

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.3.24](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.3.24)

УДК 532.23, 534-143

## ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ ДВОЙНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИ ВИБРАЦИЯХ

Н.В. Козлов<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Численно решается задача о развитии конвекции двойной диффузии в плоском слое при воздействии приложенных извне вибраций. Рассматривается двухслойная система смешивающихся жидкостей, помещённая в вертикальные поля силы тяжести и продольных поступательных вибраций. Первое является генератором конвекции: вследствие различия скоростей диффузии у разных растворённых веществ в слое формируются неустойчиво стратифицированные жидкие области. В качестве растворителя используется вода. Нижний слой образован раствором хлорида натрия, а верхний – раствором глюкозы. Нижний слой имеет более высокую плотность, чем верхний. В начальный момент времени система устойчиво стратифицирована. Задача решается в двумерной нестационарной постановке с применением коммерческого пакета ANSYS Fluent. Изучается изменение в поведении жидкостей под действием вибраций. Исследуются конвективные структуры и профили плотности при различной величине вибрационных ускорений, а также эволюция конвективных характеристик. Характер реакции системы на вибрации анализируется в двух аспектах: глобальном и локальном. Глобальный анализ подразумевает описание процессов, протекающих в масштабах всего слоя, а локальный фокусируется на динамике отдельных конвективных структур. Основной эффект от воздействия вибраций заключается в замедлении конвекции. В глобальном масштабе это выражается в снижении скорости роста конвективных структур; со временем эффект становится более заметным (накапливается). В локальном масштабе при сравнительно невысоких вибрационных ускорениях происходит задержка начала конвекции, а при высоких ускорениях конвективные структуры переориентируются и растут в горизонтальном направлении. Полученные результаты могут быть использованы при разработке методов вибрационного управления системами с реакцией/диффузией.

*Ключевые слова:* конвекция двойной диффузии, вибрации, прямое численное моделирование, смешивающиеся жидкости

## DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF DOUBLE-DIFFUSIVE CONVECTION AT VIBRATIONS

N.V. Kozlov<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation<sup>2</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

The problem of the evolution of double-diffusive convection in a plane layer under the action of external vibrations is solved numerically. A two-layered system of miscible fluids placed in the vertical fields of gravity and linear translational vibrations is considered. The former is the generator of convection: due to the difference in the diffusivity of the species dissolved, unstably stratified fluid regions are formed in the layer. Water is used as a continuous medium. The bottom layer is the solution of sodium chloride and it has a higher density than the top layer formed by the glucose solution. Initially, the system is stably stratified. The problem is solved in a two-dimensional transitional formulation by means of the ANSYS Fluent commercial software. The change in the behavior of fluids under the action of vibrations is studied. Convective structures and density profiles at different vibrational acceleration magnitudes, as well as the evolution of convective characteristics, are considered. Analysis of the system behavior is conducted in two aspects: global and local. Global analysis implicates the description of the processes taking place in the scale of the entire layer, and local analysis focuses on the dynamics of separate convective structures. The main vibration effect results in the convection slowdown. In the global scale, this manifests itself as a decrease in the growth rate of the convective structures; the magnitude of this effect increases (is stored) with time. In the local scale, under relatively low vibrational accelerations, the convection onset is delayed, whereas at high accelerations the growth of convective structures is reoriented along the horizontal direction. The results obtained can be used to develop vibratory control methods for diffusive-reactive systems.

*Key words:* double-diffusive convection, vibration, direct numerical simulation, miscible fluids

### 1. Введение

Вторая половина двадцатого века отмечена успехами в вибрационном управлении неоднородными по плотности гидродинамическими системами, в частности, речь идёт о вибрационной стабилизации — подавлении неустойчивости Релея–Тейлора. В первых работах рассматривались системы с границей раздела, то есть имеющие ступенчатый профиль распределения плотности, в частности, перевёрнутый слой, в котором непосредственно под более плотной жидкостью располагается менее плотная или воздух [1]. В случае смешивающихся жидкостей наблюдалась кратковременная стабилизация [2, 3]. В течение последующих десятилетий в теоретических [4–6] и экспериментальных [7] работах аналогичный эффект стабилизации обнаружен при изучении динамики систем, стратифицированных вследствие стационарного нагрева плоского слоя. В экспериментах [8] достигнута вибрационная стабилизация фронта оседающей ожиженной сыпучей среды. Общей чертой всех описанных гидродинамических систем является неоднородное распределение их плотности. Как следствие, из-за различия в инерционных свойствах, смежные объёмы жидкости подвержены ориентирующему воздействию переменного инерционного поля,

порождаемого колебаниями системы. В случае, когда колебания направлены вдоль градиента плотности, возможна стабилизация неустойчиво стратифицированного слоя [4].

Отдельно стоит отметить дестабилизирующую роль вибраций. Во-первых, при высокой интенсивности колебаний возможно возбуждение параметрического резонанса на границе как несмешивающихся [1, 9], так и смешивающихся жидкостей [10–12]. Во-вторых, в случае, когда вибрации направлены поперёк градиента плотности, например, вдоль границы раздела жидкостей [1, 8, 13], на последней формируется квазистационарный рельеф, обусловленный неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца. Аналогичный рельеф характерен и для смешивающихся систем [14–17].

Одним из источников неоднородного распределения плотности является массоперенос, имеющий место при химической реакции или диффузии. В присутствии в растворе веществ, имеющих различную скорость диффузии, возможна аккумуляция одного из них и, вследствие локального повышения концентрации, формирование областей с неустойчивой стратификацией. Это приводит к развитию одного из видов неустойчивости: неустойчивости двойного слоя, или двойной диффузии, или концентрационно зависимой диффузии [18, 19]. В подобных системах выбор режима конвекции определяется парой параметров [18]: отношением приращений плотности в начальный момент времени  $R_p \equiv (\beta_2 C_2 / (\beta_1 C_1))|_{t=0}$  и отношением коэффициентов диффузии  $D_2/D_1$ . Индексы 1 и 2 обозначают, соответственно, верхний и нижний слои жидкости.

Остановимся подробнее на конвекции двойной диффузии: она наблюдается, если оба параметра больше единицы, и соотносятся определённым образом [18] (см. Рис. 1а). Широко распространённая лабораторная модель конвекции двойной диффузии — пальчиковая неустойчивость, развивающаяся на границе между растворами глюкозы и хлорида натрия. Соответствующие лабораторные исследования описаны, например, в работах [20–23]. Отличительная особенность смешивающихся систем, в которых протекает реакция или диффузия, заключается в том, что их динамика характеризуется нестационарностью и хаотичностью. Из-за множественных перестроений конвективных структур ряд характеристик, измеряемых в эксперименте, таких как, например, высота плюмов, между различными реализациями в точности не воспроизводятся [24].

Поведению в поле вибраций реагирующих систем посвящено небольшое число публикаций. В работе [25] теоретически рассматривается действие вертикальных вибраций на двухслойную систему жидкостей, заполняющих пористую среду. В численных экспериментах [26] показано, что действие вертикальных низкочастотных вибраций на двухслойную систему смешивающихся реагирующих жидкостей вызывает возбуждение параметрического резонанса. В экспериментальном исследовании [27], в выбранном диапазоне вибрационных ускорений обнаружено замедление хемоконвекции, возникающей при протекании реакции нейтрализации. Это заметно по снижению характерной скорости конвекции.

В настоящей работе проводится прямое численное моделирование конвекции двойной диффузии в условиях, когда начально устойчивая двухслойная система смешивающихся жидкостей помещена в переменное вертикальное инерционное поле. В трудах конференции [28] автором опубликованы предварительные результаты, соответствующие такой постановке. В настоящей работе продолжается изучение конвекции двойной диффузии в поле вибраций, представлены новые результаты, проводится подробный теоретический анализ.

