

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.2.19](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.2.19)

УДК 532.5

О ВЛИЯНИИ ТОЛЩИНЫ ЖИДКОГО СЛОЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ В ДВУХФАЗНОЙ СИСТЕМЕ С ИСПАРЕНИЕМ

В.Б. Бекежанова¹, И.А. Шефер^{1,2}¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Российская Федерация²Сибирский федеральный университет, Красноярск, Российская Федерация

Интерес к конвекции в условиях фазовых переходов, свойственных испаряющимся жидкостям и парогазовым смесям, вызван их широким применением в различных технологиях и промышленных процессах. Альтернативой натурной отработке технологических методик и экспериментальным исследованиям конвективного теплообмена являются методы математического моделирования. В настоящей работе в рамках приближения Обербека–Буссинеска рассматривается задача испарительной конвекции в двухфазной системе жидкость–газ. Для описания установившихся адвективных течений при наличии диффузионного испарения используется частично-инвариантное точное решение определяющих уравнений, корректно учитывающее влияние внешней тепловой нагрузки и термодиффузионных эффектов в газопаровом слое. С помощью точного решения оценивается влияние толщины жидкого слоя на кинематические и температурные характеристики возникающих режимов, параметры фазового перехода и паросодержания в несущем газе. Установлено, что с ростом толщины слоя происходит последовательная смена течения чисто термокапиллярного типа течениями смешанного и пуазейлевского типов и имеют место качественные изменения в процессах массопереноса через межфазную границу. Методом нормальных мод анализируется линейная устойчивость точного решения относительно плоских и пространственных возмущений. Найдены пороговые характеристики устойчивости, демонстрируется эволюция топологии нейтральных кривых и форм неустойчивости при изменении геометрии системы. Показано, что увеличение толщины жидкого слоя дестабилизирует течение, при этом в системе всегда реализуется колебательная неустойчивость. Представлены зависимости фазовых скоростей возмущений для систем разной геометрии. Выявлено, что формы неустойчивости в слое испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, предсказываемые на основе точного решения, совпадают с наблюдаемыми в теплофизических экспериментах.

Ключевые слова: испарительная конвекция, двухфазная система, точное решение, устойчивость, численное решение спектральной задачи

INFLUENCE OF THE LIQUID LAYER THICKNESS ON THE STABILITY OF A PLANE-PARALLEL FLOW IN A TWO-PHASE SYSTEM WITH EVAPORATION

V.B. Bekezhanova¹ and I.A. Shefer^{1,2}¹Institute of Computational Modeling SB RAS, Krasnoyarsk, Russian Federation²Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation

The widespread use of evaporating liquids and gas-vapor mixtures in different technologies and industrial processes causes keen interest in study of convection accompanied by phase transitions. Methods of mathematical modelling present an alternative to the pilot development of technological techniques and experimental investigations of convective heat and mass transfer. In this paper, the problem of evaporative convection in a two-phase liquid–gas system is considered within frame of the Oberbeck–Boussinesq approximation. A partially invariant exact solution of the governing equations is used for description of stationary advective flows occurring under diffusive-type evaporation. The solution allows one to correctly take into account the impact of external thermal load and thermodiffusion effects in the gas-vapor layer. The influence of the liquid layer height on the kinematic and temperature characteristics of arising regimes, as well as on the parameters of phase transitions and vapor content in the carrier gas, is investigated on the basis of the exact solution. The increase of the fluid layer thickness leads to an alteration in the flow regime from the pure thermocapillary flow to the mixed or Poiseuille type flows and to qualitative changes in mass transfer processes at the thermocapillary interface. The linear stability of the exact solution with respect to both plane and spatial normal wave perturbations is investigated by means of the normal mode method. The threshold stability characteristics are obtained, and the evolution of neutral curve topology and instability forms in response to changes in the system geometry is demonstrated. The growth of the liquid layer thickness has destabilizing influence; the oscillatory instability is always realized in this case in the system. The dependencies of the phase velocities of disturbances are presented for the systems of different geometry. The instability forms in the evaporating liquid layer driven by a co-current gas flux, predicted on the basis of the exact solution, coincide with those observed in thermophysical experiments.

Key words: evaporative convection, two-phase system, exact solution, stability, numerical solution of spectral problem

1. Введение

Процессы конвективного теплообмена в жидкостных системах с межфазными границами активно изучаются на протяжении полувека. Теоретические исследования формируют базис для развития новых и модификации уже существующих технологий, в которых присутствуют совместные течения испаряющихся жидкостей и парогазовых смесей [1]. Экспериментальная отработка таких методик зачастую требует серьёзных ресурсных затрат, поэтому теоретические подходы рассматриваются в качестве альтернативы при анализе закономерностей явлений переноса и определении характерных особенностей режимов течений в зависимости от параметров задачи. Количество работ, связанных с испарительной конвекцией огромно. Для нахождения характеристик теплообмена в двухфазных системах используется прямое численное

моделирование, которое в большинстве случаев осуществляется в рамках континуального подхода с учетом идей методов функции уровня, жидкого объема, фазового поля, конечных объемов и их гибридных вариантов [2–5]. Другой класс расчётных алгоритмов предполагает применение метода решёточных уравнений Больцмана, согласно которому движение жидкости выражается с помощью дискретного кинетического уравнения [6]. Методы прямого численного моделирования представляют эффективный инструмент для исследования процессов тепло- и массопереноса в двухфазных системах, однако требуют значительных временных затрат и ограничивают возможности прогнозирования, поскольку каждый вычислительный эксперимент выполняется для одного фиксированного набора параметров.

Еще одна методология теоретического изучения указанных процессов базируется на точных решениях определяющих уравнений. Большинство моделей конвекции, развиваемых в рамках механики сплошной среды, включают уравнения Навье–Стокса или их приближения. Для описания тепловых явлений уравнения движения дополняются уравнением энергии, а перенос пара в фоновом газе математически выражается, как правило, уравнением диффузии. Итоговая система уравнений термоконцентрационной конвекции — это законы сохранения, сформулированные в дифференциальной форме, учитывающие естественные свойства симметрии пространства–времени и движущейся в этом пространстве жидкости. Точные решения этих уравнений наследуют свойства симметрии, заложенные при выводе определяющих соотношений, что обеспечивает их физическую реализуемость и правдоподобие получаемых результатов.

Обзор известных на сегодняшний день точных решений задач испарительной конвекции, построенных в рамках различных постановок, можно найти в работе [7]. Примером содержательного решения, позволяющего в буссинесковских условиях корректно учесть разнообразные тепловые и концентрационные эффекты, присущие двухфазным системам со слабым испарением на границе раздела жидкость–газ, является решение, впервые представленное в [8], и его обобщения [9, 10]. Структура этого решения такова, что функция температуры включает в качестве параметра температурный градиент, тем самым допускается возможность описания конвективных течений в условиях фазовых переходов, когда температура поверхности жидкости меняется за счёт испарения.

Устойчивость неизотермических течений, вызванных горизонтальным градиентом температуры, в том числе в условиях испарения, изучалась многими авторами (подробный обзор см. в [11]). Однако большинство задач устойчивости, как аналитически, так и численно, решается в приближении тонкого слоя или с использованием одностороннего подхода, когда процессы переноса в газовой фазе игнорируются или принимаются некоторые упрощающие предположения (например, отсутствие силы плавучести, адиабатические условия и другие). В рамках полных двухсторонних моделей устойчивость двухфазных течений с испарением изучается только на основе двумерных точных решений уравнений Обербека–Буссинеска, обобщенных на случай присутствия в газовом слое испаряемого компонента. В [11] получены явные представления функции тока и температуры в обеих фазах, и функция концентрации пара в газовом слое, которые трактуются как точное решение, описывающее конвекцию в центральной части замкнутой протяжённой кюветы с адиабатическими границами. С помощью построенного точного решения исследуется линейная устойчивость установившихся режимов. Рассмотрено несколько предельных ситуаций: «односторонний подход» (отсутствие течения в газовой фазе, когда учитывается только диффузия пара, при этом в уравнениях энергии и молекулярного переноса в газе опущены субстанциальные производные); «1.5-сторонняя модель» (кинематические характеристики течения в газовой фазе, по-прежнему, не принимаются во внимание, но в уравнениях для функций температуры и концентрации в газовом слое опущены только адвективные слагаемые); 2-сторонняя модель (изучается зависимость пороговых характеристик от величины начальной равновесной концентрации пара в газовом слое, удаётся описать возникновение стационарной и колебательной ячеистой конвекции в бесконечно протяжённой кювете).

