

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.2.17](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.2.17)

УДК 532.5.013.3

ТРЕХМЕРНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ С ИСПАРЕНИЕМ ПРИ РАЗНЫХ ТИПАХ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКИ НА ПОДЛОЖКЕ

О.Н. Гончарова

*Алтайский государственный университет, Барнаул, Российская Федерация
Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Российская Федерация*

Для моделирования двухслойных течений с учетом испарения (конденсации) диффузионного типа на межфазной границе построено трехмерное обобщение решения Остроумова–Бириха уравнений конвекции. Бесконечный прямоугольный канал, находящийся под действием продольного градиента температуры и поперечно направленного поля силы тяжести, заполнен жидкостью и газопаровой смесью, имеющими общую границу раздела. Обе среды полагаются вязкими теплопроводными несжимаемыми жидкостями. С помощью точного решения специального вида изучаются характеристики течений, возникающих в условиях линейно распределенной тепловой нагрузки на подложке и теплоизоляции верхней и боковых стенок канала. Структура трехмерного решения диктует сведение исходной задачи к цепочке двумерных постановок, численное решение которых, проведенное на основе продольно-поперечной конечно-разностной схемы, позволяет описать реальные конвективные режимы. С целью определения механизмов управления течениями и прогнозирования возможных форм неустойчивости анализируется влияние граничного теплового режима на параметры испарительной конвекции. Перепады температуры в системе, обусловленные как внешним тепловым воздействием, так и процессами испарения, приводят к формированию сложно-симметричных вихревых структур, топология которых существенно зависит от интенсивности тепловой нагрузки, типа жидкого теплоносителя, толщины жидкого слоя. Исследованы характеристики двухслойных течений рабочих систем типа этанол–азот и HFE7100–азот. Поступательно-вращательные течения в двухслойных системах реализуются в виде валиковой конвекции. Изучены различия в формировании продольных термических валов, приповерхностного горячего слоя, холодного термоклина, пристеночных тепловых валов с дефектами. Представлены проекции трубок тока и траектории движения жидких частиц, а также распределения температуры и концентрации пара.

Ключевые слова: вязкая жидкость, конвекция, термокапиллярная граница, двухслойное течение, математическое и численное моделирование

THREE-DIMENSIONAL CONVECTION REGIMES IN A TWO-LAYER SYSTEM WITH EVAPORATION FOR DIFFERENT TYPES OF THERMAL LOADS ON A SUBSTRATE

O.N. Goncharova

*Altai State University, Barnaul, Russian Federation
Institute of Computational Modelling SB RAS, Krasnoyarsk, Russian Federation*

A three-dimensional generalization of the Ostroumov–Birikh solution of the convection equations is constructed to model the two-layer flows with respect to diffusion evaporation (condensation) at the interface. An infinite rectangular channel filled with a liquid and a gas-vapor mixture that have a common interface is under the action of the longitudinal temperature gradient and the transversely directed gravity field. Both media are assumed to be the viscous heat-conducting incompressible fluids. On the basis of the exact solution of a special type, the characteristics of flows arising under conditions of a linearly distributed thermal load on the substrate and thermal insulation of the upper and lateral walls of the channel are studied. The three-dimensional solution structure dictates the reduction of the original problem to a set of two-dimensional formulations. The numerical solution of these problems, carried out on the basis of a longitudinal-transverse finite-difference scheme, makes it possible to describe real convective regimes. In order to determine the control mechanisms for the two-layer flows and to predict possible types of instability, the influence of the boundary thermal regime on the evaporative convection parameters is analyzed. Temperature drops in the system caused both by external thermal action and by evaporation processes lead to the formation of vortex structures of a complex symmetry the topology of which significantly depends on the intensity of thermal load, the type of liquid coolant, and the thickness of liquid layer. The characteristics of the two-layer flows of the working systems such as ethanol–nitrogen and HFE7100–nitrogen are investigated. Translational-rotational flows in the two-layer systems are realized in the form of convection rolls. Differences in the formation of longitudinal thermal rolls, a near-surface hot layer, cold thermocline and near-wall thermal rolls with defects are studied. The projections of fluid flow tubes and the trajectories of liquid particles, as well as the temperature and vapor concentration distributions, are presented.

Key words: viscous liquid, convection, thermocapillary boundary, two-layer flow, mathematical and numerical modeling

1. Введение

Потребность в развитии теоретических подходов и корректных математических моделей для изучения конвекции в условиях испарения, вызванного прокачкой газа, возникла при анализе результатов физических экспериментов, нацеленных на изучение влияния испарения на интенсификацию теплообмена в системах жидкость–газ. В работах [1, 2] представлены результаты экспериментальных исследований течений жидкостей (HFE7100 и этанола) в кювете с учетом испарения на границе раздела под действием спутного потока газа (азота и воздуха), измерены распределения температуры на межфазной поверхности, проведены термографические исследования, выполнена визуализация конвективных течений в широком диапазоне режимных параметров задачи. Интенсивность испарения жидкости изучалась в зависимости

от расхода газа и температуры системы жидкость–газ. Обнаружено, в частности, что при увеличении толщины слоя жидкости средняя массовая скорость испарения достигает локального максимума, а с ростом температуры жидкости и газа локальный максимум расхода испарения смещается в сторону большего значения толщины слоя [1]. Полученные экспериментальные результаты обеспечили необходимый базис для разработки на основе уравнений Навье–Стокса математических моделей конвекции с испарением вязкой несжимаемой жидкости и аналитического подхода к исследованию закономерностей конвективного теплообмена в условиях фазового перехода жидкость–пар, использующего точные решения определяющих уравнений.

Теоретические методы исследования предусматривают разработку адекватно отображающих физические явления математических моделей, изучение их корректности и установление пределов применимости. Последнее может быть выполнено с помощью формулировки новых точных определяющих дифференциальных уравнений модели. Построение точного решения может быть сведено к обобщению известных в гидродинамике (в теории конвекции) описаний течений жидкостей. Возможность такого обобщения значительно облегчается при групповой природе последних. Построенное для моделирования конвективных течений с учетом новых физических явлений, например, массопереноса на границе раздела или взаимобратных процессов термодиффузии в бинарной среде решение потребует физической интерпретации полученных результатов и сравнения с экспериментом, а также исследования его устойчивости (см. обзор [3]).

