

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.2.18](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.2.18)

УДК 519.6, 532.517.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПОДХОДА IDDES С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ *zFlare*

А.И. Трошин, С.С. Молев, В.В. Власенко, С.В. Михайлов, С. Бахнэ, С.В. Матяш

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Российская Федерация

Описывается опыт вихреразрешающих расчетов турбулентных течений с использованием программы *zFlare*, разработанной в ЦАГИ и являющейся его собственностью. Программа позволяет рассчитывать трехмерные нестационарные течения произвольной геометрии на базе или нестационарных уравнений Рейнольдса, или гибридного вихреразрешающего подхода. Обсуждаются возможности программы *zFlare*, касающиеся применимости к трехмерным турбулентным течениям однокомпонентного газа с постоянной теплоемкостью. Для замыкания уравнений турбулентного движения служат: основанная на гипотезе Буссинеска модель турбулентности Ментера и ее аналог для гибридного вихреразрешающего подхода; две небуссинесковских модели турбулентности – модель Сёкоры с соавторами и ее оригинальный аналог для гибридного вихреразрешающего подхода. Дается полное описание небуссинесковских моделей. Представляется численная постановка тестовых примеров вихреразрешающих расчетов по программе *zFlare*: затухание изотропной турбулентности; развитое турбулентное течение в плоском канале; турбулентное течение в гладком расширяющемся канале с отрывом пограничного слоя. Два первых теста применяются при настройке коэффициентов моделей для гибридного вихреразрешающего подхода, а третий – для валидации этих моделей. Сравниваются данные, полученные по программе *zFlare* (с помощью гибридного вихреразрешающего подхода и на основе уравнений Рейнольдса), с известными для каждого теста эталонными данными и с результатами вычислений других авторов. Как показал тест о дозвуковом течении в гладком канале с расширением и отрывом пограничного слоя, новый небуссинесковский гибридный вихреразрешающий подход существенно лучше предсказывает поле средней скорости, чем аналогичный расчет по гибридной модели, основанной на гипотезе Буссинеска.

Ключевые слова: газовая динамика, гибридные методы расчета, URANS, IDDES, программа ЦАГИ *zFlare*, численная реализация, верификационные расчеты

TURBULENT FLOW SIMULATION BASED ON THE IDDES APPROACH USING THE CODE *zFlare*

A.I. Troshin, S.S. Molev, V.V. Vlasenko, S.V. Mikhaylov, S. Bakhne and S.V. Matyash

Central Aerohydrodynamic Institute named after prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russian Federation

The experience gained in scale-resolving simulations of turbulent flows using the in-house code *zFlare* developed at the Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI) is described. The code allows simulating the three-dimensional unsteady flows of arbitrary geometry on the basis of either unsteady Reynolds equations or a hybrid scale-resolving approach. The capabilities of the code *zFlare* concerning its applicability to the three-dimensional turbulent flows of a single-component gas with a constant heat capacity are discussed. To close the equations of turbulent motion, the following models are used: the Menter turbulence model based on the Boussinesq hypothesis and its analogue for the hybrid scale-resolving approach, and two non-Boussinesq turbulence models: the Cécora et al. model and its original analogue for the hybrid scale-resolving approach. A full description of non-Boussinesq models is provided. The numerical set-up of the test examples of scale-resolving simulations based on the code *zFlare* is presented: the isotropic turbulence decay; the developed turbulent flow in a plane channel; the turbulent flow in a smooth expanding channel with the boundary layer separation. The first two tests are used to adjust the coefficients of the models for hybrid simulations, and the third one is used to validate these models. The results obtained with the *zFlare* code (using the hybrid approach and based on the Reynolds equations) are compared with the known reference data for each test case and with the results of simulations by other authors. The test case concerning the subsonic flow in an expanding channel and the boundary layer separation shows that the new non-Boussinesq hybrid scale-resolving method predicts the average velocity field significantly better than the analogous hybrid simulation using the Boussinesq hypothesis-based model.

Key words: gas dynamics, hybrid simulation methods, URANS, IDDES, TsAGI code *zFlare*, numerical implementation, verification tests

1. Введение

Исторически первый эффективный подход к описанию турбулентных течений сформулирован О. Рейнольдсом [1, 2], который предложил моделировать только осредненные по времени гидродинамические поля и вывел уравнения для среднего течения. Для замыкания уравнений Рейнольдса (RANS — Reynolds Averaged Navier–Stokes equations) необходимы полуэмпирические модели турбулентности — приближенные модели, основанные на физических представлениях о свойствах течения и содержащие константы, определяемые из эксперимента. Такие модели получили широкое распространение в XX веке (см., например, [2]), продолжают активно применяться сейчас и, по-видимому, сохраняют свое значение для инженерных приложений в будущем, поскольку требуют относительно небольших затрат на выполнение расчетов. Однако в настоящее время наблюдается кризис подхода, так как выяснилось, что ни одна из распространенных RANS-моделей не способна дать надежное описание турбулентного течения в целом ряде важных для практики случаев. Достаточно указать, что RANS-модели не могут предсказать корректно длину начального участка плоских и круглых струй и следов, если

не прибегать к перенастройке их коэффициентов [3, 4]. Еще хуже обстоит дело с представлением течений при наличии отрыва пограничного слоя. Общепринятые RANS-модели, как правило, некорректно воспроизводят размер отрывной зоны [5], а в решениях, получаемых на их основе, отсутствуют низкочастотные колебания, характерные для многих классов отрывных течений [6]. Чтобы изменить эту ситуацию, требуется разработка принципиально новых полуэмпирических моделей, которые в гораздо большей степени отражали бы физические свойства турбулентных течений.

С учетом этого, а также благодаря бурному развитию компьютерной техники, в последние десятилетия все более широкое распространение получают методы прямого численного моделирования крупных вихрей — методы LES (Large Eddy Simulation) (см., например, [7]). Непосредственное воспроизведение крупномасштабной турбулентности с использованием полуэмпирических моделей только для мелкомасштабной (подсеточной) турбулентности позволило успешно решить некоторые проблемы без специальной настройки эмпирических коэффициентов. В частности, методы LES хорошо описывают начальный участок турбулентных струй [8].

Метод LES основан на гипотезе о существовании в развитом турбулентном течении (при достаточно больших числах Рейнольдса) инерционного интервала масштабов, в котором средний поток энергии не зависит от масштаба вихрей. При приближении к стенке турбулентность вырождается, и для разрешения вихревых структур требуется измельчение сетки почти до предела DNS (Direct Numerical Simulation) — прямого моделирования всех масштабов турбулентности на базе уравнений Навье–Стокса. Такой подход называется WRLES (Wall Resolved LES) — метод крупных вихрей с разрешением пристеночных процессов. Однако при высоких числах Рейнольдса этот подход до сих пор остается неприемлемо ресурсозатратным [9]. В настоящее время единственной альтернативой являются гибридные RANS–LES методы, которые предполагают переход от системы уравнений URANS (Unsteady RANS) в пристеночной области течения к LES в основной части потока. Наиболее популярным гибридным методом стал DES (Detached Eddy Simulation), — моделирование отсоединенных вихрей [10]. Впоследствии предложены модификации этого метода: DDES (Delayed DES), при котором весь пограничный слой описывается в RANS-режиме, и IDDES (Improved DDES), который позволяет моделировать пограничный слой как в режиме URANS по всей толщине (если в решение не вносятся возмущения), так и в LES-режиме во внешней части, если в каком-либо сечении пограничный слой возмущен внешним воздействием [11].

В Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) имеется собственный пакет аэродинамических программ EWT-ЦАГИ [12], который реализует концепцию «электронной аэродинамической трубы» (Electronic Wind Tunnel) — EWT, сформулированную в [13]. Ядром пакета EWT-ЦАГИ служит библиотека ZEUS [14] (прежнее название — *nss* [15]), которая написана на языке программирования C++ и представляет собой набор базовых классов для организации аэродинамических вычислений — классов, определяющих топологию и характеристики расчетной сетки, общую структуру решаемых уравнений и общую структуру используемой для этого численной схемы. В EWT-ЦАГИ входят основанные на библиотеке ZEUS расчетные модули для решения уравнений Эйлера, Навье–Стокса и Рейнольдса для однокомпонентного газа с постоянной термодинамикой (в первую очередь, воздуха) при произвольной геометрии обтекаемых тел. Также пакет включает программы подготовительных расчетов (построение геометрий и расчетных сеток, задание краевых условий и различных параметров, входящих в постановку задач) и программы для обработки полученных числовых результатов.

В 2019 году в ЦАГИ на базе библиотеки ZEUS создан еще один расчетный модуль, вошедший в пакет EWT-ЦАГИ, — программа *zFlare* [16], предназначенная для численного моделирования трехмерных течений с турбулентностью и горением в каналах. Ключевые отличия этой программы — ориентация на нестационарные течения, описываемые сложными физико-математическими моделями, которые приходится периодически модифицировать, обновлять их структуру и расширять функционал (например, включать новые элементы моделей турбулентности, добавлять граничные условия, кинетические механизмы, термодинамические формулы, увеличивать набор рассматриваемых веществ и др.). Программа допускает расчеты в рамках подходов URANS и IDDES. Программа *zFlare*, будучи собственностью ЦАГИ, допускает использование на коммерческой основе.

В *zFlare* предусмотрена возможность включения различных моделей турбулентности, но полный функционал программы имеет в основе модель турбулентности SST (Shear-Stress Transport) Ф.П. Ментера [17, 18]. Базовая реализация подхода IDDES в *zFlare* — это метод SST-IDDES [11].

В последние годы в ЦАГИ ведутся исследования, направленные на создание гибридного метода на основе модели турбулентности класса DRSM (Differential Reynolds Stress Model), в котором не разрешенная (подсеточная) часть турбулентных напряжений определяется из решения дифференциальных уравнений. Этот метод обозначается как DRSM-IDDES. Несмотря на малую толщину, пристеночная область, в которой осуществляются вычисления в URANS-режиме, играет ключевую роль в формировании трения, теплового потока и профилей параметров в пограничном слое. В этой области модель должна быть способной описывать среднее течение в широком диапазоне внешних условий, в частности, корректно воспроизводить отклик течения на внешние градиенты давления. Вблизи стенки турбулентность вырождается и приближается к двухкомпонентному пределу (пульсации скорости по нормали к поверхности становятся намного слабее продольных пульсаций). Гипотеза Буссинеска

о подобии процессов молекулярного и турбулентного переноса [2, 19], на которой основаны модели SST и SST-IDDES, строго говоря, в таких условиях неприменима: она предполагает изотропный характер пульсаций скорости. Поэтому актуальным является создание небуссинесковской дифференциальной модели для отыскания турбулентных напряжений. В связи с этим в программу *zFlare* включена модель Сёкоры и соавторов SSG/LRR- ω [20] — современная DRSM-модель для RANS-расчетов. Она включает уравнение для характерной частоты турбулентности ω и предусматривает переход от коэффициентов модели SSG (Speziale, Sarkar, Gatski [21]) к коэффициентам модели LRR (Launder, Reece, Rodi [22]) в зависимости от типа турбулентности: свободной либо пристеночной. На базе этой модели авторы данной статьи разработали оригинальную модель DRSM-IDDES.