## 2. Постановка задачи

Задача решается в двумерной постановке. Рассматривается прямоугольный слой высотой  $H = 0,1$  м и шириной  $L = 0,05$  м. Вектор силы тяжести направлен вертикально вниз, расположение осей координат  $x$  и  $y$  показано на рисунке 1б. Слой образован равными объёмами смешивающихся жидкостей, в начальный момент времени соприкасающихся по горизонтальной границе на высоте  $y = 0,05$  м. Жидкости отличаются плотностями и в начальный момент стратифицированы устойчиво. Верхний полуслой состоит из водного раствора глюкозы  $C_6H_{12}O_6$  с начальной концентрацией  $C_1|_{t=0} = 0,0318$ , а нижний — из водного раствора хлорида натрия  $NaCl$  с  $C_2|_{t=0} = 0,0344$ . Для раствора глюкозы коэффициент диффузии составляет  $D_1 = 4,878 \cdot 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с, коэффициент объёмного расширения  $\beta_1 = -0,3719$ , тогда как для соли, соответственно,  $D_2 = 1,477 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с и  $\beta_2 = -0,6892$  [29]. Коэффициенты диффузии определены в работе [29] для зоны смешения растворов соли и сахара. Коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  определены как  $\beta_i = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial C_i)$  [30]. Их отрицательные значения указывают на то, что плотность раствора повышается с концентрацией вещества. В начальный момент времени система имеет ступенчатый профиль вертикального распределения плотности и описывается критерием устойчивости  $R_p \equiv \beta_2 C_2 / (\beta_1 C_1)|_{t=0} = 2,00$  и критерием диффузии  $D_2/D_1 = 3,03$ . Это соответствует режиму отложенной конвекции двойной диффузии (Рис. 1а, точка). Слой находится в поле вертикальных поступательно-возвратных вибраций.

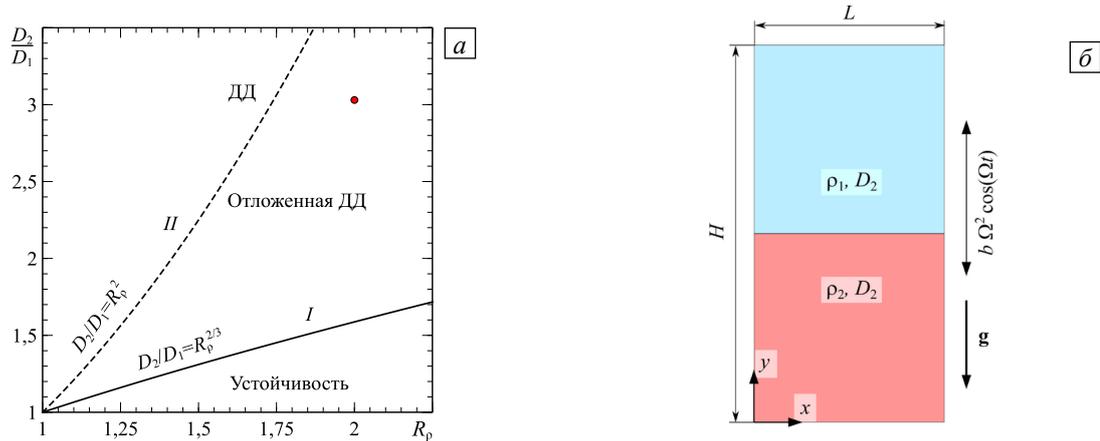


Рис. 1. К постановке задачи: карта режимов конвекции двойной диффузии (ДД) [18] (точка соответствует режиму, обсуждаемому в настоящем исследовании) (а); диаграмма двухжидкостного слоя (б)

### 2.1. Численная модель

Для выполнения численного моделирования применялся коммерческий пакет ANSYS Fluent. Был задействован двумерный нестационарный решатель на основе давления. Из внутренней библиотеки Fluent использовались ламинарная модель (Laminar) и модель переноса вещества (Species Transport). Жидкость в рабочем объёме представлялась как трёхкомпонентная смесь, состоящая из воды H<sub>2</sub>O, хлорида натрия NaCl и глюкозы C<sub>6</sub>H<sub>12</sub>O<sub>6</sub>. Плотность смеси рассчитывалась по закону объёмно взвешенного смешения. Массоперенос описывался законом Фика с постоянными значениями коэффициентов диффузии для каждого вещества. Динамическая вязкость жидкости во всём слое принималась равной  $\eta = 0,001 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$ , поскольку, согласно справочнику [31], в рассматриваемом диапазоне концентраций её изменение несущественно. Для моделирования вертикальных вибраций вводилась движущаяся система отсчёта: посредством пользовательской функции (UDF) к скорости каждого элемента жидкости прибавлялась величина  $(0, b\Omega \cos(\Omega t), 0)$ , где  $b$  и  $\Omega$  — амплитуда и циклическая частота колебаний в размерных единицах.

При принятых выше параметрах задаче о развитии конвекции двойной диффузии в плоском слое при воздействии приложенных извне вибраций соответствует следующая система уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} - \mathbf{e}_y \rho g + \mathbf{e}_y \rho b \Omega^2 \cos(\Omega t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_i) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} C_i) = -\nabla \cdot \mathbf{J}_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_i = -\rho D_i \nabla C_i. \quad (3)$$

Здесь: (1) — уравнение Навье–Стокса; (2) — закон сохранения массы; (3) — закон Фика. Скорость  $\mathbf{v}$ , кинематическая вязкость  $\nu$  и давление  $p$  вычисляются для смеси. Массовая доля  $C_i$ , коэффициент диффузии  $D_i$  и поток массы  $\mathbf{J}_i$  рассчитываются для каждого компонента смеси. Уравнения (2) и (3) решаются независимо для каждого вещества; индекс  $i$  указывает либо на глюкозу, либо на хлорид натрия. На всех четырёх границах слоя выполняются условия непроницаемости и прилипания.

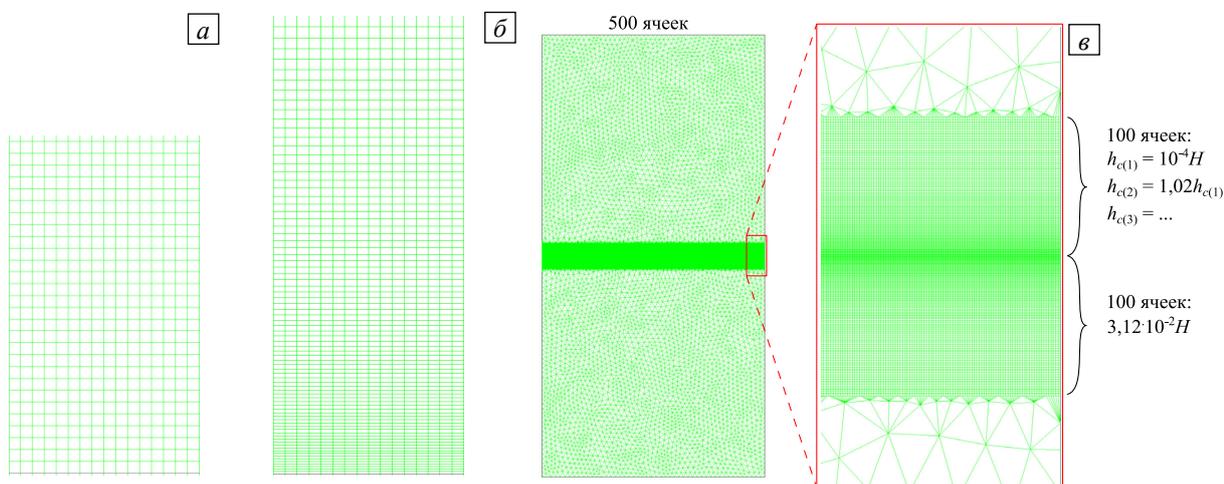
При решении использовались следующие методы. Скорость и давление рассчитывались по связанной схеме. Дискретизация градиентов по пространству осуществлялась методом наименьших квадратов на основе ячеек. Для пространственной дискретизации давления применялась схема «PRESTO!», тогда как для нахождения импульса и переноса вещества — схема «MUSCL третьего порядка». Дискретизация по времени производилась в неявной постановке разностными схемами 2-го порядка. Число Куранта равнялось 200. В отсутствие вибраций шаг по времени составлял  $t_{sg} = 0,025 \text{ с}$ , что в единицах диффузионного времени соответствует  $t_{sg} D_2 / H^2 = 3,693 \cdot 10^{-9}$ . Расчёты при вибрациях выполнены для частоты  $f = 40,0 \text{ Гц}$  ( $\Omega = 2\pi f = 251,3 \text{ рад/с}$ ) и амплитуды в диапазоне  $b = (0 \div 10) \cdot 10^{-3} \text{ м}$  при шаге по времени  $t_{sv} = 0,01 f^{-1} = 0,00025 \text{ с}$ , что в безразмерном виде равняется  $t_{sv} D_2 / H^2 = 3,693 \cdot 10^{-11}$ . Рассчитанное согласно заданным параметрам безразмерное ускорение составило  $\Gamma = b \Omega^2 / g = 0 \div 65$ .

