

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.3.28](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.3.28)

УДК 532.516.5, 532.517.2, 681.533.38, 62-553.9

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОГО ДЕМПФЕРА РАСХОДА ЖИДКОСТИ

И.Ш. Насибуллаев, Э.Ш. Насибуллаева, О.В. Даринцев

Институт механики им. Р.Р. Маевлова УФИЦ РАН, Уфа, Российская Федерация

В последнее время отмечается значительный интерес исследователей к разработке конструкций, базирующихся на микрогидродинамике, поскольку данное направление обладает большим потенциалом для миниатюризации технических устройств. Одним из примеров является капиллярный микрозахват, способный удерживать плоские микрообъекты за счет сил поверхностного натяжения. Для его использования необходим равномерный отвод тепла от горячей стороны элемента Пельтье, создающего на рабочей плоскости микрозахвата температуру ниже точки росы. Ранние исследования показали, что при низкочастотной пульсации расхода жидкости отвод тепла осуществляется неравномерно, что может нарушить устойчивость режима удержания объекта микрозахватом. По этой причине изучение функционирования системы охлаждения микрозахвата с целью поиска оптимального режима, при котором микронасос будет обеспечивать постоянный расход жидкости без низкочастотных колебаний, представляется актуальным. В работе предлагается математическая модель демпфера для сглаживания пульсаций потока жидкости, генерируемого микронасосом в системе охлаждения капиллярного микрозахвата. Сверхмалые объемы прокачиваемой жидкости, специфика ее поведения в микроканалах и под воздействием микронасосов требуют особого подхода к построению модели. Предложена осесимметричная модель управляемого демпфера потока жидкости, адекватно отражающая как сглаживание пульсаций расхода жидкости, так и регулирование величины среднего расхода. Рассмотрены три режима работы демпфера: в качестве стационарного гидросопротивления, в режимах осциллирующего расхода жидкости и сглаживания осциллирующего потока. По результатам вычислительных экспериментов проведена аппроксимация зависимости расхода жидкости от амплитуды радиального сжатия микротрубки. С учетом этого выведены аналитические формулы расчета зависимости расхода жидкости при стационарном гидросопротивлении для создания осцилляций потока жидкости. Предложен аналитический итерационный алгоритм, описывающий демпфирование потока жидкости для сглаживания осциллирующего потока, который не нуждается в значительных вычислительных ресурсах и может применяться в системе управления демпфером потока жидкости в режиме реального времени.

Ключевые слова: микрогидродинамика, математическая модель, вычислительный эксперимент, демпфер расхода жидкости, система управления, привод, создающий радиальное сжатие

AN AXISYMMETRIC MODEL OF THE CONTROLLED FLUID FLOW DAMPER

I.Sh. Nasibullayev, E.Sh. Nasibullaeva and O.V. Darintsev

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russian Federation

In recent years there has been a significant scientific interest in the development of structures based on microfluidics, because this direction has great potential for miniaturization of technical devices. An example is a capillary microgripper capable of holding plane microobjects due to surface tension forces. Microgripper operation requires uniform heat dissipation from the hot surface of the Peltier element, which creates a temperature below the dew point on the working surface of the microgrip. Early studies have shown that at low-frequency fluid flow pulsation, heat removal is uneven, which can disrupt stability in the manipulation of a microgripper that holds an object. For this reason, the study of the performance of a microgrip cooling system with intent to find the optimal mode in which the micropump will provide a constant coolant flow without low-frequency oscillations seems to be relevant. The paper proposes a mathematical model of the damper for smoothing the liquid flow pulsations generated by a micropump in the cooling system of a capillary microgripper. The ultra-small volumes of pumped fluid, the specifics of its behavior in microchannels, and the features of micropump operation require a special approach to model building. An axisymmetric model of a controlled fluid flow damper that adequately reflects both the smoothing of fluid flow pulsations and the regulation of the average flow rate is proposed. Three modes of damper operation are considered: as a stationary hydraulic resistance, in the modes of oscillating fluid flow and smoothing the oscillating flow. Based on the results of the computational experiments, an approximation of the fluid flow rate versus the amplitude of radial compression of the microtube is carried out. This made it possible to derive analytical formulas calculating the dependence of the fluid flow rate under stationary hydraulic resistance for the generation of an oscillated fluid flow. An analytical iterative algorithm for describing the damping of a fluid flow to smooth an oscillating flow is proposed. The algorithm does not require significant computing resources and can be used in a real-time fluid flow damper control system.

Key words: microfluidics, mathematical model, computational experiment, fluid flow damper, control system, radial compression actuator

1. Введение

Неотъемлемой частью современного технологического и промышленного развития является разработка новых робототехнических систем [1] вследствие их экономической эффективности и многофункциональности. Кроме конструкций промышленных роботов, предназначенных для выполнения двигательных и управляющих функций, производится много новых технических элементов для автоматизации различных процессов, в частности, базирующихся на микрогидродинамике [2]. Данная область обладает еще не раскрытым в полной мере потенциалом для миниатюризации технических устройств, например, микроэлектромеханических систем [3]. Единство размерных параметров этих систем и микроботов позволяет создавать инструментарий, основанный на оригинальных физических эффектах и отличающийся от классических конструкций. В качестве примера можно привести манипуляторы

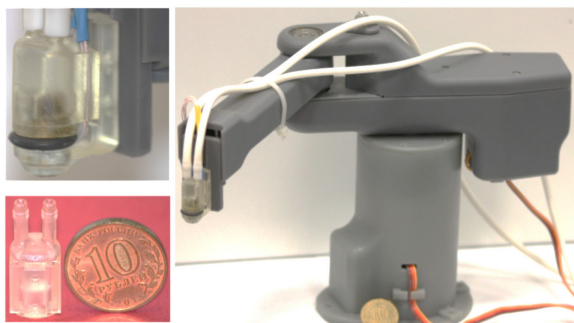


Рис. 1. Капиллярный микрозахват

с гибкими пальцами, в которых роль привода выполняет электроактивный полимер [4]. Оригинальным использованием сил поверхностного натяжения отличается капиллярный микрозахват [5] (Рис. 1), позволяющий бережно удерживать плоские микродетали, что практически нереализуемо в более распространенных пальцевых захватах. Данное устройство [6] работает следующим образом: рабочая пластина охлаждается микроэлементом Пельтье (ЭП) до температуры ниже точки росы, в результате происходит конденсация паров из окружающей среды и образование тонкой пленки жидкости. Захват плоских микрообъектов осуществляется за счет сил поверхностного натяжения, появляющихся при контакте микрообъекта и пленки (или капель) жидкости. Для корректной работы захвата необходимо обеспечить отвод тепла от горячей стороны ЭП. Для этого на нее устанавливаются радиаторы с пассивным или активным отводом тепла. В работе [7] показано, что с уменьшением размеров камеры охлаждения необходимо корректировать систему охлаждения ЭП и что жидкостное охлаждение, по сравнению с воздушным, более эффективно и компактно. Поэтому дальнейшие исследования по разработке микрозахвата проводились с учетом результатов моделирования микронасосов и специфики конструкторских решений. Так, в [8] получено, что при пульсации расхода жидкости в камере охлаждения микрозахвата с частотой $f < 10$ Гц отвод тепла от горячей стороны ЭП будет неравномерным. Это может нарушить устойчивость режима захвата и привести к преждевременному отрыву удерживаемого объекта. Следовательно, моделирование функционирования системы охлаждения микрозахвата с целью поиска оптимального конструктивного решения, при котором микронасос обеспечит постоянный расход жидкости без низкочастотных колебаний, является актуальной задачей.

Механические (перистальтические, поршневые и мембранные) насосы [9, 10] создают пульсирующее течение, для сглаживания которого часто применяют гидроаккумуляторы [11]. Так, в работе [12] показано, что с помощью мембранного гидроаккумулятора пульсации жидкости с частотой $f = 0,7$ Гц, создаваемые перистальтическим насосом, снижаются в 11 раз. Однако наличие гидроаккумулятора вносит существенные проблемы в обсуждаемую задачу: размер аккумулятора сопоставим с размером насоса; требуется периодическая замена расходных материалов (мембраны и рабочего газа); давление зависит от рабочего объема и скорости заполнения нелинейно. Перечисленные ограничения не позволяют адаптировать (минимизировать) конструкцию классических насосов к микроэлектромеханическим системам, а в рассматриваемом случае — к микрозахвату. В связи с этим в работах [13–15] проведено исследование возможности регулирования течения жидкости в упругой трубке с помощью размещенного на ней кольцевого пьезоэлектрического элемента. Представлена модель пьезоэлектрического микронасоса, создающего течение посредством системы пьезоэлементов, продуцирующих несимметричные колебания (с частотой $f > 1$ кГц), а также проведена оценка режимов перекачивания, предотвращающих возникновение обратного распространения тепла от камеры охлаждения микрозахвата.

