность моделирования клеевого соединения в автомобильных конструкциях // Изв. МГТУ «МАМИ». 2021. Т. 15, № 3. С. 31-41. <https://doi.org/10.31992/2074-0530-2021-49-3-31-41>
24. Шабан Б.А., Зузов В.Н. Особенности построения конечно-элементных моделей кабин для исследования пассивной безопасности при ударе в соответствии с правилами ЕЭК ООН №29 // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. № 3. С. 129-156. <https://doi.org/10.7463/0313.0542301>
25. Lopes B., Arruda M.R.T., Almeida-Fernandes L., Castro L., Silvestre N., Correia J.R. Assessment of mesh dependency in the numerical simulation of compact tension tests for orthotropic materials // Composites Part C: Open Access. 2020. Vol. 1. 100006. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2020.100006>
26. Monforte L., Ciantia M.O., Carbonell J.M., Arroyo M., Gens A. A stable mesh-independent approach for numerical modelling of structured soils at large strains // Computers and Geotechnics. 2019. Vol. 116. 103215. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.103215>
27. Galavi V., Schweiger H.F. Nonlocal multilaminar model for strain softening analysis // Int. J. Geomech. 2010. Vol. 10. P. 30-44. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2010\)10:1\(30\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2010)10:1(30))
28. Кургузов В.Д. Выбор параметров сетки конечных элементов при моделировании роста трещин гидроразрыва // Вычисл. мех. сплош. сред. 2015. Т. 8, № 3. С. 254-263. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.3.21>
29. Сметанников О.Ю., Кашиников Ю.А., Ашихмин С.Г., Шустов Д.В. Численная модель развития трещины при повторном гидроразрыве пласта // Вычисл. мех. сплош. сред. 2015. Т. 8, № 2. С. 208-218. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.2.18>
30. Каспарова Е.А., Шушпанников П.С. Численные и аналитические методы моделирования роста и взаимодействия трещин // Вычисл. мех. сплош. сред. 2018. Т. 11, № 1. С. 79-91. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.1.7>
31. Pour A.E., Afrazi M., Golshani A. Experimental study of the effect of length and angle of cross-cracks on tensile strength of rock-like material // Iran. J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng. 2022. Vol. 46. P. 4543-4556. <https://doi.org/10.1007/s40996-022-00891-0>
32. Xiao D., Yang W., Liu C., Hu R. Testing of mode-I fracture toughness of sandstone based on the fracturing mechanism of an explosion stress wave // Rock Mech. Rock Eng. 2022. Vol. 55. P. 7731-7745. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-03047-8>
33. Liu P., Liu Q., Huang X., Hu M., Bo Y., Yuan D., Xie X. Direct tensile test and FDEM numerical study on anisotropic tensile strength of kangding slate // Rock Mech. Rock Eng. 2022. Vol. 55. P. 7765-7789. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-03036-x>
34. Васильев В.В., Лурье С.А., Салов В.А. Определение нагрузки, вызывающей появление пластической деформации в растягиваемой пластине с трещиной // Изв. РАН. МТТ. 2020. № 4. С. 43-49. <https://doi.org/10.31857/S0572329920040133>
35. Васильев В.В., Лурье С.А., Салов В.А. Новое решение задачи о трещине в растягиваемой ортотропной пластине // Изв. РАН. МТТ. 2021. № 6. С. 23-32. <https://doi.org/10.31857/S0572329921060167>