Следует заметить, что решение, полученное в [11], фактически представляет собой упрощённый аналог решения, построенного в [9] для бесконечной горизонтальной полосы при условии заданных расхода газа и тепловой нагрузки, распределённой по линейному закону и приложенной на внешних твёрдых границах. Решение, предложенное в [9], дополнительно учитывает вклад термодиффузионных эффектов в газовой фазе и используется для описания совместных течений испаряющейся жидкости и парогазовой смеси, которые реализуются в каналах при экспериментах, нацеленных на разработку высокоэффективных систем термостабилизации и жидкостного охлаждения [1]. На основе решения из [9] также исследуется влияние на возникающие конвективные режимы и их устойчивость различных параметров системы: в [9] численно оценивается поведение конечно-амплитудных периодических возмущений; в [12] анализируются свойства спектра характеристических возмущений для различных режимов течений в условиях равной тепловой нагрузки на внешних стенках канала; с помощью метода нормальных волн изучаются пороговые характеристики устойчивости и возможные формы неустойчивости при изменении интенсивности гравитационного воздействия в [13] и при ненулевом поперечном перепаде температур в [14]. Экспериментальные данные, приведённые в [15, 16], демонстрируют зависимость параметров течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, от высоты слоя жидкого теплоносителя, скорости газового потока и температуры межфазной поверхности.

В настоящей работе исследуется влияние толщины жидкого слоя на структуру течений и их характеристики, в том числе на характеристики устойчивости. Сравнением расчётных и экспериментальных

профилей массовой скорости подтверждается, что точное решение физически правдоподобно описывает характер изменений указанного параметра в системах разной геометрии. Кроме того, оно предсказывает формирование колебательных режимов валиковой конвекции, обнаруженных ранее в [11] и наблюдаемых в теплофизических экспериментах. Результаты, полученные в настоящей работе, дополняют данные проведённого в [13] анализа влияния интенсивности гравитационных сил на характеристики конвективных режимов двухфазных течений на примере систем с различной толщиной жидкого слоя.

2. Постановка задачи, вид точного решения

Рассматривается совместное течение жидкости и газопарового потока в бесконечном канале (см. схему на Рис. 1), внешними границами которого являются неподвижные непроницаемые твёрдые стенки. Жидкость и газопаровая смесь предполагаются вязкими теплопроводными и несжимаемыми средами, имеющими общую границу раздела Γ , через которую происходит испарение жидкости в газовый поток (или конденсация пара из газовой фазы в жидкий слой).

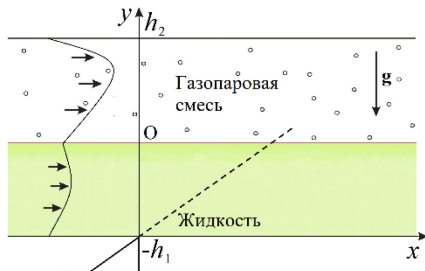


Рис. 1. Схема течения

Для описания течения в j -м слое (здесь и далее $j=1$ соответствует жидкому слою толщиной l , $j=2$ — газовому слою толщиной h) используются уравнения Обербека–Буссинеска. При моделировании тепломассообмена в газовой фазе уравнения движения и переноса тепла дополняются уравнением диффузии, которое выражает перенос пара как химически инертной примеси в фоновом газе. Считается, что присутствие летучего компонента

в парогазовой смеси может приводить к проявлению прямого и обратного термодиффузионных эффектов. Их вклад включается в определяющие уравнения и граничные условия на межфазной поверхности Γ и стенке, контактирующей с газом.

С учётом принятых предположений система уравнений термоконтрационной конвекции в поле силы тяжести \mathbf{g} принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial t} + (\mathbf{v}_j \cdot \nabla) \mathbf{v}_j = -\frac{1}{\rho_j} \nabla p_j + \nu_j \Delta \mathbf{v}_j - (\beta_j T + \delta_j^2 \gamma C) \mathbf{g}, \tag{1}$$

$$\text{div } \mathbf{v}_j = 0, \quad \frac{\partial T_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \cdot \nabla T_j = \chi_j (\Delta T_j + \delta_j^2 \alpha_c \Delta C),$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v}_2 \cdot \nabla C = D(\Delta C + \alpha_T \Delta T_2). \tag{2}$$

Здесь: t — время; $\mathbf{v}_j = (u_j, v_j, w_j)$ — вектор скорости; p_j — модифицированное давление, задающее отклонение истинного давления от гидростатического; ∇ и Δ — операторы градиента и Лапласа; T_j — температура j -й среды; C — концентрация пара в газе (долевая концентрация испарившегося вещества); δ_j^2 — символ Кронекера; ρ_j — плотность; ν_j, β_j, χ_j — коэффициенты кинематической вязкости, объёмного расширения и температуропроводности; γ — коэффициент концентрационного расширения плотности газа; D — коэффициент диффузии пара в газе; α_c, α_T — коэффициенты Дюфура и Соре соответственно.

Система уравнений (1), (2) допускает двумерное стационарное частично-инвариантное точное решение ранга 1 дефекта 2 [9]:

$$\begin{aligned} u_j &= u_j(y), \quad v_j = 0, \quad w_j = 0, \quad p_j = p_j(x, y), \\ T_j &= (a_j^1 + a_j^2 y)x + \vartheta_j(y), \quad C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y). \end{aligned} \tag{3}$$

В силу вида решения (3) искомые функции не зависят от переменной z ; далее задача будет рассматриваться в плоской геометрии (то есть фактически в сечении $z=0$). Явные представления функций скорости, давления, температуры и паросодержания находятся в результате подстановки (3) в систему (1), (2). Константы интегрирования и параметры решения определяются с помощью граничных условий, которые ниже записаны с учетом вида решения (3).

На обеих стенках канала задаются условия прилипания, линейное по продольной координате распределение температуры; на верхней стенке дополнительно ставится условие нулевого потока пара:

$$\begin{aligned} u_1|_{y=-l} &= 0, \quad T_1|_{y=-l} = A_1 x + \vartheta_1, \\ u_2|_{y=h} &= 0, \quad T_2|_{y=h} = A_2 x + \vartheta_2, \quad (C_y + \alpha_T T_2)|_{y=h} = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

где ϑ_j — средняя температура стенки, C_y — производная от концентрации по соответствующей координате. Внутренняя граница раздела Γ считается недеформируемой термокапиллярной поверхностью

и описывается уравнением $y = 0$. Предполагается, что поверхностное натяжение σ , характеризующее действие касательных сил, линейно зависит от температуры: $\sigma = \sigma_0 - \sigma_T(T - T_0)$, при этом σ_0 , T_0 — характерные значения поверхностного натяжения и температуры соответственно, σ_T — температурный коэффициент (σ_0 , σ_T — заданные положительные постоянные). Прокачка газа в верхнем слое создает дополнительные сдвиговые напряжения на Γ и приводит к интенсификации испарения. Считается, что имеет место только диффузионный перенос массы через межфазную границу, конвективный перенос не рассматривается. В силу последнего кинематическое условие выполняется тождественно, а вклад эффектов испарения включается только в условие теплового баланса на Γ :

$$\left(\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \alpha_c \kappa_2 \frac{\partial C}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = -LM, \quad M = -D\rho_2 \left(\frac{\partial C}{\partial y} + \alpha_T \frac{\partial T_2}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}. \quad (5)$$

Слагаемое в правой части отвечает диффузионному потоку массы, кроме того, условие (5) сформулировано с учетом термодиффузионных эффектов. Здесь: κ_j — коэффициент теплопроводности j -й среды; L — скрытая теплота парообразования; величина M характеризует массовую скорость испарения (ее положительные значения соответствуют испарению жидкости в газовый поток, отрицательные — конденсации паров из несущего газа в жидкий слой).

Условия непрерывности вектора скорости и температуры, соотношение, определяющее концентрацию насыщенного пара, и динамическое условие принимают вид:

$$\begin{aligned} u_1|_{y=0} &= u_2|_{y=0}, \quad T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}, \quad C|_{y=0} = C_0 \left[1 + \varepsilon (T_2|_{y=0} - T_0) \right], \\ p_1|_{y=0} &= p_2|_{y=0}, \quad \rho_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0} - \rho_2 v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\sigma_T \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{y=0}. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражении для функции паросодержания (третье равенство в (6)) C_0 — концентрация насыщенного пара при $T_2 = T_0$, ε — параметр, вычисляемый по формуле: $\varepsilon = L\mu / (R^*(T_0)^2)$, где μ — молярная масса испаряющейся жидкости, R^* — универсальная газовая постоянная.