Существует несколько отечественных кодов, реализующих гибридные RANS-LES-модели. Самые известные из них — это NTS [23], разработанный в Санкт-Петербургском политехническом университете, NOISEtte [24] — детище Института прикладной математики в Москве и Jet3D [25], созданный в Центральном институте авиационного моторостроения. Все эти коды являются «внутренними» («in-house»), то есть, предназначены в первую очередь для их разработчиков. Код *zFlare* также обладает статусом «внутреннего». Публикация авторских элементов численной технологии имеет целью инициировать обсуждение и обмен опытом между группами разработчиков кодов подобного типа. Из-за ограниченной открытости вышеперечисленных кодов прямое сопоставление точности и эффективности их работы затруднительно, и в данной статье не выполняется.

Статья организована следующим образом: в разделе 2 записаны уравнения для турбулентных течений, которые используются в программе *zFlare*. Рассматриваются течения только однокомпонентного совершенного газа с постоянной теплоемкостью (без химических реакций). Модели SST и SST-IDDES приводятся на уровне ключевых слов, а для моделей SSG/LRR- ω и DRSM-IDDES дается полное описание. В разделе 3 кратко представлен численный метод, лежащий в основе программы. В разделе 4 обсуждаются примеры вихререзающих расчетов турбулентных течений, выполненных с помощью *zFlare*: LES-расчеты затухания изотропной турбулентности, IDDES-расчет развитого турбулентного течения в плоском канале, и IDDES-расчет турбулентного течения в гладком расширяющемся канале с отрывом пограничного слоя. Проведение первого и второго тестов необходимо для настройки коэффициентов IDDES-моделей, а третий тест предназначен для валидации этих моделей. IDDES-расчеты сравниваются с RANS-расчетами по программе *zFlare*, а также с эталонными решениями для каждого теста и с вычислительными экспериментами других авторов.

2. Математические модели турбулентных течений

Уравнения, которые решаются численно при помощи программы *zFlare*, имеют одинаковую структуру как в подходе URANS, так и в методах IDDES. Система, математически описывающая турбулентное течение, состоит из дифференциальных уравнений в частных производных, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии сжимаемого совершенного газа. К ним добавлены уравнения для параметров турбулентности p_m^{turb} , $m=1, \dots, N_{turb}$. В подходе URANS параметры турбулентности характеризуют весь каскад турбулентных пульсаций, а в методе IDDES в LES-области эти же параметры определяют только подсеточную турбулентность. Система уравнений представляется в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_j^{Eu}}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{f}_j^{NS}}{\partial x_j} = \mathbf{s}, \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ \rho E \\ \rho p_m^{turb} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_j^{Eu} = \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ (\rho E + p) u_j \\ \rho p_m^{turb} u_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_j^{NS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \tau_{ij} u_i + \Theta_j \\ J_j(p_m^{turb}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S(p_m^{turb}) \end{bmatrix}.$$

Здесь: \mathbf{u} — вектор консервативных переменных; \mathbf{f}_j^{Eu} — поток вектора \mathbf{u} в направлении декартовой оси x_j ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$), связанный с конвекцией (движением газа как сплошной среды) и с силами давления; \mathbf{f}_j^{NS} — поток вектора \mathbf{u} в направлении декартовой оси x_j , связанный с молекулярной диффузией и с турбулентными пульсациями, \mathbf{s} — вектор источниковых членов. Кроме вектора консервативных переменных, далее также используется вектор примитивных переменных $\mathbf{p} = [T, u_i, p, p_m^{turb}]^T$, где T — температура, u_i — i -я компонента вектора скорости ($u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$), p — давление, T — символ операции транспонирования; векторы \mathbf{u} , \mathbf{f}_j , \mathbf{s} , \mathbf{p} имеют размерность $5 + N_{turb}$, где N_{turb} — количество параметров турбулентности. Всюду предполагается суммирование по повторяющимся пространственным индексам

(i, j или l). К системе уравнений применено осреднение (в LES-области — пространственная фильтрация) по правилам Фавра [26]; знаки осреднения опускаются, за исключением тех мест, где они необходимы. Также обозначено: $E = u_i u_i / 2 + k + h - p / \rho$ — полная энергия единицы массы газа плотностью ρ , где $h(T)$ — энтальпия единицы массы, которая для рассматриваемого однокомпонентного газа с постоянной теплоемкостью c_p равна $h = c_p T$, $k = \overline{u_i'' u_i''} / 2$ — кинетическая энергия моделируемой (не разрешаемой напрямую) части турбулентных пульсаций (здесь и далее знаком «тильда» отмечены осреднения по Фавру, а двумя штрихами — пульсации по Фавру [26]); тензор $\tau_{ij} = -\mu \cdot \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right] + \rho \overline{u_i'' u_j''}$ — суммарный (молекулярный и турбулентный) поток i -й компоненты импульса вдоль оси x_j (μ — коэффициент молекулярной вязкости газа); $\Theta_j = -\frac{\mu}{Pr} c_p \frac{\partial T}{\partial x_j} + \rho c_p \overline{T'' u_j''}$ — суммарный поток тепла вдоль оси x_j , связанный с градиентами температуры (по умолчанию молекулярное число Прандтля принимается равным: $Pr = 0.72$); $J_j(p_m^{urb})$ — суммарный поток параметра турбулентности p_m^{urb} вдоль оси x_j ; $S(p_m^{urb})$ — источниковые члены в уравнениях для параметров p_m^{urb} .

Для замыкания системы (1) используются: уравнение состояния $p = \rho R_0 T / m$ (R_0 — универсальная газовая постоянная, m — молекулярный вес газа) и формула Сазерленда для молекулярной вязкости $\mu = 1.72 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{T}{273} \right)^{3/2} \frac{273 + 122}{T + 122}$ кг/(м·с).

Выражения для турбулентных потоков импульса и тепла, для суммарных потоков параметров турбулентности и для источниковых членов $S(p_m^{urb})$ зависят от выбора модели турбулентности. В программе *zFlare* реализованы модели турбулентности SST и SSG/LRR- ω и гибридные методы на их основе.

Модель турбулентности SST, предложенная Ф.Р. Ментером [17], основана на гипотезе Буссинеска. В этой модели $N_{urb} = 2$. Решаются дифференциальные уравнения для введенного выше параметра k (кинетической энергии турбулентных пульсаций) и для характерной частоты турбулентных пульсаций скорости ω . В *zFlare* в URANS-расчетах применяется формулировка SST-модели 2003 года [18], а в IDDES-расчетах — SST-IDDES из работы [11].

В модели турбулентности SST источниковые члены в уравнении для энергии k можно записать в форме $\rho(\tilde{P}_k - \varepsilon)$, где первое слагаемое в скобках — это скорость генерации кинетической энергии турбулентности, а второе — скорость ее диссипации $\varepsilon = \rho k^{3/2} / L$. Масштаб длины вычисляется по формуле $L = L_{RANS} = \sqrt{k} / (C_\mu \omega)$, где $C_\mu = 0.09$. В рамках подхода IDDES масштаб длины заменяется на гибридную формулу: $L = L_{IDDES} = \tilde{f}_d L_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) L_{LES}$, где \tilde{f}_d — переходная функция, принимающая значения между 1 (в RANS-области решения) и 0 (в LES-области), а L_{LES} — подсеточный масштаб длины. В *zFlare* используется подсеточный масштаб длины из работы [27], который ускоряет развитие нестационарных возмущений вниз по потоку от точек отрыва пограничного слоя.

Помимо модели турбулентности SST, в *zFlare* реализована небуссинескова модель турбулентности SSG/LRR- ω версии 2020 года [20], относящаяся к классу DRSM (Differential Reynolds Stress Models — модели с дифференциальными уравнениями в частных производных для напряжений Рейнольдса). В этой модели $N_{urb} = 7$. Решаются дифференциальные уравнения для всех 6 независимых компонент симметричного тензора напряжений Рейнольдса $R_{ij} = \overline{u_i'' u_j''}$ и для характерной частоты турбулентных пульсаций скорости ω . Также программа *zFlare* предоставляет возможность вести расчет по гибриднему методу DRSM-IDDES, разработанному авторами данной статьи в 2020–2021 гг., в основу которого положена модель турбулентности SSG/LRR- ω . Метод DRSM-IDDES, в первую очередь, предназначен для уточнения описания RANS-подслоя турбулентного пограничного слоя при действии градиентов давления, а во вторую, — для более точного, по сравнению с буссинесковскими подсеточными моделями, воспроизведения поля подсеточных напряжений.

В модели SSG/LRR- ω для турбулентных диффузионных потоков тепла в *zFlare* по умолчанию используется изотропная градиентная формула, но допускается и включение анизотропной модели Дейли и Харлоу [28]:

$$\rho c_p \overline{T'' u_k''} = -\frac{C_\mu}{Pr_{urb}} \rho \frac{k^2}{\varepsilon} c_p \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad \text{или} \quad \rho c_p \overline{T'' u_k''} = -C_T \frac{k}{\varepsilon} \rho R_{ik} c_p \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (2)$$

где Pr_{turb} — турбулентное число Прандтля, $k = R_{ii}/2$ — кинетическая энергия турбулентности, $\varepsilon = C_\mu k\omega$ — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, при этом коэффициенты имеют значения: $C_\mu = 0.09$, $C_T = 2C_\mu/Pr_{turb} \approx 0.2$. Оценка для C_T получается из условия совпадения моделей (2) в случае плоского тонкослойного течения, в котором $u_i = u\delta_{i1}$, $\partial u_i/\partial x_j = \delta_{i1}\delta_{j2}du/dy$, $\partial T/\partial x_j = \delta_{j2}dT/dy$, а также предполагается, что для таких течений R_{yy} — компонента тензора напряжений Рейнольдса, приближенно равняется, согласно [29], половине кинетической энергии турбулентности k .

Для молекулярных диффузионных потоков параметров турбулентности и для турбулентного диффузионного потока параметра ω используются изотропные градиентные формулы, а для турбулентных диффузионных потоков напряжений Рейнольдса применяется модель Дейли и Харлоу [28]:

$$J_k(R_{ij}) = -\mu \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} - D \frac{k}{\varepsilon} \rho R_{kl} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_l}, \quad J_j(\omega) = -\mu \frac{\partial \omega}{\partial x_k} - C_\omega \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}. \quad (3)$$

Источниковые члены модели SSG/LRR- ω могут быть записаны следующим образом:

$$S(R_{ij}) = \rho \left(P_{ij} + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \right), \quad S(\omega) = \rho \frac{\omega}{k} (\alpha_\omega P - \beta_\omega k\omega) + \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max \left(\frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}, 0 \right). \quad (4)$$

Здесь $P_{ij} = -R_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - R_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ — скорость генерации напряжений Рейнольдса R_{ij} , $P = \frac{P_{ii}}{2} = -R_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ —

скорость генерации кинетической энергии турбулентности, $\Pi_{ij} = 2\overline{p'S'_{ij}}$ — обменный член, отвечающий за перераспределение энергии между продольными, поперечными и боковыми пульсациями скорости, который имеет структуру:

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & -(C_1 \varepsilon + C_1^* P) a_{ij} + C_2 \varepsilon \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} A_2 \delta_{ij} \right) + (C_3 - C_3^* \sqrt{A_2}) k S_{ij}^* + \\ & + C_4 k \left(a_{ik} S_{kj} + S_{ik} a_{kj} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + C_5 k \left(\Omega_{ik} a_{kj} - a_{ik} \Omega_{kj} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $a_{ij} = \frac{R_{ij}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}$ — тензор анизотропии напряжений Рейнольдса, $A_2 = a_{ij} a_{ij}$, $S_{ij}^* = S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij}$.