### 3. Параметры сетки и тестирование численной модели

При расчётах использовались две сетки: структурированная с постоянным пространственным шагом по горизонтали и по вертикали (Рис. 2а) и гибридная, состоящая из структурированной со сгущением в зоне контакта растворов (Рис. 2б) и нерегулярной сетки вдали от зоны контакта (Рис. 2в). В обоих случаях структурированные участки сетки имели одинаковый горизонтальный (основной) шаг  $l_c$ . Для определения его оптимального значения были протестированы на сходимость четыре структурированные сетки при величине пространственного шага:  $L/200$ ,  $L/250$ ,  $L/400$ ,  $L/500$ . Это соответствует значениям в миллиметрах: 0,25; 0,2; 0,125; 0,1. Выбор оптимального шага осуществлялся путем оценки величины средней объёмной концентрации хлорида натрия в верхнем полуслое (начальное значение 0)

$$C_{2\text{vol}_1} = (1/V_1) \int_{V_1} C_2 dV$$

в момент времени  $t = 30,0$  с (в безразмерных единицах равняется  $\tau = (tD_2/H^2) \cdot 10^6 = 4,43$ ), предшествующий началу конвекции. Здесь  $V_1$  — объём верхней половины слоя. Различие в величине концентрации составило: 4,6% — при шагах 0,25 и 0,2; 4,2% — при 0,2 и 0,125; 0,84% — при 0,125 и 0,1. Исходя из этого было принято решение, что шаг 0,1 мм ( $10^{-3}H$ ) обеспечивает достаточную точность вычислений. На рисунке 3а приведены временные зависимости концентрации для четырёх сеток.



**Рис. 2.** Расчётные сетки: фрагмент однородной сетки, верхний полуслой непосредственно над линией контакта (а); фрагмент сетки со сгущением, верхний полуслой непосредственно над линией контакта (б); гибридная сетка в увеличенном масштабе (в)

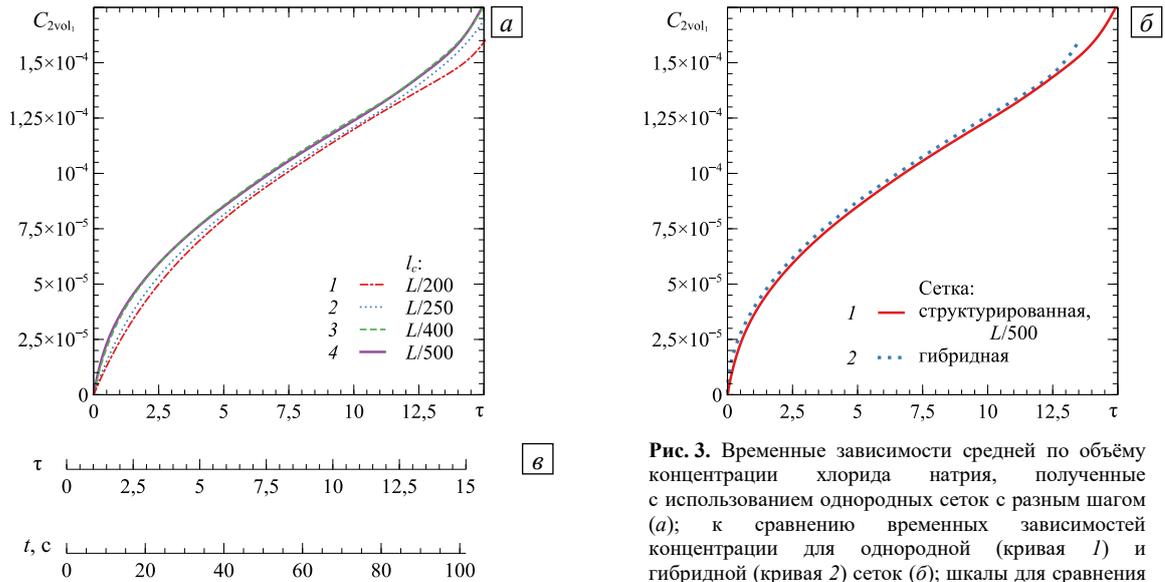
В соприкосновении с начальной линией контакта для получения профилей плотности с высоким разрешением использовалась сетка со сгущением (Рис. 2в). В горизонтальном направлении (по оси  $x$ ) она, как и однородная сетка, имела 500 ячеек равной ширины  $l_c = 10^{-3}H$ . Сверху и снизу от линии контакта гибридная сетка включала по 100 рядов мелких ячеек. Толщина ячеек первого ряда — размер в направлении оси  $y$ , составляла  $h_{c(1)} = 10^{-4}H$ , а у ячеек каждого последующего ряда она увеличивалась по закону:  $h_{c(i)} = 1,02h_{c(i-1)}$ . По мере удаления от зоны контакта ячейки гибридной сетки постепенно стремились к форме квадрата и приходили в согласование в размерах с ячейками структурированной сетки. Кроме того, для ускорения расчётов на расстоянии от зоны контакта большем, чем  $3,12 \cdot 10^{-2}H$ , применялись треугольные ячейки с грубым шагом. Таким образом, гибридная сетка проектировалась для исследования лишь начального этапа конвекции.

Для сравнения структурированной и гибридной сеток воспользуемся тем же критерием —  $C_{2\text{vol}_1}$  (Рис. 3б). В момент времени  $\tau = 4,43$  отличие между структурированной (кривая 1) и гибридной (кривая 2) сетками составляет 2,8%. Как видно, результаты, полученные на структурированной и гибридной сетках, удовлетворительно согласуются. Кривая 2 на рисунке ограничена справа моментом  $\tau = 13,44$  ( $t = 91$  с), после которого конвективные структуры выходят за пределы подробной сетки, и расчёты прекращаются.

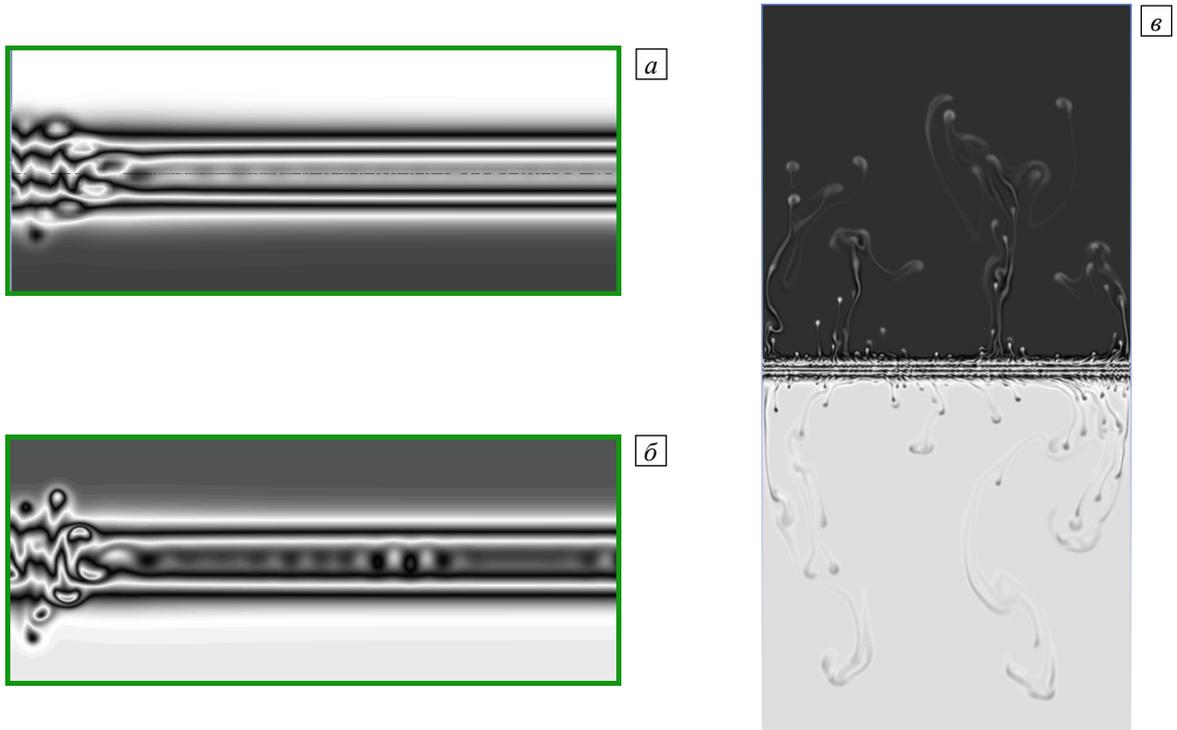
На ранних стадиях режима отложенной конвекции двойной диффузии в течение некоторого времени происходит накопление вещества, сопровождающееся ростом ширины диффузионной зоны. По прошествии времени  $\tau \approx 4$  внутри диффузионной зоны начинается конвекция в виде всплывающих и тонущих «пальцев» (Рис. 4). На этом и последующих рисунках для изображения численных результатов

используется периодическая цветовая шкала в градациях серого цвета. При этом значение плотности передаётся не по уровню цвета, а по его градиенту. По внешнему виду это напоминает интерферограмму, однако выбор количества полос сделан произвольно, исходя из удобства зрительного восприятия. Первые структуры формируются вблизи вертикальных стенок. Очевидно, это связано с отсутствием горизонтального переноса массы через последние, что приводит к ускоренной аккумуляции вещества. Поля плотности, полученные на однородной и гибридной сетках, качественно согласуются (см. Рис. 4а, 4б для момента  $\tau = 11,8$ ). Гибридная сетка обеспечивает более высокое разрешение. На длительных интервалах наблюдаются рост и трансформация всплывающих плюмов (Рис. 4в).