Условие непрерывности температуры при переходе через границу раздела Γ диктует для температуры в слоях зависимости:

$$T_j = (A + a_2^j y)x + \vartheta_j(y), \quad A = \frac{A_2 l + h K_A A_1}{l + h K_A}, \quad (7)$$

где A — параметр, который имеет смысл поверхностного градиента температуры, определяющего интенсивность термокапиллярного эффекта и процессов испарения наряду со скоростью прокачки газа (здесь $K_A = \kappa_1 / [\kappa_2 (1 - \alpha_T \alpha_c)]$):

$$R_g = \int_0^h \rho_2 u_2 dy. \quad (8)$$

Соотношение (8) задает расход газа в верхнем слое и замыкает постановку задачи. Следует заметить, что согласно формуле для вычисления величины A в случае, когда на внешних границах канала приложена тепловая нагрузка различной интенсивности (характеризуется значениями A_j), изменения толщин слоев приводят к изменению поверхностного температурного градиента.

Детальное обоснование постановки (1), (2), (4)–(6), (8) рассматриваемой задачи испарительной конвекции дано в [17]. Там же обсуждается необходимость учета влияния термодиффузионных эффектов в условиях слабого испарения. Явный вид искомых функций и алгоритм получения всех констант интегрирования и параметров, входящих в решение (3), содержатся в [13]. Решение (3) интерпретируется как решение, описывающее конвективные течения жидкости в двухслойной системе при слабом испарении на рабочем участке достаточно протяженного канала.

3. Перестройка режимов течений при изменении толщины жидкого слоя

С помощью решения (3) исследовалось влияние толщины жидкого слоя l на характеристики конвективного течения в двухслойной системе HFE-7100–азот (физические параметры рабочих сред см. в Табл. 1). Все приведённые ниже результаты относятся к системе с толщиной газового слоя $h = 5$ мм при $g = 9.81$ м/с², $R_g = 9.6 \cdot 10^{-6}$ кг/(м·с) и $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 20$ °С. Толщина жидкого слоя l варьировалась

от 2 до 6 мм. Выбор значений толщин рабочих сред, расхода газа и температур осуществлялся на основе данных работ [15, 16], где представлены результаты экспериментов по изучению конвекции в двухслойной системе жидкость–газ с испарением, вызванным продувом газа. Указанное значение расхода R_g позволяло получить среднее значение скорости газового потока, близкое к одному из реализуемых в эксперименте. Используемые в настоящей работе величины градиентов A_j обеспечивали умеренные перепады температуры и концентрации в системе, что является необходимым условием для корректного применения приближения Обербека–Буссинеска.

Таблица 1. Рабочие параметры задачи

Параметр, обозначение, размерность	Компонент системы	
	HFE-7100	азот
Плотность ρ , кг/м ³	$1.5 \cdot 10^3$	1.2
Кинематическая вязкость ν , м ² /с	$0.38 \cdot 10^{-6}$	$0.15 \cdot 10^{-4}$
Коэффициент температурного расширения β , К ⁻¹	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$3.67 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент теплопроводности κ , Вт/(м·К)	$0.7 \cdot 10^{-1}$	$0.27 \cdot 10^{-1}$
Коэффициент температуропроводности χ , м ² /с	$0.4 \cdot 10^{-7}$	$0.3 \cdot 10^{-4}$
Температурный коэффициент поверхностного натяжения σ_T , Н/(м·К)	$1.14 \cdot 10^{-4}$	
Скрытая теплота парообразования L , (Вт·с)/кг	$1.11 \cdot 10^5$	
Молярная масса испаряющейся жидкости μ , кг/моль	0.25	
Коэффициент диффузии D , м ² /с		$0.7 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент концентрационного расширения γ		-0.5
Коэффициент Соре α_T , К ⁻¹		$5 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент Дюфура α_C , К		10^{-5}
Концентрация насыщенного пара C_0 (при $T_0 = 20$ °С)		0.45

С изменением l (см. Рис. 2) решение предсказывает заметную перестройку всех характеристик. В условиях равной тепловой нагрузки ($A_1 = A_2 = A$) при положительных значениях градиента A в тонком жидком слое под влиянием термокапиллярного эффекта формируются чисто термокапиллярные течения, при которых жидкость движется в направлении, противоположном прокачке газа (Рис. 2а). Поле скорости с возвратным течением определяет характерную тепловую картину: за счёт переноса тепла из горячей области в холодную при термокапиллярном растекании жидкости вдоль межфазной границы образуется приповерхностный термоклин, такой, что температура на межфазной границе становится выше, чем около стенок (Рис. 2б). С увеличением толщины l до 4 мм влияние термокапиллярного эффекта ослабевает, в результате происходит переход к течению смешанного типа, которое отличается расслоением профиля скорости вблизи Γ и возникновением зоны противотока в жидком слое (Рис. 2з). Перестройка поля скорости сопровождается формированием холодного термоклина внутри жидкой фазы, при этом в нижней части жидкого слоя имеет место неустойчивая температурная стратификация, а приповерхностный слой гравитационно устойчив; в газе же перепад температуры в вертикальном направлении практически

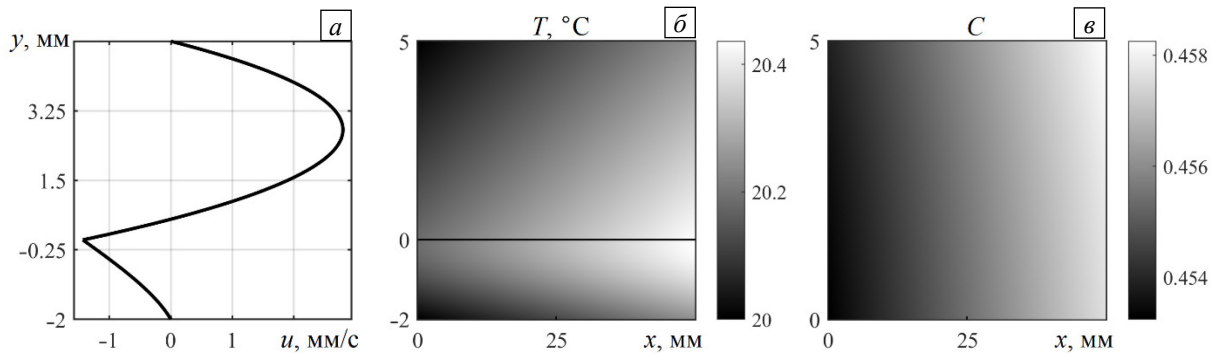


Рис. 2. Профиль скорости (а), распределения температуры (б) и концентрации (в) пара в системе при $A_1 = A_2 = A = 5$ К/м в зависимости от толщины жидкого слоя l , мм: 2 (а–в), 4 (з–е), 6 (ж–и)

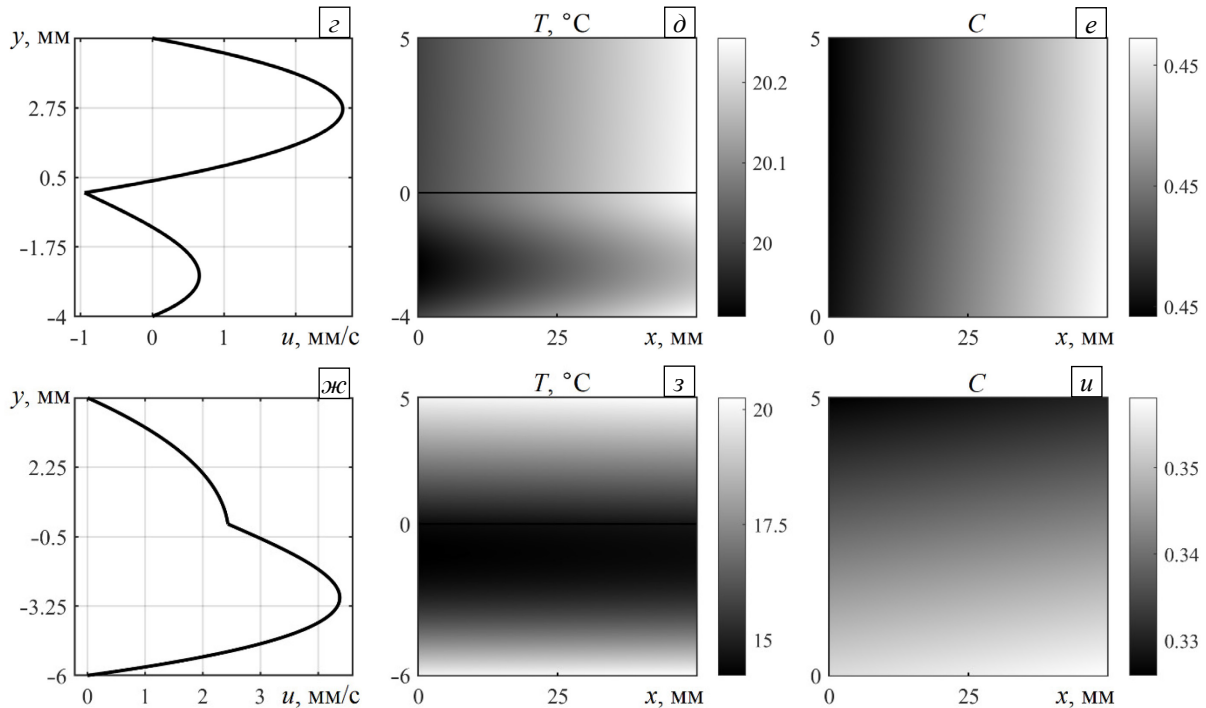
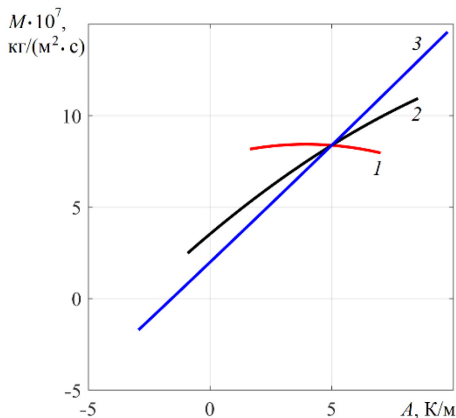