В (3)–(5) коэффициенты D , C_ω , α_ω , β_ω , σ_d , C_1 , C_1^* и другие являются переменными, что позволяет модели переключаться между формулировкой LRR [22] в пристеночной части пограничного слоя и SSG [21] в течении со свободной турбулентностью. Замена одного набора коэффициентов другим происходит с помощью функции F_1 , взятой из модели SST. Значения коэффициентов модели SSG/LRR- ω собраны в таблице.

Таблица. Предельные значения коэффициентов модели турбулентности SSG/LRR- ω

Коэффициент	C_1	C_1^*	C_2	C_3	C_3^*	C_4	C_5	α_ω	β_ω	D	C_ω	σ_d
Значение ϕ_1 (для LRR)	1.8	0	0	0.8	0	267/275	159/275	0.5556	0.075	0.0675	0.5	0
Значение ϕ_2 (для SSG)	1.7	0.9	1.05	0.8	0.65	0.625	0.2	0.44	0.0828	0.22	0.856	1.712

Метод DRSM-IDDES получается из приведенных выше уравнений следующим образом. Во-первых, диссипативный член в $S(R_{ij})$, выражающийся как $-2\varepsilon\delta_{ij}/3$, заменяется формулой $2k^{3/2}\delta_{ij}/(3L_{IDDES})$.

Во-вторых, в (5) вместо ε вводится отношение $k^{3/2}/L_{IDDES}$, что влияет на характерный масштаб времени возвращения к изотропии подсеточных пульсаций скорости. Входящий в формулировку переходной функции \tilde{f}_d коэффициент C_{d1} зависит от выбора модели турбулентности; калибровка по турбулентному течению в плоском канале дает для DRSM-IDDES значение $C_{d1} = 14$.

3. Численные методы

Для дискретизации расчетной области применяются неподвижные многоблочные регулярные сетки с шестигранными ячейками. Допускаются разрывы сеточных линий на границах между блоками сетки. В программу *zFlare* включены методы конечного объема 2-го порядка аппроксимации по пространству и 1–4-го порядков аппроксимации по времени. Базовый численный метод представляет собой развитие метода,

описанного в [13, 30–32]. Кроме этого, в программе *zFlare* для конвективных потоков предусмотрены схемы с пониженной диссипацией из семейства WENO (в том числе гибридные), которые имеют существенно меньший уровень ошибки аппроксимации, чем базовый метод. Интегрирование по времени проводится маршевым методом, то есть на каждом шаге решение на новом временном слое получается переходом от решения, установленного на предыдущем временном слое. Итерационный процесс осуществляется до достижения заданного момента времени.

В случае подхода URANS для аппроксимации конвективных потоков \mathbf{f}_j^{Eu} используется схема, основанная на подходе Годунова [33]. Конвективные потоки находятся из итерационного решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва (алгоритм решения этой задачи см. в [34]). Внутри ячеек выполняется реконструкция параметров. Так, при решении задач в рамках подхода URANS производится, как правило, линейная реконструкция, которая обеспечивает 2-й порядок точности. Для этого вычисляются так называемые «конвективные» градиенты параметров в ячейках. При этом приходится обращаться к функции-ограничителю градиентов параметров (лимитеру), особенности которой описаны в [30]. «Конвективные» градиенты обеспечивают монотонность схемы при аппроксимации скалярного квазилинейного уравнения, приводимого к дивергентному виду.

В подходе IDDES конвективные потоки из системы (1) рассчитываются по гибридной формуле:

$$\mathbf{f}_j^{Eu} = \sigma(\mathbf{f}_j^{Eu})_{\text{upwind}} + (1 - \sigma)(\mathbf{f}_j^{Eu})_{\text{central}}. \quad (6)$$

Здесь комбинируются противопоточная WENO-аппроксимация $(\mathbf{f}_j^{Eu})_{\text{upwind}}$ на шаблоне из 5 ячеек в каждом сеточном направлении и центрально-разностная аппроксимация $(\mathbf{f}_j^{Eu})_{\text{central}}$. В (6) входит функция σ , предложенная в [35], которая зависит от локальных свойств решения. Она играет роль переключателя схемы в противопоточный режим в RANS-областях течения и в зонах слабо возмущенного потока вдали от области изучения. В LES-областях течения функция σ переключает схему в центрально-разностный режим, вследствие этого понижается ее диссипативность по сравнению с чистой WENO-схемой.

Диффузионные потоки \mathbf{f}_j^{NS} (см. (1)) содержат градиенты параметров течения, а также величины, зависящие от локальных параметров течения (коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, турбулентное давление). Для аппроксимации градиентов в потоках \mathbf{f}_j^{NS} используются так называемые «диффузионные» градиенты, которые вычисляются на основе центрально-разностной аппроксимации, модифицированной на случай неравномерных сеток и обеспечивающей 2-й порядок точности [30, 31]. Локальные значения параметров течения, необходимые для определения \mathbf{f}_j^{NS} , находятся путем линейной интерполяции между центрами соседних ячеек.

Для интегрирования по времени применяется оригинальная адаптивно-неявная схема, основанная на отображениях:

1. Поскольку конвективные процессы, как правило, играют определяющую роль в формировании структуры течения, их важно представлять точно. Значит, в областях с нестационарными процессами следует выдерживать «конвективное» (классическое) число Куранта в определенном диапазоне: $CFL^{Eu} \equiv \tau/\tau^{Eu} \sim 0.5 - 1$, где τ^{Eu} — локальное ограничение на шаг по времени для явной схемы, вытекающее из условия Куранта–Фридрихса–Леви [30, 31]. При этом оптимальным является использование явной схемы. На неявную аппроксимацию конвективных потоков нужно переходить только в тонкой пристеночной части пограничного слоя, где значение шага по времени, достаточное для описания нестационарных процессов в ядре потока, будет соответствовать условию $CFL^{Eu} > 1$, то есть, явная схема окажется неустойчивой. Переход к неявной схеме приведет к росту ошибок аппроксимации, но можно надеяться, что конвективные процессы в непосредственной близости к стенке подавляются вязкостью и, по сравнению с диффузией, играют второстепенную роль.

2. Если шаг по времени соответствует $CFL^{Eu} \sim 0.5 - 1$ в ядре потока, диффузионные процессы во многих областях течения будут моделироваться с нарушением явного условия устойчивости: $CFL^{NS} \equiv \tau/\tau^{NS} > 1$. Однако имеются данные [36], что неявные схемы для уравнения диффузии обладают приемлемо низкой ошибкой до значения $CFL^{NS} \approx 120$, поэтому ограничения на величину CFL^{NS} в программе *zFlare* не делается. Для соблюдения устойчивости схемы происходит лишь переключение на неявную аппроксимацию диффузионных потоков при переходе через $CFL^{NS} = 1$.

Интегрирование по времени осуществляется с заданным шагом по времени τ . В тех ячейках, где устойчива явная схема с многошаговой процедурой Рунге–Кутты (в настоящей работе — трехшаговая процедура Хойна 3-го порядка точности по времени [37]), используется именно она. В остальных ячейках (обычно это ячейки в пристеночных областях пограничных слоев, где течение развивается квазистационарно и быстро перестраивается под действием нестационарных процессов в остальной части течения) происходит плавный

переход на неявную схему 1-го порядка точности по времени, основанную на линеаризации потоков $(\mathbf{f}_j^{Eu} + \mathbf{f}_j^{NS})$ по времени. Возникающая при этом система линейных уравнений для параметров во всех ячейках сетки на неизвестном временном слое решается с помощью блочного метода Гаусса–Зейделя [38].

Для проверки достоверности используемых численного метода и моделей турбулентности по программе *zFlare* авторами были выполнены решения нескольких задач в RANS-постановке. Данные вычислений сравнивались с данными стандартных тестов NASA, которые также служили верификационными на 5-й конференции Drag Prediction Workshop (2012) и на 2-й конференции High Lift Prediction Workshop (2013). Результаты применения моделей турбулентности SST и SSG/LRR- ω (в том числе сходимость по сетке) сопоставлялись с результатами, полученными при помощи эталонных программ CFL3D [39] (работает на структурированных сетках) и FUN3D [40] (использует неструктурированные сетки). В частности, рассмотрено плоское течение над пластиной с нулевым градиентом давления [41], а также плоское течение над «холмом» в канале [42]. Расчеты по *zFlare* сходятся по сетке к тем же значениям, что и эталонные программы. При этом продемонстрирован 2-й порядок сходимости.

4. Примеры IDDES-расчетов

4.1. Тест 1: затухание изотропной турбулентности

Задача о затухании изотропной турбулентности — распространенный инструмент для изучения свойств схем и подсеточных моделей для метода LES [43–45]. Расчетная область представляла собой куб с центром в начале координат: $(x, y, z) \in [-\pi L; \pi L] \times [-\pi L; \pi L] \times [-\pi L; \pi L]$. Параметр L был выбран равным 1 м. На границах куба ставились периодические граничные условия. Расчеты проводились на равномерных сетках с количеством ячеек $32^3 \approx 33000$, $64^3 \approx 262000$ и $128^3 \approx 2.1 \times 10^6$.

