

DOI: [10.7242/1999-6691/2023.16.1.7](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2023.16.1.7)
УДК 004.94, 533.6.01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВОБОДНО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ И ПОДВИЖНОГО ТЕЛА

С.А. Филимонов, А.А. Гаврилов, А.А. Дектерев, К.Ю. Литвинцев

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Российская Федерация

Представлена математическая модель, предназначенная для описания взаимодействия свободно-конвективного потока с подвижным телом. Модель реализована в рамках расчетного программного комплекса SigmaFlow, основанного на методах вычислительной гидродинамики. Свободно-конвективное течение описывается уравнениями Навье–Стокса в приближении Буссинеска, а модель подвижного тела реализована с помощью метода погруженных границ. В статье приведены результаты верификации предложенной математической модели на следующих тестовых задачах: нестационарное ламинарное обтекание цилиндра; естественная конвекция в канале между двумя цилиндрами; развитое конвективное течение в замкнутой прямоугольной области с неподвижной пластиной. Представлены результаты численного исследования движения пластины в свободно-конвективном потоке в замкнутом объеме (кювете) с горячей нижней и холодной верхней стенками. В результате расчетов обнаружено влияние подвижной пластины на динамику формирования крупномасштабных ячеек, на локальное распределение плотности теплового потока на нижней стенке и интегральный тепловой поток. В частности, выявлено локальное уменьшение теплового потока под пластиной, увеличение числа крупных вихрей в кювете и разрушение горизонтального градиента температуры, который наблюдается в случае закрепленной пластины. Кроме этого, для закрепленной пластины величина теплового потока под ней зависит от ее положения, а в случае подвижной пластины – от положения и направления ее движения. Качественное сравнение расчетов для двух разных чисел Рейля с экспериментальными данными, полученными в Институте механики сплошных сред УрО РАН, показало, что поведение пластины имеет схожие закономерности.

Ключевые слова: численное моделирование, метод погруженных границ, естественная конвекция, подвижное тело

MATHEMATICAL MODELING OF THE INTERACTION OF A THERMAL CONVECTIVE FLOW AND A MOVING BODY

S.A. Filimonov, A.A. Gavrilov, A.A. Dekterev and K.Yu. Litvintsev

Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia, Russian Federation

A mathematical model developed to describe the interaction of a thermal convective flow with a moving body is presented. The model was implemented within the framework of the SigmaFlow computational software package, which is based on computational fluid dynamics methods. The thermal convective flow is described by the Navier–Stokes equations in the Boussinesq approximation, and the moving body model is implemented using the immersed boundary method. The article presents the results of verification of the proposed mathematical model by solving the following test problems: unsteady laminar flow around the cylinder; natural convection in the channel between two cylinders; developed convective flow in a closed rectangular area with a fixed plate. The results of a numerical study of the plate motion in a thermal convective flow in a closed volume (cuvette) with hot lower and cold upper walls are presented. The calculations showed that the moving plate has an impact on the dynamics of formation of large-scale cells, the local distribution of heat flux density on the lower wall and the integral heat flux. In particular, they revealed a local decrease in the heat flux under the plate, an increase in the number of large vortices in the cuvette and the destruction of the horizontal temperature gradient observed in the case of a fixed plate. In addition, for a fixed plate, the value of heat flux under it depends on its position, and in the case of a moving plate – on the position and direction of its movement. A qualitative comparison of calculations for two different Rayleigh numbers with the experimental data obtained at the Institute of Continuous Medium Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences showed that the behavior of the plate is governed by similar regularities.

Key words: numerical modeling, submerged boundary method, natural convection, moving body

1. Введение

Естественная конвекция является определяющим механизмом теплопереноса в самых различных технологических и природных системах. При этом свободно-конвективное течение может формироваться во взаимодействии с различными твердыми объектами (телами), влияющими как на структуру потока, так и на теплообменные процессы, что требует решения сопряженной задачи [1, 2]. Особенно сложны и интересны системы, в которых тело вовлечено в движение за счет сил, образованных давлением жидкости и вязкими напряжениями. Примерами таких природных систем служат облачные кластеры и дрейфующие континенты. Среди немногочисленных примеров лабораторных исследований конвективных систем с плавающими телами можно указать на приведенные в работах [3, 4].