Анализ экспериментальных данных доказывает, что любые течения с испарением или конденсацией характеризуются наличием температурных градиентов, продольного и поперечного, возникающих в результате испарения вследствие уменьшения средней кинетической энергии жидкого объема. Потому оказалось, что известные точные решения уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска [4, 5], позволяющие учитывать указанные температурные градиенты, могут быть обобщены на случай конвекции в условиях фазовых переходов. Структура этих решений такова, что может быть исследовано влияние температурных градиентов, вызываемых граничным тепловым режимом. Групповая природа названных решений, их аналогов для описания термоконцентрационной конвекции и трехмерных и нестационарных обобщений доказана в [6]; в [7] решение специального вида построено для изучения трехмерных задач конвекции жидкостей, заполняющих каналы, в отсутствие предположения об осевой симметрии. Именно групповое происхождение решения гарантирует его физическую реализуемость и правдоподобие благодаря свойствам симметрии пространства–времени, заложенным при выводе определяющих уравнений движущейся в этом пространстве жидкости.

Заметим, что точные решения с групповыми свойствами дают возможность эффективно изучать фундаментальные и вторичные особенности физических процессов, описываемых на основе уравнений Навье–Стокса (или Обербека–Буссинеска), которые обеспечивают соблюдение естественных свойств симметрии [8].

2. Постановка задачи

Пусть двухфазная система, в которой жидкость и газопаровая смесь представляют собой вязкие теплопроводные несжимаемые среды, заполняет бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением, находящийся под действием продольного градиента температуры A и поперечно направленного поля силы тяжести ($\mathbf{g} = (-g, 0, 0)$). Будем изучать стационарные двухслойные течения в канале с помощью решения вида:

$$\begin{aligned} u_j &= u_j(x, y), \quad v_j = v_j(x, y), \quad w_j = w_j(x, y), \\ p_1 &= -Ag\rho_1\beta_1xz + q_1(x, y), \quad p_2 = -Ag\rho_2\beta_2xz + Bg\rho_2\gamma xz + q_2(x, y), \\ T_j &= -Az + \Theta_j(x, y), \quad C = Bz + \Phi(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

на основе аппроксимации Обербека–Буссинеска уравнений Навье–Стокса:

$$\mathbf{v}_{jt} + (\mathbf{v}_j \cdot \nabla) \mathbf{v}_j = -\rho_j^{-1} \nabla p_j + \nu_j \Delta \mathbf{v}_j - \mathbf{g}(\beta_j T_j + \gamma C), \quad \text{div } \mathbf{v}_j = 0, \quad (2)$$

$$T_{jt} + \mathbf{v}_j \cdot \nabla T_j = \chi_j (\Delta T_j + \delta \Delta C), \quad (3)$$

$$C_t + \mathbf{v}_2 \cdot \nabla C = D(\Delta C + \alpha \Delta T_2), \quad (4)$$

при условии, что граница раздела двух сред есть плоская термокапиллярная поверхность, задаваемая уравнением $x = 0$. В (1)–(4) параметры и функции с индексом $j = 1, j = 2$ отвечают, соответственно, жидкости и газопаровой среде, а также приняты обозначения: искомые функции $\mathbf{v}_j = (u_j, v_j, w_j)$ — вектор скорости, p_j — давление (равное отклонению давления π_j от гидростатического, $p_j = \pi_j - \rho_j \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$),

T_j — температура, C — концентрация пара в газе; ρ_j — плотность (характерные значения плотности); ν_j , χ_j , D — коэффициенты вязкости, температуропроводности, диффузии пара в газовой среде; β_j — коэффициент теплового расширения; γ — концентрационный коэффициент плотности; коэффициенты δ и α характеризуют, соответственно, эффекты Дюфура и Соре в газопаровом слое; ∇ — оператор-градиент; Δ — оператор Лапласа; B — продольный градиент концентрации; $q_1(x, y)$, $q_2(x, y)$, $\Theta_j(x, y)$, $\Phi(x, y)$ — новые искомые функции, определяющие вид функций давления, температуры и концентрации пара. Процесс диффузии пара, понимаемого как пассивная примесь в газе, изучается на основе уравнения диффузии (4). Это уравнение и слагаемые в уравнениях (1), (2), содержащие функцию C , используются при моделировании течений в верхнем газовом слое и призваны учесть влияние концентрационного расширения и эффекта Дюфура (эффекта диффузионной теплопроводности) [9]. Уравнение диффузии (4) восходит к Максвеллу (см. [3]), который предложил промежуточный математический аналог теории потенциала и теории стационарного испарения с потенциалом, роль которого играет функция концентрации пара.

Пусть конвективные течения в двухслойной системе развиваются в условиях слабого испарения, не связанного с критическими колебаниями температуры. Следуя [10, 11], слабым назовем испарение, происходящее в состоянии, близком к равновесному, характеризующемуся температурой T_0 и давлением p_0 (см. также [3]). При этом будем пренебрегать вязкой диссипацией и молекулярной кинетической энергией, отдачей пара в соотношениях, определяющих баланс энергии и количества движения на границе раздела, согласно [11], и считаем, что испарение (или конденсация) осуществляется только за счет диффузионного потока массы пара. Таким образом, предполагается, что будут выполнены соотношения баланса массы и тепловых потоков с учетом взаимообратных эффектов термодиффузии: $M = -D\rho_2(\partial_n C + \alpha \partial_n T_2)$, $\kappa_1 \partial_n T_1 - \kappa_2 \partial_n T_2 - \delta \kappa_2 \partial_n C = -LM$, и задана концентрация насыщенного пара (см. [12]): $C|_{x=0} = C_* (1 + \varepsilon (T - T_0))$. Здесь κ_j — коэффициент теплопроводности, L — скрытая теплота парообразования, C_* — концентрация насыщенного пара при $T = T_0$, ε — параметр, выражающийся через L , T_0 , молярную массу испаряющейся жидкости μ и универсальную газовую постоянную R . Заметим, что умеренные вариации температуры обеспечивают также корректное использование приближения Обербека–Буссинеска для описания стационарных конвективных течений в исследуемой системе жидкость–газ, а условия слабого испарения позволяют полагать, что поверхность раздела остается гладкой материальной поверхностью. С точки зрения физической реализации предположение о слабом испарении (диффузионном характере испарения) основано на том, что рассматривается испарение с поверхности жидкости, вызванное спутным течением газа, а не критическими тепловыми нагрузками.