Начальное поле скорости с нулевым средним значением создавалось при помощи генератора синтетической турбулентности [46]. Параметры спектра Кармана [47], по которому распределялись гармоники поля скорости, имели значения: начальная кинетическая энергия разрешенных пульсаций скорости $E_{k_0} = 1000 \text{ м}^2/\text{с}^2$ (не путать с k — кинетической энергией подсеточной турбулентности), таким образом турбулентное число Маха составляло: $M_{tur} = \sqrt{2E_{k_0}/(3c^2)} \approx 0.08$, где c — скорость звука, так что течение являлось практически несжимаемым; интегральный масштаб турбулентности $L_0 = \pi L/2 \approx 1.57$ м (четверть длины расчетной области — разумный максимум, при котором деформация крупнейших вихрей периодическими границами куба еще не существенна); турбулентное число Рейнольдса $Re_{t_0} = \sqrt{E_{k_0}}(L_0/\nu) \approx 3 \times 10^6$ (заведомо большое, чтобы все разрешенные вихри были невязкими, а диссипативный интервал турбулентности лежал существенно правее всех разрешенных в расчете волновых чисел); интегральный масштаб времени, посчитанный по начальному полю, $T_0 = L_0/\sqrt{2E_{k_0}/3} \approx 0.06$ с. Во всей расчетной области, кроме этих параметров, для модели SST-IDDES требовалось задать пространственное распределение параметров турбулентности: k (кинетической энергии подсеточных пульсаций) и ω (характерной частоты подсеточных пульсаций). В случае модели DRSM-IDDES — это поля 6-ти компонент тензора подсеточных напряжений $R_{ij} = \overline{u_i''u_j''}$, а также ω . При выборе этих параметров в виде постоянных величин во всей расчетной области процесс установления статистически стационарного решения оказывался слишком длительным (превышал $2T_0$). Поэтому перед каждым расчетом выполнялся этап согласования параметров турбулентности: проводился предварительный расчет длительностью $3T_0$ с замороженными значениями всех параметров течения, за исключением энергии подсеточной турбулентности k (для модели DRSM-IDDES — подсеточных напряжений R_{ij}) и частоты ω . Для параметров турбулентности получались сошедшиеся по времени поля, «согласованные» с полем скорости, созданным генератором турбулентности. Эти поля использовались далее в качестве начальных условий на основном этапе расчета.

В тесте 1 основной интерес представляла форма энергетического спектра $E(k)$ (здесь k — волновое число) в финальный момент времени расчета. Спектр определялся по формуле [47]: $E(k) = (1/2) \int \Phi_{ii}(\mathbf{k}) d\sigma$, где $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$ — трехмерное преобразование Фурье от корреляционного тензора поля скорости $R_{ij}(\mathbf{r})$: $\Phi_{ij}(\mathbf{k}) = (1/(2\pi)^3) \int R_{ij}(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$, $R_{ij}(\mathbf{r}) = (1/\Omega) \int u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) d\mathbf{x}$. При высоких числах Рейнольдса спектр должен содержать инерционный интервал, подчиняющийся закону Колмогорова: $E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$, где $\varepsilon = -dE_k/dt$, за которым следует интервал диссипации с резким падением величины $E(k)$.

Расчеты выполнялись до физического времени, равного $2T_0 \approx 0.12$ с. Использовалась гибридная схема (6), в которой в качестве противопоточной схемы применялась схема WENO5 [48] с монотонизатором MP [49], а в качестве центрально-разностной схемы — схема 2-го порядка (предварительные расчеты показали, что центрально-разностные схемы 4-го и 6-го порядков в рассмотренной постановке не дают улучшений). Сравнение 2-шаговой схемы Эйлера с центральной точкой, 3-шаговой схемы Хойна 3-го порядка точности и 5-шаговой схемы SSP5 4-го порядка точности [50] показало, что первая временная схема сильно искажает энергетический спектр, а последняя, по сравнению со схемой Хойна, не дает улучшений. Поэтому в основной серии расчетов использовалась исключительно схема Хойна.

Для получения корректного энергетического спектра с протяженным инерционным интервалом с использованием моделей SST-IDDES и DRSM-IDDES проведена серия расчетов первой тестовой задачи. Найдены значения константы C_{DES} , являющейся множителем в формулировке масштаба длины L_{LES} [27]. Для сравнения на рисунке 1а показаны энергетические спектры для моделей SST-IDDES и DRSM-IDDES, полученные на сетке при числе ячеек 64^3 со значениями $C_{DES} = 0.5; 0.6; 0.7$. На рисунке 1б представлены энергетические спектры, вычисленные с наилучшими значениями C_{DES} : 0.56 для SST-IDDES и 0.52 для DRSM-IDDES. Хорошо виден протяженный инерционный интервал почти до волнового числа отсечки, которое при этой сетке равно: $k_{cut} = 32$.

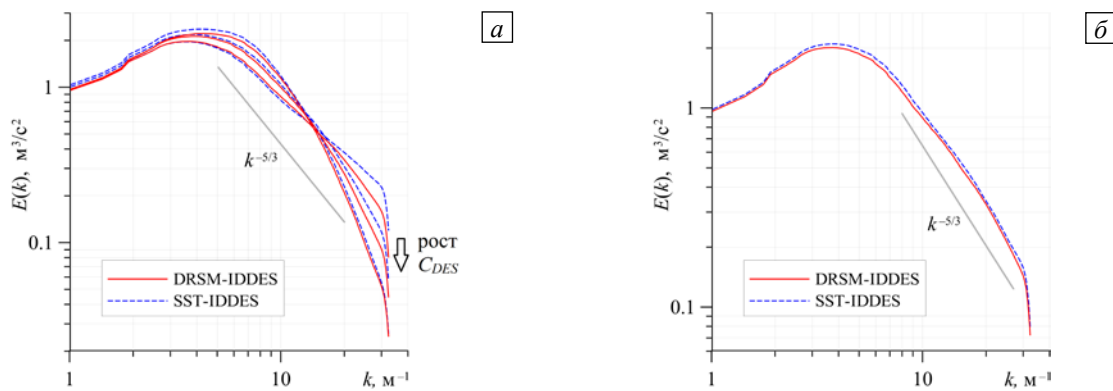


Рис. 1. Энергетический спектр для моделей SST-IDDES и DRSM-IDDES на сетке с числом ячеек 64^3 и разными значениями C_{DES} : 0.5; 0.6; 0.7 (а), а также с оптимальными значениями 0.56 для SST-IDDES и 0.52 для DRSM-IDDES (б)

4.2. Тест 2: развитое турбулентное течение в плоском канале

Статистически двумерное турбулентное течение в канале с пограничными слоями — естественный базовый тест для гибридных RANS-LES методов (см., например, [11]). Расчетная область имела вид параллелепипеда высотой H . Ее длина, в соответствии с рекомендациями [11], составляла $6H$, а боковой размер — $1.5H$. На задней и передней стенках канала (в направлении оси x , параллельной средней скорости потока) задавались периодические граничные условия. На верхней и нижней стенках ставилось условие прилипания с фиксированной температурой поверхности T_w . Для обеспечения независимости от координаты x средних параметров течения накладывался однородный по пространству продольный градиент давления $(dp/dx)_{imp}$, величина которого подстраивалась в процессе расчета таким образом, чтобы поддерживалось постоянное значение среднего продольного импульса газа через поперечное сечение канала $\int \rho U dA$, или, что то же самое, средней скорости $u_b = \int \rho U dA / (\rho A)$, то есть, в конечном итоге, глобального числа Рейнольдса Re_H . Постоянство температуры T_w требовалось для обеспечения оттока энергии, вносимой в поток градиентом давления. Периодические условия полагались и на боковых стенках канала, что давало в среднем плоский характер турбулентного течения.

Рассмотрено течение с $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 1994.8$, $Re_H = u_b H / \nu = 86956.5$, соответствующее одному из режимов, по которым опубликованы данные, полученные в DNS [51]. В формулах введены обозначения: $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ — динамическая скорость, $\delta = H/2$ — полувысота канала. Размерные величины имели значения: $u_b = 60$ м/с; $\rho = 1.2$ кг/м³; $H = 0.02$ м; $T = T_w = 288$ К. Этим параметрам отвечали: характерная величина числа Маха в центре канала 0.2, динамическая скорость $u_\tau \approx 2.753$ м/с, вязкий масштаб длины $l_\tau = \delta / Re_\tau \approx 5.01 \times 10^{-6}$ м, время прохода расстояния H средним потоком $\Delta T_c = H / u_b \approx 3.333 \times 10^{-4}$ с. Шаги сетки в продольном и боковом направлениях были постоянными: $\Delta x = H/20$, $\Delta z = H/40$. Пристеночный

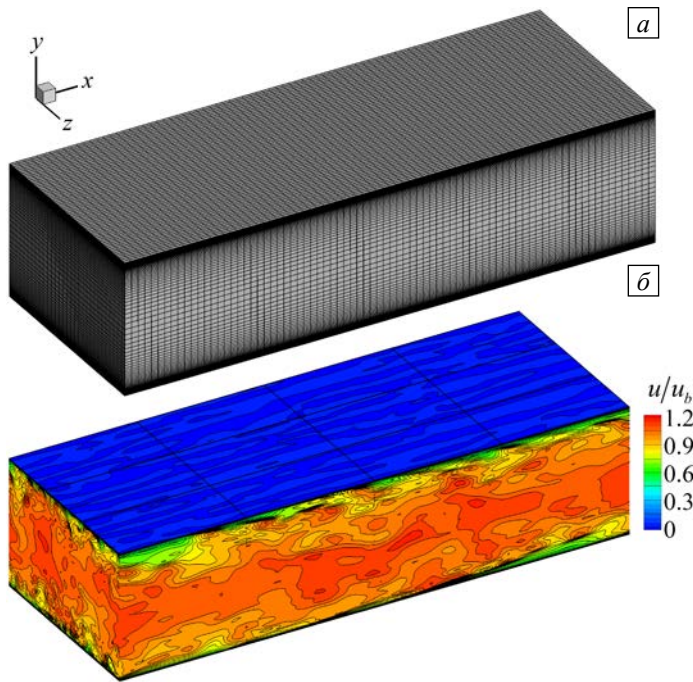


Рис. 2. К расчету развитого турбулентного течения в плоском канале: расчетная сетка (а); мгновенное поле продольной скорости (расчет SST-IDDES) (б)

полей течения из RANS-расчетов, на которые затем налагались гармонические колебания вертикальной и боковой компонент скорости с амплитудой $0.2u_b$, периодом H вдоль оси x и периодом $H/8$ вдоль вертикальной и боковой осей. Возмущения вносились всюду, кроме тонких пристеночных слоев. Эти возмущения инициировали переход IDDES-расчетов в вихререзающий режим. В IDDES-расчетах использовались выбранные в предыдущем тесте значения констант C_{DES} (0.56 для SST-IDDES и 0.52 для DRSM-IDDES). Моделировался промежуток времени $370\Delta T_c$, из которого осреднение велось в течение $270\Delta T_c$, достаточного для накопления статистических характеристик течения.

В SST-IDDES-расчете значение коэффициента C_{dt1} , согласно рекомендации [11], принималось равным 20. DRSM-расчет с этим же значением приводил к тому, что средняя ширина пристеночной RANS-области течения получалась в несколько раз больше, чем при SST-IDDES. Это говорило о том, что коэффициент C_{dt1} требует перенастройки под новую модель турбулентности, поэтому в данной работе была проведена серия вычислений по методу DRSM-IDDES с разными значениями C_{dt1} . Наилучшие результаты достигнуты при $C_{dt1} = 14$. Следует заметить, что с проблемой выбора величины C_{dt1} сталкивались и авторы работы [11], которые обнаружили, что оптимальное значение C_{dt1} для метода IDDES на основе модели турбулентности Спаларта–Аллмараса равно 8, а для SST-IDDES — 20.