Рис. 2. Продолжение

отсутствует (Рис. 2д). С последующим ростом толщины жидкого слоя наблюдается переход к паузейлевскому режиму: в обеих средах реализуется однонаправленное течение с профилем скорости, близким к параболическому (Рис. 2ж), а вдоль границы раздела создается холодная зона (Рис. 2з). Таким образом, определяющее влияние на характеристики конвективных режимов в двухфазной системе имеет термокапиллярный эффект, который заметно проявляется при малых толщинах жидкого слоя и обеспечивает его устойчивую стратификацию. Ослабление этого эффекта с ростом l приводит к развитию режимов, при которых за счёт испарения в жидкости возникает неустойчивая температурная стратификация.

В случае, когда на стенках канала прикладывается тепловая нагрузка с различными градиентами A_j , с увеличением толщины жидкого слоя наблюдаются качественные изменения процесса массопереноса через Γ , о чем можно судить по поведению характеристики массовой скорости испарения M . Зависимости M от градиента A для систем с разной толщиной жидкого слоя l представлены на рисунке 3.

Рис. 3. Зависимость $M(A)$ в двухфазной системе с толщиной жидкого слоя l , мм: 2 (кривая 1), 4 (2, 3)

При построении профилей $M(A)$ значения A вычислялись с помощью условия связи из (7) с $A_1 = 5$ К/м и A_2 , меняющимся от -20 до $+20$ К/м. В системах с толщиной $l = 2$ и 4 мм в диапазоне изменений величины A происходит только испарение (параметр M принимает лишь положительные значения, см. кривые 1 и 2). В случае большей толщины жидкого слоя существует диапазон значений A , при которых M становится отрицательным (см. кривую 3), то есть возникают условия для конденсации. Следовательно, при одной и той же тепловой нагрузке в системах с разной толщиной жидкого слоя режимы фазового перехода могут меняться. В некотором диапазоне изменений A увеличение l приводит к значительному снижению скорости испарения.

Подобный характер зависимости M от толщины слоя жидкости подтверждается данными испытаний [15, 16]. В экспериментах установлено, что при фиксированной тепловой нагрузке (фактически при заданной температуре на межфазной поверхности) M при некотором значении l может достигать локального максимума. На рисунке 3 можно видеть, что в системе с $l = 2$ мм локальный максимум реализуется при $A_m = 3.93$ К/м. При указанных толщинах слоев l, h и условиях, определяемых значениями g, R_g, A_m, ϑ_j , пар становится насыщенным, и скорость испарения падает. С увеличением тепловой нагрузки локальный максимум достигается при больших значениях l . Таким

образом, зависимости $M(A)$, полученные с помощью точного решения (3), являются физически правдоподобными.

В связи с тем, что с изменением толщины происходит существенная перестройка режимов течений, необходимо исследовать характеристики устойчивости точного решения.

4. Влияние толщины жидкого слоя на устойчивость течений с испарением

4.1. Задача устойчивости

Сформулируем задачу устойчивости точного решения в безразмерных переменных. В качестве масштабов длины и времени выберем величины h и h^2/ν_2 и обозначим безразмерные независимые переменные как $\xi = (\xi, \eta, \zeta) = (x/h, y/h, z/h)$ и $\tau = \nu_2 t/h^2$. Для каждого физического параметра среды ω_j введем безразмерный аналог $\tilde{\omega}_j = \omega_j/\omega_2$, где индекс $j=1$ соответствует области $-\tilde{l} \leq \eta \leq 0$, $\tilde{l} = l/h$, а $j=2$ — области $0 \leq \eta \leq 1$; для коэффициентов Дюфура и Соре получим: $\tilde{\alpha}_c = \alpha_c/\vartheta_1$, $\tilde{\alpha}_T = \alpha_T/\vartheta_1$. Безразмерные функции скорости, давления и температуры зададим следующими: $\tilde{\mathbf{v}}_j = h \mathbf{v}_j/\nu_2$, $\tilde{p}_j = h^2 p_j/(\rho_2 \nu_2^2)$, $\tilde{T}_j = T_j/\vartheta_1$. Обозначим через $\tilde{\mathbf{V}}_j(\xi, \tau) = (\tilde{U}_j(\xi, \tau), \tilde{V}_j(\xi, \tau), \tilde{W}_j(\xi, \tau))$, $\tilde{P}_j(\xi, \tau)$, $\tilde{\Theta}_j(\xi, \tau)$, $S(\xi, \tau)$ малые нестационарные возмущения скорости, давления, температуры в j -м слое и концентрации пара. Будем считать, что возмущения суть нормальные волны, то есть указанные функции возмущений пропорциональны $\exp[i(\alpha_x \xi + \alpha_z \zeta - \lambda \tau)]$. Здесь: α_x , α_z — волновые числа вдоль осей ξ и ζ ; $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ — комплексный декремент, описывающий эволюцию возмущений во времени. Положим, что возмущения не вызывают деформаций границы раздела, тогда линеаризация уравнений (1), (2) и граничных условий (4)–(6) вблизи решения (3) приведёт к задаче для амплитуд нормальных возмущений (всюду ниже символ «~» у безразмерных функций и параметров опущен, «штрих» обозначает дифференцирование по переменной η):

$$\begin{aligned}
 -l < \eta < 0: \quad & (-i\lambda + i\alpha_x u_1)U_1 + u_1'V_1 = -i\alpha_x P_1/\rho + \nu(U_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)U_1), \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_1)V_1 = -P_1/\rho + \nu(V_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)V_1 + \beta \text{Gr} \Theta_1), \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_1)W_1 = -i\alpha_z P_1/\rho + \nu(W_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)W_1), \\
 & i\alpha_x U_1 + V_1' + i\alpha_z W_1 = 0, \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_1)\Theta_1 + T_{1\xi}U_1 + T_{1\eta}V_1 = (\chi/\text{Pr})(\Theta_1'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)\Theta_1),
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 0 < \eta < 1: \quad & (-i\lambda + i\alpha_x u_2)U_2 + u_2'V_2 = -i\alpha_x P_2 + U_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)U_2, \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_2)V_2 = -P_2' + V_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)V_2 + \text{Gr} \Theta_2 + \gamma \text{Ga} S, \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_2)W_2 = -i\alpha_z P_2 + W_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)W_2, \\
 & i\alpha_x U_2 + V_2' + i\alpha_z W_2 = 0, \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_2)\Theta_2 + T_{2\xi}U_2 + T_{2\eta}V_2 = (1/\text{Pr})(\Theta_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)\Theta_2 + \alpha_c(S'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)S)), \\
 & (-i\lambda + i\alpha_x u_2)S + C_\xi U_2 + C_\eta V_2 = (\text{Le}/\text{Pr})(S'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)S + \alpha_T(\Theta_2'' - (\alpha_x^2 + \alpha_z^2)\Theta_2)),
 \end{aligned} \tag{10}$$

с граничными условиями на твёрдых стенках:

$$\eta = -l: \quad U_1 = V_1 = W_1 = \Theta_1 = 0, \quad \eta = 1: \quad U_2 = V_2 = W_2 = \Theta_2 = S' + \alpha_T \Theta' = 0, \tag{11}$$