На термокапиллярной границе раздела потребуем выполнения кинематического и динамического условий: $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n} = 0$ и $(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \mathbf{n} = 2H\sigma \mathbf{n} + \nabla_\Gamma \sigma$. Кинематическое условие на поверхности раздела имеет вид $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n} = V_n$, где V_n — скорость движения поверхности в направлении внешней (по отношению к нижней жидкости) нормали \mathbf{n} . Если $f(\mathbf{x}, t) = 0$ есть неявное уравнение поверхности, то $V_n = -f_t / |\nabla_x f|$; $\nabla_x f = (f_x, f_y, f_z)$. Здесь $\mathbf{P}_j = -\pi_j \mathbf{I} + 2\nu_j \rho_j \mathbf{D}(\mathbf{v}_j)$ — тензор напряжений, \mathbf{I} — единичный тензор, $\mathbf{D}(\mathbf{v}_j)$ — тензор скоростей деформаций, H — средняя кривизна поверхности раздела (в предлагаемой постановке равная нулю), ∇_Γ обозначает поверхностный градиент, ∂_n — производную по нормали; σ — коэффициент поверхностного натяжения, линейно зависящий от температуры.

Заметим, что плоская форма границы (и условие $H = 0$), обеспечивается самим решением, то есть подстановка решения вида (1) в динамическое граничное условие, определяющее баланс нормальных напряжений, приводит к равенству $H = 0$, являющемуся главным членом разложения динамического условия по степеням малого параметра (капиллярного числа). Тем самым плоская форма границы допускается как одно из решений рассматриваемой задачи (см. подробности в работе [13]). Способы поддержания плоской формы межфазной границы в системе с испарением в экспериментах подробно описаны в работе [1]. Дополнительно на межфазной поверхности потребуем выполнение условий непрерывности скорости и температуры: $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$, $T_1 = T_2$.

Внешние границы канала — твердые непроницаемые стенки, на которых имеют место условия прилипания: $\mathbf{v}_j = 0$. На нижней стенке зададим линейно распределенную тепловую нагрузку $T_1 = -Az + \theta$, где A — продольный температурный градиент, θ — параметр, определяющий интенсивность нагрева; верхнюю и боковые стенки канала положим теплоизолированными: $\partial_n T_1 = 0$, $\partial_n T_2 + \delta \partial_n C = 0$. Для функции концентрации пара C на части границы канала, контактирующей с газовым слоем, поставим условие отсутствия потока пара: $\partial_n C + \alpha \partial_n T_2 = 0$, тем самым выполним равенства: $\partial_n T_2 = 0$ и $\partial_n C = 0$.

Точное решение (1) системы уравнений (2)–(4) в стационарном случае представляет собой обобщение решения Остроумова–Бириха и является частично инвариантным решением ранга 2 и дефекта 3 [14]. Однако его построение не сводится только к аналитическим выкладкам. Удастся записать постановки двумерных задач для нахождения искомых функций $u_j(x, y)$, $v_j(x, y)$, $w_j(x, y)$, $q_j(x, y)$, $\Theta_j(x, y)$, $\Phi(x, y)$, но их определение требует привлечения численных методов.

Отметим, что теоретические подходы к описанию конвекции в условиях фазового перехода на основе уравнений Навье–Стокса (и их приближений) допустимы только в предположении несжимаемости среды. В работе [3] содержится обзор как классических, так и современных математических моделей и условий на поверхности раздела. Одна часть этих условий — это уравнения баланса массы, импульса и энергии, другая часть — соотношения, обеспечивающие выполнение дополнительных гипотез с целью удовлетворения в конечном итоге условий, накладываемых на химические потенциалы (условий их непрерывности). Особое внимание уделено соотношениям, связанным с определением либо учетом скорости испарения жидкости. Заметим, что при изучении нестационарных задач конвекции с испарением на границе раздела добавляются проблемы, связанные с динамическим контактным углом и движущейся линией контакта.

В общем случае условия (кинематическое, динамическое и тепловое) на поверхности раздела, допускающей массоперенос вследствие испарения, полученные на основе законов сохранения (у автора — исходя из соотношений на сильном разрыве, см. [3] и цитируемую литературу, а также [15]), включают слагаемые, отвечающие за вклад потока массы пара. Актуальными продолжают оставаться упрощенные постановки задач и проблемы обоснования принятых допущений с целью учета массопереноса в разных ситуациях испарения, например: с недеформируемой границы раздела теплопроводной жидкости и изотермического газа; с поверхности тонкого жидкого слоя в спутный газовый поток; с частично «открытой» границы жидкости, заполняющей ограниченный объем. С математической точки зрения интерес к упрощенным постановкам связан с доказательством их корректности (с получением теорем существования и единственности классических или обобщенных решений), а также с возможностью построить точные решения совокупности определяющих уравнений для проведения быстрого моделирования исследуемых процессов и сравнения теоретических и экспериментальных результатов. Отдельно следует рассматривать математические модели двухфазного течения с испарением [3, 11, 15, 16] и их исследование при решении задач в полной постановке [12, 13, 17] и в приближении тонкого слоя [18–22].