Следует отметить, что высокие частоты колебаний могут вызвать кавитацию [16], что негативно влияет на работу устройства в целом. В [17] представлена модель микронасоса, генерирующего течение жидкости за счет колебаний пьезоэлектрического привода с поперечным изгибом, погруженного в плоский канал. На основе модели, получено, что колебания расхода жидкости имеют низкую частоту ($f \sim 2$ Гц) при высоком уровне пульсаций потока жидкости. В [18] показана возможность изменения гидродинамического сопротивления путем введения в конструкцию пары длинных тонких пластин, совершающих синхронные колебания. Мембранный микронасос с линейным приводом из электроактивного полимера с большой амплитудой (0,7 мм при диаметре мембраны 10 мм), но низкой частотой колебаний ($f \leq 1$ Гц) при наличии значительной задержки (гистерезиса) между управляющим сигналом и перемещением мембраны, приводящем к падению со временем расхода жидкости, обсуждается в [19]. В микронасосах с линейным пьезоэлектрическим приводом частота колебаний мембраны, по сравнению с электроактивным полимером, выше, но при этом амплитуда колебаний значительно ниже ($\sim 1 \div 20$ мкм), а уровень пульсаций может быть значительным (расход жидкости в течение периода меняется от 10 до 190% относительно среднего значения). При параллельном подключении нескольких насосов расход жидкости растет, но уровень пульсаций не меняется [20]. Уменьшить пульсации можно с помощью двухкамерной схемы насоса (при расположении мембраны между камерами) [21] или параллельного подключения нескольких насосов, работающих со сдвигом фазы колебаний [22, 23]. Таким образом, конструктивные решения для микронасосов позволяют снизить пульсацию расхода жидкости, но для инструментария, чувствительного к нестационарности течения жидкости, этого подхода недостаточно.

В настоящей статье предложена осесимметричная модель управляемого демпфера расхода жидкости, которая позволяет не только сглаживать пульсации расхода жидкости, но и регулировать величину среднего расхода за период, а также оценивать параметры устройства при разработке прототипа системы охлаждения и создавать систему управления демпфером в режиме реального времени.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается устройство (см. Рис. 2), состоящее из трубки, имеющей длину L , внутренний радиус $R_1 = 1$ мм (Γ_4 — внутренняя граница канала) и внешний радиус R_2 (Γ_6 — внешняя граница канала). Под воздействием привода (Γ_p — зона контакта привода и трубки) граница Γ_6 испытывает радиальное сжатие. Предполагается, что трубка заполнена несжимаемой жидкостью (то есть ее плотность ρ постоянна),

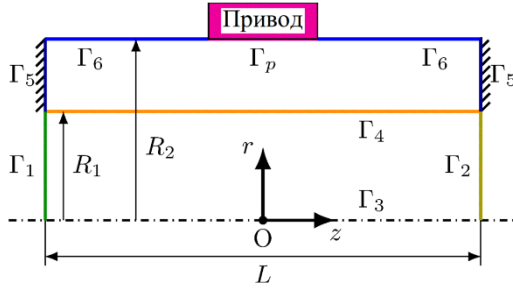


Рис. 2. Геометрия модели демпфера

а ее течение в узком горизонтальном канале ламинарное, подчиняющееся закону Пуазейля. Следовательно, влияние силы тяжести на течение несущественно [24].

Вследствие перепада давления $\Delta p(t)$ (где t — время) между входным (Γ_1) и выходным (Γ_2) отверстиями канала создается нестационарное течение жидкости. Концы трубки жестко закреплены на границах Γ_5 . В результате деформации — сужения канала трубки — гидросопротивление и, следовательно, расход жидкости меняются. Целью работы является получение такого закона управления приводом, чтобы расход жидкости

на выходе соответствовал требуемому постоянному значению.

Вводится цилиндрическая система координат Orz , начало которой помещается в среднюю точку границы Γ_3 . Ось Oz направляется вдоль оси симметрии трубки Γ_3 , ось Or — перпендикулярно оси Oz . При такой геометрии задача становится осесимметричной и течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса и непрерывности вида [24]:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} \right], \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right], \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где ρ — плотность жидкости, $\mathbf{u} = (u_r, u_z)$ — вектор скорости жидкости, состоящий из радиальной и осевой компонент, p — давление, μ — коэффициент динамической вязкости жидкости.

Деформации упругого микроканала описываются уравнениями Навье–Коши [25]:

$$(\lambda + 2\eta) \left(\frac{\partial^2 s_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_r}{\partial r} - \frac{s_r}{r^2} \right) + (\lambda + \eta) \frac{\partial^2 s_z}{\partial r \partial z} + \eta \frac{\partial^2 s_r}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

$$(\lambda + 2\eta) \frac{\partial^2 s_z}{\partial z^2} + (\lambda + \eta) \left(\frac{\partial^2 s_r}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_r}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial^2 s_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_z}{\partial r} \right) = 0, \quad (5)$$

где $\mathbf{s} = (s_r, s_z)$ — вектор деформации, состоящий из радиальной и осевой компонент, λ и η — коэффициенты Ламе, связанные с модулем упругости Юнга E и коэффициентом Пуассона ν соотношениями:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \eta = \frac{E}{1 - 2\nu}.$$

Начальные условия соответствуют отсутствию деформаций на внешней стенке и в покоящейся жидкости:

$$\mathbf{s} = 0, \quad u_z = 0.$$

Условия для скорости жидкости на границах задаются как

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 : \quad u_r &= 0, \quad p = \Delta p/2, \\
 \Gamma_2 : \quad u_r &= 0, \quad p = -\Delta p/2, \\
 \Gamma_3 : \quad u_r &= 0, \\
 \Gamma_4 : \quad u &= \partial s / \partial t,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где Δp — разность давлений между входом и выходом трубки. На границах Γ_5 выполняются условия закрепления микротрубки:

$$\Gamma_5 : \quad s_r = 0, \quad s_z = 0. \tag{7}$$

Граничные условия Неймана для деформаций определяются из условия равновесия, в котором компонента тензора напряжений σ_{rr} уравновешивается давлением $-p_p(t)$, оказываемым на трубку приводом:

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\eta) \frac{\partial s_r}{\partial r} + \lambda \frac{s_r}{r} + \lambda \frac{\partial s_z}{\partial z} = -p_p(t). \tag{8}$$

Поскольку концы микротрубки закреплены (7), то в условии (8) поперечные перемещения отсутствуют ($s_z = 0$). Тогда граничное условие Неймана принимает вид:

$$(\lambda + 2\eta) \frac{\partial s_r}{\partial r} + \lambda \frac{s_r}{r} + p_p(t) = 0. \tag{9}$$

Профили деформации вдоль оси Oz и величина максимальной радиальной деформации s_r на внешней и внутренней поверхностях трубки при ее сжатии различаются [26]. Следовательно, для того чтобы оценить динамику деформации внутренней поверхности трубки, необходимо найти поле деформаций во всем объеме трубки при заданных граничных условиях на внешней поверхности радиуса R_2 . При известной деформации s_r вместо граничных условий Неймана можно задать граничные условия Дирихле [26]. Поскольку уравнения упругих деформаций (4), (5) являются линейными, то отклик системы пропорционален внешнему воздействию, то есть $p_p \sim s_r$. В работе [26] показано, что при выборе значений p_p и s_r таким образом, чтобы соответствующий радиус проходного отверстия оставался одинаковым при обоих видах граничных условий, деформации на внутренней поверхности трубки Γ_4 отличаются не более чем на 0,9%.

Влияние привода на деформации трубки и на течение жидкости оценивается следующим образом. Деформации задаются либо на внешней поверхности трубки через граничные условия Неймана, либо на границе Γ_p через граничные условия Дирихле. Затем решается полная задача определения напряженно-деформированного состояния (НДС) трубки и вычисляются деформации на внутренней границе Γ_4 . Далее перемещение границы Γ_4 считается граничным условием залипания для скорости, поскольку скорость жидкости на границе равна скорости перемещения самой границы.

Необходимо заметить, что обратное влияние течения жидкости на деформацию трубки незначительно, поскольку рассматриваемые перепады давления жидкости не приводят к заметным деформациям. Ламинарный режим течения сохраняется до чисел Рейнольдса $Re = 2300$ [24], которым отвечает максимальная скорость жидкости $\max(\mathbf{u}) = Re \cdot \mu / (\rho R_1) \approx 2,3$ м/с. Это значение соотносится с максимальным перепадом давления $\Delta p \approx 75$ Па, который может привести к дополнительной деформации трубки на величину, не превышающую 0,15 мкм (0,025% от деформации трубки, вызываемой сжатием от воздействия привода).