Численные подходы к изучению турбулентных конвективных течений в замкнутых объемах различной геометрии имеют огромную историю [5, 6], однако работ, посвященных взаимодействию тел и естественной конвекции, не так много. Например, в [7] численно оценивается влияние положения плоской теплоизолирующей пластины (подобной плавающей в экспериментах [4]) на тепловой поток и структуру конвективного течения в замкнутой полости, но только при условии, что пластина не подвижна.

Целью данной работы является разработка математической модели для численного анализа крупномасштабных течений, возникающих в конвективном слое, внутри которого находится подвижный объект, препятствующий конвективному потоку.

2. Метод погруженных границ

В качестве подвижного объекта выступает пластина, для моделирования перемещения которой предлагается использовать метод погруженных границ (Immersed Boundary Method — IBM). Основная идея IBM заключается в том, что твердое тело представляется в дискретном виде не путем построения сетки, согласованной с его границами как в Body Fitted Method — BFM (Рис. 1а), а погружается в сетку и делит ее на три области (см. Рис. 1б). При этом ячейки 1 находятся вне тела, ячейки 2 — внутри тела; ячейки 3 пересекаются границей тела. Как правило, во внешних ячейках решается стандартный для задачи набор уравнений гидродинамики, тогда как для внутренних и граничных ячеек уравнения сохранения претерпевают модификации, которые зависят от способа реализации IBM. Таким образом, при моделировании подвижного тела нет необходимости перестраивать сетку на каждом временном слое, а достаточно определить новое разделение на области.

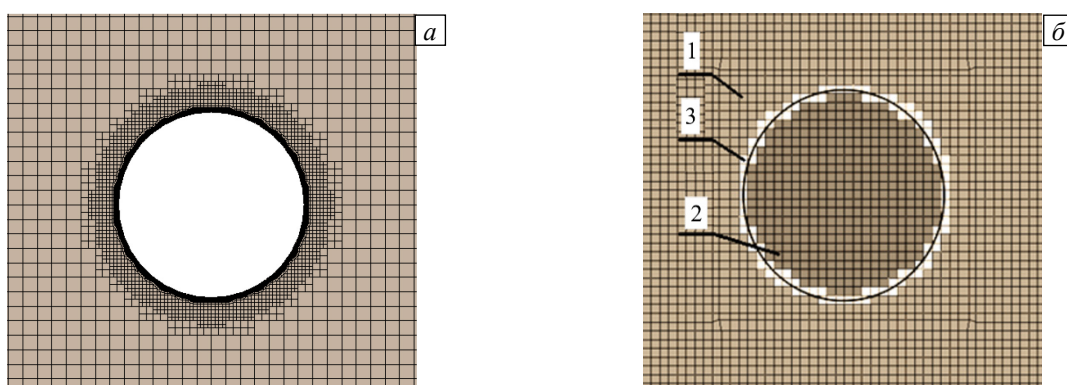


Рис. 1. Различные подходы к описанию геометрии: методы с сопряженной геометрией (а); метод погруженных границ (б)

Впервые IBM предложил Ch.S. Peskin в 1972 году для моделирования течения вокруг сердечного клапана [8]. Суть предложенного метода сводится к объединению подходов Эйлера и Лагранжа для моделирования задач гидродинамики: течение жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса на неподвижной декартовой сетке, а подвижная «погруженная» граница задается в виде безмассовых лагранжевых точек. Взаимодействие между границей и потоком учитывается в виде объемной силы в уравнении сохранения импульса, которая представляется в виде дельта-функции расстояния от центра эйлеровой ячейки до лагранжевой точки. Проблемой такого подхода является то, что при поверхности тела, состоящей из дискретных точек, для обеспечения непрерывности границы необходимо вводить сглаживающую функцию, связывающую центры эйлеровых ячеек с лагранжевыми точками. Но такой подход приводит к «размытию границы». Авторы [9] и [10] решали эту проблему путем выбора вида функции связи.