Рисунок 3 содержит профили средней скорости, построенные по результатам RANS- и IDDES-расчетов, и, для сопоставления, эталонные данные DNS-моделирования. На рисунке 3а представлены профили для моделей семейства SST. Также приведены данные SST-IDDES-расчета для близкого режима (с $Re_\tau = 2400$) из [11]. RANS-решение удовлетворительно следует за эталонным; решения IDDES и RANS совпадают в области $y^+ < 30$, а далее IDDES перестраивается в искаженный логарифмический участок ($200 \leq y^+ \leq 1000$) с приближенно правильным наклоном, но сдвинутый параллельно относительно эталонного. Такое же поведение демонстрируется в [11], а небольшие расхождения между двумя IDDES-расчетами разных авторов можно объяснить неизбежными различиями в формулировках численных методов и в значениях коэффициентов модели (напомним, что авторы [11] используют в своих расчетах $C_{DES1} = 0.78$, $C_{DES2} = 0.61$). Искажение профиля скорости — известная проблема гибридных RANS-LES-методов, называемая несовпадением логарифмических участков в RANS- и LES-областях (Log Layer Mismatch — LLM) [52]. В литературе есть данные по решению этой проблемы путем внесения стохастических возмущений вблизи границы RANS-LES по методу Пиомелли [53]. Систематическое изучение этого вопроса — задача на будущее.

На рисунке 3б показаны профили скорости для моделей класса DRSM, включающие также результаты DRSM-IDDES-расчетов с $C_{dt1} = 20$ и с $C_{dt1} = 14$. RANS-расчет по модели SSG/LRR- ω дает такой же

шаг сетки по нормали к стенкам равнялся $(\Delta y)_w = 5 \times 10^{-6}$ м, что соответствовало $(\Delta y)_w^+ = (\Delta y)_w / l_\tau \approx 1$, где $l_\tau \equiv \nu / u_\tau$. Максимальный шаг сетки по нормали к стенкам в центре канала составлял: $(\Delta y)_c \approx H/24 \approx \Delta x$. Расчетная область состояла из $80 \times 120 \times 60 = 0.576 \times 10^6$ ячеек, ее общий вид и сетка изображены на рисунке 2а.

Вычисления осуществлялись в следующем порядке. Сначала в RANS-расчетах по моделям SST и SSG/LRR- ω получались стационарные средние поля течения в канале. Градиент давления в стационарном пределе развития SST-RANS-решения приближался к величине -908.9 Па/м, что на 0.044% ниже точного значения -909.3 Па/м. Аналогичное установившееся значение, найденное по модели SSG/LRR- ω , оказалось равным -921.0 Па/м, то есть завышенным по отношению к точному на 1.3%.

Исходное для IDDES-расчетов поле строилось на основе стационарных

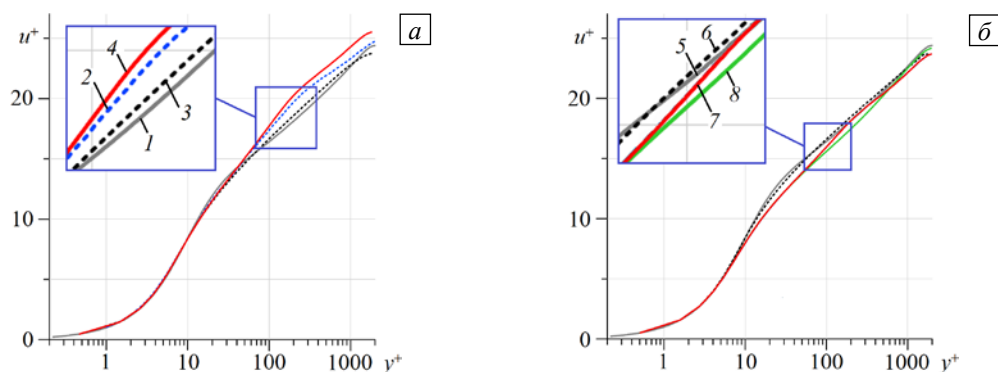


Рис. 3. Профили средней скорости в пограничном слое развитого турбулентного течения в плоском канале, рассчитанные по моделям разных семейств: семейство SST (а) – эталонные данные DNS (линия 1), решение по SST-IDDES из [11] (2), решение по RANS-модели SST-RANS (3), расчет SST-IDDES (4); семейство DRSM (б) – эталонные данные DNS (5), RANS-модель SSG/LRR- ω (6), модель DRSM-IDDES с $C_{d11} = 14$ (7), и с $C_{d11} = 20$ (8)

корректный профиль скорости, как и RANS-расчет по модели SST. Выше точки $y^+ = 100$ DRSM-решения ведут себя значительно лучше, чем по модели SST-IDDES: проблема LLM выражена слабее, профили скорости приближаются к эталонным данным DNS. В SST-IDDES-расчете среднее значение продольного градиента на стенках оказалось на 10% ниже точного значения, а в DRSM-IDDES расчете выше его на 4.1%. Все эти результаты позволяют говорить о преимуществе модели DRSM-IDDES перед моделью SST-IDDES.

4.3. Тест 3: дозвуковое течение в гладком канале с расширением и отрывом пограничного слоя

Тест иллюстрирует возможности моделей семейств SST-IDDES и DRSM-IDDES при описании отрывного течения. Постановка задачи представлена в [54], где приводятся результаты прямого моделирования крупномасштабной турбулентности с разрешением пристеночных процессов (WRLES) на сетке, содержащей около 24 млн ячеек. Средние поля из этого расчета открыты для просмотра [55], а также доступны экспериментальные данные, полученные в Манчестерском университете (Манчестер, Великобритания) [56].

В данной работе исследовалось обтекание дозвуковым потоком газа гладкого обратного уступа в канале постоянной ширины. Поле средней скорости в координатной плоскости $\{x, y\}$ показано на рисунке 4а. Вход в канал располагался в сечении $x = -7.339H$, выход — при $x = 15.47H$, где H — высота уступа. Началу уступа соответствовало сечение $x = 0$. Верхняя стенка канала имела постоянную высоту $9.524H$. Осредненное по времени течение считалось плоским, поэтому на плоских боковых границах ставились периодические граничные условия. Ширина канала равнялась $3.17H$. Число Рейнольдса, вычисленное по высоте уступа, составляло: $Re = \rho_{in} U_{in} H / \mu = 13600$.

Эталонные данные WRLES находились по уравнениям для несжимаемой среды. В расчетах $zFlare$ рассматривалось течение воздуха с числом Маха $M = U_{in} / c \approx 0.2$. В этой постановке размерные параметры были следующими: $H = 0.0137$ м, $U_{in} = 70$ м/с, $p_{in} = 105096$ Па, $\rho_{in} = 1.2$ кг/м³. Коэффициент молекулярной вязкости полагался постоянным по пространству: $\mu = 8.4 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с).

В расчете применялась сетка, полученная путем модификации сетки, представленной на сайте [55]. Изменение сводилось к тому, что сгущение в окрестности верхней границы было таким же, как и вблизи нижней границы. Это связано с тем, что в оригинальной постановке на верхней границе канала использовались пристеночные функции, а в расчетах $zFlare$ — условие прилипания потока. В боковом направлении сетка была равномерной со 192 ячейками. Общее число ячеек превышало 37 млн. Для проведения IDDES-расчетов сетка прореживалась вдвое вдоль всех координатных осей. Итоговое число ячеек составляло 4 644 864. При этом высота пристеночной ячейки в области отрыва равнялась $h_{LES} = 5 \times 10^{-4}$ м.

На стенках канала задавалось адиабатическое условие прилипания, на выходе — постоянное статическое давление. На входе были известны профили скорости из эталонного WRLES, на фоне которых в предварительном RANS-расчете формировались согласованные поля параметров турбулентности. Чтобы инициировать нестационарные возмущения и перевести численное решение в режим LES, использовался генератор синтетической турбулентности [42]. Генератор располагался в сечении, удаленном на расстояние H вниз по потоку от входа в канал. Контрольный слой ячеек, из которого извлекались параметры, необходимые для работы алгоритма, совпадал

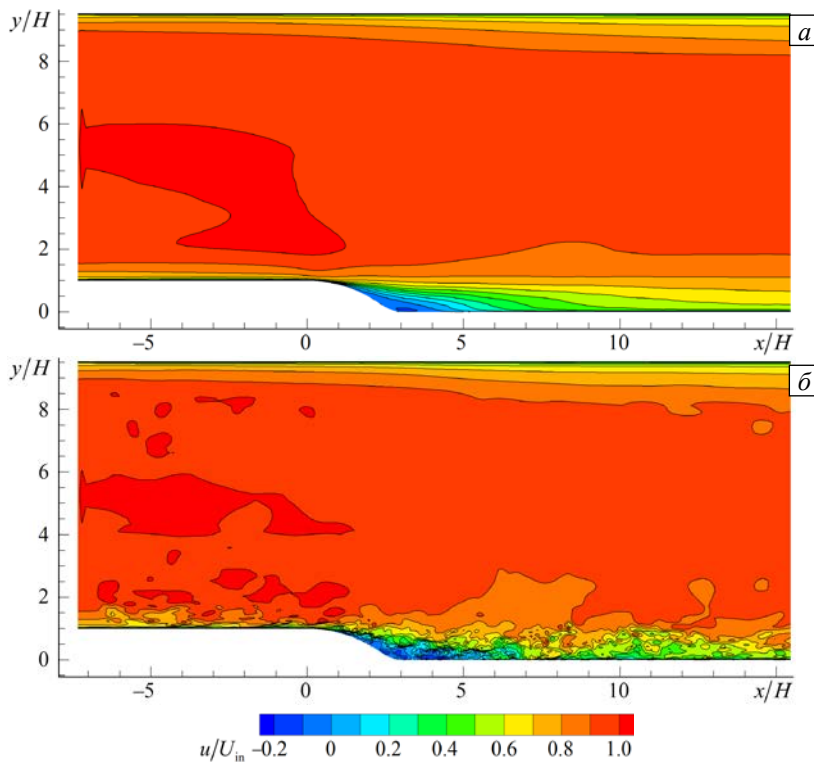


Рис. 4. Расчет дозвукового течения в гладком канале с расширением и отрывом пограничного слоя по модели DRSM-IDDES: среднее по времени (а) и мгновенное (б) поле продольной скорости

с первым слоем ячеек на входной границе. Расчет проводился по адаптивно-неявной схеме. Шаг по времени ($\Delta t = 10^{-6}$ с) выбирался таким, чтобы в области слоя смешения, ограничивающего отрывную зону сверху, число Куранта приблизительно равнялось 1.

Мгновенное поле скорости течения показано на рисунке 4б. Видно место установки генератора турбулентности. Верхний пограничный слой сохранен в близком к RANS режиме, поскольку он не является объектом изучения в данной задаче.

Для получения характеристик течения проводилось осреднение параметров потока по времени после достижения течением статистически стационарного режима. Параметры потока в расчете по модели SST-IDDES осреднялись за период 0.2 с (это 45 характерных времен протекания потоком всего канала — от входа до выхода), в расчете

по модели DRSM-IDDES — за период 0.073 с (17 характерных времен).