В дальнейшем вибрационные эффекты рассматриваются на основе расчётов, выполненных на гибридной сетке. Проведённые тесты показали, что вибрации не оказывают влияния на динамику системы на начальном этапе, поэтому для временного интервала  $0 < \tau < 2,22$  (первые 600 шагов  $t_{sg}$ ) расчёты выполнены только при отсутствии вибраций.



**Рис. 3.** Временные зависимости средней по объёму концентрации хлорида натрия, полученные с использованием однородных сеток с разным шагом (а); к сравнению временных зависимостей концентрации для однородной (кривая 1) и гибридной (кривая 2) сеток (б); шкалы для сравнения безразмерного и размерного времени (в)



**Рис. 4.** Карты плотности в градациях серого цвета, имитирующие интерференционные картины; при  $\tau = 11,8$  наблюдается ранняя стадия развития конвекции в диффузионной зоне (а, б), при  $\tau = 30,3$  – конвекция в масштабе всей ячейки (в) (рисунки (а, в) получены на однородной сетке, (б) – на гибридной сетке)

### 3.1. Сравнение численных и экспериментальных результатов

Для случая свободной конвекции выполнено сравнение результатов расчётов и экспериментов (Рис. 5). В эксперименте использовались интерферометр Физо и ячейка Хеле-Шоу с толщиной зазора  $d = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м. Высота и ширина ячейки совпадают с размерами численной модели: 0,1 м и 0,05 м. Конструкция ячейки и системы формирования начальной двухслойной системы подробно описаны в экспериментальной работе [27]. Эксперименты показывают (Рис. 5а), что вследствие различной скорости диффузии примесей вблизи начальной зоны контакта полуслоев постепенно проявляется локальный неустойчивый профиль плотности, который в случае отложенного режима конвекции двойной диффузии находится внутри диффузионной зоны. Постепенно на интерферограмме становятся различимыми конвективные структуры в виде «пальцев», появляющихся на границах диффузионного слоя и впоследствии распространяющихся как в верхнем, так и в нижнем полуслое. Пространственный период сформировавшихся структур, наблюдаемых в эксперименте, составил  $\lambda_{\text{exp}} = 0,59 \cdot 10^{-3}$  м, тогда как в результатах вычислений  $\lambda_{\text{num}} = 0,57 \cdot 10^{-3}$  м. Как видно, по данному критерию расчёт (Рис. 5б) и эксперимент (Рис. 5а) хорошо согласуются.

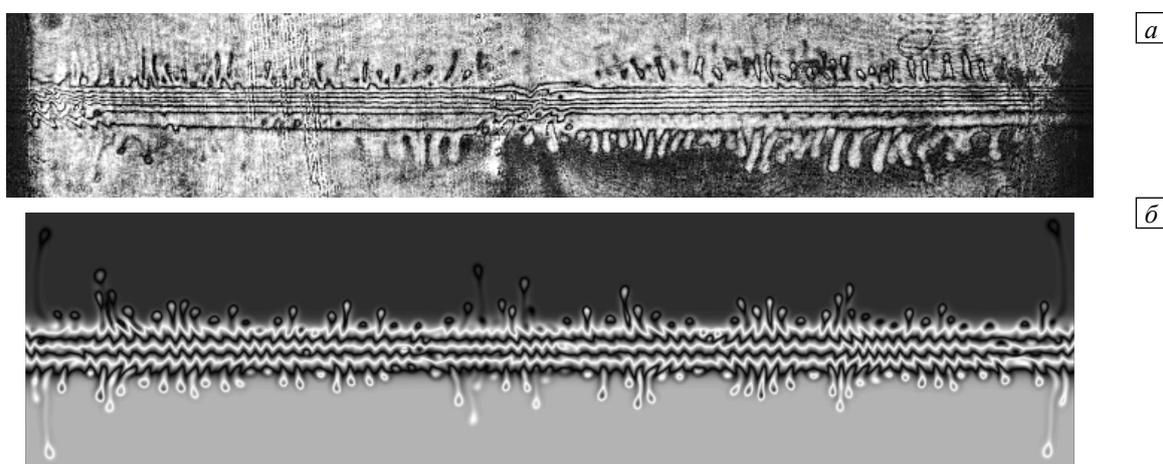


Рис. 5. Полученная экспериментально интерферограмма, отражающая пальчиковые структуры, формирующиеся при конвекции двойной диффузии в ячейке Хеле-Шоу (а); поле плотности, рассчитанное на однородной сетке (б)

## 4. Результаты расчётов

В начальный момент времени двухжидкостная система обладает скачком плотности на линии соприкосновения слоёв. На ранней стадии ( $\tau < 4,4$ ) наблюдается диффузионный массоперенос, при котором происходит накопление компонентов смеси, и вблизи начальной линии контакта формируется диффузионный слой, обладающий неустойчивой стратификацией (Рис. 6, кривая 1). На графиках приведена зависимость профиля средней по ширине слоя плотности:

$$\langle \rho \rangle_x = \frac{1}{L} \int_0^L \rho \partial x.$$

Постепенно внутри диффузионной зоны начинается формирование пальцеобразных структур. Они становятся различимыми и могут быть измерены при достижении момента  $\tau \approx 4,4$  (Рис. 7а, б). Интересно, что перед началом конвекции существует период времени, в течение которого перепад плотности внутри инверсно стратифицированной зоны не растёт, тогда как высота этой зоны увеличивается (ср. кривые 1 и 2, Рис. 6). Профили плотности при вибрациях и в их отсутствие в этот период совпадают (кривые 2 и 3, Рис. 6). Картины распределения плотности в начале конвекции не отличаются (Рис. 7а, б): вблизи вертикальной границы (см. справа) формируются неоднородности плотности в виде пятен, возмущающих горизонтальные изолинии. Постепенно конвекция распространяется на всю ширину слоя (Рис. 7ж, з). По мере развития конвекции различие между гравитационным и вибрационным случаями накапливается. Оно проявляется в замедлении роста высоты самых быстрых «пальцев» (Рис. 7д, е) и в некотором расхождении профилей плотности (ср. кривые 4 и 5, Рис. 6б). Следует отметить, что, находясь в поле вибраций, конвективные структуры вытягиваются в горизонтальном направлении (ср. Рис. 7ж и з). В этом и заключается ориентирующее воздействие вибраций.

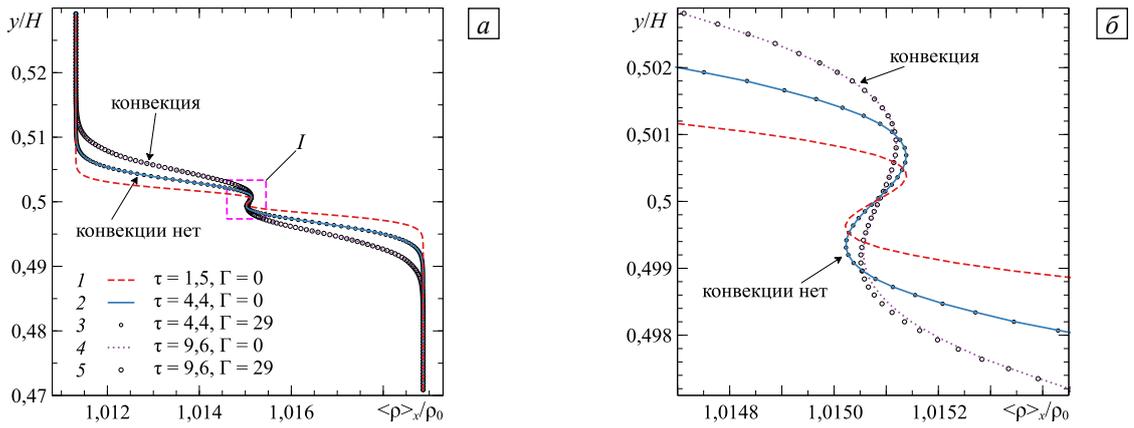


Рис. 6. Профили плотности, осреднённой по горизонтальной координате: вся высота подробной области гибридной сетки (а) и ее центральная область, обведённая штриховой рамкой на рисунке (а), крупным планом (б)