Другой подход к моделированию движения тел в жидкой или газовой среде на основе IBM), предложенный Mohd-Yusof [11], базируется на методе направленной силы (Direct Forcing Approach). В ближайших к границе тела ячейках задается объемная сила, которая стремится приравнять скорость в ячейке к скорости поверхности тела. Такой подход позволяет строить схемы аппроксимации нестационарных членов уравнений сохранения повышенного порядка точности. Однако он хорошо работает только при границе тела, проходящей через центр расчетной ячейки. Для случаев, когда граница смещена относительно центра ячеек, используется метод так называемых призрачных ячеек (Ghost Cell Method) [12]. При этом для каждой граничной ячейки должна применяться схема интерполяции, которая неявно включает граничное условие на погруженной границе. Существует несколько вариантов построения интерполяции. Наиболее простой является линейная интерполяция, предложенная Balaras [13]. Но при решении задач с высокими числами Рейнольдса линейная интерполяция может привести к существенной погрешности [14].

Следующий способ реализации IBM — это метод срезанных ячеек (Cut-Cell), который предназначен для строгого выполнения основных законов сохранения для ячеек в окрестности границ погруженного тела. Метод впервые введен в класс сеточных методов при вычислении невязкого потока и позже применен для моделирования вязких потоков [15, 16]. Согласно методу, в декартовой сетке сначала идентифицируются граничные ячейки и определяется пересечение границы тела с их сторонами. Затем граничные ячейки, центры которых находятся в жидкости, изменяются путем отбрасывания их частей, помещающихся в твердом теле. Части граничных ячеек с центрами в твердом теле объединяются с соседними внутренними ячейками.

Естественным развитием методов погруженных границ является добавление взаимодействий, описываемых различными гидродинамическими моделями, например, моделями турбулентных течений

[17–19]. В последнее время подход на основе ИВМ применяется для моделирования задач с теплообменом, в первую очередь задач с сопряженным теплообменом как в случае одиночного тела [20, 21], так и группы тел [22, 23].

В представленной работе используется авторская модификация метода призрачных ячеек. Главное отличие от классического метода заключается в приведении скорости в граничной ячейке к скорости твердого тела. В классическом методе призрачных ячеек для этого в правую часть уравнения сохранения импульса вносится соответствующая сила, а в предлагаемом варианте ИВМ в граничной ячейке сразу задается необходимое значение скорости. Далее матрица для системы линейных уравнений компонент скорости модифицируется таким образом, чтобы при решении заданные значения компонент скорости оставались постоянными. Такой подход позволяет получить более устойчивое и быстрее сходящееся решение.

3. Математическое моделирование на основе ИВМ

Предложенный подход реализован в рамках программного комплекса «SigmaFlow» [24, 25]. Он основывается на решении нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемых течений в приближении Буссинеска и включает себя:

– уравнение неразрывности

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \tag{1}$$

– уравнение движения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \mathbf{g}\beta(T - T_0) + \nu\Delta\mathbf{v}, \tag{2}$$

– уравнение сохранения тепловой энергии

$$\rho_0 C_p \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T). \tag{3}$$

Здесь: t — время; \mathbf{v} — вектор скорости; ρ — плотность; T — температура; T_0 — характерная температура; p — давление; \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения; ν — кинематическая вязкость; C_p — теплоемкость; λ — теплопроводность; β — коэффициент термического расширения; ∇ , Δ — операторы Набла и Лапласа соответственно; d/dt — субстанциональная производная.