По данным WRLES [54] присоединение потока после отрыва происходит при $x/H = 4.35$, а по данным эксперимента [55] — при $x/H = 4.21$. При сравнении эталонным значением считалась полусумма этих величин: $x/H = 4.28$. В расчете по модели SST-IDDES получено $x/H = 5.13$, по модели DRSM-IDDES — $x/H = 4.50$. С учетом того, что в обоих расчетах точка отрыва, которая находится вблизи начала уступа, была предсказана довольно точно, сделан вывод, что модель SST-IDDES завысила длину отрывной зоны на 20%, а DRSM-IDDES — на 5%.

На рисунке 5 в трех поперечных сечениях приведены для сравнения безразмерные профили средней продольной скорости и среднего квадрата пульсаций продольной скорости, полученные по моделям SST-IDDES и DRSM-IDDES. Первое и второе сечения находятся внутри отрывной зоны (первое — ближе к началу отрыва, второе — ближе к линии присоединения потока), а третье сечение — после присоединения потока. Осредненные по времени профили дополнительно осреднены по боковой координате z .

Очевидно, что DRSM-IDDES существенно улучшает описание среднего поля течения и дает практически точные значения продольной скорости. Есть небольшое отличие в пристеночном слое, в котором IDDES

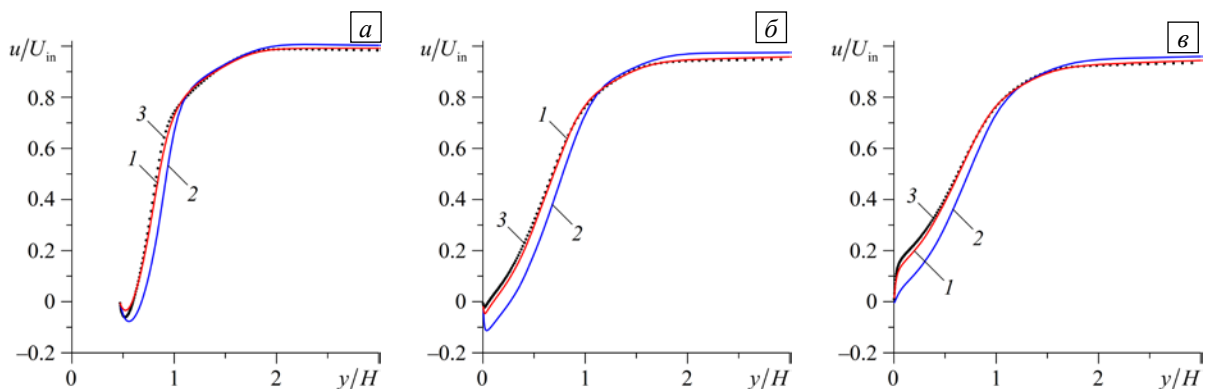


Рис. 5. Профили безразмерных параметров – продольной компоненты скорости u (а–в) и среднего квадрата пульсаций продольной скорости $R_{xx} = \overline{u'^2}$ (з–е), в трех поперечных сечениях x/H : 2 (а, з), 4 (б, д), 5 (в, е), вычисленные по разным моделям; DRSM-IDDES (линия 1), SST-IDDES (2), эталонное LES-решение (3)

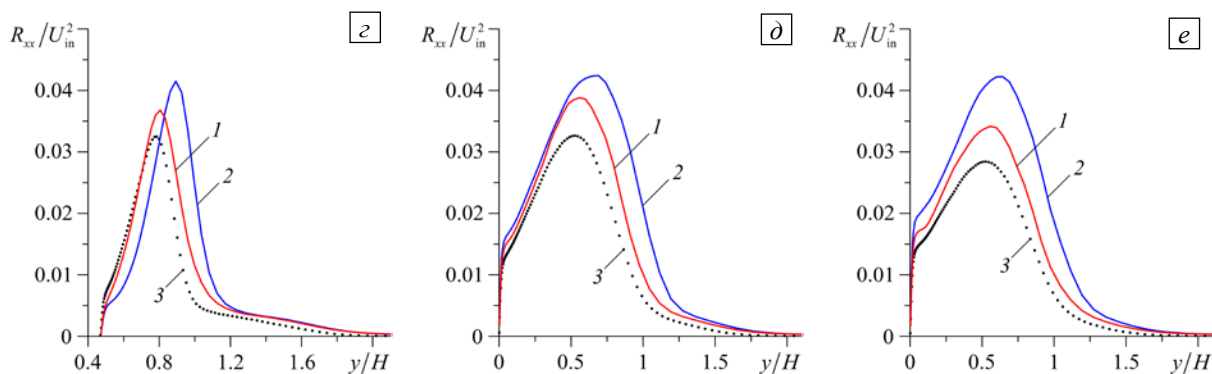


Рис. 5. Продолжение

работает в режиме RANS. Эти отличия такие же, как и в расчете по модели SST-IDDES. Решение по SST-IDDES при продвижении вниз по потоку все заметнее отличается от эталонного. Это связано с тем, что размер отрыва в SST-IDDES-расчете больше, чем в расчете по DRSM-IDDES, и, следовательно, сравниваются параметры в сечениях, по-разному расположенных по отношению к отрывной области.

Для продольных пульсаций скорости модель DRSM-IDDES дает лучшее, по сравнению с SST-IDDES, совпадение положений и амплитуд пиковых значений. Однако в окрестности точки присоединения отличия от эталонных данных проявляются заметнее. Отклонения становятся более значительными и оказываются всего в 2 раза меньшими, чем при модели SST-IDDES.

5. Заключение

Программа *zFlare* пригодна для проведения расчетов достаточно произвольных трехмерных нестационарных течений в рамках подходов URANS и IDDES. Она, по сравнению с базовыми модулями пакета прикладных программ EWT-ЦАГИ, содержит ряд нововведений. Так, в *zFlare* впервые реализована адаптивно-неявная схема, которая корректно описывает нестационарные течения с обеспечением порядка аппроксимации выше 1-го в областях действия явной схемы и 1-й порядок там, где активна неявная схема. Также впервые в *zFlare* встроена DRSM-модель для вычисления подсеточных напряжений в методе IDDES, основанная на модели турбулентности SSG/LRR- ω .

В IDDES-расчетах затухания изотропной турбулентности найдены значения константы C_{DES} , которые при используемом численном методе дают наилучшее совпадение спектров турбулентности с использованием моделей SST-IDDES ($C_{DES} = 0.56$) и DRSM-IDDES ($C_{DES} = 0.52$). В тесте с периодическим течением в плоском канале определено значение коэффициента $C_{dt1} = 14$ для DRSM-IDDES. В тесте с дозвуковым течением в гладком канале с расширением и отрывом пограничного слоя установлено, что новая модель DRSM-IDDES существенно лучше предсказывает поле средней скорости, чем SST-IDDES.

В целом, в представленных тестовых расчетах программа *zFlare* продемонстрировала результаты, исходя из которых можно говорить об успешной верификации заложенных в ней методов и моделей, а также о преимуществе модели DRSM-IDDES перед SST-IDDES при описании дозвукового отрывного течения над гладкой поверхностью.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-71-10105), <https://rscf.ru/project/21-71-10105/>.

Литература

1. Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion // Proc. R. Soc. Lond. 1894. Vol. 56. P.40-45. <http://dx.doi.org/10.1098/rsp1.1894.0075>
2. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. DCW Industries, 2006. 544 p.
3. Engblom W.A., Georgiadis N.J., Khavaran A. Investigation of variable-diffusion turbulence model correction for round jets // Proc. of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Monterey, California, USA, May 23-25, 2005. 19 p. <https://doi.org/10.2514/6.2005-3085>
4. Трошин А.И. Модель турбулентности с переменными коэффициентами для расчетов слоев смешения и струй // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 39-48. (English version <https://doi.org/10.1134/S0015462812030052>)
5. Бабулин А.А., Босняков С.М., Власенко В.В., Енулатова М.Ф., Матяш С.В., Михайлов С.В. Опыт валидации и настройки моделей турбулентности применительно к задаче об отрыве пограничного слоя на клине конечной ширины // ЖВМиМФ. 2016. Т. 56, № 6. P. 1034-1048. <https://doi.org/10.7868/S0044466916060053>
6. Dolling D.S. High-speed turbulent separated flows: Consistency of mathematical models and flow physics // AIAAJ. 1998. Vol. 36. P. 725-732. <https://doi.org/10.2514/2.460>
7. Sagaut P. Large eddy simulation for incompressible flows: An introduction. Springer Science & Business Media, 2006. 558 p.