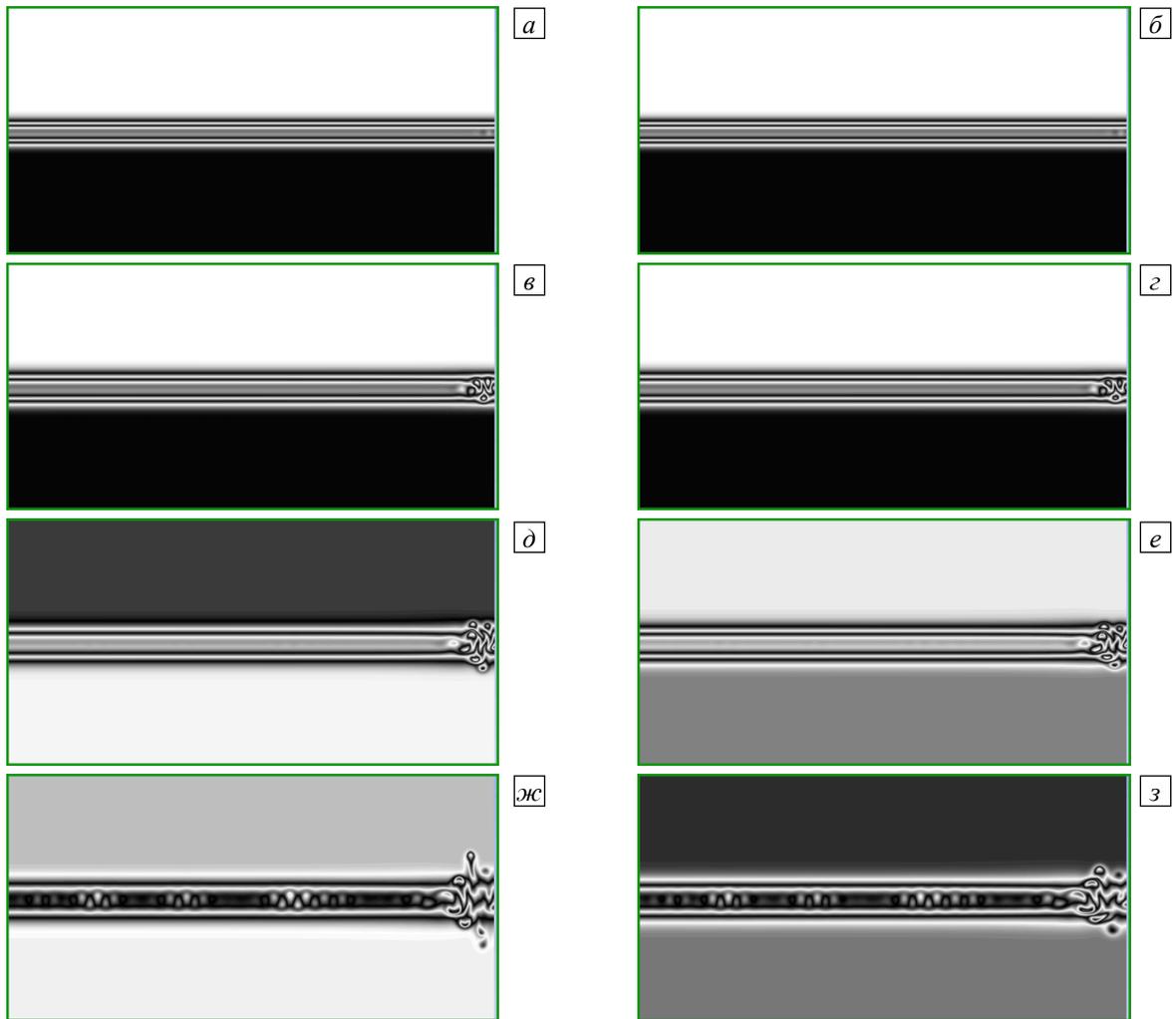


Рис. 7. Поля плотности в присутствии/отсутствии вибраций в различные моменты времени (фрагмент: правая граница рисунка совпадает с правой границей слоя);  $\Gamma = 0$  (а, в, д, ж), 29 (б, з, е, з);  $\tau \approx 4,4$  (а, б), 7,4 (в, з), 9,6 (д, е), 12,5 (ж, з)

#### 4.1. Глобальный эффект от воздействия вибраций

Для количественного описания конвекции введём следующие параметры:

– безразмерную скорость  $v = v_{\text{vol}} H / D_2$  определим, воспользовавшись средней по объёму скоростью

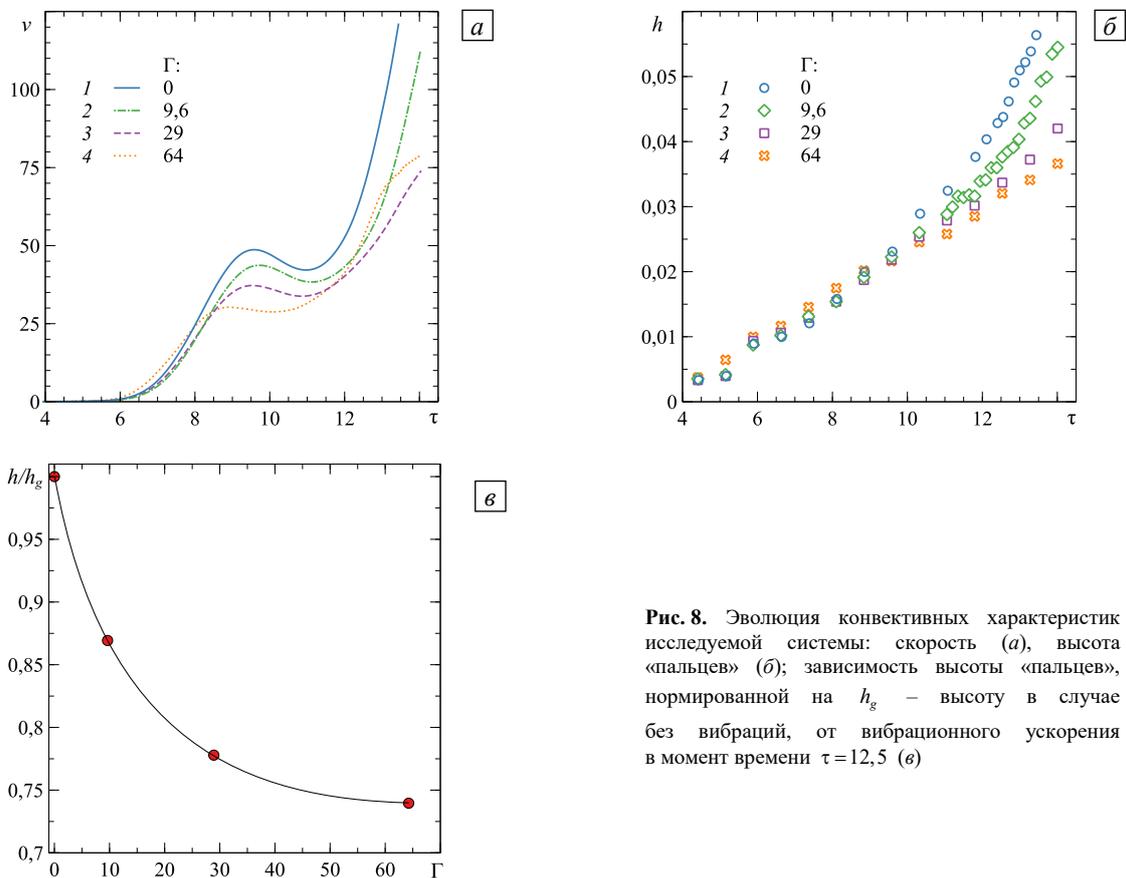
$$v_{\text{vol}} = \frac{1}{V} \int v_{\text{fluid}} dV \quad (\text{где } v_{\text{fluid}} \text{ — модуль скорости в каждой ячейке),}$$

которая в поле вибраций является также и средней по периоду вибраций  $T = 1/f$  :

$$v_{\text{vol}} = \frac{1}{V} \frac{1}{T} \int_V \int_T v_{\text{fluid}} dV dt;$$

– безразмерную высоту «пальцев» вычислим как  $h = 2h_f/H$ , где  $2h_f$  — вертикальное расстояние между кончиками самых быстрых из них в верхнем и нижнем полуслоях, измеренное по изображениям полей плотности, экспортированным из ANSYS.