и границе раздела, остающейся недеформированной под действием возмущений:

$$\begin{aligned}
 \eta = 0: \quad & U_1 = U_2, \quad V_1 = V_2 = 0, \quad W_1 = W_2, \quad \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta, \quad P_1 - P_2 = 2(\nu \rho V_1' - V_2'), \\
 & U_2' - \nu \rho U_1' + i\alpha_x(V_2 - \nu \rho V_1) = \text{MaQ}^{-1} i\alpha_x \Theta, \quad W_2' - \nu \rho W_1' + i\alpha_z(V_2 - \nu \rho V_1) = \text{MaQ}^{-1} i\alpha_z \Theta, \\
 & \kappa \Theta_1' - \Theta_2 - \alpha_c S' = -E(S' + \alpha_T \Theta').
 \end{aligned} \tag{12}$$

Задача (9)–(12) содержит следующие безразмерные параметры и критерии подобия: число Грасгофа $\text{Gr} = g\beta_2 \vartheta_1 h^3/\nu_2^2$, число Прандтля $\text{Pr} = \nu_2/\chi_2$, число Галилея $\text{Ga} = gh^3/\nu_2^2$, число Льюиса $\text{Le} = D/\chi_2$,

число Марангони $Ma = \sigma_r Ah^2 / (v_2^2 \rho_2)$, параметр тепловой нагрузки $Q = Ah / \vartheta_1$, параметр $E = LD\rho_2 / (\kappa_2 \vartheta_1)$, и является спектральной относительно декремента λ . Для её решения используется метод ортогонализации Абрамова–Годунова [18]. При этом метод нормальных мод применим к решению полученной задачи лишь при $A_1 = A_2$ [9]; таким образом, все представленные ниже результаты установлены при условии равной тепловой нагрузки на стенках канала.

С практической точки зрения наибольший интерес вызывает связь между устойчивостью двухфазных течений и температурой на межфазной поверхности, определяющей интенсивность тепловых эффектов на Γ [16]. Поскольку в рассматриваемой задаче одна из основных характеристик, влияющих на температуру границы раздела в системе жидкость–газ, — это градиент A , то целесообразен переход к задаче построения нейтральных кривых вида $A(\alpha_x)$ для плоских возмущений и нейтральных поверхностей $A(\alpha_x, \alpha_z)$ для пространственных возмущений.

4.2. Плоские возмущения

В случае плоских возмущений решается спектральная задача (9)–(12) с $\alpha_z \equiv 0$ и $W_j \equiv 0$. На рисунке 4а представлены нейтральные кривые $A(\alpha_x)$, построенные для разных значений толщины жидкого слоя l и идентифицирующие порог устойчивости. Для кривых 1–3 область неустойчивости находится внутри (правее) кривых, для кривых 4, 5 — выше них. Фактически, значения A , лежащие на нейтральных кривых, определяют интенсивность внешней тепловой нагрузки, которая приводит к потере устойчивости рассматриваемого двухслойного течения. Изменение топологии нейтральных кривых с ростом l связано со сменой режимов течения: происходит последовательный переход от чисто термокапиллярного течения к смешанному и затем к пуазейлевскому. Увеличение толщины жидкого слоя дестабилизирует систему, то есть область неустойчивости расширяется. Критические значения волновых чисел α_x^* наиболее опасных возмущений (минимальные волновые числа возмущений, приводящих к потере устойчивости) следующие: $\alpha_x^* = 8$ для системы с $l = 2$ мм (при этом $A^* = 0.386$ К/м), $\alpha_x^* = 2.88$ для системы с $l = 3$ мм ($A^* = 0.504$ К/м), $\alpha_x^* = 0.62$ для системы с $l = 4$ мм ($A^* = 0.978$ К/м).

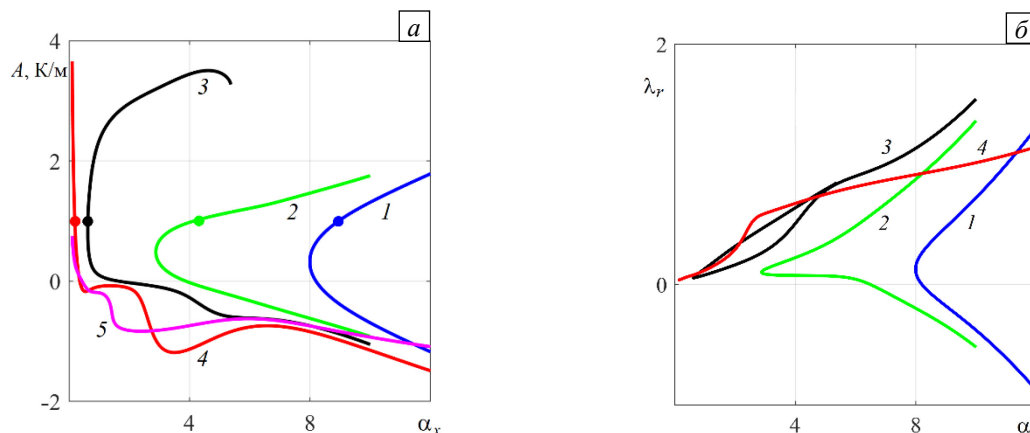


Рис. 4. Характеристики устойчивости двухфазной системы – нейтральные кривые $A(\alpha_x)$ (а), зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$ (б), как функции толщины жидкого слоя l , мм: 2 (кривая 1), 3 (2), 4 (3), 5 (4), 6 (5)

Оказалось, что почти все собственные значения λ имеют ненулевую действительную часть λ_r , то есть в системе, как правило, возникают колебательные режимы. Этот результат согласуется с данными работ [19, 20], где отмечается обязательный колебательный характер неустойчивости, наблюдаемой в испаряющемся тонком жидком слое. Зависимости $\lambda_r(\alpha_x)$ приведены на рисунке 4б; по значениям λ_r определены фазовые скорости возмущений $\omega_p = \lambda_r / \alpha_x$ с целочисленными значениями волновых чисел (см. Табл. 2). Отрицательные значения фазовой скорости отвечают распространению волны в направлении, противоположном оси течения. Видно, что в системах с достаточно малой толщиной жидкого слоя всегда присутствуют коротковолновые возмущения, для которых $\omega_p < 0$. Подобные режимы неустойчивости образуются тогда, когда основное течение является или чисто термокапиллярным, или течением смешанного типа, то есть в присутствии в жидкости зон возвратного течения. В этом случае направление дрейфа возмущений совпадает с направлением основного течения в жидком слое. Для всех рассмотренных конфигураций фазовая скорость возмущений ниже скорости основного потока.

Таблица 2. Значения фазовых скоростей возмущений ω_p , мм/с для разных толщин жидкого слоя

α_x l , мм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2								$3.8 \cdot 10^{-2}$	$-5.9 \cdot 10^{-2}$	-0.114
3			$8.7 \cdot 10^{-2}$ 0.127	$5.7 \cdot 10^{-2}$ 0.168	$4.4 \cdot 10^{-2}$ 0.2	$2.2 \cdot 10^{-2}$ 0.243	$-2.7 \cdot 10^{-2}$ 0.288	$-7.4 \cdot 10^{-2}$ 0.329	0.159	-0.156
4	0.399 0.24	0.477 0.246	0.482 0.28	0.479 0.38	0.475 0.469	0.451	0.428	0.425	0.438	0.463
5	0.357	0.437	0.592	0.507	0.451	0.407	0.372	0.343	0.321	0.304

Пример эволюции форм неустойчивости в двухфазной системе при $A = 1$ К/м с изменением толщины жидкого слоя представлен на рисунке 5. Дополнительно для каждой конфигурации показаны распределения полей скорости и температуры основного течения и указаны значения волнового числа α_x и декремента λ ,