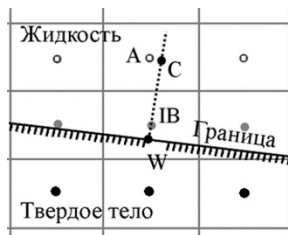


Рис. 2. Разделение расчетной области погруженной границей: кружки – внешние ячейки; черные точки – внутренние ячейки; серые точки – граничные ячейки

При использовании метода погруженных границ (ИВМ) на первом этапе в расчетной области определяются внешние, внутренние и граничные ячейки (Рис. 2). Скорость во внешних ячейках рассчитывается на основе уравнений (1)–(3), для внутренних ячеек задается равной скорости погруженного тела, а для ячеек на границе получается путем интерполяции скорости между точкой на поверхности твердого тела (точка W) и точкой во внешней ячейке (точка C) [13]:

$$\mathbf{v}_{IB} = \frac{(\mathbf{v}_C - \mathbf{v}_W)h_1}{h_2} + \mathbf{v}_W,$$

где \mathbf{v}_{IB} — скорость в центре ИВ граничной ячейки, h_1 — расстояние между W и IB, h_2 — расстояние между W и C. Точка IB может находиться как вне твердого тела, так и внутри него, в последнем случае h_1 берется с отрицательным знаком. Если граница твердого тела проходит вблизи центра ИВ, то значение скорости не интерполируется: $\mathbf{v}_{IB} = \mathbf{v}_W$.

В классическом методе призрачных ячеек в правой части уравнения сохранения импульса (2) для граничных и внутренних ячеек задается сила, пропорциональная разности скорости \mathbf{v}_{IB} , полученной из решения уравнения (2) для граничной ячейки на предыдущей итерации, и скоростью \mathbf{v}_W . В данной работе во внутренних и граничных ячейках скоростям присваиваются рассчитанные ранее значения, а затем матрицы систем уравнений для компонент скорости модифицируются так, чтобы выполнялось условие фиксированного значения в граничных и внутренних ячейках. Для этих ячеек обнуляется правая часть, а не диагональные коэффициенты; они остаются. Таким образом, в результате решения системы линейных уравнений значения переменных в выбранных ячейках не изменяются. Этот прием позволяет повысить скорость сходимости и устойчивость расчета.

При обтекании твердого тела жидкостью на него действуют две силы: сила давления \mathbf{F}_p и сила вязкого трения \mathbf{F}_f . Сила давления определяется как сумма давлений, действующих на погруженную поверхность:

$$\mathbf{F}_p = \sum_i p_c^i A^i \mathbf{norm}^i.$$

Здесь: i — номер граничной ячейки; p_c^i — давление во внешней ячейке C ; A^i — площадь пересечения твердого тела и i -й ячейки; \mathbf{norm}^i — вектор нормали поверхности. Сила вязкого трения рассчитывается как сумма касательных напряжений:

$$\mathbf{F}_f = \sum_i \frac{(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_w)}{h_2} \mu A^i.$$

Для решения уравнения (3) в твердом теле и на границе необходимо знать соответствующие значения теплоемкости и теплопроводности. Для моделирования процесса теплопередачи на погруженной границе задается гармоническое значение коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \frac{\lambda_{ж} \lambda_{тв}}{\lambda_{ж} + \lambda_{тв}},$$

где $\lambda_{ж}$ и $\lambda_{тв}$ — коэффициенты теплопроводности жидкости и твердого тела соответственно.