3. Компьютерная модель

Задача определения НДС трубки, создаваемого приводом, решалась численно в программе FreeFem++ [27]. Для этого уравнения (1)–(5) и граничные условия (6), (7) и (9) записывались в вариационной форме. Программное обеспечение FreeFem++ ориентировано на решение дифференциальных уравнений в частных производных в вариационной форме методом конечных элементов и систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) прямыми и итерационными методами. Предусмотрено построение расчетной сетки и ее динамическая адаптация к полю конечно-элементных функций, визуализация результатов моделирования, обработка полученных данных и сохранение их в файл. Вариационная форма уравнений (1)–(5) и исходные коды решателей на языке программирования FreeFem++ (пакет написан на языке C++) представлены в [15]. Для решения СЛАУ использовался метод LU разложения с факторизацией Краута (Crout solver). Дискретизация уравнений Навье–Стокса по времени производилась неявным методом Эйлера первого порядка:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^{n+1}}{\partial t} = \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\tau},$$

где индексы n и $n+1$ относятся к предыдущему и текущему моментам времени t , $\tau = 0,025$ — шаг по времени.

Нелинейные конвективные слагаемые уравнений (1), (2) на $n+1$ шаге по времени подвергались линеаризации по схеме Пикарда [28]:

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \rightarrow u_r^n \frac{\partial u_r^{n+1}}{\partial r} + u_z^n \frac{\partial u_r^{n+1}}{\partial z}, \quad u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \rightarrow u_r^n \frac{\partial u_z^{n+1}}{\partial r} + u_z^n \frac{\partial u_z^{n+1}}{\partial z}.$$

Численное моделирование проводилось для упругой трубки круглого сечения радиусами $R_1 = 1$ мм, $R_2 = 1,75$ мм и длиной $L = 10$ мм. Привод, вызывающий радиальное сжатие, имел ширину $L_p = 1$ мм и

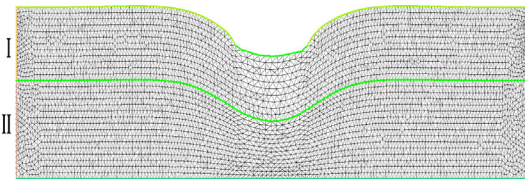


Рис. 3. Расчетные сетки: для трубки (I) и канала (II)

располагался симметрично относительно концов трубки. Материалом трубки была силиконовая резина с модулем Юнга $E = 5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\sigma = 0,49$ [29]; рабочей жидкостью служила вода при температуре $T_0 = 20$ °С с объемной плотностью $\rho = 998$ кг/м³ и коэффициентом динамической вязкости $\mu = 1,002$ мПа·с [30].

Моделирование в плоскости Ozr осуществлялось на двух двумерных согласованных между собой расчетных сетках (Рис. 3): на сетке I для трубки и сетке II для канала. Сетки имели числа конечных элементов: для трубки 3988, а для канала 5160. Внутренняя поверхность трубки, деформируемая приводом, определяла внешнюю границу канала. Поэтому сначала решались уравнения упругости на расчетной сетке трубки и по полученному полю деформаций на каждом временном шаге перестраивалась сетка для канала. Затем на ней решались уравнения гидродинамики. Для предотвращения ошибки, связанной с перемещением узлов одного конечного элемента внутрь другого (это приводит к появлению отрицательных объемов), при перестроении расчетной сетки для канала применялся алгоритм «безопасной» перестройки сетки [15].

Для обеспечения заданной величины создаваемого приводом радиального сжатия предварительно рассчитывалась его величина — ΔR_0 , при граничных условиях Неймана (9) и давлении p_0 . Поскольку уравнения упругости линейны, то давление p_p , при котором трубка под воздействием привода будет сжиматься на заданную величину ΔR , определяется как $p_p = p_0 \Delta R / \Delta R_0$. Для снижения погрешностей геометрии при деформации расчетная сетка для микроканала согласовывалась с сеткой для трубки таким образом, чтобы граничные элементы на внутренней стороне трубки совпадали с граничными элементами боковой поверхности микроканала.

Для верификации модели проведено сравнение с пуазейлевским течением жидкости в трубке круглого сечения [24]. Установившийся расход жидкости Q_p при постоянном перепаде давления задавался формулой:

$$Q_p = \frac{\pi R_1^4 \Delta p}{8\mu L}. \tag{10}$$

Если жидкость в начальный момент покоилась, то при приложении к слою перепада давления за характерное время релаксации скорости

$$\tau_u = \rho R_1^2 / \mu \tag{11}$$

расход жидкости Q выходил на постоянное значение Q_p , заданное формулой (10). В принятой при постановке задаче геометрии и заданных физических параметрах жидкости характерное время релаксации скорости составило $\tau_u \approx 1$ с.

Амплитуда скорости в зависимости от времени в первом приближении равнялась [31]:

$$u(0, t) = \frac{\Delta p}{4L\mu} R_1^2 g(t),$$

где функция $g(t)$ находилась по формуле:

$$g(t) = 1 - \frac{8(1 - \gamma_1) J_0(0) \exp(-\lambda_1^2 t / \tau_u)}{\lambda_1^3 J_1(\lambda_1)}. \tag{12}$$

Здесь: $\lambda_1 \approx 2,4$ — первый корень функции Бесселя нулевого рода $J_0(\lambda_1) = 0$ [32]; $J_0(0) = 1$; $J_1(\lambda_1) \approx 0,52$ — функция Бесселя первого рода; параметр γ_1 определялся исходя из физического смысла: при отсутствии течения в начальный момент времени $u(0,0) = 0$ ($g(0) = 0$, а значит $Q_a(0) = 0$) имеет место выход на постоянное течение $u(0,t) \rightarrow \text{const}$ через промежуток времени $t > \tau_u$ (при этом $g(t) \rightarrow 1$, следовательно, $Q_a(t) \rightarrow Q_p$) и из формулы (12) вытекает:

$$\gamma_1 = 1 - \frac{1}{8} \lambda_1^3 J_1(\lambda_1) \approx 0,12. \quad (13)$$

Расход жидкости Q_a связан с амплитудой скорости $u(0,t)$ соотношением:

$$Q_a(t) = (\pi/2) R_1^2 u(0,t).$$

Тогда, с учетом равенства (10), следует:

$$Q_a(t) \approx Q_p g(t). \quad (14)$$

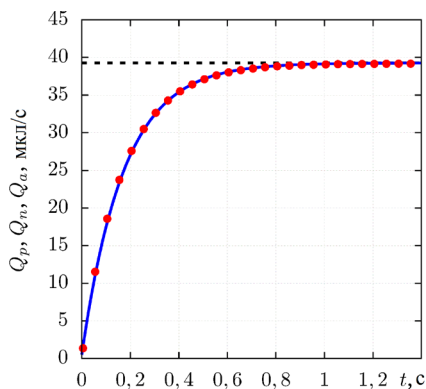


Рис. 4. Зависимость от времени среднего расхода жидкости при $\Delta p = 1$ Па: Q_a в пуазейлевском течении, расчет по формуле (14) (сплошная линия); Q_n , численное моделирование (точки); Q_p в установившемся течении, расчет по формуле (10) (пунктирная линия)

На рисунке 4 для перепада давления $\Delta p = 1$ Па показаны зависимости от времени расхода жидкости, вычисленного по формуле (14), полученного численно, а также средний расход жидкости, рассчитанный по формуле (10). Из рисунка видно, что за характерное время релаксации $\tau_u \approx 1$ с зависимости $Q_a(t)$ и $Q_n(t)$ приближаются к среднему расходу Q_p , характерному для установившегося течения, причем относительные погрешности значений $Q_a(t)$ и $Q_n(t)$ не превышают 1%, а отклонение установившегося значения Q_a (при $t > \tau_u$) от Q_p — не более 0,1%. Это свидетельствует, что предложенная компьютерная осесимметричная модель управляемого демпфера расхода жидкости корректна. Поскольку амплитуда скорости и расход жидкости зависят от приложенного к слою перепада давления Δp линейно, то все представленные результаты масштабируемы по Δp .

4. Результаты

Рассмотрены три режима работы демпфера:

- 1-й — создание стационарного гидросопротивления для регулирования течения жидкости;
- 2-й — генерирование осциллирующего течения;
- 3-й — сглаживание осциллирующего течения.