Помимо названных, упрощения могут быть связаны с предположениями об однородности газовой среды. При этом неоднородной газовой средой называется, если является смесь газа и пара, а однородной — если состоит из чистого пара [23]. В цитируемой работе [23] представлены вывод условий на границе раздела с учетом испарения на базе интегральных законов сохранения и математическая модель двухфазного течения с испарением (и ее упрощения), связанные с понятием однородности. В работе [17] на основе уравнений Навье–Стокса и теплопереноса, а также уравнения диффузии пара в инертном газе приводится постановка нестационарной задачи об испарении слоя жидкости. Допускается движение границы раздела только в вертикальном направлении (при этом она остается прямолинейной и недеформируемой), и требуется выполнение условия баланса касательных напряжений. Массоперенос за счет испарения учитывается в кинематическом условии и в условии баланса тепловых потоков. В [17] исследована устойчивость простого одномерного решения, отвечающего так называемому квазистационарному случаю, когда продольная компонента скорости отсутствует, а вертикальная постоянна. Температура жидкости есть линейная функция вертикальной координаты, а температура газа и концентрация пара характеризуются экспоненциальной зависимостью от вертикальной координаты, домноженной на массовую скорость испарения. Заметим, что в работах [18–22] реализованы подходы, в которых математические модели испаряющихся тонких слоев (пленок) получаются исходя из уравнений на поверхности раздела, обобщающих известные соотношения на свободной границе для учета массопереноса на ней.

При решении задач конвекции с испарением/конденсацией, изображаемых уравнениями Навье–Стокса, принципиальным моментом является предположение, что поверхность раздела во все моменты времени остается достаточно гладкой, не имеющей участков самопересечения и самоналегания, в процессе деформации ее топологические изменения также не происходят.

Постановка задачи, представленная в данном разделе и позволяющая построить решение, способное описывать трехмерные конвективные течения с массопереносом диффузионного типа, обусловленным испарением или конденсацией, учитывает упомянутый выше вклад только в условиях баланса тепловых потоков.

3. Численный алгоритм

В силу вида решения (4) становится возможным введение новых, вспомогательных, функций ψ_j и ω_j (фактически компонент векторного потенциала и ротора скорости) вместо поперечных компонент скорости $u_j(x, y)$, $v_j(x, y)$: $u_j = \psi_{jy}$, $v_j = -\psi_{jx}$; $\omega_j = v_{jx} - u_{jy}$. Разработан и протестирован авторский код

[12], позволяющий вычислять все искомые функции. В основу численного алгоритма положена продольно-поперечная конечно-разностная схема, известная как метод переменных направлений. В качестве недостающих условий для функции вихря на внешних твердых границах формулируются разностные условия типа условий Тома, связывающие значения функций тока и завихренности.

Алгоритм численной реализации стационарной задачи предполагает организацию итерационного процесса с применением определенных критериев сходимости [12] при последовательном выполнении следующих этапов:

а) исходим из заданного начального состояния — состояния покоя однородно нагретых жидкостей, тем самым имеем заданные поперечные компоненты скорости $u_j(x, y)$, $v_j(x, y)$; численно решаем краевые задачи для третьих компонент вектора скорости — $w_j(x, y)$ (см. уравнения (1));

б) для нахождения неизвестных функций $\Theta_j(x, y)$ и $\Phi(x, y)$, входящих в соотношения для температуры и концентрации (см. (4)), численно решаем уравнения (2) и (3) с учетом соответствующих условий на границах: для функции $\Theta_j(x, y)$ — это условия нулевого потока тепла на боковых и верхней стенках канала, условие линейного нагрева нижней стенки, условие непрерывности температуры и соотношение баланса тепловых потоков на границе раздела; для функции $\Phi(x, y)$ — условия нулевого потока пара на твердых границах канала и соотношение для концентрации пара на границе раздела;

в) решаем краевую задачу определения двух вспомогательных полей — «функции тока» ψ_j и «вихря» ω_j на основе уравнений, полученных как следствие уравнений (1), (4) и соответствующих граничных условий (кинематического, динамического и прилипания), записанных в терминах ψ_j и ω_j . Зная функции тока, можно вычислить поперечные компоненты векторов скорости $u_j(x, y)$, $v_j(x, y)$.

После реализации этапов осуществляется переход к этапу (а).

4. Результаты расчетов. Анализ трехмерных течений

Заметим, что в качестве рабочего участка, для которого решение будет отвечать реальному течению, следует принимать центральную часть длинной кюветы. В рамках описанной в разделе 2 постановки, исследуем характеристики конвективных режимов, возникающих в системах этанол–азот и HFE7100–азот вблизи состояния локального термодинамического равновесия в условиях нормальной гравитации ($g = 9.81 \text{ м/с}^2$), когда высота газопарового слоя h_2 вдвое превышает высоту слоя жидкости h_1 ($h_1 = 2.5 \text{ мм}$; $h_2 = 5 \text{ мм}$). Значения основных параметров, использованных при численных экспериментах, содержатся в таблице.

Таблица. Значения рабочих параметров задачи

Параметр, обозначение, размерность	Среда		
	этанол	HFE-7100	азот
Плотность ρ , кг/м ³	$0.79 \cdot 10^3$	$0.15 \cdot 10^4$	$0.12 \cdot 10^3$
Кинематическая вязкость ν , м ² /с	$0.15 \cdot 10^{-5}$	$0.38 \cdot 10^{-5}$	$0.15 \cdot 10^{-4}$
Коэффициент температурного расширения β , 1/К	$0.108 \cdot 10^{-2}$	$0.18 \cdot 10^{-2}$	$0.367 \cdot 10^{-2}$
Коэффициент теплопроводности κ , Вт/(мК)	0.1672	$0.7 \cdot 10^{-1}$	$0.272 \cdot 10^{-1}$
Коэффициент температуропроводности χ , м ² /с	$0.89 \cdot 10^{-7}$	$0.4 \cdot 10^{-7}$	$0.3 \cdot 10^{-4}$
Температурный коэффициент поверхностного натяжения σ_T , Н/(мК)	$0.8 \cdot 10^{-4}$	$0.9 \cdot 10^{-4}$	
Коэффициент поверхностного натяжения σ_0 , Н/м	$0.2414 \cdot 10^{-1}$	$0.136 \cdot 10^{-1}$	
Скрытая теплота парообразования L , (Вт с)/кг	$0.855 \cdot 10^6$	$0.142 \cdot 10^6$	
Молярная масса испаряющейся жидкости μ , кг/моль	$0.46 \cdot 10^{-1}$	0.25	$0.28 \cdot 10^{-1}$
	Газопаровая смесь		
Коэффициент диффузии D , м ² /с	$0.135 \cdot 10^{-4}$	$0.7 \cdot 10^{-5}$	
Коэффициент концентрационного расширения γ	-0.62	-0.5	
Коэффициент Дюфура δ , К	$0.5 \cdot 10^{-3}$	$0.5 \cdot 10^{-3}$	
Коэффициент Сорэ α , 1/К	$0.5 \cdot 10^{-2}$	$0.5 \cdot 10^{-2}$	
Концентрация насыщенного пара C_* (при $T_0 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$)	$0.5 \cdot 10^{-1}$	0.45	
Коэффициент в соотношении для концентрации насыщенного пара ε , 1/К	$0.59 \cdot 10^{-1}$	$0.4 \cdot 10^{-1}$	