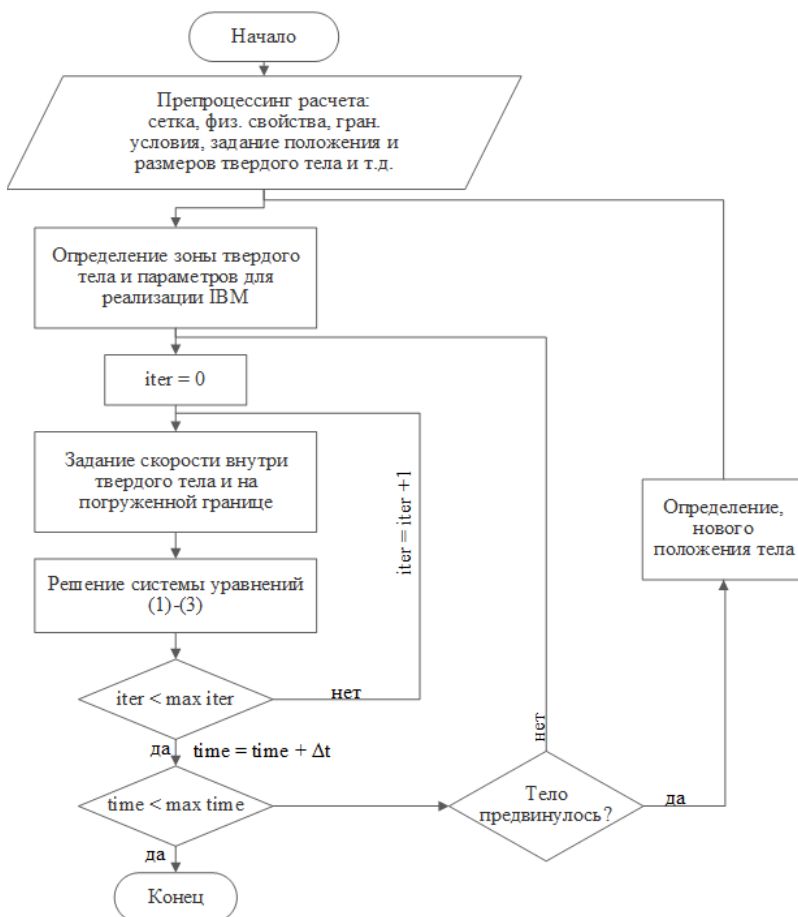


Рис. 3. Блок схема алгоритма моделирования на основе IBM

На каждом временном слое (если твердое тело не зафиксировано) рассчитывается скорость движения твердого тела и его новое положение. Для этого по сумме сил сначала определяется ускорение тела:

$$\mathbf{a} = \frac{(\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_f)}{mass}, \quad (4)$$

затем находится скорость на текущем временном слое

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^{k-1} + \Delta t \mathbf{a},$$

и устанавливается новое местоположение тела:

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{r}^{k-1} + \Delta t \mathbf{u}^k,$$

где \mathbf{a} — ускорение твердого тела, $mass$ — масса тела, \mathbf{u} — скорость твердого тела, k — номер временного слоя, Δt — временной шаг, \mathbf{r} — радиус-вектор центра масс твердого тела.

Блок схема алгоритма IBM представлена на рисунке 3.

4. Тестирование подхода

В данном разделе оцениваются возможности предложенного подхода. Первый тест «Нестационарное ламинарное обтекание двухмерного цилиндра» служит проверкой корректности работы IBM в условиях изотермической задачи. Второй тест «Естественная конвекция в канале между двумя цилиндрами» — это

рассмотрение процесса передачи тепла через погруженную границу в условиях естественной конвекции. В третьем тесте «Моделирование развитого конвективного течения в замкнутом канале с неподвижной пластиной» анализируется работоспособность модели в условиях, приближенных к обсуждаемым.

4.1. Нестационарное ламинарное обтекание двухмерного цилиндра

Моделирование обтекания цилиндра потоком жидкости (Рис. 4а) является классической задачей для численных исследований нестационарного обтекания тел с большим лобовым сопротивлением (плохообтекаемых тел). Это связано как с простой геометрией объекта, а значит, и с возможностью легкого построения качественной расчетной сетки, так и с тем, что в зависимости от числа Рейнольдса получается существенно разный характер течения. Так, при $Re = 100$ течение имеет ламинарный нестационарный характер с образованием дорожки Кармана (см. Рис. 4б). При таком режиме течения на цилиндр, помимо продольной по потоку силы, действует значительная поперечная сила.

В тестовой задаче рассмотрено двухмерное обтекание одиночного цилиндра диаметром $D = 1$ м равномерным потоком жидкости в области шириной $40D$ и длиной $30D$. Расстояние от входа до оси цилиндра составляет $10D$. На входе задавался ударный профиль скорости, на выходе — условие свободного массового расхода. На верхней и нижней границах использовалось условие скольжения. На рисунке 4а представлена геометрия расчетной области и типы граничных условий. Скорость на входе равнялась $U = 1$ м/с, плотность и динамическая вязкость составляли $\rho = 1$ кг/м³ и $\mu = 0,01$ Па·с.