После начала конвекции скорость  $v$  постепенно растет и со временем ведет себя немонотонно (Рис. 8а). С увеличением безразмерного вибрационного ускорения  $\Gamma$  скорость понижается (ср. кривые 1–3), однако при высоком ускорении наблюдается еще и локальное повышение скорости, например, в интервале  $\tau = 6 \div 8$  (см. кривую 4). Источником движения в слое становятся всплывающие и тонущие «пальцы». На ранней стадии конвекции их высота несущественно зависит от  $\Gamma$ , тогда как при  $\tau > 10$  значения  $h$  постепенно отдаляются друг от друга в соответствии с величиной ускорения (Рис. 8б). В интервале  $\tau = 10 \div 12$  локальная конвекция переходит в глобальную, о чём свидетельствует то, что наиболее быстрые «пальцы» выходят за пределы диффузионной зоны и одновременно с этим завершается зарождение конвективных структур вдоль ширины слоя (Рис. 7ж, з). На графике скорости (см. Рис. 8а) можно видеть, что при  $10 < \tau < 12$  происходит задержка её роста и даже небольшое снижение, после которого начинается стремительный рост, приводящий к повышению значения до следующего порядка величины. Расхождение между сериями точек возрастает со временем, и в исследованном диапазоне параметров высота «пальцев» в произвольный момент времени изменяется в зависимости от  $\Gamma$  монотонно (Рис. 8в).



**Рис. 8.** Эволюция конвективных характеристик исследуемой системы: скорость (а), высота «пальцев» (б); зависимость высоты «пальцев», нормированной на  $h_g$  – высоту в случае без вибраций, от вибрационного ускорения в момент времени  $\tau = 12,5$  (в)

#### 4.2. Локальный эффект от воздействия вибраций

Рассмотрим динамику отдельных конвективных структур. Для этого удобно выбрать область, в которой зарождаются первые «пальцы». Возмущения, из которых они вырастают, локализованы вблизи вертикальных стенок в областях  $x \in (0; 0,02L)$  и  $x \in (0,98L; L)$  во временном интервале  $0 < \tau < 6$ . Это соответствует начальной стадии, когда первые «пальцы» движутся внутри диффузионной зоны. Проанализируем профили плотности, найденные как

$$\frac{1}{0,02L} \int_0^{0,02L} \rho(y) dx.$$

Их вид совпадает с приведённым на рисунке 6, однако осреднение произведено на коротком отрезке (длиной  $0,02L$ ), сопоставимом по масштабу с пространственным периодом формирования конвективных структур  $\lambda_{\text{num}}$ . Это позволяет наблюдать за динамикой отдельной конвективной структуры на её масштабе. При этом исключается осреднение в рамках различных стадий развития конвекции, которые на разных участках ширины слоя смещены во времени.

Проследим за динамикой перепада плотности, определённого как  $\Delta\rho = \max(\rho) - \min(\rho)$ , где  $\max(\rho)$  и  $\min(\rho)$  — локальные экстремумы профиля плотности, формирующиеся вблизи начальной линии контакта ( $y = 0,05$ ) (Рис. 6б). Для этого проанализируем рисунок 9а. Видно, что на ранних стадиях ( $\tau < 4,4$ ) вибрации не оказывают влияния на перепад плотности, но с появлением первых «пальцев» перепад плотности постепенно понижается. При этом кривые, рассчитанные для разных вибрационных ускорений, расслаиваются. Стоит отметить, что отклонение от гравитационного случая (кривая 1) происходит как в сторону замедления конвекции (кривые 2–4), так и в сторону её ускорения (кривая 5).

По мере развития конвекции происходит перенос массы в слое, и профиль плотности сглаживается. Все кривые в некоторый момент времени достигают значения  $\Delta\rho = 0$ , что свидетельствует о компенсации на рассматриваемом участке ширины слоя конвективного массопереноса в противоположных направлениях за счёт встречного движения лёгких и тяжёлых «пальцев». После этого измерение перепада плотности становится бессмысленным. Этот момент времени служит подходящей характеристикой, позволяющей сравнивать различные численные эксперименты. Обозначим момент компенсации перепада плотности как  $\tau|_{\Delta\rho=0}$ . Смещение  $\tau|_{\Delta\rho=0}$  вправо свидетельствует о повышении устойчивости диффузионной зоны, поскольку вследствие этого конвекция начинается с запаздыванием. Смещение влево, наоборот, говорит о снижении устойчивости системы и усилении конвекции. Как можно видеть из рисунка 9б, зависимость времени компенсации конвекции от вибрационного ускорения имеет немонотонный характер: в окрестности  $\Gamma \approx 10$  наблюдается его максимум, тогда как при  $\Gamma > 30$  происходит понижение  $\tau|_{\Delta\rho=0}$  с ростом  $\Gamma$ .

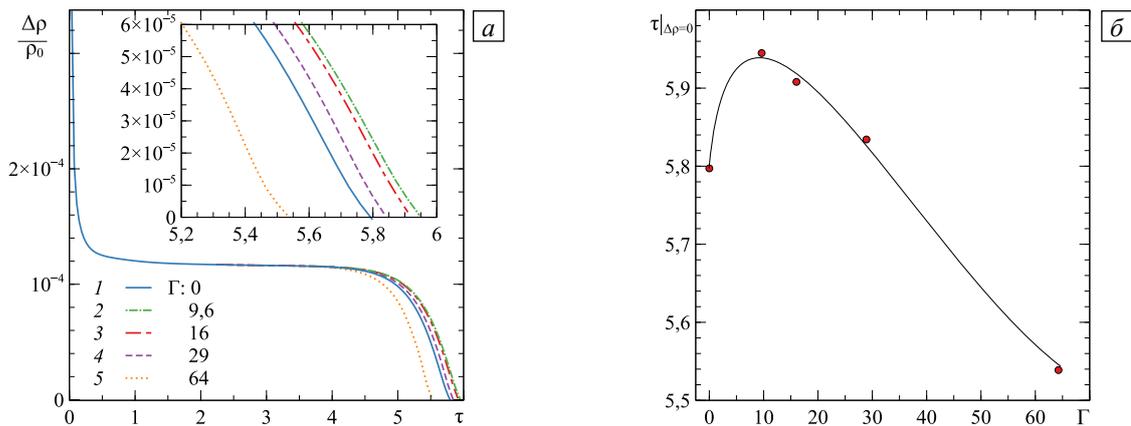


Рис. 9. Влияние величины вибрационного ускорения на конвекцию: эволюция безразмерного перепада плотности (во вставке – увеличенная область вблизи  $\tau|_{\Delta\rho=0}$ ) (а); зависимость времени достижения компенсации перепада плотности от ускорения (б)

### 4.3. Обсуждение результатов

Оба эффекта, и локальный, и глобальный, приводят к замедлению гравитационной конвекции в вибрационном поле. Особенность локального эффекта состоит в том, что он проявляется на начальной стадии. Однако наблюдение за конвекцией двойной диффузии показывает, что процесс зарождения отдельных конвективных структур («пальцев») повторяется. Следовательно, разумно ожидать, что вибрационный эффект, заключающийся в небольшом повышении критического перепада плотности, предшествующего началу конвекции, повторяется в различных областях объёма жидкости на протяжении всего времени существования конвекции. Таким образом, локальный вибрационный эффект будет иметь «мерцающий» характер — проявляться в различных зонах двухжидкостного слоя на коротких отрезках времени. Глобальный вибрационный эффект является интегральным: он имеет свойство накапливаться с течением времени и становится всё более выраженным. При этом оба эффекта не пропорциональны друг другу. На это указывает совершенно разное поведение измеряемых характеристик: высоты «пальцев» и времени компенсации перепада плотности, в зависимости от вибрационного ускорения (ср. Рис. 8в и 9б).

При переходе от  $\Gamma \sim 10$  к  $\Gamma \sim 10^2$  происходит изменение в механизме, вызываемом локальным вибрационным эффектом. На смену повышению устойчивости перепада плотности с максимумом при  $\Gamma \approx 10$

приходит дестабилизация. Однако при этом ориентирующий эффект вибраций, вытягивающий конвективные «пальцы» по горизонтали, делающий их плоскими, усиливается. Этот результат коррелирует с некоторым повышением скорости в интервале  $\tau = 6 \div 8$  (Рис. 8а, точки 4), которое, тем не менее, не отражается существенно на высоте «пальцев». Таким образом, вибрации высокой амплитуды позволяют добиться замедления конвекции в масштабе слоя за счёт перенаправления конвективного движения вдоль горизонтали, тем самым ослабляя выход конвективных течений за пределы диффузионной зоны. Можно предположить, что при асимптотическом повышении амплитуды вибраций конвекция окажется «запертой» внутри диффузионной зоны. Это даёт возможность переключать режим течения посредством вибрационного поля.