На рисунках 1, 2 представлены поля скоростей и траектории движения жидких частиц, распределения температуры и концентрации пара. Проекции трубок тока изображены в поперечных сечениях, перпендикулярных оси канала. Траектории частиц «наматываются» на трубки тока при движении в продольном направлении. Поступательно-вращательные течения реализуются в форме валиковой конвекции, причем в жидком слое могут сосуществовать валы с различными поперечными размерами и угловые вихри (см. примеры для системы HFE7100–азот на Рис. 1з, 2е). В случае умеренного продольного градиента температуры ($A = 50 \text{ }^\circ\text{C/м}$) и слабого нагрева нижней стенки (значение параметра интенсивности нагрева $\theta = 5 \text{ }^\circ\text{C}$) в обеих системах жидкость–газ формируется хорошо выраженный приповерхностный горячий слой жидкости (Рис. 1б, д). Однако толщина этого температурного слоя в этаноле больше (Рис. 1б), чем в жидкости HFE7100 (Рис. 1д), что обусловлено их различными тепловыми свойствами. При относительно слабом нагреве (при малых A и θ) перенос тепла за счет термокапиллярного эффекта вдоль границы раздела интенсивнее конвективного. Этим объясняется образование устойчивой температурной стратификации в жидкости. В системе HFE7100–азот, помимо довольно тонкого пограничного теплового слоя вдоль границы раздела, наблюдается термический вал, для которого характерна более высокая температура (Рис. 1д). Формирование подобных тепловых валов имело место в экспериментах [24, 25].

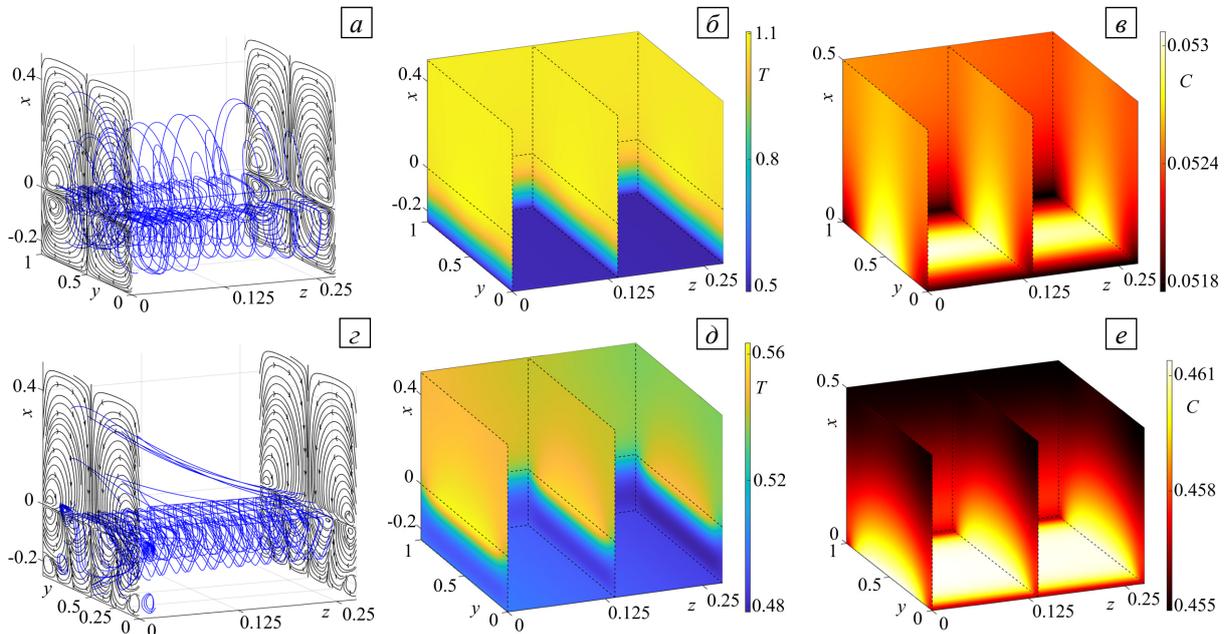


Рис. 1. Поле скоростей и траектории (а, з), распределение температуры (б, д) и концентрации пара (е, е) в системах этанол–азот (а, б, е) и HFE7100–азот (з, д, е) при $A = 50 \text{ }^\circ\text{C/м}$, $\theta = 5 \text{ }^\circ\text{C}$