В 1-м режиме на привод подается постоянный сигнал, пропорциональный радиальному сжатию ΔR_2 и приводящий к сужению микроканала:

$$\Delta R_1 = k \Delta R_2.$$

Здесь коэффициент передачи деформации k для заданных значений R_1 и R_2 не зависит от $\Delta R_2 > 0$ и определяется путем вычислений через радиальные компоненты вектора деформации на внешней и внутренней сторонах трубки как

$$k = \left| s_r(R_1, 0) / s_r(R_2, 0) \right| \approx 0,814. \quad (15)$$

Деформированный микроканал представляет собой гидросопротивление, снижающее расход жидкости, что позволяет за счет величины сжатия регулировать расход жидкости. Для вывода аналитической формулы установившегося расхода жидкости в зависимости от максимальной величины сжатия микроканала ΔR_2 методом наименьших квадратов проведена аппроксимация полученных в результате численного моделирования данных с их нормированием на максимальную величину расхода жидкости [33]:

$$Q_h(\Delta p, \Delta R_2) = \Delta p \sum_{i=0}^5 a_i \Delta R_2^i, \tag{16}$$

где $a_0 = 3,92 \cdot 10^{-8}$, $a_1 = -2,16 \cdot 10^{-5}$, $a_2 = -2,69 \cdot 10^{-2}$, $a_3 = -9,94$, $a_4 = 1,82 \cdot 10^5$, $a_5 = -7,27 \cdot 10^7$. Для $\Delta p = 1$ Па число обусловленности матрицы, образующейся согласно методу, системы уравнений составило 10^7 , среднеквадратичное отклонение Q_h от числовых результатов Q_n равняется 0,027 мкл/с, а средняя относительная погрешность вычислений по формуле (16) не превышает 0,14%. На рисунке 5 показаны результаты численного моделирования установившегося расхода жидкости Q_n и аналитическое приближение $Q_h(\Delta p, \Delta R_2)$ (16) в зависимости от величины максимального сжатия трубки ΔR_2 .

Процесс установления течения для заданного ΔR_2 описывается по аналогии с (14):

$$Q_a(\Delta p, \Delta R_2, t) = Q_h(\Delta p, \Delta R_2) \cdot g_h(\Delta R_2, t), \tag{17}$$

где функция зависимости от времени отклика системы $g_h(\Delta R_2, t)$ имеет вид:

$$g_h(\Delta R_2, t) = 1 - \frac{8(1-\gamma_1)J_0(0)\exp(-\lambda_1^2 t / \tau_u(\Delta R_2))}{\lambda_1^3 J_1(\lambda_1)},$$

а время релаксации скорости нелинейно относительно R_2 :

$$\tau_u(\Delta R_2) = \frac{\rho}{\mu} \left[R_1 - \left(\gamma_2 + (1-\gamma_2) \frac{k\Delta R_2}{R_1} \right) k\Delta R_2 \right]^2. \tag{18}$$

Здесь $\gamma_2 \approx 0,25$ — подгоночный параметр, следующий из физического смысла: при $\Delta R_2 = 0$ формула (18) переходит в формулу (11), а при перекрытии канала, когда $\Delta R_2 \rightarrow R_1/k$, значение $\tau_u \rightarrow 0$.

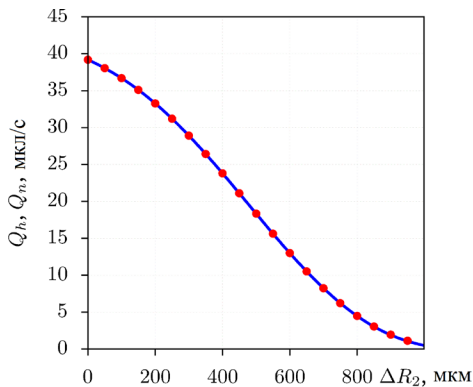


Рис. 5. Зависимости установившегося расхода жидкости от величины сжатия трубки ΔR_2 при $\Delta p = 1$ Па: Q_n , численное моделирование (точки); Q_h , расчет по приближенной формуле (16) (сплошная линия)

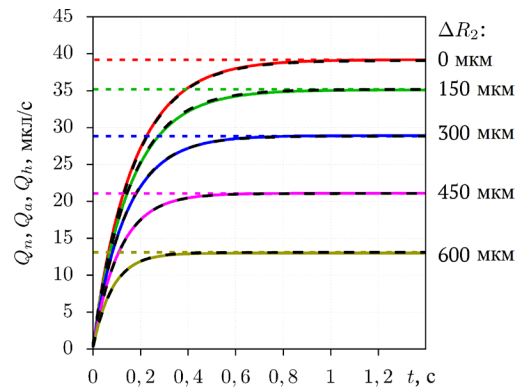


Рис. 6. Зависимости от времени расхода жидкости в режиме стационарного гидросопротивления при $\Delta R_2 = \{0; 150; 300; 450; 600\}$ мкм и $\Delta p = 1$ Па: Q_n , численное моделирование (сплошные линии); расчеты Q_a по формуле (17) (штриховые линии) и Q_h по формуле (16) (пунктирные линии)

На рисунке 6 приведены зависимости расхода жидкости от времени, полученные численно и с помощью приближенной аналитической формулы (17). Видно, что аналитическая формула с высокой точностью описывает выход расхода жидкости на насыщение — относительные погрешности для расхода жидкости Q_a и времени τ_u не превышают 0,1%.

Во 2-м режиме устройством создается осциллирующий расход жидкости Q_m при постоянном перепаде давления Δp с помощью дополняющего ΔR_2 периодического радиального сжатия от воздействия привода с частотой f и амплитудой δR . Таким образом, при данном режиме генерируется осциллирующее течение с заданным средним за период $T = 1/f$ расходом жидкости Q_m . Для разработки аналитической модели управления демпфером в этом режиме необходимо учитывать следующие физические особенности:

- зависимость $Q_m(\Delta p, \Delta R_2)$ нелинейная;
- колебания расхода жидкости имеют ту же частоту f , что и колебания, создаваемые приводом;

- при $f \sim 1/\tau_u$ расход жидкости Q_m не успевает выйти на насыщение и меняется в диапазоне $[Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R) + Q', Q_h(\Delta p, \Delta R_2) - Q']$, причем значение Q' уменьшается при снижении f (инерция жидкости ниже) и увеличении ΔR_2 (при уменьшении радиуса проходного отверстия уменьшается τ_u);
- сдвиг фазы между колебаниями расхода жидкости и привода $\varphi(\Delta R_2, t)$ уменьшается с ростом частоты f ;
- при высоких частотах $f \sim 1/\tau_u$ сдвиг фазы стремится к нулю ($\varphi \rightarrow 0$) и расход стабилизируется до значения $Q_m(\Delta p, \Delta R_2, t) \rightarrow Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R/2) = \text{const}$.

Колебания привода ограничены и происходят в диапазоне $[\Delta R_2, \Delta R_2 + \delta R]$ в соответствии с законом:

$$f_p(t) = (1/2)[1 - \cos(2\pi ft)].$$

Осциллирующий расход жидкости может быть записан по аналогии с (17):

$$Q_m = Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R \cdot g_m(\Delta R_2, \delta R, t)) \cdot g_h(t, \Delta R_2), \quad (19)$$

где зависимость от времени отклика среды $g_m(\Delta R_2, \delta R, t)$ имеет вид:

$$g_m(\Delta R_2, \delta R, t) = (1/2)[1 - \zeta(\Delta R_2, \delta R) \cos(2\pi f(t - \varphi(\Delta R_2, \delta R, t)))] ,$$

в котором изменение времени релаксации скорости τ_u при изменении диаметра проходного отверстия учитывается с помощью функции ζ :

$$\zeta(\Delta R_2, \delta R) = 1 - \gamma_3 [1 - (1 - k(\Delta R_2 + \delta R)/R_1)^2],$$

содержащей подгоночный параметр $\gamma_3 \approx 0,2$, а сдвиг фазы задается формулой:

$$\varphi(\Delta R_2, \delta R, t) = \gamma_4 [1 - \exp(-\lambda_1^2 t / (\tau_u(\Delta R_2 + \delta R) \tau_u(\Delta R_2 + \delta R)))] [1 - (k(\Delta R_2 + \delta R)/R_1)^2]. \quad (20)$$

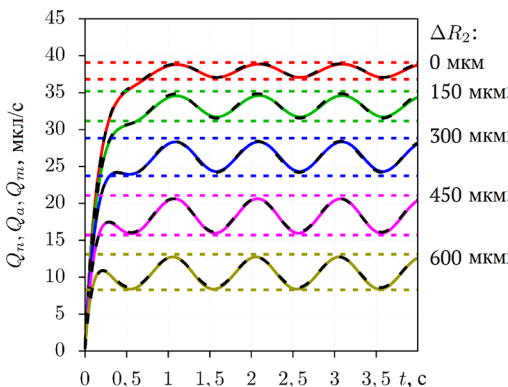


Рис. 7. Зависимость от времени расхода жидкости в режиме осциллирующего течения в канале при $\Delta R_2 = \{0; 150; 300; 450; 600\}$ мкм, $\delta R = 100$ мкм, $\Delta p = 1$ Па, $f = 1$ Гц: Q_n , численное моделирование (сплошные линии); Q_m , аппроксимация (19) (штриховые линии); Q_a , расход жидкости в диапазоне между установившимися расходами $Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R)$ и $Q_h(\Delta p, \Delta R_2)$, рассчитанными по формуле (16) (пунктирные линии)

Здесь $\gamma_4 \approx 0,08$ рад тоже подгоночный параметр.