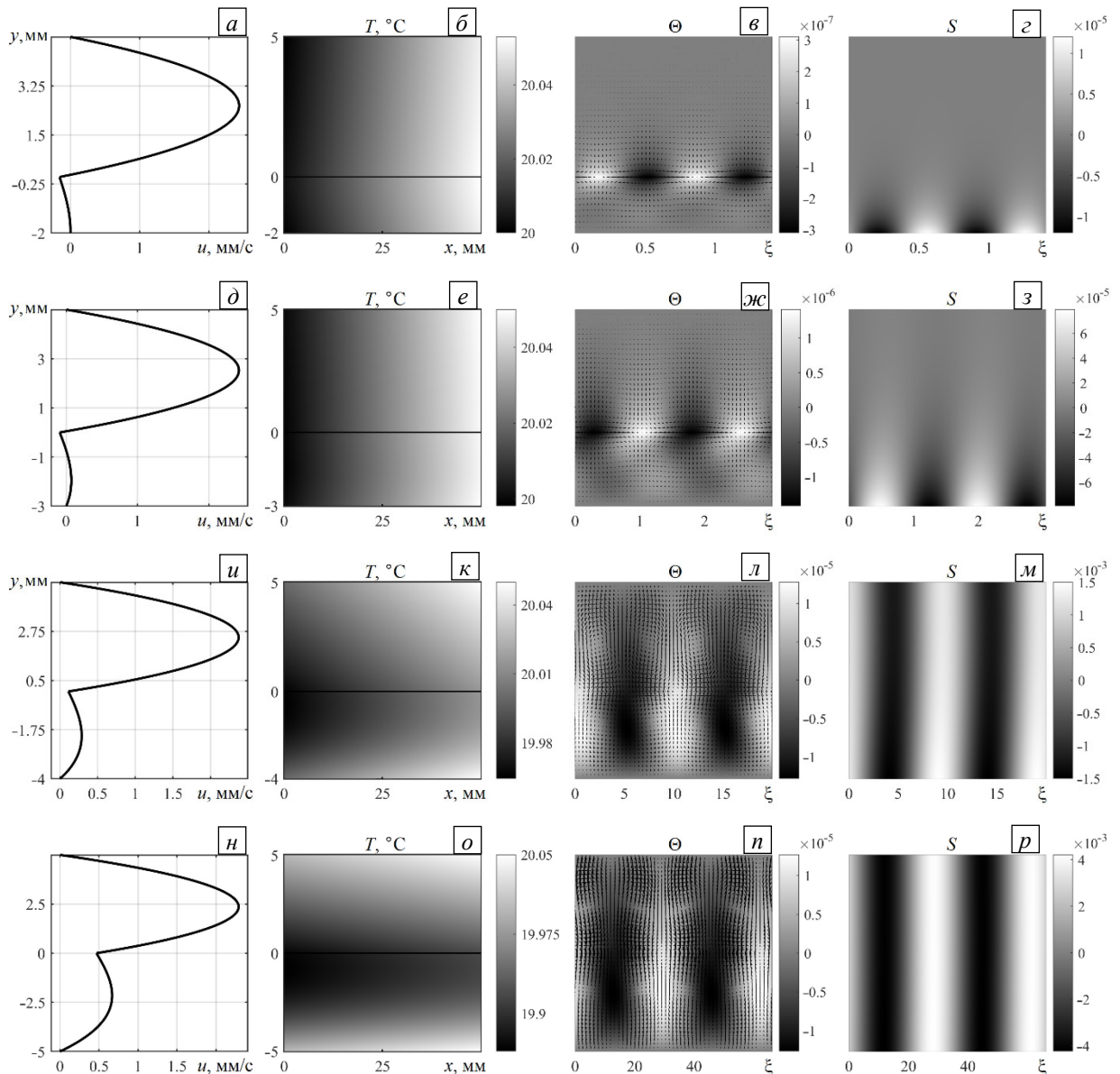


Рис. 5. Поля скорости (a, d, u, n) и температуры (b, e, k, o) основного течения и формы наиболее опасных возмущений скорости (показаны стрелками) и температуры (цветовая шкала) (v, zh, l, n), а также концентрации (z, z, m, p) в двухфазной системе при $A = 1$ К/м и следующих параметрах: $l = 2$ мм, $\alpha_x = 8.95$, $\lambda = -0.167 + 0.53 \cdot 10^{-3}i$ ($a-v$); $l = 3$ мм, $\alpha_x = 4.14$, $\lambda = 0.076 + 0.31 \cdot 10^{-3}i$ ($d-z$); $l = 4$ мм, $\alpha_x = 0.63$, $\lambda = 0.061 + 0.75 \cdot 10^{-3}i$ ($u-m$); $l = 5$ мм, $\alpha_x = 0.19$, $\lambda = 0.043 + 0.2 \cdot 10^{-3}i$ ($n-p$)

при которых реализуются возмущения соответствующего вида. Видно, что с ростом l происходит перестройка формы возмущений от термокапиллярных «мелкомасштабных» структур (Рис. 5в, жс) к конвективным ячейкам (Рис. 5л, н), вызванная сменой типа основного течения и трансформацией поля температуры.

4.3. Пространственные возмущения

Результаты решения задачи устойчивости течения в системе жидкость–газ для случая пространственных возмущений представлены на рисунке 6. При тонком жидком слое (толщина l не превышает 4 мм) области неустойчивости лежат «внутри» нейтральных поверхностей (Рис. 6а, б), при больших значениях l — выше поверхностей (Рис. 6в, г). Видно, что для всех конфигураций пространственные возмущения более опасны, чем плоские. Для системы с $l = 3$ мм критическое волновое число «спиральных» возмущений (возмущений с $\alpha_x = 0$, имеющих вид валов, оси которых параллельны оси течения) $\alpha_z^* = 2.88$ (при этом $A^* = 0.419$ К/м). Из сравнения указанных значений с критическими, полученными для плоских возмущений, следует, что волновые числа для плоских и «спиральных» возмущений совпадают, а потеря устойчивости при «спиральных» возмущениях происходит при меньших значениях температурного градиента A .

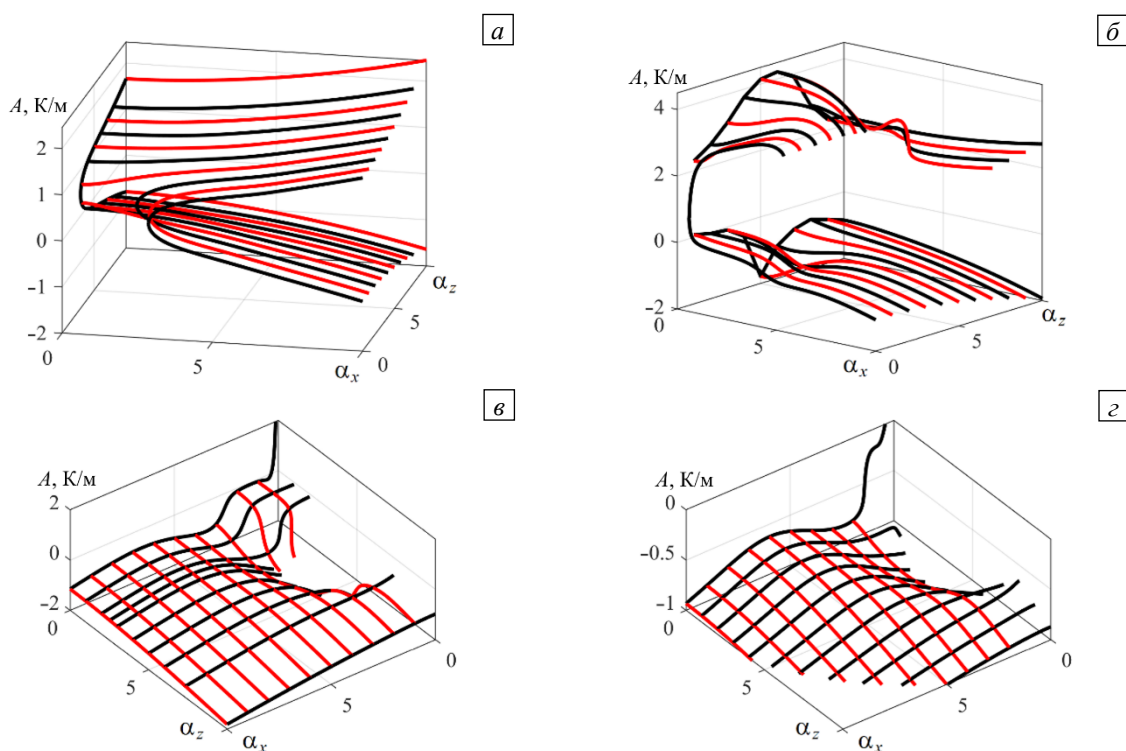


Рис. 6. Нейтральные поверхности $A(\alpha_x, \alpha_z)$ при разной толщине жидкого слоя l , мм: 3 (а), 4 (б), 5 (в), 6 (г)

В случае пространственных возмущений при потере устойчивости в системе возникают режимы валиковой конвекции, для которой характерно формирование пространственных продольных и поперечных валов различной топологии и тепловых структур с разной формой и локализацией. Примеры характеристических возмущений содержит рисунок 7. Видно, что температурные возмущения приводят к образованию на межфазной границе перемежающихся горячих и холодных тепловых «нитей»; при этом поле температуры полностью определяет поле возмущений концентрации пара в газе, представляющее собой чередующиеся концентрационные валы с пониженным и повышенным паросодержанием (Рис. 7г). Важно, что предсказываемые точным решением тепловые структуры типа «нитей» на поверхности испаряющейся жидкости наблюдались и в экспериментах [21]. В зависимости от типа основного течения в системе могут возникать тепловые структуры в придонной области (см. Рис. 7а), типичные для режимов течений с выраженным холодным термоклином внутри жидкого слоя, или структуры с двухрядной упаковкой, указывающие на конкурентное сосуществование термокапиллярного и конвективного механизмов неустойчивости (Рис 7б). Топология и масштаб продольных и поперечных структур в жидкости могут различаться. На рисунке 7а показан пример, когда продольные валы «сообщаются» друг с другом, а поперечные валы — вихревые структуры со сложной симметрией и двумя ядрами. При этом верхнее ядро формируется в приповерхностной зоне и отвечает термокапиллярным возмущениям, а нижнее, являющееся результатом действия конвективного механизма, — в зоне термоклина внутри объёмной жидкой фазы.