References

1. Ilinykh A.V. Numerical modeling of structural fracture processes for granular composites with isotropic elements of structure. *Vestn. Sam. gos. tekhn. un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki – J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.*, 2011, no. 2(23), pp. 101-106. <https://doi.org/10.14498/vsgtu947>
2. Wildemann V.E., Ilyinykh A.V. Simulation of structural failure and scale effects of softening at the post-critical deformation stage in heterogeneous media. *Fiz. mezomekh. – Physical Mesomechanics*, 2007, vol. 10, no. 4, pp. 23-29.
3. Ilinykh A.V., Vildeman V.E. Modeling of structure and failure processes of granular composites. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 4, pp. 443-451. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.52>
4. Mullahmetov M.N., Ilinykh A.V. Numerical simulation of the process of destruction of sequentially and parallel associated fibers. *Master's Journal*, 2020, no. 1, pp. 9-26.
5. Vil'deman V.E., Tretyakov M.P. Material testing by plotting total deformation curves. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2013, vol. 42, pp. 166-170. <https://doi.org/10.3103/S1052618813010159>
6. Tsepennikov M.V., Smetannikov O.Yu., Povyshev I.A. Parameters identification numerical techniques calculation of fracture structures of composite materials. *Fundamental'nyye i prikladnyye problemy tekhniki i tekhnologii – Fundamental and Applied Problems of Technics and Technology*, 2015, no. 2, pp. 46-53.
7. Tsepennikov M.V., Strom A.A., Povyshev I.A., Smetannikov O.Yu. Theoretical-experimental study of mechanical behavior in 3D composites under quasi-steady damage. *Vestnik PNIPIU. Mekhanika – PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no. 2, pp. 143-158. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2016.2.10>
8. Tsepennikov M.V., Povyshev I.A., Smetannikov O.Yu. Verification of numerical technique for composite structures failure modeling. *Vestnik PNIPIU. Prikladnaya matematika i mekhanika – Applied Mathematics and Control Sciences*, 2012, no. 10, pp. 225-241.
9. Stepanov G.V., Shirokov A.V. Modeling of crack propagation kinetics. *Strength Mater.*, 2010, vol. 42, pp. 426-431. <https://doi.org/10.1007/s11223-010-9233-1>
10. Feklistova E.V., Tretyakov M.P., Wildemann V.E. Numerical implementation issues of the deformation and destruction process of bodies with stress concentratorsю *AIP Conf. Proc.*, 2021, vol. 2371, 050002. <https://doi.org/10.1063/5.0059553>
11. Anoshkin A.N. Neuprugoye deformirovaniye i prochnost' odnonapravlenykh kompozitov pri prodol'nom sdvige [Inelastic deformation and strength of unidirectional composites under longitudinal shear]. *Vestnik PGTU. Matematicheskoye modelirovaniye sistem i protsessov – Vestnik PNIPIU. Mekhanika*, 1995, no. 3, pp. 4-10.
12. Boyce B.L., Kramer S.L.B., Fang H.E. et al. The Sandia Fracture Challenge: Blind round robin predictions of ductile tearing. *Int. J. Fract.*, 2014, vol. 186, pp. 5-68. <https://doi.org/10.1007/s10704-013-9904-6>
13. Hedayati Dezfuli F., Alam M.S. Sensitivity analysis of carbon fiber reinforced elastomeric isolators based on experimental tests and finite element simulations. *Bull. Earthquake Eng.*, 2014, vol. 12, pp. 1025-1043. <https://doi.org/10.1007/s10518-013-9556-y>
14. Kozlov M.V., Sheshenin S.V. Modeling the Progressive Failure of Laminated Composites // *Mech. Compos. Mater.*, 2016, vol. 51, pp. 695–706. <https://doi.org/10.1007/s11029-016-9540-0>
15. Renev S.A., Shelofast V.V. The method of solving the problems of strength and fracture toughness using the modified function "birth and death" for three modes of deformation at the tip of a crack. *Morskiye intellektual'nyye tekhnologii – Marine Intellectual Technologies*, 2017, no. 4-3 (38), pp. 72-78.
16. Korolev I.K., Petinov S.V., Freidin A.B. Numerical simulation of damage accumulation and fatigue crack growth in elastic materials. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2009, vol. 2, no. 3, pp. 34-43. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2009.2.3.21>
17. Shabley A.A., Sapozhnikov S.B., Shipulin L.V. Estimated evaluation of the softening kinetics of laminates based on stochastic micro-meso modeling. *Vestnik YuUrGU. Seriya Mashinostroyeniye – Bulletin of the South Ural State University. Series "Mechanical Engineering Industry"*, 2017, vol. 17, no. 4, pp. 59-69. <https://doi.org/10.14529/engin170406>
18. Kryzhevich G.B., Filatov A.R. Numerical simulation of elastic-plastic strain of ice belt grillage of offshore ice resistant platform and comparison with full-scale experiment. *Trudy Tsentral'nogo nauchno-issledovatel'skogo instituta im. akademika A.N. Krylova – Transactions of the Krylov State Research Centre*, 2015, no. 86(370), pp. 125-132.
19. Novoselov A.V., Vildeman V.E. Structural failure behavior research for the planar stressed plates based on numerical modeling. *Vestnik PNIPIU. Mekhanika – PNRPU Mechanics Bulletin*, 2012, no. 4, pp. 66-78.
20. Sokolkin Yu.V., Vil'deman V.E., Zaitsev A.V., Rochev I.N. Structural damage accumulation and stable postcritical deformation of composite materials. *Mech. Compos. Mater.*, 1998, vol. 34, pp. 171-183. <https://doi.org/10.1007/BF02256036>
21. Bartolomei M.L., Trufanov N.A. O primeneniі paketa ANSYS dlya issledovaniya deformirovaniya zdaniya s uchedom treshchinoobrazovaniya [On application of ANSYS package for building deformation study taking into account crack formation]. *Vestnik PGTU. Mekhanika – PNRPU Mechanics Bulletin*, 2009, no. 1, pp. 15-20.
22. Shaban B.A., Zuzov V.N. Osobennosti modelirovaniya karkasnykh elementov kuzovov i kabin avtomobiley pri issledovanii passivnoy bezopasnosti [Features of wireframe modeling bodies and cabs of cars while investigating passive safety]. *Nauka i obrazovaniye: nauchnoye izdaniye MGTU im. N.E. Baumana – Science and education of Bauman MSTU*, 2012, no. 11, pp. 81-104. <https://doi.org/10.7463/1112.0486675>
23. Liu Yi., Zuzov V.N. Study of the effect of finite element dimensions on the simulation accuracy of adhesive bonding in automotive structures. *Izvestiya MGTU MAMI*, 2021, vol. 15, no. 3, pp. 31-41. <https://doi.org/10.31992/2074-0530-2021-49-3-31-41>
24. Shaban B.A., Zuzov V.N. Osobennosti postroyeniya konechno-elementnykh modeley kabin dlya issledovaniya passivnoy bezopasnosti pri udare v sootvetstviі s pravilami EEK OON №29 [Features of building finite element models of cabins for passive safety studies under the impact according to UNECE Regulations No. 29]. *Nauka i obrazovaniye: nauchnoye izdaniye MGTU im. N.E. Baumana – Science and education of Bauman MSTU*, 2013, no. 3, pp. 129-156. <https://doi.org/10.7463/0313.0542301>