В выражении для $\varphi(\Delta R_2, \delta R, t)$ учтено, что сдвиг фазы становится постоянным по истечении времени, сравнимого со временем релаксации скорости (см. экспоненциальный по t член), а его величина убывает с уменьшением радиуса проходного отверстия (см. квадратичный по ΔR_2 член).

На рисунке 7 показана зависимость от времени расхода жидкости при сжатии канала на величину $\Delta R_2 + \delta R f_p(t)$ с амплитудой $\delta R = 100$ мкм и при наборе значений $\Delta R_2 = \{0; 150; 300; 450; 600\}$ мкм. Видно, что аналитическая формула (19) количественно описывает как начальный этап течения ($t < 1/\tau_u$), так и установившееся периодическое течение: относительная погрешность Q_m (при сравнении с результатами численного моделирования) не превышает 0,2%.

В 3-м режиме синхронные колебания привода (с частотой, равной частоте осцилляций входного потока) позволяют снизить амплитуду колебаний расхода жидкости, что может быть описано согласно следующим рассуждениям. При осцилляции давления с амплитудой δp по закону $f_d(t) = \cos(2\pi ft)$,

то есть при $\Delta p(t) = \Delta p + \delta p \cdot f_d(t)$, колебания привода вызывают изменение диаметра проходного сечения канала $\Delta R(t) = \Delta R_2 + 0,5\delta R \cdot (f_d(t - \psi) + 1)$, где δR — амплитуда дополнительного радиального сжатия от воздействия привода, ψ — сдвиг фазы между колебаниями давления и сжатием, создаваемым приводом. Сдвиги фаз ψ и φ (см. формулу (20)) связаны соотношением $\psi = 0,5\varphi$, поскольку, в отличие

от колебаний привода, при осцилляции потока, где управляющий сигнал ограничен интервалом $[0,1]$, колебания давления происходят на интервале $[-\delta p, \delta p]$. Сдвиг фазы ψ выбирается таким образом, чтобы расход жидкости в канале оставался постоянным, что достигается компенсацией изменения расхода жидкости возникающего вследствие прироста перепада давления за счет дополнительного сжатия проходного сечения гидросопротивления. То есть в любой момент времени t должно выполняться соотношение:

$$F = Q_h(\Delta p(t), \Delta R(t)) - Q_h(\Delta p - \delta p, \Delta R_2) = 0. \tag{21}$$

Поскольку зависимость расхода жидкости от радиуса проходного отверстия нелинейная, то величину дополнительного сжатия необходимо подбирать на каждом временном шаге. Соответствующее текущей амплитуде $\delta p(t)$ значение δR определялось итерационным методом Ньютона [34]: начальное значение выбиралось равным $\delta R = R_1/20$, затем на j -й итерации оно обновлялось в соответствии с выражением:

$$\delta R_j = \delta R_{j-1} - F/F'_{\delta R}, \tag{22}$$

где $F'_{\delta R}$ — частная производная от (21) по δR :

$$F'_{\delta R} = \frac{\partial F}{\partial(\delta R)} = \frac{\partial Q_h(\Delta p(t), \Delta R(t))}{\partial(\delta R)} = \Delta p(t) \sum_{i=0}^5 (i+1) a_{i+1} (\Delta R(t))^i.$$

Итерации выполнялись до тех пор, пока невязка превышала требуемую погрешность вычислений: $|\delta R_j - \delta R_{j-1}| > \epsilon_R$, где $\epsilon_R = 10^{-10}$ м — задаваемая абсолютная погрешность. Следует отметить, что в вычислительных экспериментах сходимость достигалась за 6 итераций в начале процесса и за 2 итерации при выходе перепада давления на периодический режим.

Выполнена оценка снижения среднего расхода жидкости за счет создания дополнительного гидросопротивления. Согласно (16) при сжатии трубки на величину ΔR_2 расход жидкости составит $Q_h(\Delta p, \Delta R_2)$, а при дополнительном периодическом сжатии трубки на δR средний расход жидкости следует рассчитывать как $Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R/2)$. Следовательно, средний расход жидкости уменьшится на величину

$$\epsilon_R = \left(1 - \frac{Q_h(\Delta p, \Delta R_2 + \delta R/2)}{Q_h(\Delta p, \Delta R_2)} \right) \cdot 100\%.$$

На рисунке 8 показаны расходы жидкости для заданного осциллирующего течения с амплитудой $\delta p = 0,1$ Па в режиме гидросопротивления с $\Delta R_2 = \{0; 150; 300; 450; 600\}$ мкм для сглаженного течения в трубке за счет дополнительного сжатия $\delta R = \{231; 151; 103; 71; 48\}$ мкм (расчет по формуле (21)), а также средний расход жидкости. Уменьшение среднего расхода жидкости после сглаживания за счет осцилляций

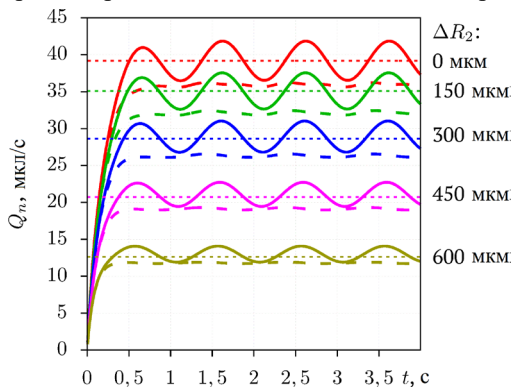


Рис. 8. Зависимость от времени расхода жидкости в режиме сглаживания осциллирующего течения в канале при $\Delta R_2 = \{0; 150; 300; 450; 600\}$ мкм, $\Delta p = 1$ Па, $\delta p = 0,1$ Па, $f = 1$ Гц: осциллирующее течение (сплошные линии); Q_n , численное моделирование сглаженного течения с δR (22) (штриховые линии); среднее значение расхода жидкости (пунктирные линии)

потока составляет $\epsilon_R = \{7,1; 8,4; 8,8; 9,1; 9,2\}$ %. Из рисунка 8 видно, что предложенный подход к управлению демпфированием позволяет эффективно сглаживать осцилляции давления, создаваемые насосами: колебания расхода жидкости сглаженного течения составляют не более 1,64% относительно среднего значения при колебаниях расхода жидкости исходного течения на входе в 20%. Следует отметить, что условие (21) не зависит от закона, по которому задаются колебания исходного течения, то есть предлагаемая модель демпфера применима не только для осциллирующего по гармоническому и (или) периодическому закону течения, но и для произвольного нестационарного течения, когда достаточно знать зависимость $\delta p(t)$.

Следует заметить, что, в соответствии с аппроксимацией (16) для $Q_h(\Delta p, \Delta R(t))$, условие (21) содержит только полином 5-й степени и аналитически вычисляемый полином 4-й степени —

$\partial Q_n(\Delta p, \Delta R(t))/\partial(\delta R)$, а применяемый для определения дополнительного сжатия δR метод Ньютона имеет сходимость 2-го порядка (необходимо не более 6 итераций) и представляет собой последовательность аналитических (алгебраических) действий. Таким образом, предложенный алгоритм демпфирования требует малых вычислительных ресурсов, что позволяет использовать его в системе управления течением в канале в реальном времени.

При численном моделировании относительная погрешность расхода жидкости (отношение разности расходов жидкости во входном и выходном отверстиях к среднему значению расхода) не превышала $3 \cdot 10^{-10} \%$. Расчетное время физического процесса, совершающегося в течении 4 с, составило не более 960 с на процессоре Intel Core i7-3770.