Так, известно, что в случае термовибрационной конвекции [4] стабилизация в плоском слое определяется параметром

$$\alpha = b^2 \Omega^2 \beta \Theta / (2gh),$$

где  $h$  — высота слоя. В обсуждаемой задаче стабилизацию можно переопределить как

$$\alpha_c(\tau) = \frac{b^2 \Omega^2 \Delta \rho(\tau)}{2g\rho_0 h(\tau)}.$$

Из работ по термовибрационной конвекции [4–7] известно, что вибрационная стабилизация конвекции в смешивающейся среде достижима при  $\alpha \sim 1$ . Отталкиваясь от этого факта, сделаем предположение, что вибрационная стабилизация в системе с диффузией возможна при  $h(\tau) < h_{\text{стаб}}$ , где

$$h_{\text{стаб}} \sim b^2 \Omega^2 \Delta \rho / (2g\rho_0),$$

и на временном интервале  $t < t_{\text{стаб}}$ , где  $t_{\text{стаб}} \sim h_{\text{стаб}}^2 / D_2$ . С точки зрения такого подхода вполне логично выглядит экспериментальный результат Вольфа [3], не получивший окончательного объяснения и заключающийся в том, что при попытке стабилизации границы между смешивающимися жидкостями наблюдалось формирование промежуточных слоёв. Их количество со временем увеличивалось, а границы оставались практически плоскими и горизонтальными.

## 5. Заключение

Выполнено прямое численное моделирование конвекции двойной диффузии в плоском слое, помещённом в поле силы тяжести и поле вертикальных вибраций. Рассмотрена динамика системы смешивающихся жидкостей, характеризуемая малыми перепадами плотности, обусловленными низкими концентрациями переносимых веществ. Результаты проведённого исследования указывают на то, что переменное инерционное поле приводит к трансформации конвективных структур в виде «пальцев» и замедляет развитие конвекции в масштабах слоя.

На ранних стадиях массопереноса, до начала конвекции, вибрации не оказывают влияния на динамику двухжидкостной системы. После появления конвективных «пальцев» последние под действием переменного поля инерции оказываются сжатыми в вертикальном направлении. Вибрации приводят к замедлению их вертикального роста и к распространению конвективных структур по горизонтали, внутри диффузионного слоя. Этот эффект усиливается с повышением вибрационного ускорения.

Вибрационное воздействие на отдельные конвективные структуры имеет немонотонную зависимость по отношению к ускорению. При  $\Gamma \sim 10$  вибрации повышают устойчивость инверсного профиля плотности и тем самым вызывают задержку начала конвекции. При  $\Gamma \sim 10^2$  под воздействием вибраций конвективные структуры вытягиваются в горизонтальном направлении. Это вызывает замедление их развития в масштабах ячейки, но усиливает конвекцию и массоперенос внутри диффузионной зоны.

Полученные результаты могут быть полезными при изучении методов вибрационного управления тепломассопереносом и описании динамики реагирующих систем.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-11-00133) <https://rscf.ru/project/22-11-35024/>.

## Литература

1. Wolf G.H. The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // *Z. Physik*. 1969. Vol. 227. P. 291-300. <https://doi.org/10.1007/BF01397662>
2. Wolf G.H. 9.1. Dynamic stabilization of hydrodynamic interchange instabilities – a model for plasma physics // *AIP Conf. Proc.* 1970. Vol. 1. P. 293-304. <https://doi.org/10.1063/1.2948512>
3. Wolf G.H. Dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability of miscible liquids and the related “frozen waves” // *Phys. Fluids*. 2018. Vol. 30. 021701. <https://doi.org/10.1063/1.5017846>
4. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. *Thermal vibrational convection*. New York: Wiley, 1998. 358 p.

5. Гельфгат А.Ю. Развитие и неустойчивость стационарных конвективных течений в нагреваемой снизу квадратной полости в поле вертикально направленных вибрационных сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 9-18. (English version <https://doi.org/10.1007/BF01050134>)
6. Carbo R.M., Smith R.W.M., Poese M.E. A computational model for the dynamic stabilization of Rayleigh–Bénard convection in a cubic cavity // J. Acoust. Soc. Am. 2014. Vol. 135. P. 654-668. <https://doi.org/10.1121/1.4861360>
7. Swaminathan A., Garrett S.L., Poese M.E., Smith R.W.M. Dynamic stabilization of the Rayleigh–Bénard instability by acceleration modulation // J. Acoust. Soc. Am. 2018. Vol. 144. P. 2334-2343. <https://doi.org/10.1121/1.5063820>
8. Иванова А., Козлов В. Опыты по вибрационной механике. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2013. 120 с.
9. Неволин В.Г. Параметрическое возбуждение волн на границе раздела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 2. С. 167-170. (English version <https://doi.org/10.1007/BF01050704>)
10. Владимиров В.А. Параметрический резонанс в стратифицированной жидкости // ПМТФ. 1981. № 6. С. 168-174. (English version <https://doi.org/10.1007/BF00906125>)
11. Секерж-Зенькович С.Я. Параметрическое возбуждение волн конечной амплитуды на границе раздела двух жидкостей разных плотностей // ДАН СССР. 1983. Т. 272, № 5. С. 1083-1086.
12. Benielli D., Sommeria J. Excitation and breaking of internal gravity waves by parametric instability // J. Fluid Mech. 1998. Vol. 374. P. 117-144. <https://doi.org/10.1017/S0022112098002602>
13. Jalikop S.V., Juel A. Steep capillary-gravity waves in oscillatory shear-driven flows // J. Fluid Mech. 2009. Vol. 640. P. 131-150. <https://doi.org/10.1017/S0022112009991509>
14. Иванова А.А., Козлов В.Г. Граница раздела песок–жидкость при вибрационном воздействии // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 2. С. 120-138. (English version <https://doi.org/10.1023/A:1015866518221>)
15. Gaponenko Y., Torregrosa M., Yasnou V., Mialdun A., Shevtsova V. Dynamics of the interface between miscible liquids subjected to horizontal vibration // J. Fluid Mech. 2015. Vol. 784. P. 342-372. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.586>
16. Shevtsova V., Gaponenko Y.A., Yasnou V., Mialdun A., Nepomnyashchy A. Two-scale wave patterns on a periodically excited miscible liquid–liquid interface // J. Fluid Mech. 2016. Vol. 795. P. 409-422. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.222>
17. Zagvozkin T., Vorobei A., Lyubimova T. Kelvin–Helmholtz and Holmboe instabilities of a diffusive interface between miscible phases // Phys. Rev. E. 2019. Vol. 100. 023103. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.023103>
18. Trevelyan P.M.J., Almarcha C., De Wit A. Buoyancy-driven instabilities around miscible A + B → C reaction fronts: A general classification // Phys. Rev. E. 2015. Vol. 91. 023001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.023001>
19. Mizev A.I., Mosheva E.A., Bratsun D.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study // J. Fluid Mech. 2021. Vol. 916. A22. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.201>
20. Cooper C.A., Glass R.J., Tyler S.W. Experimental investigation of the stability boundary for double-diffusive finger convection in a Hele–Shaw cell // Water Resour. Res. 1997. Vol. 33. P. 517-526. <http://dx.doi.org/10.1029/96WR03811>
21. Cooper C.A., Glass R.J., Tyler S.W. Effect of buoyancy ratio on the development of double-diffusive finger convection in a Hele–Shaw cell // Water Resour. Res. 2001. Vol. 37. P. 2323-2332. <https://doi.org/10.1029/2001WR000343>
22. Sorkin A., Sorkin V., Leizeron I. Salt fingers in double-diffusive systems // Physica A. 2002. Vol. 303. P. 13-26. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00396-X](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00396-X)
23. Pringle S.E., Glass R.J., Cooper C.A. Double-diffusive finger convection in a Hele–Shaw cell: An experiment exploring the evolution of concentration fields, length scales and mass transfer // Transport in Porous Media. 2002. Vol. 47. P. 195-214. <https://doi.org/10.1023/A:1015535214283>
24. Almarcha C., R'Honi Y., De Decker Y., Trevelyan P.M.J., Eckert K., De Wit A. Convective mixing induced by acid–base reactions // J. Phys. Chem. B. 2011. Vol. 115. P. 9739-9744. <https://dx.doi.org/10.1021/jp202201e>
25. Aatif H., Allali K., El Karouni K. Influence of vibrations on convective instability of reaction fronts in porous media // Math. Model. Nat. Phenom. 2010. Vol. 5. P. 123-137. <https://doi.org/10.1051/mmnp/20105508>
26. Bratsun D.A., Stepkina O.S., Kostarev K.G., Mizev A.I., Mosheva E.A. Development of concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids under influence of constant or variable inertia // Microgravity Sci. Technol. 2016. Vol. 28. P. 575-585. <https://doi.org/10.1007/s12217-016-9513-x>
27. Mosheva E., Kozlov N. Study of chemoconvection by PIV at neutralization reaction under normal and modulated gravity // Exp. Fluids. 2021. Vol. 62. 10. <https://doi.org/10.1007/s00348-020-03097-0>
28. Kozlov N. Numerical study of double-diffusive convection at vibrations // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. Vol. 1809. 012023. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1809/1/012023>
29. Detwiler R.L., Rajaram H., Glass R.J. Solute transport in variable-aperture fractures: An investigation of the relative importance of Taylor dispersion and macrodispersion // Water Resour. Res. 2000. Vol. 36. P. 1611-1625. <http://dx.doi.org/10.1029/2000WR900036>
30. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. New-York: Springer, 2013. 778 p.
31. Справочник химика / Под ред. Б.П. Никольского. Том 3. Химическое равновесие и кинетика, свойства растворов, электродные процессы. М.: Химия, 1965. 1008 с.