8. Mockett C., Fuchs M., Garbaruk A., Shur M., Spalart P., Strelets M., Thiele F., Travin A. Two non-zonal approaches to accelerate RANS to LES transition of free shear layers in DES // Progress in hybrid RANS-LES modeling / ed. S. Girimaji, W. Haase, S.-H. Peng, D. Schwaborn. Springer, 2015. P. 187-201. https://doi.org/10.1007/978-3-319-15141-0_15
9. Spalart P.R., Jou W., Strelets M., Allmaras S. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach // Advances in DNS/LES / ed. C. Liu, Z. Liu. Greyden Press, Columbus, 1997. P. 137-147.
10. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. Detached-eddy simulations past a circular cylinder // Flow, Turbulence and Combustion. 2000. Vol. 63. P. 293-313. <https://doi.org/10.1023/A:1009901401183>
11. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Schütze J., Menter F.R. Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model // Flow Turbulence Combust. 2012. Vol. 88. P. 431-449. <https://doi.org/10.1007/s10494-011-9378-4>
12. Босняков С.М., Власенко В.В., Енгулатова М.Ф., Зленко Н.А., Матяш С.В., Михайлов С.В. Программный комплекс для создания геометрии ЛА, создания многоблочной 3-х мерной расчетной сетки, получения полей течения при помощи решения системы уравнений Эйлера и системы уравнений Навье-Стокса, осредненных по времени обработка результатов расчета (EWT). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2008610227 от 09.01.2008. Реестр программ для ЭВМ, 2008.
13. Neyland V., Bosniakov S., Glazkov S., Ivanov A., Matyash S., Mikhailov S., Vlasenko V. Conception of electronic wind tunnel and first results of its implementation // Progr. Aero. Sci. 2001. Vol. 37. P. 121-145. [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(00\)00013-0](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(00)00013-0)
14. Михайлов С.В. Программа, реализующая зонный подход, для расчета нестационарного обтекания вязким потоком турбулентного газа сложных аэродинамических форм, включая крыло с механизацией (ZEUS). Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2013610172 от 12.11.2012. Реестр программ для ЭВМ, 2012.
15. Михайлов С.В. Объектно-ориентированный подход к созданию эффективных программ, реализующих параллельные алгоритмы расчета // Труды ЦАГИ. 2007. Вып. 2671. С. 86-108.
16. Власенко В.В., Михайлов С.В., Молев С.С., Трошин А.И., Ширяева А.А. Программа для численного моделирования трехмерных течений с горением в каналах прямооточных воздушно-реактивных двигателей в рамках подходов URANS и DES с применением моделей взаимодействия турбулентности с горением, технологии дробного шага по времени и метода пристеночных функций (zFlare). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019610822 от 18.01.2019. Реестр программ для ЭВМ, 2019.
17. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAAJ. 1994. Vol. 32. P. 1598-1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
18. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, heat and mass transfer. 2003. Vol. 4. P. 625-632.
19. Boussinesq J. Essai sur la théorie des eaux courantes. Imprimerie nationale, 1877. 744 p.
20. Cécora R.D., Radespiel R., Eisfeld B., Probst A. Differential Reynolds-stress modeling for aeronautics // AIAAJ. 2015. Vol. 53. P. 739-755. <https://doi.org/10.2514/1.J053250>
21. Speziale C.G., Sarkar S., Gatski T.B. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: An invariant dynamical systems approach // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 227. P. 245-272. <https://doi.org/10.1017/S0022112091000101>
22. Launder B.E., Reece G.J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 68. P. 537-566. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001814>
23. Shur M., Strelets M., Travin A. High-order implicit multi-block Navier-Stokes code: Ten-year experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulence. P. 5-7. https://cfds.spbstu.ru/agarbaruk/doc/NTS_code.pdf (дата обращения: 14.06.2023)
24. Абалакин И.В., Горобец А.В., Дубень А.П., Козубская Т.К., Бахвалов П.А. Параллельный программный комплекс NOISETTE для крупномасштабных расчетов задач аэродинамики и аэроакустики // Выч. мет. программирование. 2012. Т. 13, № 3. С. 110-125. <https://www.mathnet.ru/links/17096eed2555f65a68f3f85521d5569f/vmp77.pdf>
25. Cheprasov S.A., Lyubimov D.A., Secundov A.N., Yakubovsky K.Y., Birch S.F. Computational modeling of the flow and noise for 3-D exhaust turbulent jets // Computational Fluid Dynamics 2010 / Ed. A. Kuzmin. Springer, 2011. P. 903-908. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17884-9_121
26. Favre A. Equations des gaz turbulents compressibles. 2. Methode des vitesses moyennes; methode des vitesses macroscopiques ponderees par la masse volumique // Journal de mecanique. 1965. Vol. 4, no. 3. P. 391-421.
27. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K. An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows // Flow Turb. Combust. 2015. Vol. 95. P. 709-737. <https://doi.org/10.1007/s10494-015-9618-0>
28. Daly B.J., Harlow F.H. Transport equations in turbulence // Phys. Fluids. 1970. Vol. 13. P. 2634-2649. <https://doi.org/10.1063/1.1692845>
29. Bell J.H., Mehta R.D. Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers // AIAAJ. 1990. Vol. 28. P. 2034-2042. <https://doi.org/10.2514/3.10519>
30. Власенко В.В. О математическом подходе и принципах построения численных методологий для пакета прикладных программ EWT ЦАГИ // Труды ЦАГИ. 2007. Вып. 2671. С. 20-85.
31. Bosnyakov S., Kursakov I., Lysenkov A., Matyash S., Mikhailov S., Vlasenko V., Quest J. Computational tools for supporting the testing of civil aircraft configurations in wind tunnels // Progr. Aero. Sci. 2008. Vol. 44. P. 67-120. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2007.10.003>
32. Бахнэ С., Власенко В.В., Волощенко О.В., Зосимов С.А., Иванькин М.А., Курсаков И.А., Матяш С.В., Михайлов С.В., Молев С.С., Морозов А.Н., Николаев А.А., Ноздрачев А.Ю., Сабельников В.А., Сысоев А.В., Трошин А.И., Ширяева А.А. Опыт тестирования и применения программы zFlare для численного моделирования течений с горением в каналах // Труды ЦАГИ. 2022. Вып. 2810.
33. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физмалит, 2001. 656 с.
34. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

35. Guseva E.K., Garbaruk A.V., Strelets M.K. An automatic hybrid numerical scheme for global RANS-LES approaches // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. Vol. 929. 012099. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/929/1/012099>
36. Власенко В.В. Расчетно-теоретические модели высокоскоростных течений газа с горением и детонацией в каналах / Дисс... д-ра физ.-мат. наук: 01.02.05. Жуковский, ЦАГИ, 2017. 487 с.
37. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 523 с.
38. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. М.: Мир, 1991. 370 с.
39. <https://cfl3d.larc.nasa.gov/> <https://nasa.github.io/CFL3D/> (accessed 14 June 2023) (дата обращения: 19.01.2021)
40. <https://fun3d.larc.nasa.gov/> (дата обращения: 14.06.2023)
41. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/flatplate.html> (дата обращения: 14.06.2023)
42. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/bump.html> (дата обращения: 14.06.2023)
43. Chumakov S.G., Rutland C.J. Dynamic structure subgrid-scale models for large eddy simulation // Int. J. Numer. Meth. Fluid. 2005. Vol. 47. P. 911-923. <https://doi.org/10.1002/flid.907>
44. Zhou Z., He G., Wang S., Jin G. Subgrid-scale model for large-eddy simulation of isotropic turbulent flows using an artificial neural network // Comp. Fluids. 2019. Vol. 195. 104319. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.104319>
45. Бахнэ С. Сравнение аппроксимаций конвективных членов в методах семейства DES // Матем. моделирование. 2021. Т. 33, № 7. С. 47-62. <https://doi.org/10.20948/mm-2021-07-04>
46. Матяш С.В. Некоторые аспекты методической работы по использованию солверов в промышленных расчётах // Труды ЦАГИ. 2022. Вып. 2810.
47. Хинце И.О. Турбулентность, ее механизм и теория. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1963. 681 с.
48. Zhang R., Zhang M., Shu C.W. On the order of accuracy and numerical performance of two classes of finite volume WENO schemes // Comm. Comput. Phys. 2011. Vol. 9. P. 807-827. <https://doi.org/10.4208/cicp.291109.080410s>
49. Suresh A., Huynh H.T. Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge–Kutta time stepping // J. Comput. Phys. 1997. Vol. 136. P. 83-99. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5745>
50. Gottlieb S., Shu C.-W., Tadmor E. Strong stability-preserving high-order time discretization methods // SIAM Rev. 2001. Vol. 43. P. 89-112. <https://doi.org/10.1137/S003614450036757X>
51. Lee M., Moser R.D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5200$ // J. Fluid Mech. 2015. Vol. 774. P. 395-415. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.268>
52. Yang X.I., Park G.I., Moin P. Log-layer mismatch and modeling of the fluctuating wall stress in wall-modeled large-eddy simulations // Phys. Rev. Fluids. 2017. Vol. 2. 104601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.104601>
53. Keating A., Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation // Journal of Turbulence. 2006. Vol. 7. N12. <https://doi.org/10.1080/14685240612331392460>
54. Bentaleb Y., Lardeau S., Leschziner M.A. Large-eddy simulation of turbulent boundary layer separation from a rounded step // Journal of Turbulence. 2012. Vol. 13. N4. <https://doi.org/10.1080/14685248.2011.637923>
55. https://turbmodels.larc.nasa.gov/Other_LES_Data/curvedstep.html (дата обращения: 14.06.2023)
56. Zhang S., Zhong S. An experimental investigation of turbulent flow separation control by an array of synthetic jets // Proc. of the 5th Flow Control Conference. Chicago, Illinois, USA, 28 June-1 July, 2010. 16 p. <https://doi.org/10.2514/6.2010-4582>

References

1. Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proc. R. Soc. Lond.*, 1894, vol. 56, pp.40-45. <http://dx.doi.org/10.1098/rspl.1894.0075>
2. Wilcox D.C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, 2006. 544 p.
3. Engblom W.A., Georgiadis N.J., Khavaran A. *Proc. of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Monterey, California, USA, May 23-25, 2005. 19 p.* <https://doi.org/10.2514/6.2005-3085>
4. Troshin A.I. A turbulence model with variable coefficients for calculating mixing layers and jets. *Fluid Dyn.*, 2012, vol. 47, pp. 320-328. <https://doi.org/10.1134/S0015462812030052>
5. Babulin A.A., Bosnyakov S.M., Vlasenko V.V., Engulatova M.F., Matyash S.V., Mikhailov S.V. Experience of validation and tuning of turbulence models as applied to the problem of boundary layer separation on a finite-width wedge. *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2016, vol. 56, pp. 1020-1033. <https://doi.org/10.1134/S0965542516060051>
6. Dolling D.S. High-speed turbulent separated flows: Consistency of mathematical models and flow physics. *AIAAJ*, 1998, vol. 36, pp. 725-732. <https://doi.org/10.2514/2.460>
7. Sagaut P. *Large eddy simulation for incompressible flows: An introduction*. Springer Science & Business Media, 2006. 558 p.
8. Mockett C., Fuchs M., Garbaruk A., Shur M., Spalart P., Strelets M., Thiele F., Travin A. Two non-zonal approaches to accelerate RANS to LES transition of free shear layers in DES. *Progress in hybrid RANS-LES modeling*, ed. S. Girimaji, W. Haase, S.-H. Peng, D. Schwamborn. Springer, 2015. Pp. 187-201. https://doi.org/10.1007/978-3-319-15141-0_15
9. Spalart P.R., Jou W., Strelets M., Allmaras S. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Advances in DNS/LES*, ed. C. Liu, Z. Liu. Greyden Press, Columbus, 1997. Pp. 137-147.
10. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. Detached-eddy simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2000, vol. 63, pp. 293-313. <https://doi.org/10.1023/A:1009901401183>
11. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Schütze J., Menter F.R. Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model. *Flow Turbulence Combust.*, 2012, vol. 88, pp. 431-449. <https://doi.org/10.1007/s10494-011-9378-4>
12. Bosnyakov S.M., Vlasenko V.V., Engulatova M.F., Zlenko N.A., Matyash S.V., Mikhaylov S.V. Programmnyy kompleks dlya sozdaniya geometrii LA, sozdaniya mnogoblochnoy 3-kh mernoy raschetnoy setki, polucheniya poley techeniya pri pomoshchi resheniya sistemy uravneniy Eylera i sistemy uravneniy Nav'ye-Stoksa, osrednennykh po vremeni obrabotka rezul'tatov rascheta (EWT) [Software package for creating the geometry of the aircraft, creating a multi-block 3-dimensional computational grid, obtaining flowfields by solving the system of Euler equations and the time-averaged system of Navier-Stokes, processing of calculation results (EWT)]. Certificate of state registration of the computer code No. 2008610227 dated 09.01.2008. Register of computer codes, 2008.