При нестационарном течении жидкости вблизи упругой поверхности возможна потеря устойчивости на границе. Так, в работе [35] представлено численное исследование резонансных явлений при нестационарном течении жидкости в канале с двумя упругими стенками. В настоящей работе также оценена возможность возникновения в упругой трубке резонанса при пульсирующем течении жидкости. В качестве материала трубки выбиралась силиконовая резина, которая при растяжении в диапазоне $0 \div 15\%$ подчиняется закону Гука, поскольку ее растяжение от нагрузки зависит линейно [36]. В этом случае собственная частота продольных колебаний трубки определялась по формуле:

$$f_z = (1/(2\pi))\sqrt{k_s/m},$$

где $k_s = ES/L$ — коэффициент упругости (здесь E — модуль Юнга, S — площадь поперечного сечения, L — длина трубки), $m = \rho_s SL$ — масса трубки из материала с плотностью $\rho_s \approx 1160 \text{ кг/м}^3$. Собственная частота поперечных колебаний рассчитывалась в приближении струны:

$$f_t = \sqrt{T_t/(4mL)} = (1/(2L))\sqrt{T_t/(\pi\rho_s(R_2^2 - R_1^2))} \approx 57\sqrt{T_t},$$

где T_t — натяжение трубки между закрепленными концами. Для рассматриваемых параметров получились частоты $f_z \approx 1 \text{ кГц}$ и $f_t \approx 57 \text{ Гц}$ (при силе натяжения в 1 Н), что значительно выше частот колебаний жидкости на входном отверстии трубки при радиальных колебаниях привода.

5. Реализация алгоритма управляемого демпфера

Исходя из результатов, полученных моделированием и по аналитическим зависимостям, схема устройства реализована как микроконтроллер и в упрощенном виде приведена на рисунке 9. При практической реализации конструкции демпфера и алгоритмов системы управления им, требуется принимать во внимание следующие факторы:

- время отклика датчиков давления и его точность (современные дифференциальные микродатчики давления имеют чувствительность $\sim 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$, способны измерять перепад давления в диапазоне $\sim 1 \div 500 \text{ Па}$ с временем отклика $\sim 1 \text{ мс}$ [37]), а также характеризуются задержкой между управляющим сигналом, генерируемым для насоса, и сигналом для привода радиального сжатия демпфера, для которого необходимо также принимать во внимание его собственное время реагирования, определяемое экспериментально;
- скорость обработки системой управления входных данных, а также возможность настройки подгоночного параметра в режиме реального времени для расчета временной задержки сигналов;
- возможность установки регулирующего температурного датчика (современные микродатчики температуры имеют точность $\sim 0,1 \text{ К}$ со временем отклика меньше 90 мс [38], при этом характерное время релаксации температуры больше 10 с [8]); с помощью датчика возможна быстрая коррекция расхода жидкости: так, если известно значение $Q(T_1)$ для вязкости жидкости $\mu(T_1)$, то для температуры T_2 производится замена величин $Q(T_2)$ на $(\mu(T_1)/\mu(T_2))Q(T_1)$.

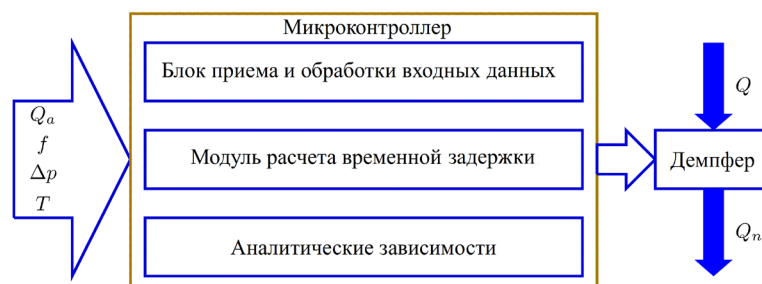


Рис. 9. Упрощенная схема устройства демпфирования

Схема механической части устройства демпфирования, которая реализует требуемые перемещения стенки трубчатого канала, приведена на рисунке 10. Аналогичный принцип работы используется в блочном испытательном устройстве ZwickRoell радиального сжатия стентов для коронарных сосудов [39], имеющем большие габариты. В последующем планируется разработка конструкции привода меньшего размера, обеспечивающего меньшее давление и ход лепестков диафрагмы, что позволит повысить скорость его работы.

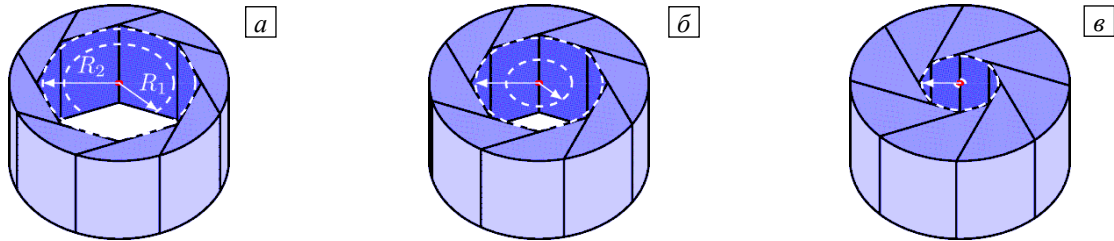


Рис. 10. Схема привода с радиальным сжатием трубки: исходное состояние (а); частичное сжатие (б); полное сжатие (в)

Для работы программного обеспечения системы управления демпфированием необходимо располагать следующими параметрами:

- коэффициентом передачи деформации k в уравнении (15), который зависит от материала трубки и находится либо путем вычисления деформации трубки, либо из натурального эксперимента;
- аппроксимацией расхода жидкости $Q_h(\Delta p, \Delta R_2)$ при течении через канал в 1-м режиме (режиме гидросопротивления (16)), которая устанавливается методом наименьших квадратов на основе числовых данных вычислительных или натуральных экспериментов для набора ΔR_2 и фиксированного значения Δp (так как $Q_h \sim \Delta p$);
- параметром γ_1 , не зависящим от геометрии или физических свойств жидкости и вычисляемым из (13);
- параметром γ_2 , определяющим нелинейный характер зависимости времени релаксации скорости τ_u от радиуса проходного отверстия гидросопротивления и получаемым из вычислительного эксперимента для промежуточного значения ΔR_2 (например, для $\Delta R_2 = 0,5kR_1$);
- параметром γ_3 , который во 2-м режиме работы демпфера (режиме осцилляции течения) участвует в описании уменьшения амплитуды колебания расхода жидкости при колебании течения вследствие инерции жидкости и ищется для заданных значений ΔR_2 и f путем вычислительного эксперимента;
- сдвигом фазы γ_4 между сигналом привода и перепадом давления δp , который зависит от частоты f изменения δp и определяется либо из вычислительного эксперимента, либо подстройкой фазы сигнала в натурном эксперименте (если перепад давления не является периодической функцией, то γ_4 может быть подстроен в ходе работы устройства, например, с помощью искусственных нейронных сетей).

Реализация процесса управления устройством демпфирования на базе полученных результатов и планируемые в дальнейшем стендовые испытания позволят уточнить методику, объединяющую систему управления приводом насоса, процесс течения в канале, выбор регулирующих параметров, оценку качества и робастность получаемых решений. Для исключения паразитных колебаний, вызванных запаздыванием обратной связи на этапе функционирования системы управления может потребоваться построение адаптивной схемы компенсации задержки с помощью искусственных нейронных сетей.

6. Заключение

Разработаны осесимметричная математическая и компьютерная модели устройства, управляющего расходом жидкости в канале и позволяющего эффективно сглаживать пульсации потока жидкости, создаваемые внешним источником. Модель реализована численно в программе FreeFem++. На основе результатов вычислительных экспериментов проведена аппроксимация зависимости расхода жидкости от амплитуды радиального сжатия микротрубки. Выведены аналитические формулы для расчетов зависимости расхода жидкости от величины радиального сжатия микротрубки в режиме стационарного гидросопротивления с целью создания осциллирующего течения. Предложен аналитический итерационный алгоритм демпфирования колебаний расхода жидкости.

Рассматриваемое устройство может работать в режимах как динамического гидросопротивления, так и сглаживания пульсаций потока, а также при их комбинации — в режиме одновременного регулирования и задания колебаний расхода жидкости. Полученные аналитические формулы могут использоваться в системе управления течением либо при заданном периодическом перепаде давления при замене $f_d(t)$ функцией

управления перепадом давления (количественный результат, приведен в тексте статьи), либо при произвольном непериодическом перепаде давления после обработки данных, поступающих с датчиков давления (результат качественный). При этом погрешность зависит от времени отклика датчика давления, времени отработки сигналов системой управления и инерционности привода насоса. Построенные алгоритмы не требуют значительных вычислительных ресурсов, так как основываются на аналитических зависимостях и могут применяться в системе управления демпфированием расхода жидкости в реальном времени.

Работа выполнена при поддержке государственного задания № 075-01134-23-00.