25. Lopes B., Arruda M.R.T., Almeida-Fernandes L., Castro L., Silvestre N., Correia J.R. Assessment of mesh dependency in the numerical simulation of compact tension tests for orthotropic materials. *Composites Part C: Open Access*, 2020, vol. 1, 100006. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2020.100006>
26. Monforte L., Ciantia M.O., Carbonell J.M., Arroyo M., Gens A. A stable mesh-independent approach for numerical modelling of structured soils at large strains. *Computers and Geotechnics*, 2019, vol. 116, 103215. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.103215>
27. Galavi V., Schweiger H.F. Nonlocal multilaminate model for strain softening analysis. *Int. J. Geomech.*, 2010, vol. 10, pp. 30-44. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2010\)10:1\(30\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2010)10:1(30))
28. Kurguzov V.D. Selection of finite-element mesh parameters in modeling the growth of hydraulic fracturing cracks. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2016, vol. 57, pp. 1198-1207. <https://doi.org/10.1134/S0021894416070087>
29. Smetannikov O.Yu., Kashnikov Yu.A., Ashihmin S.G., Shustov D.V. Numerical model of crack growth in hydraulic re-fracturing. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 2, pp. 208-218. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.2.18>
30. Kasparova E.A., Shushpannikov P.S. Numerical and analytical methods for simulation of growth and interaction of cracks. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2018, vol. 11, no. 1, pp. 79-91. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.1.7>
31. Pour A.E., Afrazi M., Golshani A. Experimental study of the effect of length and angle of cross-cracks on tensile strength of rock-like material. *Iran. J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng.*, 2022, vol. 46, pp. 4543-4556. <https://doi.org/10.1007/s40996-022-00891-0>
32. Xiao D., Yang W., Liu C., Hu R. Testing of mode-I fracture toughness of sandstone based on the fracturing mechanism of an explosion stress wave. *Rock Mech. Rock Eng.*, 2022, vol. 55, pp. 7731-7745. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-03047-8>
33. Liu P., Liu Q., Huang X., Hu M., Bo Y., Yuan D., Xie X. Direct tensile test and FDEM numerical study on anisotropic tensile strength of kangding slate. *Rock Mech. Rock Eng.*, 2022, vol. 55, pp. 7765-7789. <https://doi.org/10.1007/s00603-022-03036-x>
34. Vasil'ev V.V., Lurie S.A., Salov V.A. Determination of the load that causes the appearance of plastic deformation in a tensile plate with a crack. *Mech. Solids*, 2020, vol. 55, pp. 490-495. <https://doi.org/10.3103/S0025654420040147>
35. Vasil'ev V.V., Lurie S.A., Salov V.A. A new solution to the problem of a crack in a stretchable orthotropic plate. *Mech. Solids*, 2021, vol. 56, pp. 902-910. <https://doi.org/10.3103/S0025654421060200>

Поступила в редакцию 04.10.2022; после доработки 05.12.2022; принята к опубликованию 02.03.2023

Сведения об авторах

Вильдеман Валерий Эрвинович, дфмн, проф, зав. каф., Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, д. 29; e-mail: wildemann@pstu.ru

Феклистова Евгения Вячеславовна, мнс, ПНИПУ; e-mail: cem.feklistova@mail.ru

Мугатаров Артур Ильдарович, асп., ПНИПУ; e-mail: cem_mugatarov@mail.ru

Муллахметов Максим Николаевич, асп., ПНИПУ; e-mail: m.mullahmetov59@gmail.com

Кучуков Артур Марсович, асп., ПНИПУ; e-mail: artur.kuchukov.59@mail.ru