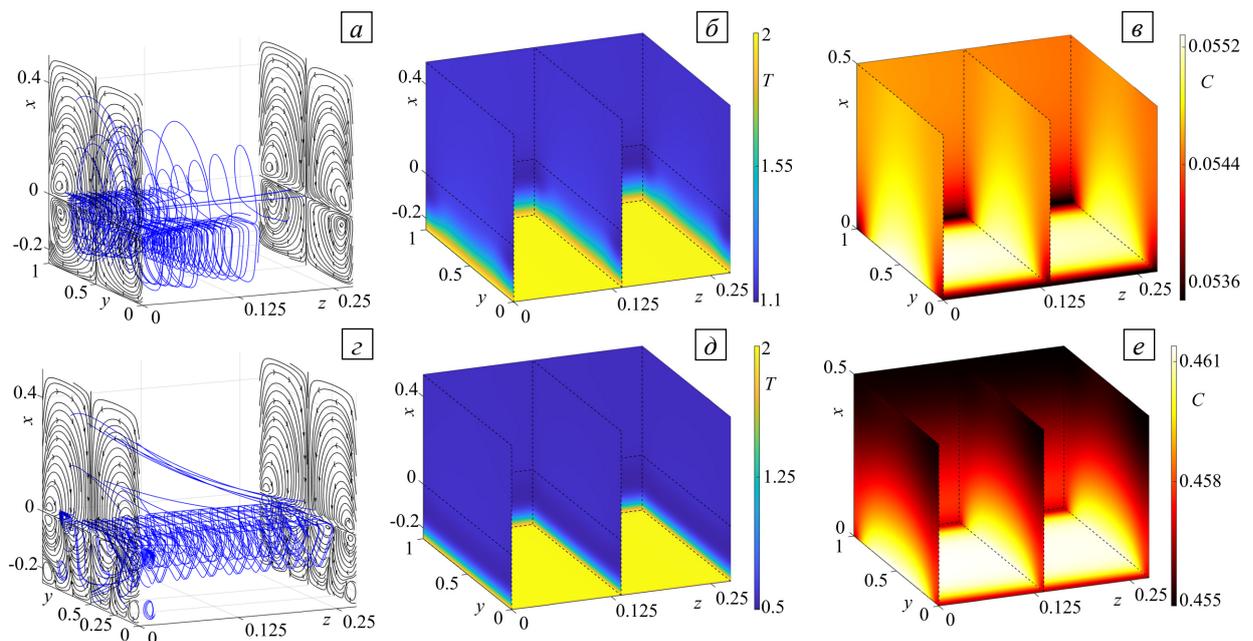


Рис. 2. Поле скоростей и траектории (а, з), распределение температуры (б, д) и концентрации пара (е, е) в системах этанол–азот (а, б, е) и HFE7100–азот (з, д, е) при $A = 50 \text{ }^\circ\text{C/м}$, $\theta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Для анализа влияния граничного теплового режима, задающего распределенную тепловую нагрузку на подложке в виде условия 1-го рода для функции температуры, проведено сравнение результатов с результатами аналогичной задачи, полученными с помощью точного решения вида (4) в рамках постановки с условиями теплоизоляции всех стенок канала [12]. Заметим, что в такой постановке решение (4) соответствует двухфазным течениям с ненулевым температурным градиентом A на межфазной поверхности. На рисунке 3 представлены распределения основных характеристик для системы этанол–азот в канале с теплоизолированными границами при различных значениях градиента A , фактически определяющих разную интенсивность испарения. Количественно тепловые и концентрационные поля на рисунках 3д, е и 1б, в, полученные для одного и того же значения A , похожи, но проявляются качественные различия в структуре поля температуры: вместо приповерхностного горячего слоя наблюдается формирование теплового вала.

Более существенные расхождения возникают при интенсификации нагрева нижней стенки, что хорошо видно при сравнении рисунков 3д, е и 2б, в; рисунки 2б, в иллюстрируют характер распределения температуры при $A = 50 \text{ }^\circ\text{C/м}$ и $\theta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. В условиях, когда температура θ выше температуры равновесия T_0 , происходит интенсивный подогрев снизу, и во всей двухфазной системе формируется потенциально неустойчивая температурная стратификация (Рис. 2б), стимулирующая конвективную составляющую движения. При увеличении значений параметра θ , задающего нагрев нижней стенки, значительно растет перепад температуры в обеих системах (см. Рис. 1б и 2б). При этом максимальные изменения температуры происходят в вертикальном направлении, то есть по всей высоте канала, в то время как при теплоизолированных границах максимальные перепады, в основном, формируются в продольном направлении (см. Рис. 3д).

С повышением тепловой нагрузки, определяемой значением продольного градиента температуры (параметра A), в частности, при $A = 300 \text{ }^\circ\text{C/м}$, наблюдается перестройка температурного и концентрационного полей, а также топологической структуры течения в обеих исследуемых системах. Для системы этанол–азот характерно образование специфических тепловых структур в жидкой фазе — пристеночных тепловых валов с дефектами (так называемых «тепловых рогов»). Формирование подобных тепловых структур присутствует и в системе с теплоизолированными внешними границами (см. Рис. 3б). Заметим, что при этом с ростом градиента A происходит деформация вихревых структур (Рис. 3а). В системе HFE7100–азот возникает достаточно тонкий пограничный тепловой слой и, по-прежнему, образуется продольный термический вал с более высокой температурой. Кроме того, в слое жидкости HFE7100, вследствие существования придонной зоны со слабой конвекцией, образуется холодный термоклин.