Литература

1. Ji W., Wang L. Industrial robotic machining: A review // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2019. Vol. 103. P. 1239-1255. <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03403-z>
2. Convery N., Gadegaard N. 30 years of microfluidics // *Micro and Nano Engineering*. 2019. Vol. 2. P. 76-91. <https://doi.org/10.1016/j.mne.2019.01.003>
3. Microfluidics based microsystems: Fundamentals and applications / eds. S. Kakaç, B. Kosoy, D. Li, A. Pramuanjaroenkij. Dordrecht: Springer, 2010. 615 p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9029-4>
4. Lumia R., Shahinpoor M. IPMC microgripper research and development // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2008. Vol. 127. 012002. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/127/1/012002>
5. Даринцев О.В., Мигранов А.Б. Капиллярный микрозахват с обратной связью. Патент РФ № 2261795 от 10.10.2005 г.
6. Darintsev O. Microgrippers: Principle of operation, construction, and control method // *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"* / eds. A. Ronzhin, V. Shishlakov. Singapore: Springer, 2021. P. 25-37. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_2
7. Afshari F. Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators // *J. Therm. Anal. Calorim.* 2021. Vol. 144. P. 855-868. <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09500-6>
8. Насибуллаев И.Ш., Даринцев О.В. Компьютерное двумерное моделирование системы жидкостного охлаждения микрозахвата // *Вычислительные технологии*. 2021. Т. 26, № 2. С. 4-20. <https://doi.org/10.25743/ICT.2021.26.2.002>
9. Brennen Ch.E. *Hydrodynamics of pumps*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 270 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511976728>
10. Mohith S., Karanth P.N., Kulkarni S.M. Recent trends in mechanical micropumps and their applications: A review // *Mechatronics*. 2019. Vol. 60. P. 34-55. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2019.04.009>
11. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Шейнак А.А. Гидравлика и гидропневмопривод. Ч. 2. Гидравлические машины и гидропневмопривод. М.: МГИУ, 2003. 352 с.
12. McComb D. Sizing pulsation dampeners is critical to effectiveness // *Pumps & Systems*. 2014. No. 4. <https://www.pumpsandsystems.com/sizing-pulsation-dampeners-critical-effectiveness> (дата обращения: 04.09.2023).
13. Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Даринцев О.В. Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20, № 12. С. 740-750. <https://doi.org/10.17587/mau.20.740-750>
14. Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V., Nasibullaeva E.Sh., Bogdanov D.R. Piezoelectric micropumps for microrobotics: Operating modes simulating and analysis of the main parameters of the fluid flow generation // *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"* / eds. A. Ronzhin, V. Shishlakov. Singapore: Springer, 2021. P. 525-536. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_43
15. Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V. Computer axisymmetric model of a piezoelectric micropump // *JESTR*. 2021. Vol. 14. P. 152-164. <https://doi.org/10.25103/jestr.142.19>
16. Chandrasekaran A., Packirisamy M. A study of cavitating and non-cavitating performances of valveless micropump through dynamic measurement of chamber pressure // *J. Micromech. Microeng.* 2015. Vol. 25. 035006. <https://doi.org/10.1088/0960-1317/25/3/035006>
17. Насибуллаев И.Ш., Даринцев О.В. Двумерная динамическая модель взаимодействия жидкости и пьезоэлектрического привода с поперечным изгибом в плоском канале // *Многофазные системы*. 2019. Т. 14, № 4. С. 220-232. <https://doi.org/10.21662/mfs2019.4.029>
18. Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н., Жучкова О.С., Зайцева О.Н. Синхронные колебания двух пластин в вязкой несжимаемой жидкости // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2022. Т. 15, № 4. С. 429-437. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.33>
19. Truong B.N.M., Ahn K.K. Modeling, control and experimental investigation of time-average flow rate of a DEAP actuator based diaphragm pump // *Int. J. Precis. Eng. Manuf.* 2017. Vol. 18. P. 1119-1129. <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0131-3>
20. Azouz A.B., Murphy S., Karazi Sh., Vázquez M., Brabazon D. Fast fabrication process of microfluidic devices based on cyclic olefin copolymer // *Materials and Manufacturing Processes*. 2014. Vol. 29. P. 93-99. <https://doi.org/10.1080/10426914.2013.811739>
21. Zeng P., Li L., Dong J., Cheng G., Kan J., Xu F. Structure design and experimental study on single-bimorph double-acting check-valve piezoelectric pump // *Proc. Inst. Mech. Eng. C Mech. Eng. Sci.* 2016. Vol. 230. P. 2339-2344. <https://doi.org/10.1177/0954406215596357>
22. Olsson A., Stemme G., Stemme E. A valve-less planar fluid pump with two pump chambers // *Sensors and Actuators A: Physical*. 1995. Vol. 47. P. 549-556. [https://doi.org/10.1016/0924-4247\(94\)00960-P](https://doi.org/10.1016/0924-4247(94)00960-P)
23. Dhananchezhian P., Hiremath S.S. Optimization of multiple micro pumps to maximize the flow rate and minimize the flow pulsation // *Procedia Technology*. 2016. Vol. 25. P. 1226-1233. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.08.212>
24. Ландау Л., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика*. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 737 с.
25. Durand B., Delvare F., Bailly P. Numerical solution of Cauchy problems in linear elasticity in axisymmetric situations // *Int. J. Solids Struct.* 2011. Vol. 48. P. 3041-3053. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.06.017>

26. Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Даринцев О.В. Изучение течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом канал // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 3. С. 1-10. <https://doi.org/10.21662/mfs2018.3.001>
27. Hecht F. New development in FreeFem++ // J. Numer. Math. 2012. Vol. 20. P. 251-265. <https://doi.org/10.1515/jnum-2012-0013>
28. Knabner P., Angermann L. Numerical methods for elliptic and parabolic partial differential equations. Springer New York, 2003. 426 p. <https://doi.org/10.1007/b97419>
29. Муслев С.А., Поляков Д.И., Лотков А.И., Степанов А.Г., Арутюнов С.Д. Измерение и расчет параметров механических свойств силиконового каучука // Изв. вузов. Физика. 2020. Т. 63, № 9. С. 68-71. <https://doi.org/10.17223/00213411/63/9/68>
30. Crittenden J.C., Trussell R.R., Hand D.W., Howe K.J., Tchobanoglous G. MWH's water treatment: Principles and design. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012. 1901 p. <https://doi.org/10.1002/9781118131473>
31. Batchelor G.K. An introduction to fluid dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 615 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800955>
32. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
33. Насибуллаев И.Ш. Аналитический анализ переключения рабочего режима в двумерной модели системы жидкостного охлаждения микрозахвата // Вестник УГАТУ. 2021. Т. 25, № 3(93). С. 120-131. https://doi.org/10.54708/19926502_2021_25393120
34. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Г. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. 636 с.
35. Бочкарёв С.А., Леомицев С.В. Численное исследование влияния граничных условий на гидроупругую устойчивость двух параллельных пластин, взаимодействующих со слоем текущей идеальной жидкости // Вычисл. мех. сплош. сред. 2015. Т. 8, № 4. С. 423-432. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.4.36>
36. Meunier L., Chagnon G., Favier D., Orgéas L., Vacher P. Mechanical experimental characterisation and numerical modelling of an unfilled silicone rubber // Polymer Test. 2008. Vol. 27. P. 765-777. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2008.05.011>
37. Zhao P., Wu P., Zhang D., Ding X., Jiang Y. Cantilever-based differential pressure sensor with a bio-inspired bristled configuration // Biomim. 2021. Vol. 16. 055011. <https://doi.org/10.1088/1748-3190/ac1919>
38. Su Y., Ma C., Chen J., Wu H., Luo W., Peng Y., Luo Z., Li L., Tan Y., Omisore O.M., Zhu Z., Wang L., Li H. Printable, highly sensitive flexible temperature sensors for human body temperature monitoring: A review // Nanoscale Res. Lett. 2020. Vol. 15. 200. <https://doi.org/10.1186/s11671-020-03428-4>
39. <https://www.zwickroell.com/industries/medicalpharmaceutical/catheters-and-stents/testing-on-stents> (дата обращения: 24.11.2022).