## References

1. Wolf G.H. The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium. *Z. Physik*, 1969, vol. 227, pp. 291-300. <https://doi.org/10.1007/BF01397662>
2. Wolf G.H. 9.1. Dynamic stabilization of hydrodynamic interchange instabilities – a model for plasma physics. *AIP Conf. Proc.*, 1970, vol. 1, pp. 293-304. <https://doi.org/10.1063/1.2948512>
3. Wolf G.H. Dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability of miscible liquids and the related “frozen waves”. *Phys. Fluids*, 2018, vol. 30, 021701. <https://doi.org/10.1063/1.5017846>
4. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. *Thermal vibrational convection*. New York, Wiley, 1998. 358 p.

5. Gelfgat A.Yu. Development and instability of steady convective flows in a square cavity heated from below and a field of vertically directed vibrational forces. *Fluid Dyn.*, 1991, vol. 26, pp. 165-172. <https://doi.org/10.1007/BF01050134>
6. Carbo R.M., Smith R.W.M., Poese M.E. A computational model for the dynamic stabilization of Rayleigh–Bénard convection in a cubic cavity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2014, vol. 135, pp. 654-668. <https://doi.org/10.1121/1.4861360>
7. Swaminathan A., Garrett S.L., Poese M.E., Smith R.W.M. Dynamic stabilization of the Rayleigh–Bénard instability by acceleration modulation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2018, vol. 144, pp. 2334-2343. <https://doi.org/10.1121/1.5063820>
8. Ivanova A., Kozlov V. *Opyty po vibratsionnoy mekhanike* [Experiments on vibrational mechanics]. Saarbrücken, Palmarium Academic Publishing, 2013. 120 p.
9. Nevolin V.G. Parametric excitation of waves at an interface. *Fluid Dyn.*, 1977, vol. 12, pp. 302-305. <https://doi.org/10.1007/BF01050704>
10. Vladimirov V.A. Parametric resonance in a stratified fluid. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1981, vol. 22, pp. 886-892. <https://doi.org/10.1007/BF00906125>
11. Sekerzh-Zen'kovitch, S.Ya. Parametric excitation of finite-amplitude waves at the interface of two liquids with different densities. *Sov. Phys. Dokl.*, 1983, vol. 28, p. 844.
12. Benielli D., Sommeria J. Excitation and breaking of internal gravity waves by parametric instability. *J. Fluid Mech.*, 1998, vol. 374, pp. 117-144. <https://doi.org/10.1017/S0022112098002602>
13. Jalikop S.V., Juel A. Steep capillary-gravity waves in oscillatory shear-driven flows. *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 640, pp. 131-150. <https://doi.org/10.1017/S0022112009991509>
14. Ivanova A.A., Kozlov V.G. Sand-fluid interface under vibration. *Fluid Dyn.*, 2002, vol. 37, pp. 277-293. <https://doi.org/10.1023/A:1015866518221>
15. Gaponenko Y., Torregrosa M., Yasnou V., Mialdun A., Shevtsova V. Dynamics of the interface between miscible liquids subjected to horizontal vibration. *J. Fluid Mech.*, 2015, vol. 784, pp. 342-372. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.586>
16. Shevtsova V., Gaponenko Y.A., Yasnou V., Mialdun A., Nepomnyashchy A. Two-scale wave patterns on a periodically excited miscible liquid–liquid interface. *J. Fluid Mech.*, 2016, vol. 795, pp. 409-422. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.222>
17. Zagvozhkin T., Vorobev A., Lyubimova T. Kelvin-Helmholtz and Holmboe instabilities of a diffusive interface between miscible phases. *Phys. Rev. E.*, 2019, vol. 100, 023103. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.023103>
18. Trevelyan P.M.J., Almarcha C., De Wit A. Buoyancy-driven instabilities around miscible A + B → C reaction fronts: A general classification. *Phys. Rev. E.*, 2015, vol. 91, 023001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.023001>
19. Mizev A.I., Mosheva E.A., Bratsun D.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 916, A22. <http://doi.org/10.1017/jfm.2021.201>
20. Cooper C.A., Glass R.J., Tyler S.W. Experimental investigation of the stability boundary for double-diffusive finger convection in a Hele-Shaw cell. *Water Resour. Res.*, 1997, vol. 33, pp. 517-526. <http://dx.doi.org/10.1029/96WR03811>
21. Cooper C.A., Glass R.J., Tyler S.W. Effect of buoyancy ratio on the development of double-diffusive finger convection in a Hele-Shaw cell. *Water Resour. Res.*, 2001, vol. 37, pp. 2323-2332. <https://doi.org/10.1029/2001WR000343>
22. Sorkin A., Sorkin V., Leizeron I. Salt fingers in double-diffusive systems. *Physica A*, 2002, vol. 303, pp. 13-26. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00396-X](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00396-X)
23. Pringle S.E., Glass R.J., Cooper C.A. Double-diffusive finger convection in a Hele-Shaw cell: An experiment exploring the evolution of concentration fields, length scales and mass transfer. *Transport in Porous Media*, 2002, vol. 47, pp. 195-214. <https://doi.org/10.1023/A:1015535214283>
24. Almarcha C., R'Honi Y., De Decker Y., Trevelyan P.M.J., Eckert K., De Wit A. Convective mixing induced by acid–base reactions. *J. Phys. Chem. B.*, 2011, vol. 115, pp. 9739-9744. <https://dx.doi.org/10.1021/jp202201e>
25. Aatif H., Allali K., El Karouni K. Influence of vibrations on convective instability of reaction fronts in porous media. *Math. Model. Nat. Phenom.*, 2010, vol. 5, pp. 123-137. <https://doi.org/10.1051/mmnp/20105508>
26. Bratsun D.A., Stepkina O.S., Kostarev K.G., Mizev A.I., Mosheva E.A. Development of concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids under influence of constant or variable inertia. *Microgravity Sci. Technol.*, 2016, vol. 28, pp. 575-585. <https://doi.org/10.1007/s12217-016-9513-x>
27. Mosheva E., Kozlov N. Study of chemoconvection by PIV at neutralization reaction under normal and modulated gravity. *Exp. Fluids.*, 2021, vol. 62, 10. <https://doi.org/10.1007/s00348-020-03097-0>
28. Kozlov N. Numerical study of double-diffusive convection at vibrations. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2021, vol. 1809, 012023. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1809/1/012023>
29. Detwiler R.L., Rajaram H., Glass R.J. Solute transport in variable-aperture fractures: An investigation of the relative importance of Taylor dispersion and macrodispersion. *Water Resour. Res.*, 2000, vol. 36, pp. 1611-1625. <http://dx.doi.org/10.1029/2000WR900036>
30. Nield D.A., Bejan A. *Convection in porous media*. New-York, Springer, 2013. 778 p.
31. Nikol'skiy B.P. (ed.) *Spravochnik khimika. Tom 3. Khimicheskoye ravnovesiye i kinetika, svoystva rastvorov, elektrodnyye protsessy* [Chemist's handbook. Vol. 3. Chemical equilibrium and kinetics, properties of solutions, electrode processes]. Moscow, Khimiya Publishing House, 1965, 1008 p.

Поступила в редакцию 15.11.2022; после доработки 17.01.2023; принята к опубликованию 02.02.2023