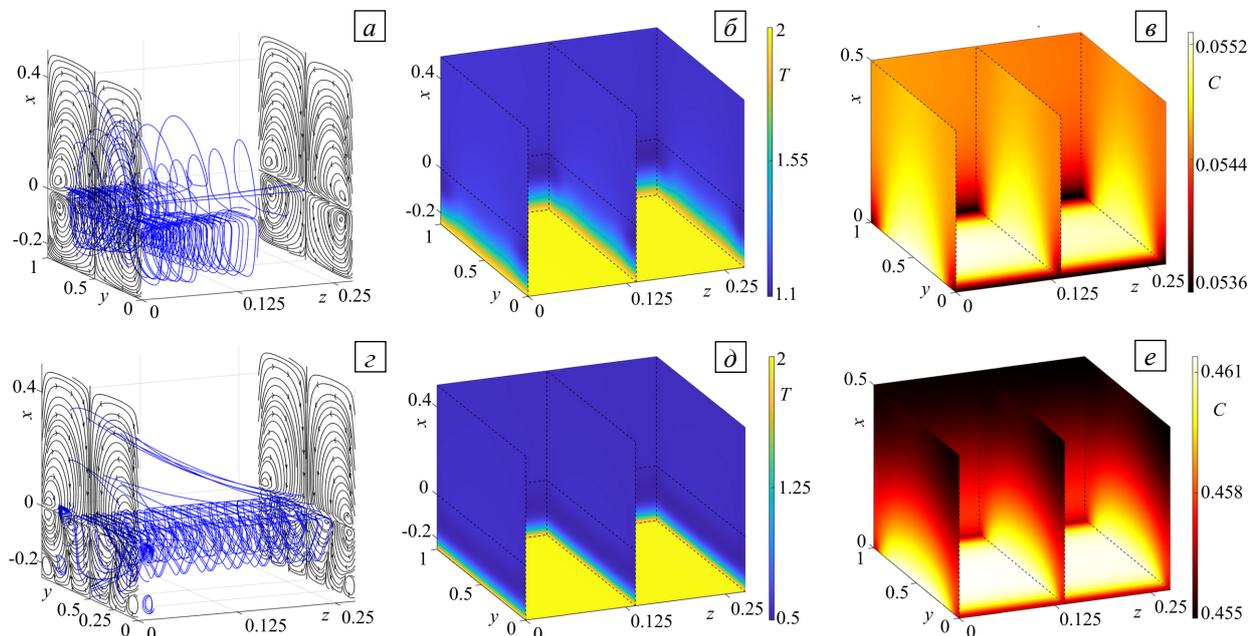


Рис. 3. Поле скоростей и траектории (а, з), распределение температуры (б, д) и концентрации пара (в, е) в системе этанол–азот при теплоизоляции границ и разной величине температурного градиента A , $^\circ\text{C/м}$: 300 (а, б, в), 50 (з, д, е)

5. Заключение

Модель испарительной конвекции, разработанная для исследования стационарных двухслойных течений жидкости и газопаровой смеси, на границе раздела сред предполагает выполнение обобщенного энергетического условия, учитывающего диффузионный поток массы пара, возникающий за счет прокачки

газа над жидким слоем при подогреве снизу. Однако она не дает возможности изучать конвекцию при фазовых переходах, индуцированных критическими тепловыми нагрузками в тех случаях, когда необходимо учитывать конвективный перенос пара на границе раздела. Физическая интерпретация построенного точного решения уравнений конвекции опирается на тот факт, что с его помощью можно представлять конвективные режимы, сопровождающиеся слабым испарением [3]. Прикладная ценность решения заключается в том, что оно может описывать формирование тепловых и концентрационных валов, возникновение термокапиллярных продольных структур, наблюдаемых в теплофизических экспериментах. На основе полученных результатов можно указать на отличительные характеристики испарительной конвекции в рабочих системах с разным типом жидкого теплоносителя. Установлено, что со сменой рабочей жидкости изменяется топологическая картина течения. При этом система этанол–азот, в силу тепловых и вязких свойств этанола, оказывается более чувствительной к изменениям тепловой нагрузки, определяемой уровнем приложенного к границе градиента давления и степени нагрева нижней границы.

Автор выражает благодарность В.Б. Бекежановой за плодотворные дискуссии, анализ результатов и помощь при визуализации последних.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 22-11-00243), <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>.

Литература

1. Lyulin Y.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear–stress gas flow // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2014. Vol. 70. P. 599-609. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039>
2. Lyulin Y., Kreta A., Querdane H., Kabov O. Experimental study of the convective motions by the PIV technique within an evaporating liquid layer into the gas flow // *Microgravity Sci. Technol.* 2020. Vol. 32. P. 203-216. <https://doi.org/10.1007/s12217-019-09759-x>
3. Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н. Задачи испарительной конвекции (обзор) // *ПММ.* 2018. Т. 82, № 2. С. 219-260. (English version <https://doi.org/10.1134/S001546281804016X>)
4. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1952. 256 с.
5. Бирих П.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *ПМТФ.* 1966. № 3. С. 69-72. (English version <https://doi.org/10.1007/BF00914697>)
6. Пухначёв В.В. Теоретико-групповая природа решения Бириха и его обобщения // *Симметрия и дифференциальные уравнения*: Сб. трудов, Красноярск, 21-25 августа 2000 г. Красноярск: ИВМ СО РАН, 2000. С. 180-183.
7. Goncharova O.N., Kabov O.A., Pukhnachov V.V. Solutions of special type describing the three dimensional thermocapillary flows with an interface // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2012. Vol. 55. P. 715-725. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.10.038>
8. Андреев В.К., Капцов О.В., Пухначев В.В., Родионов А.А. Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике. М.: Наука, 1994. 320 с. (English version <https://doi.org/10.1007/978-94-017-0745-9>)
9. De Groot S.R., Mazur P. Non-equilibrium thermodynamics. London, Dover Publications, 1984. 530 p.
10. Prosperetti A. Boundary conditions at a liquid-vapor interface // *Meccanica.* 1979. Vol. 14. P. 34-47. <https://doi.org/10.1007/BF02134967>
11. Margerit J., Colinet P., Lebon G., Iorio C.S., Legros J.C. Interfacial nonequilibrium and Benard-Marangoni instability of a liquid-vapor system // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. 041601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.041601>
12. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Numerical study of the evaporative convection regimes in a three-dimensional channel for different types of liquid-phase coolant // *Int. J. Therm. Sci.* 2020. Vol. 156. 106491. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106491>
13. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // *Appl. Math. Model.* 2018. Vol. 62. P. 145-162. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.05.021>
14. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Surface tension effects in the evaporative two-layer flows // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer.* 2021. Vol. 9. P. 1-29. <https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2021036538>
15. Iorio C.S., Goncharova O.N., Kabov O.A. Heat and mass transfer control by evaporative thermal patterning of thin liquid layers // *Comput. Therm. Sci.* 2011. Vol. 3. P. 333-342. <https://doi.org/10.1615/computthermalsci.2011003229>
16. Das K.S., Ward C.A. Surface thermal capacity and its effects on the boundary conditions at fluid-fluid interfaces // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 75. 065303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.065303>
17. Haut B., Colinet P. Surface-tension-driven instabilities of a pure liquid layer evaporating into an inert gas // *J. Colloid Interface Science.* 2005. Vol. 285. P. 296-305. <https://doi.org/10.1016/j.JCIS.2004.07.041>
18. Burelbach J.P., Bankoff S.G., Davis S.H. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid films // *J. Fluid Mech.* 1988. Vol. 195. P. 463-494. <https://doi.org/10.1017/S0022112088002484>
19. Oron A., Davis S.H., Bankoff S.G. Long-scale evolution of thin liquid films // *Rev. Mod. Phys.* 1997. Vol. 69. P. 931-980. <https://doi.org/10.1103/REVMODPHYS.69.931>
20. Laskovets E.V. Mathematical modeling of the thin liquid layer runoff process based on generalized conditions at the interface: parametric analysis and numerical solution // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics.* 2023. Vol. 16, no. 1. P. 56-65.
21. Shklyayev O.E., Fried E. Stability of an evaporating thin liquid film // *J. Fluid Mech.* 2007. Vol. 584. P. 157-183. <https://doi.org/10.1017/S0022112007006350>
22. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. The effect of non-uniform heating on long-wave instabilities of evaporating falling films // *Proc. of the 6th Workshop on Transport Phenomena in Two Phase Flow.* Bourgas, Bulgaria, September 11-16, 2001. P. 121-128.