References

1. Ji W., Wang L. Industrial robotic machining: A review. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2019, vol. 103, pp. 1239-1255. <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03403-z>
2. Convery N., Gadegaard N. 30 years of microfluidics. *Micro and Nano Engineering*, 2019, vol. 2, pp. 76-91. <https://doi.org/10.1016/j.mne.2019.01.003>
3. Kakaç S., Kosoy B., Li D., Pramuanjaroenkij A. (eds.) *Microfluidics based microsystems: Fundamentals and applications*. Dordrecht, Springer, 2010. 615 p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9029-4>
4. Lumia R., Shahinpoor M. IPMC microgripper research and development. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2008, vol. 127, 012002. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/127/1/012002>
5. Darintsev O.V., Migranov A.B. Capillary micro capture with feedback. RF Patent No. 2,261,795, Byill. Izobret., 10 October 2005.
6. Darintsev O. Microgrippers: Principle of operation, construction, and control method. *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*, eds. A. Ronzhin, V. Shishlakov. Singapore, Springer, 2021. Pp. 25-37. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_2
7. Afshari F. Experimental and numerical investigation on thermoelectric coolers for comparing air-to-water to air-to-air refrigerators. *J. Therm. Anal. Calorim.*, 2021, vol. 144, pp. 855-868. <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09500-6>
8. Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V. Computer 2D modelling of a micro-grip fluid cooling system. *Vychislitel'nyye tekhnologii – Computational Technologies*, 2021, vol. 26, no. 2, pp. 4-20. <https://doi.org/10.25743/ICT.2021.26.2.002>
9. Brennen Ch.E. *Hydrodynamics of pumps*. Cambridge, Cambridge University Press, 2011. 270 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511976728>
10. Mohith S., Karanth P.N., Kulkarni S.M. Recent trends in mechanical micropumps and their applications: A review. *Mechatronics*, 2019, vol. 60, pp. 34-55. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2019.04.009>
11. Lepeshkin A.V., Mikhaylin A.A., Sheypak A.A. *Gidravlika i gidropnevmoprivod. Ch. 2. Gidravlicheskiye mashiny i gidropnevmoprivod [Hydraulics and hydraulic pneumatic drive. Vol. 2. Hydraulic machines and hydropneumatic drive]*. Moscow, Moscow State Industrial University, 2003. 352 p.
12. McComb D. Sizing pulsation dampeners is critical to effectiveness. *Pumps & Systems*, 2014, no. 4. <https://www.pumpsandsystems.com/sizing-pulsation-dampeners-critical-effectiveness> (accessed 4 September 2023).
13. Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V. Simulation of fluid flow through a elastic microchannel deformed by a piezoelement in microgrip cooling systems]. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 740-750. <https://doi.org/10.17587/mau.20.740-750>
14. Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V., Nasibullaeva E.Sh., Bogdanov D.R. Piezoelectric micropumps for microrobotics: Operating modes simulating and analysis of the main parameters of the fluid flow generation. *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*, eds. A. Ronzhin, V. Shishlakov. Singapore, Springer, 2021. Pp. 525-536. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5580-0_43

15. Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V. Computer axisymmetric model of a piezoelectric micropump. *JESTR*, 2021, vol. 14, pp. 152-164. <https://doi.org/10.25103/jestr.142.19>
16. Chandrasekaran A., Packirisamy M. A study of cavitating and non-cavitating performances of valveless micropump through dynamic measurement of chamber pressure. *J. Micromech. Microeng.*, 2015, vol. 25, 035006. <https://doi.org/10.1088/0960-1317/25/3/035006>
17. Nasibullayev I.Sh., Darintsev O.V. Two-dimensional dynamic model of the interaction of a fluid and a piezoelectric bending actuator in a plane channel. *Mnogofaznyye sistemy – Multiphase Systems*, 2019, vol. 14, no. 4, pp. 220-232. <https://doi.org/10.21662/mfs2019.4.029>
18. Kamalutdinov A.M., Nuriev A.H., Zhuchkova O.C., Zaitseva O.H. Synchronous oscillations of two plates in a viscous incompressible fluid. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2022, vol. 15, no. 4, pp. 429-437. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.33>
19. Truong B.N.M., Ahn K.K. Modeling, control and experimental investigation of time-average flow rate of a DEAP actuator based diaphragm pump. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2017, vol. 18, pp. 1119-1129. <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0131-3>
20. Azouz A.B., Murphy S., Karazi Sh., Vázquez M., Brabazon D. Fast fabrication process of microfluidic devices based on cyclic olefin copolymer. *Materials and Manufacturing Processes*, 2014, vol. 29, pp. 93-99. <https://doi.org/10.1080/10426914.2013.811739>
21. Zeng P., Li L., Dong J., Cheng G., Kan J., Xu F. Structure design and experimental study on single-bimorph double-acting check-valve piezoelectric pump. *Proc. Inst. Mech. Eng. C Mech. Eng. Sci.*, 2016, vol. 230, pp. 2339-2344. <https://doi.org/10.1177/0954406215596357>
22. Olsson A., Stemme G., Stemme E. A valve-less planar fluid pump with two pump chambers. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1995, vol. 47, pp. 549-556. [https://doi.org/10.1016/0924-4247\(94\)00960-P](https://doi.org/10.1016/0924-4247(94)00960-P)
23. Dhananchezhian P., Hiremath S.S. Optimization of multiple micro pumps to maximize the flow rate and minimize the flow pulsation. *Procedia Technology*, 2016, vol. 25, pp. 1226-1233. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.08.212>
24. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Course of theoretical physics. Vol. 6. Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1987. 558 p.
25. Durand B., Delvare F., Bailly P. Numerical solution of Cauchy problems in linear elasticity in axisymmetric situations. *Int. J. Solids Struct.*, 2011, vol. 48, pp. 3041-3053. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.06.017>
26. Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Darintsev O.V. Study of fluid flow through a channel deformed by piezoelement. *Mnogofaznyye sistemy – Multiphase Systems*, 2018, vol. 13, no. 3, pp. 1-10. <https://doi.org/10.21662/mfs2018.3.001>
27. Hecht F. New development in FreeFem++. *J. Numer. Math.*, 2012, vol. 20, pp. 251-265. <https://doi.org/10.1515/jnum-2012-0013>
28. Knabner P., Angermann L. *Numerical methods for elliptic and parabolic partial differential equations*. Springer New York, 2003. 426 p. <https://doi.org/10.1007/b97419>
29. Muslov S.A., Polyakov D.I., Lotkov A.I., Stepanov A.G., Arutyunov S.D. Measurement and calculation of mechanical properties of silicone rubber. *Russ. Phys. J.*, 2021, vol. 63, pp. 1525-1529. <https://doi.org/10.1007/s11182-021-02201-z>
30. Crittenden J.C., Trussell R.R., Hand D.W., Howe K.J., Tchobanoglous G. *MWH's water treatment: Principles and design*. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2012. 1901 p. <https://doi.org/10.1002/9781118131473>
31. Batchelor G.K. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. 615 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800955>
32. Abramowitz M., Stegun I. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York, United States Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1964. 1046 p.
33. Nasibullayev I.Sh. Analytical analysis of operating mode switching in a 2D model of a fluid cooling system of the microgrip. *Vestnik UGATU – Scientific journal of Ufa State Aviation Technical University*, 2021, vol. 25, no. 3(93), pp. 120-131. https://doi.org/10.54708/19926502_2021_25393120
34. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennyye metody [Numerical methods]*. Moscow, Laboratoriya Bazovykh Znaniy, 2000. 636 p.
35. Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V. Numerical investigation of the effect of boundary conditions on hydroelastic stability of two parallel plates interacting with a layer of ideal flowing fluid. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2016, vol. 57, pp. 1254-1263. <https://doi.org/10.1134/S002189441607004X>
36. Meunier L., Chagnon G., Favier D., Orgéas L., Vacher P. Mechanical experimental characterisation and numerical modelling of an unfilled silicone rubber. *Polymer Test.*, 2008, vol. 27, pp. 765-777. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2008.05.011>
37. Zhao P., Wu P., Zhang D., Ding X., Jiang Y. Cantilever-based differential pressure sensor with a bio-inspired bristled configuration. *Bioinspir. Biomim.*, 2021, vol. 16, 055011. <https://doi.org/10.1088/1748-3190/ac1919>
38. Su Y., Ma C., Chen J., Wu H., Luo W., Peng Y., Luo Z., Li L., Tan Y., Omisore O.M., Zhu Z., Wang L., Li H. Printable, highly sensitive flexible temperature sensors for human body temperature monitoring: A review. *Nanoscale Res. Lett.*, 2020, vol. 15, 200. <https://doi.org/10.1186/s11671-020-03428-4>
39. <https://www.zwickroell.com/industries/medicalpharmaceutical/catheters-and-stents/testing-on-stents> (accessed 24.11.2022).

Поступила в редакцию 01.12.2022; после доработки 01.03.2023; принята к опубликованию 02.03.2023

Сведения об авторах

Насибуллаев Ильдар Шамилович, кфмн, снс, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН (ИМех УФИЦ РАН), 450054, г. Уфа, пр-т Октября, д. 71; e-mail: sp.ishn@gmail.com
Насибуллаева Эльвира Шамиловна, кфмн, доц., снс, ИМех УФИЦ РАН; e-mail: elvira@anrb.ru
Дариццев Олег Владимирович, дтн, проф., гнс, ИМех УФИЦ РАН; e-mail: ovd@uimech.org