Кроме того, поперечные валы могут деформироваться основным течением и иметь вытянутую в направлении основного потока конфигурацию (Рис. 7б). Пространственная неустойчивость в слое жидкости, находящемся под действием газового потока, реализующаяся в форме продольных структур с разветвлениями, наблюдалась в экспериментах [21], как и режим сосуществования упорядоченных продольных и поперечных валов [22]. По-видимому, первому случаю соответствуют структуры, показанные на рисунках 7а, а второму — структуры, подобные изображённым на рисунках 7б, в. Стоит отметить, что, как и в случае плоских волн, при пространственных возмущениях реализуется колебательная неустойчивость, и волны распространяются в потоке с фазовой скоростью $\omega_p = \lambda_r / \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_z^2}$. Возмущениям, представленным на рисунке 7, отвечает фазовая скорость ω_p , мм/с: 0.384 (Рис. 7а); 0.218 (Рис. 7б); 0.066 (Рис. 7в, г).

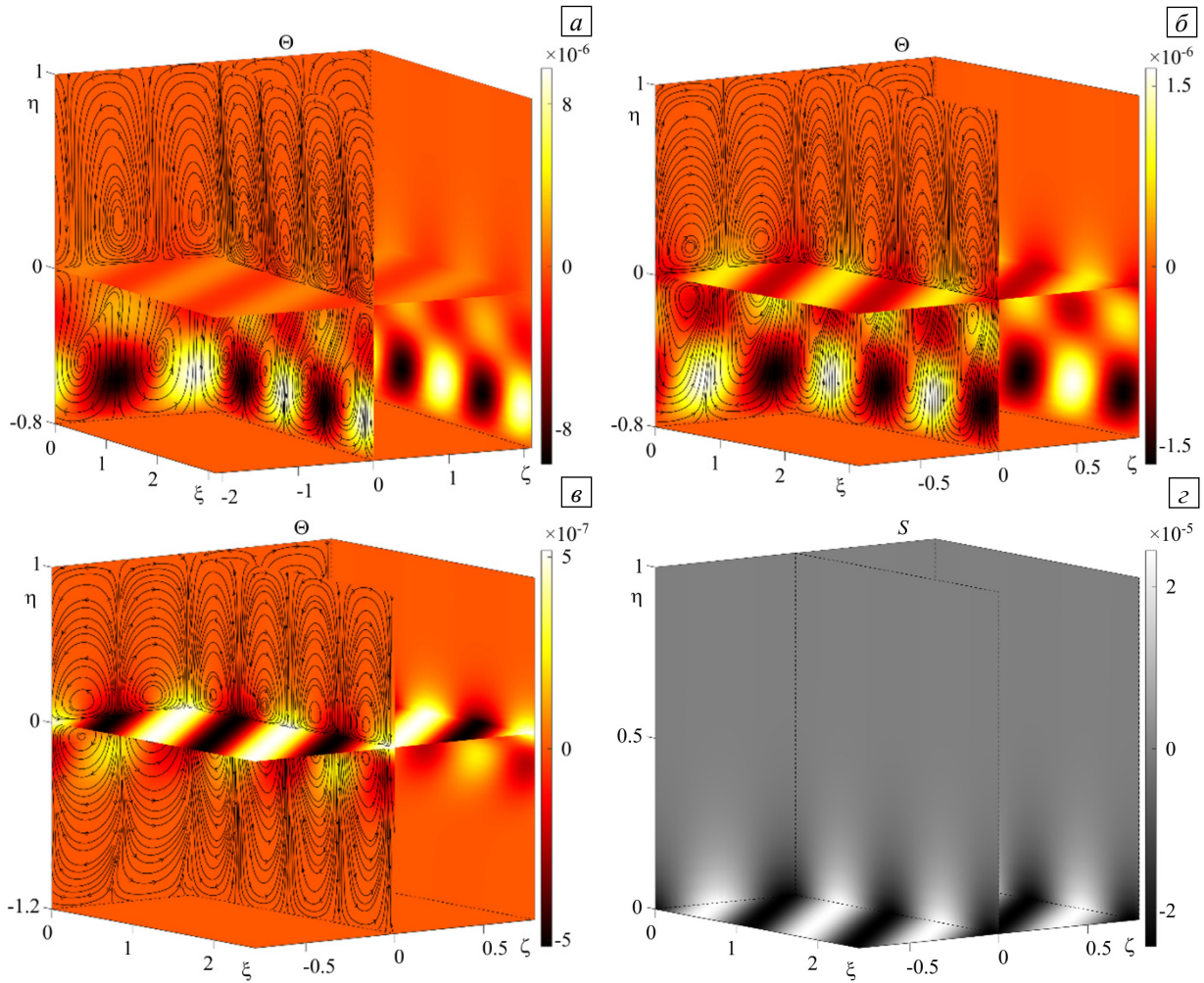


Рис. 7. Типичные формы пространственных возмущений скорости (показаны линиями со стрелками) и температуры (цветовые шкалы) (а-в), а также концентрации пара в газовой фазе (г), полученные при следующих значениях параметров: $l = 4$ мм, $\alpha_x = 4$, $\alpha_z = 3$, $A = 3.7$ К/м (а); $l = 4$ мм, $\alpha_x = 4$, $\alpha_z = 7$, $A = 2.85$ К/м (б); $l = 6$ мм, $\alpha_x = 5$, $\alpha_z = 8$, $A = -0.86$ К/м (в, г)

Отличительной особенностью рассмотренной задачи служит то, что для всех конфигураций системы существует тепловая нагрузка, характеризуемая величиной продольного градиента A , при которой основное течение становится неустойчивым относительно как плоских, так и пространственных возмущений (Рис. 4а и Рис. 6). В системах с тонким жидким слоем неустойчивость проявляется в форме коротковолновых возмущений; с увеличением толщины l могут развиваться и длинноволновые возмущения.

5. Выводы

Как экспериментальные [15, 16], так и теоретические результаты, представленные в настоящей работе, показывают, что параметры режимов двухфазных течений, вызванных совместным действием продольного градиента температуры и прокачки газа, могут существенно меняться в зависимости от толщины слоя

жидкого теплоносителя. Согласно полученным результатам за счёт выбора соответствующей геометрии и температурных нагрузок можно добиться увеличения скорости испарения, что позволит повысить эффективность теплоотвода в системах жидкостной термостабилизации. Кроме того, даже для неустойчивых режимов можно подобрать такую толщину жидкого слоя, при которой будут реализовываться медленно растущие возмущения, то есть такие, у которых комплексный декремент имеет минимальную положительную мнимую часть λ_i . Этот результат может быть полезным для систем термического контроля, в которых какой-то узел/участок жидкостного тракта запускается периодически, на время работы элементов оборудования. Примерами таких режимов работы служат активация корректировки антенн, передача данных телеметрии и др. на спутниках различного назначения. При таких режимах наиболее опасные возмущения растут довольно медленно и за время срабатывания узла/элемента оборудования не успеют привести к кризису течения.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>).