23. Krahl R., Adamov M., Aviles M.L., Bänsch E. A model for two phase flow with evaporation. Preprint of Weierstrass-Institut fuer Angewandte Analysis und Stochastik. Berlin, 2004. No. 899. 17 p
24. Bekezhanova V.B., Kabov O.A. Surface Influence of internal energy variations of the interface on the stability of film flow // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. 2016. Vol. 4. P. 133-156. <https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017019451>
25. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2011. Vol. 35. P. 825-831. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001>

References

1. Lyulin Y.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear–stress gas flow. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2014, vol. 70, pp. 599-609. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039>
2. Lyulin Y., Kreta A., Querdane H., Kabov O. Experimental study of the convective motions by the PIV technique within an evaporating liquid layer into the gas flow. *Microgravity Sci. Technol.*, 2020, vol. 32, pp. 203-216. <https://doi.org/10.1007/s12217-019-09759-x>
3. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Problems of the evaporative convection (review). *Fluid Dyn.*, 2018, vol. 53, pp. S69-S102. <https://doi.org/10.1134/S001546281804016X>
4. Ostroumov G.A. *Svobodnaya konveksiya v usloviyakh vnutrenney zadachi* [Free convection under the conditions of an internal problem]. Moscow-Leningrad, Gostekhizdat, 1952. 256 p.
5. Birikh R.V. Thermocapillary convection in a horizontal layer of liquid // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 1969. Vol. 3. P. 43-45. <https://doi.org/10.1007/BF00914697>
6. Pukhnachev V.V. *Symmetry and differential equations, August 21-25, 2000. Krasnoyarsk, Institute of Computational Modeling SB RAS, 2000. Pp. 180-183.*
7. Goncharova O.N., Kabov O.A., Pukhnachov V.V. Solutions of special type describing the three dimensional thermocapillary flows with an interface. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2012, vol. 55, pp. 715-725. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.10.038>
8. Andreev V.K., Kaptsov O.V., Pukhnachov V.V., Rodionov A.A. *Applications of group theoretical methods in hydrodynamics*. Springer Dordrecht, 1998. 408 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-0745-9>
9. De Groot S.R., Mazur P. *Non-equilibrium thermodynamics*. London, Dover Publications, 1984. 530 p.
10. Prosperetti A. Boundary conditions at a liquid-vapor interface. *Meccanica*, 1979, vol. 14, pp. 34-47. <https://doi.org/10.1007/BF02134967>
11. Margerit J., Colinet P., Lebon G., Iorio C.S., Legros J.C. Interfacial nonequilibrium and Benard-Marangoni instability of a liquid-vapor system. *Phys. Rev. E*, 2003, vol. 68, 041601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.041601>
12. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Numerical study of the evaporative convection regimes in a three-dimensional channel for different types of liquid-phase coolant. *Int. J. Therm. Sci.*, 2020, vol. 156, 106491. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106491>
13. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations. *Appl. Math. Model.*, 2018, vol. 62, pp. 145-162. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.05.021>
14. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Surface tension effects in the evaporative two-layer flows. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2021, vol. 9, pp. 1-29. <https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2021036538>
15. Iorio C.S., Goncharova O.N., Kabov O.A. Heat and mass transfer control by evaporative thermal patterning of thin liquid layers. *Comput. Therm. Sci.*, 2011, vol. 3, pp. 333-342. <https://doi.org/10.1615/computthermalsci.2011003229>
16. Das K.S., Ward C.A. Surface thermal capacity and its effects on the boundary conditions at fluid-fluid interfaces. *Phys. Rev. E*, 2007, vol. 75, 065303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.065303>
17. Haut B., Colinet P. Surface-tension-driven instabilities of a pure liquid layer evaporating into an inert gas. *J. Colloid Interface Science*, 2005, vol. 285, pp. 296-305. <https://doi.org/10.1016/J.JCIS.2004.07.041>
18. Burelbach J.P., Bankoff S.G., Davis S.H. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid films. *J. Fluid Mech.*, 1988, vol. 195, pp. 463-494. <https://doi.org/10.1017/S0022112088002484>
19. Oron A., Davis S.H., Bankoff S.G. Long-scale evolution of thin liquid films. *Rev. Mod. Phys.*, 1997, vol. 69, pp. 931-980. <https://doi.org/10.1103/REVMODPHYS.69.931>
20. Laskovets E.V. Mathematical modeling of the thin liquid layer runoff process based on generalized conditions at the interface: parametric analysis and numerical solution. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, 2023, vol. 16, no. 1, pp. 56-65.
21. Shklyaev O.E., Fried E. Stability of an evaporating thin liquid film. *J. Fluid Mech.*, 2007, vol. 584, pp. 157-183. <https://doi.org/10.1017/S0022112007006350>
22. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. *Proc. of the 6th Workshop on Transport Phenomena in Two Phase Flow. Bourgas, Bulgaria, September 11-16, 2001. P. 121-128.*
23. Krahl R., Adamov M., Aviles M.L., Bänsch E. *A model for two phase flow with evaporation*. Preprint of Weierstrass-Institut fuer Angewandte Analysis und Stochastik. Berlin, 2004. No. 899. 17 p.
24. Bekezhanova V.B., Kabov O.A. Surface Influence of internal energy variations of the interface on the stability of film flow. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2016, vol. 4, pp. 133-156. <https://doi.org/10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017019451>
25. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 2011, vol. 35, pp. 825-831. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001>

Поступила в редакцию 01.12.2022; после доработки 30.12.2022; принята к опубликованию 04.01.2023

Сведения об авторе

Гончарова Ольга Николаевна, дфмн, проф., Алтайский государственный университет (АлтГУ), 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, д. 61; e-mail: gon@math.asu.ru