13. Neyland V., Bosniakov S., Glazkov S., Ivanov A., Matyash S., Mikhailov S., Vlasenko V. Conception of electronic wind tunnel and first results of its implementation. *Progr. Aero. Sci.*, 2001, vol. 37, pp. 121-145. [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(00\)00013-0](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(00)00013-0)
14. Mikhaylov S.V. Programma, realizuyushchaya zonnny podkhod, dlya rascheta nestatsionarnogo obtekaniya vyazkim potokom turbulentnogo gaza slozhnykh aerodinamicheskikh form, vklyuchaya krylo s mekhanizatsiyey (ZEUS) [A code implementing a zone approach for calculating the unsteady flow of a viscous turbulent gas around complex aerodynamic shapes, including a wing with mechanization (ZEUS)]. Certificate of state registration of the computer code No. 2013610172 dated 12.11.2012. Register of computer codes, 2012.
15. Mikhaylov S.V. Ob'ektno-orientirovanny podkhod k sozdaniyu effektivnykh programm, realizuyushchikh parallel'nyye algoritmy rascheta [Object-oriented approach to the creation of effective codes implementing parallel calculation algorithms]. *Trudy TsAGI*, 2007, iss. 2671, pp. 86-108.
16. Vlasenko V.V., Mikhaylov S.V., Molev S.S., Troshin A.I., Shiryayeva A.A. Programma dlya chislennogo modelirovaniya trekhmernykh techeniy s goreniyem v kanalakh pryamotochnykh vozdušno-reaktivnykh dvigateley v ramkakh podkhodov URANS i DES s primeneniyyem modeley vzaimodeystviya turbulentnosti s goreniyem, tekhnologii drobnogo shaga po vremeni i metoda pristenochnykh funktsiy (zFlare) [A code for numerical simulation of three-dimensional flows with combustion in the ducts of ramjet engines within the URANS and DES approaches using models of turbulence interaction with combustion, fractional time step technology and the method of wall functions (zFlare)]. Certificate of state registration of the computer code No. 2019610822 dated 18.01.2019. Register of computer codes, 2019.
17. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAAJ*, 1994, vol. 32, pp. 1598-1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
18. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Turbulence, heat and mass transfer*, 2003, vol. 4, pp. 625-632.
19. Boussinesq J. *Essai sur la théorie des eaux courantes* [Essay on the theory of running waters]. Imprimerie nationale, 1877. 744 p.
20. Cécora R.D., Radespiel R., Eisfeld B., Probst A. Differential Reynolds-stress modeling for aeronautics. *AIAAJ*, 2015, vol. 53, pp. 739-755. <https://doi.org/10.2514/1.J053250>
21. Speziale C.G., Sarkar S., Gatski T.B. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: An invariant dynamical systems approach. *J. Fluid Mech.*, 1991, vol. 227, pp. 245-272. <https://doi.org/10.1017/S0022112091000101>
22. Launder B.E., Reece G.J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 68, pp. 537-566. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001814>
23. Shur M., Strelets M., Travin A. High-order implicit multi-block Navier-Stokes code: Ten-year experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulence. P. 5-7. https://cfds.spbstu.ru/agarbaruk/doc/NTS_code.pdf (accessed 14 June 2023)
24. Abalakin I.V., Gorobec A.V., Duben' A.P., Kozubskaja T.K., Bahvalov P.A. Parallel research code NOISEtte for large-scale CFD and CAA simulations. *Vych. met. Programirovaniye – Numerical Methods and Programming*, 2012, vol. 13, no. 3, pp. 110-125.
25. Cheprasov S.A., Lyubimov D.A., Secundov A.N., Yakubovsky K.Y., Birch S.F. Computational modeling of the flow and noise for 3-D exhaust turbulent jets. *Computational Fluid Dynamics 2010*, ed. A. Kuzmin. Springer, 2011. Pp. 903-908. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17884-9_121
26. Favre A. Equations des gaz turbulents compressibles. 2. Methode des vitesses moyennes; methode des vitesses macroscopiques ponderees par la masse volumique. *Journal de mecanique*, 1965, vol. 4, no. 3, pp. 391-421.
27. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K. An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows. *Flow Turb. Combust.*, 2015, vol. 95, pp. 709-737. <https://doi.org/10.1007/s10494-015-9618-0>
28. Daly B.J., Harlow F.H. Transport equations in turbulence. *Phys. Fluids*, 1970, vol. 13, pp. 2634-2649. <https://doi.org/10.1063/1.1692845>
29. Bell J.H., Mehta R.D. Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers. *AIAAJ*, 1990, vol. 28, pp. 2034-2042. <https://doi.org/10.2514/3.10519>
30. Vlasenko V.V. O matematicheskom podkhode i printsipakh postroyeniya chislennykh metodologiy dlya paketa prikladnykh programm EWT TsAGI [On the mathematical approach and principles of constructing numerical methodologies for the EWT-TsAGI application software package]. *Trudy TsAGI*, 2007, iss. 2671, pp. 20-85.
31. Bosnyakov S., Kursakov I., Lysenkov A., Matyash S., Mikhailov S., Vlasenko V., Quest J. Computational tools for supporting the testing of civil aircraft configurations in wind tunnels. *Progr. Aero. Sci.*, 2008, vol. 44, pp. 67-120. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2007.10.003>
32. Bakhne S., Vlasenko V.V., Voloshchenko O.V., Zosimov S.A., Ivankin M.A., Kursakov I.A., Matyash S.V., Mikhaylov S.V., Molev S.S., Morozov A.N., Nikolaev A.A., Nozdrachev A.Yu., Sabelnikov V.A., Sysoev A.V., Troshin A.I., Shiryayeva A.A. Opyt testirovaniya i primeneniya programmy zFlare dlya chislennogo modelirovaniya techeniy s goreniyem v kanalakh [Experience in testing and using the zFlare code for numerical simulation of flows with combustion in ducts]. *Trudy TsAGI*, 2022, iss. 2810.
33. Kulikovskiy A.G., Pogorelov N.V., Semenov A.Yu. *Matematicheskiye voprosy chislennogo resheniya giperbolicheskikh sistem uravneniy* [Mathematical problems of numerical solution of hyperbolic equation systems]. Moscow, Fizmatlit, 2001. 656 p.
34. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.YA., Krayko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoye resheniye mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow, Nauka, 1976. 400 p.
35. Guseva E.K., Garbaruk A.V., Strelets M.K. An automatic hybrid numerical scheme for global RANS-LES approaches. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, vol. 929, 012099. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/929/1/012099>
36. Vlasenko V.V. *Raschetno-teoreticheskiye modeli vysokoskorostnykh techeniy gaza s goreniyem i detonatsiyey v kanalakh* [Computational and theoretical models of high-speed gas flows with combustion and detonation in ducts]. DSc Dissertation, Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovskiy, 2017. 487 p.
37. Petrov I.B., Lobanov A.I. *Lektsii po vychislitel'noy matematike* [Lectures on computational mathematics]. Moscow, Internet-University of Information Technologies; BINOM. Laboratory of knowledge, 2006. 523 p.

38. Ortega J.M. *Introduction to parallel and vector solution of linear systems*. Springer Science & Business Media, 2013. 305 p.
39. <https://nasa.github.io/CFL3D/> (accessed 14 June 2023)
40. <https://fun3d.larc.nasa.gov/> (accessed 14 June 2023)
41. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/flatplate.html> (accessed 14 June 2023)
42. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/bump.html> (accessed 14 June 2023)
43. Chumakov S.G., Rutland C.J. Dynamic structure subgrid-scale models for large eddy simulation. *Int. J. Numer. Meth. Fluid.*, 2005, vol. 47, pp. 911-923. <https://doi.org/10.1002/flid.907>
44. Zhou Z., He G., Wang S., Jin G. Subgrid-scale model for large-eddy simulation of isotropic turbulent flows using an artificial neural network. *Comp. Fluids*, 2019, vol. 195, 104319. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.104319>
45. Bakhne S. Comparison of convective terms' approximations in DES family methods. *Math Models Comput Simul.*, 2022, vol. 14, pp. 99-109. <https://doi.org/10.1134/S2070048222010057>
46. Matjash S.V. Nekotoryye aspekty metodicheskoy raboty po ispol'zovaniyu solverov v promyshlennykh raschëtakh. *Trudy TsAGI*, 2022, iss. 2810.
47. Hinze J.O. *Turbulence*. McGraw-Hill Publishing Co., 1975. 790 p.
48. Zhang R., Zhang M., Shu C.W. On the order of accuracy and numerical performance of two classes of finite volume WENO schemes. *Comm. Comput. Phys.*, 2011, vol. 9, pp. 807-827. <https://doi.org/10.4208/cicp.291109.080410s>
49. Suresh A., Huynh H.T. Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge–Kutta time stepping. *J. Comput. Phys.*, 1997, vol. 136, pp. 83-99. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5745>
50. Gottlieb S., Shu C.-W., Tadmor E. Strong stability-preserving high-order time discretization methods. *SIAM Rev.*, 2001, vol. 43, pp. 89-112. <https://doi.org/10.1137/S003614450036757X>
51. Lee M., Moser R.D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5200$. *J. Fluid Mech.*, 2015, vol. 774, pp. 395-415. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.268>
52. Yang X.I., Park G.I., Moin P. Log-layer mismatch and modeling of the fluctuating wall stress in wall-modeled large-eddy simulations. *Phys. Rev. Fluids*, 2017, vol. 2, 104601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.104601>
53. Keating A., Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. *Journal of Turbulence*, 2006, vol. 7, N12. <https://doi.org/10.1080/14685240612331392460>
54. Bentaleb Y., Lardeau S., Leschziner M.A. Large-eddy simulation of turbulent boundary layer separation from a rounded step. *Journal of Turbulence*, 2012, vol. 13, N4. <https://doi.org/10.1080/14685248.2011.637923>
55. https://turbmodels.larc.nasa.gov/Other_LES_Data/curvedstep.html (accessed 14 June 2023)
56. Zhang S., Zhong S. *Proc. of the 5th Flow Control Conference. Chicago, Illinois, USA, 28 June-1 July, 2010. 16 p.* <https://doi.org/10.2514/6.2010-4582>

Поступила в редакцию 30.06.2022; после доработки 03.01.2023; принята к опубликованию 09. 01.2023

Сведения об авторах

Трошин Алексей Игоревич, кфмн, снс, Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского (ФАУ «ЦАГИ»), 140180, Московская обл., г. Жуковский, ул. Жуковского, д. 1; e-mail: aleksey.troshin@tsagi.ru

Молев Сергей Сергеевич, кфмн, снс, ФАУ «ЦАГИ»; e-mail: sergej.molew@gmail.com

Власенко Владимир Викторович, дфмн, доц., зам. нач. лаб., ФАУ «ЦАГИ»; e-mail: vladimir.vlasenko@tsagi.ru

Михайлов Сергей Владимирович, ктн, доц., нач. сектора, ФАУ «ЦАГИ»; e-mail: sergey.mikhaylov@tsagi.ru

Бахнэ Сергей, б/с, мнс, ФАУ «ЦАГИ»; e-mail: bakhne@phystech.edu

Матяш Сергей Владимирович, ктн, внс, ФАУ «ЦАГИ»; e-mail: marinaen@progtech.ru