Литература

1. *Kabov O.A., Kuznetsov V.V., Kabova Yu.O.* Evaporation, dynamics and interface deformations in thin liquid films sheared by gas in a microchannel // Encyclopedia of two-phase heat transfer and flow II: Special topics and applications / Ed. J.R. Thome, J. Kim. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2015. P. 57-108.
2. *Worner M.* Numerical modeling of multiphase flow in microfluidics and micro process engineering: A review of methods and applications // Microfluid. Nanofluid. 2012. Vol. 12. P. 841-886. <https://doi.org/10.1007/s10404-012-0940-8>
3. *Sharma A.* Level set method for computational multi-fluid dynamics: A review on developments, applications and analysis // Sadhana. 2015. Vol. 40. P. 627-652. <https://doi.org/10.1007/s12046-014-0329-3>
4. *Eisenschmidt K., Ertl M., Goma H., Kieffer-Roth C., Meister C., Rauschenberger P., Reitzle M., Schlotke K., Weigand B.* Direct numerical simulations for multiphase flows: An overview of the multiphase code FS3D // Appl. Math. Comput. 2016. Vol. 272. P. 508-517. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.05.095>
5. *Qin T.* Buoyancy-thermocapillary convection of volatile fluids in confined and sealed geometries. Springer Cham, 2017. 227 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61331-4>
6. *Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Gribanov I.I.* Thermal lattice Boltzmann method for multiphase flows // Phys. Rev. E. 2018. Vol. 98. 023308. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.98.023308>
7. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // ПММ. 2018. Т. 82, № 2. С. 219-260. (English version <https://doi.org/10.1134/S001546281804016X>)
8. *Шлюмис М.И., Якушин В.И.* Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Уч. зап. Перм. гос. ун-та. Сер. Гидродинамика. 1972. № 4. С. 129-140.
9. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Stability of the exact solutions describing the two-layer flows with evaporation at interface // Fluid Dyn. Res. 2016. Vol. 48. 061408. <https://doi.org/10.1088/0169-5983/48/6/061408>
10. *Goncharova O.N., Kabov O.A.* Investigation of the two-layer fluid flows with evaporation at interface on the basis of the exact solutions of the 3D problems of convection // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. Vol. 754. 032008. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/754/3/032008>
11. *Grigoriev R.O., Qin T.* The effect of phase change on stability of convective flow in a layer of volatile liquid driven by a horizontal temperature gradient // J. Fluid Mech. 2018. Vol. 838. P. 248-283. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.918>
12. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Шефер И.А.* Устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением на границе раздела // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 2. С. 23-35. <https://doi.org/10.7868/S0568528117020062>
13. *Bekezhanova V.B., Shefer I.A.* Influence of gravity on the stability of evaporative convection regimes // Microgravity Sci. Technol. 2018. Vol. 30. P. 543-560. <https://doi.org/10.1007/s12217-018-9628-3>
14. *Шефер И.А.* Влияние поперечного перепада температур на устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 5. С. 15-25. <https://doi.org/10.1134/S0568528119040091>
15. *Люлин Ю.В., Кабов О.А.* Измерение массовой скорости испарения в горизонтальном слое жидкости, частично открытом в движущийся газ // ПЖТФ. 2013. Т. 39, № 17. С. 88-94. (English version <https://doi.org/10.1134/S1063785013090095>)
16. *Lyulin Y., Kabov O.* Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow // Int. J. Heat Mass Tran. 2014. Vol. 70. P. 599-609. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039>
17. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Influence of the Dufour and Soret effects on the characteristics of evaporating liquid flows // Int. J. Heat Mass Tran. 2020. Vol. 154. 119696. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119696>
18. *Годунов С.К.* У численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // УМН. 1961. Т. 16, № 3(99). С. 171-174.
19. *Peng C.-C., Cerretani C., Braun R.J., Radke C.J.* Evaporation-driven instability of the precorneal tear film // Adv. Colloid Interface Sci. 2014. Vol. 206. P. 250-264. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2013.06.001>
20. *Tiwari N., Davis J.M.* Linear stability of a volatile liquid film flowing over a locally heated surface // Phys. Fluids. 2009. Vol. 21. 022105. <https://doi.org/10.1063/1.3068757>
21. *Черноузько Ю.Л., Шумилов А.В.* Испарение и микроконвекция в тонком поверхностном слое // Океанология. 1971. Т. 11, № 6. С. 982-986.
22. *Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A.* Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Exp. Therm. Fluid Sci. 2011. Vol. 35. P. 825-831. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001>

References

1. Kabov O.A., Kuznetsov V.V., Kabova Yu.O. Evaporation, dynamics and interface deformations in thin liquid films sheared by gas in a microchannel. *Encyclopedia of two-phase heat transfer and flow II: Special topics and applications*, ed. J.R. Thome, J. Kim. Singapore, World Scientific Publishing Company, 2015. Pp. 57-108
2. Worner M. Numerical modeling of multiphase flow in microfluidics and micro process engineering: A review of methods and applications. *Microfluid. Nanofluid.*, 2012, vol. 12, pp. 841-886. <https://doi.org/10.1007/s10404-012-0940-8>
3. Sharma A. Level set method for computational multi-fluid dynamics: A review on developments, applications and analysis. *Sadhana*, 2015, vol. 40, pp. 627-652. <https://doi.org/10.1007/s12046-014-0329-3>
4. Eisenschmidt K., Ertl M., Goma H., Kieffer-Roth C., Meister C., Rauschenberger P., Reitzle M., Schlottke K., Weigand B. Direct numerical simulations for multiphase flows: An overview of the multiphase code FS3D. *Appl. Math. Comput.*, 2016, vol. 272, pp. 508-517. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.05.095>
5. Qin T. *Buoyancy-thermocapillary convection of volatile fluids in confined and sealed geometries*. Springer Cham, 2017. 227 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61331-4>
6. Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Gribanov I.I. Thermal lattice Boltzmann method for multiphase flows. *Phys. Rev. E*, 2018, vol. 98, 023308. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.98.023308>
7. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Problems of the evaporative convection (review). *Fluid Dyn.*, 2018, vol. 53, pp. S69-S102. <http://dx.doi.org/10.1134/S001546281804016X>
8. Shliomis M.I., Yakushin, V.I. Konveksiya v dvukhsloynoy binarnoy sisteme s ispareniyem [Convection in a two-layers binary system with an evaporation]. Uch. zap. Perm. gos. un-ta. Ser. Gidrodinamika [*Proceedings of Perm State University. Hydrodynamics*], 1972, vol. 4, pp. 129-140.
9. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Stability of the exact solutions describing the two-layer flows with evaporation at interface. *Fluid Dyn. Res.*, 2016, vol. 48, 061408. <https://doi.org/10.1088/0169-5983/48/6/061408>
10. Goncharova O.N., Kabov O.A. Investigation of the two-layer fluid flows with evaporation at interface on the basis of the exact solutions of the 3D problems of convection. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2016, vol. 754, 032008. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/754/3/032008>
11. Grigoriev R.O., Qin T. The effect of phase change on stability of convective flow in a layer of volatile liquid driven by a horizontal temperature gradient. *J. Fluid Mech.*, 2018, vol. 838, pp. 248-283. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.918>
12. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Rezanova E.V., Shefer I.A. Stability of two-layer fluid flows with evaporation at the interface. *Fluid Dyn.*, 2017, vol. 52, pp. 189-200. <https://doi.org/10.1134/S001546281702003X>
13. Bekezhanova V.B., Shefer I.A. Influence of gravity on the stability of evaporative convection regimes. *Microgravity Sci. Technol.*, 2018, vol. 30, pp. 543-560. <https://doi.org/10.1007/s12217-018-9628-3>
14. Shefer I.A. Influence of the transverse temperature drop on the stability of two-layer fluid flows with evaporation. *Fluid Dyn.*, 2019, vol. 54, pp. 603-613. <https://doi.org/10.1134/S0015462819040098>
15. Lyulin Yu.V., Kabov O.A. Measurement of the evaporation mass flow rate in a horizontal liquid layer partly opened into flowing gas. *Tech. Phys. Lett.*, 2013, vol. 39, pp. 795-797. <https://doi.org/10.1134/S1063785013090095>
16. Lyulin Y., Kabov O. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2014, vol. 70, pp. 599-609. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039>
17. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Influence of the Dufour and Soret effects on the characteristics of evaporating liquid flows. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2020, vol. 154, 119696. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119696>
18. Godunov S.K. O chislenom reshenii krayevykh zadach dlya sistem lineynykh obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy. *UMN – Russ. Math. Surv.*, 1961, vol. 16, no. 3(99), pp. 171-174.
19. Peng C.-C., Cerretani C., Braun R.J., Radke C.J. Evaporation-driven instability of the precorneal tear film. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2014, vol. 206, pp. 250-264. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2013.06.001>
20. Tiwari N., Davis J.M. Linear stability of a volatile liquid film flowing over a locally heated surface. *Phys. Fluids*, 2009, vol. 21, 022105. <https://doi.org/10.1063/1.3068757>
21. Chernous'ko Yu.L., Shumilov A.V. Ispareniye i mikrokonveksiya v tonkom poverkhnostnom sloye [Evaporation and microconvection in thin superficial layer]. *Okeanologiya – Oceanology*, 1971, vol. 11, no. 6, pp. 982-986.
22. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 2011, vol. 35, pp. 825-831. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001>

Поступила в редакцию 01.12.2022; после доработки 30.12.2022; принята к опубликованию 17.01.2023

Сведения об авторах

Бекежанова Виктория Бахытовна, дфмн, внс, Институт вычислительного моделирования СО РАН (ИВМ СО РАН), 660036, г. Красноярск, ул. Академгородок, д. 50/44; e-mail: vbek@icm.krasn.ru

Шефер Илья Александрович, б/с, асс., Сибирский федеральный университет (СФУ), 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, д. 79; e-mail: ilya.shefer@gmail.com