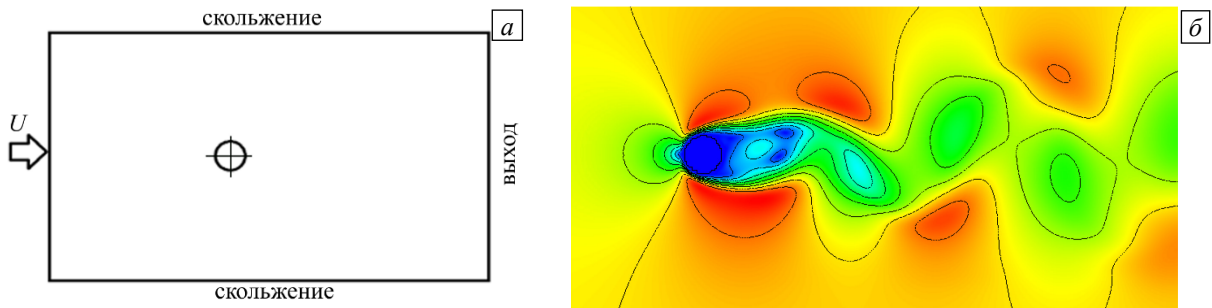


Рис. 4. Нестационарное ламинарное обтекание цилиндра: геометрия задачи и граничные условия (а); мгновенное поле скорости, «дорожка Кармана» (б)

В таблице 1 показаны интегральные характеристики взаимодействия потока с цилиндрическим телом, полученные в эксперименте [26], в авторском расчете и в расчете из работы [27]. В качестве интегральных характеристик взяты средний коэффициент сопротивления цилиндра $C_D = (2F_x) / (\rho U^2 l D)$ и безразмерная частота колебаний подъемной силы (частота схода вихрей) $Sh = (f \cdot D) / U$, где F_x — осредненная по времени сумма сил, направленная вдоль потока, l — длина цилиндра, f — частота колебаний поперечной потоку силы. Отклонение результатов расчета авторов от эксперимента составляет менее 4%.

Таблица 1. Сравнение результатов расчета обтекания цилиндра с данными других авторов, $Re = 100$

Вариант	C_D	Sh
SigmaFlow IBM (авторский расчет)	1,3	0,17
Расчет [27]	1,347	0,1569
Эксперимент [26]	1,34–1,4	0,165

4.2. Естественная конвекция в канале между двумя цилиндрами

В данном тесте рассмотрено свободно-конвективное течение среды в пространстве между двумя цилиндрами с разной температурой. Внутри цилиндра радиусом $R_0 = 46,3$ мм располагался другой цилиндр радиусом $R_i = 17,8$ мм. Пространство между цилиндрами было заполнено воздухом (его свойства содержит таблица 2). Стенки внутреннего цилиндра имели температуру $T_i = 373$ К, стенки внешнего — $T_0 = 327$ К. Число Релея составляло $Ra = (g \beta \Delta T h^3) / (\nu \chi) = 5 \cdot 10^4$, где h — зазор между цилиндрами, χ — температуропроводность. Система находилась в поле силы тяжести. Геометрия внутреннего цилиндра описывалась методом

Таблица 2. Теплофизические свойства среды (воздуха)

Молекулярная вязкость	$\mu = 0,0002081$ Па·с
Коэффициент теплопроводности	$\lambda = 0,02967$ Дж/(м·К)
Теплоемкость	$C_p = 1008$ Дж/(кг·К)
Коэффициент объемного расширения	$\beta = 0,002831$ К ⁻¹
Число Прандтля	$Pr = 0,0707$
Ускорение свободного падения	$g = 9,81$ м/с ²

погруженных границ. Во всех внутренних ячейках задавалась температура 373 К и высокая теплоемкость для поддержания условий, близких к изотермическим граничным условиям для газовой среды при нестационарном расчете. Вычисления продолжались до достижения квазистационарного решения.

В результате расчета выявлено, что в полости между цилиндрами сформировалось ламинарное свободное конвективное течение (Рис. 5а) с восходящим потоком нагретого воздуха вдоль внутреннего горячего цилиндра и над ним, и с нисходящим потоком вдоль холодного внешнего цилиндра (Рис. 5а, б).

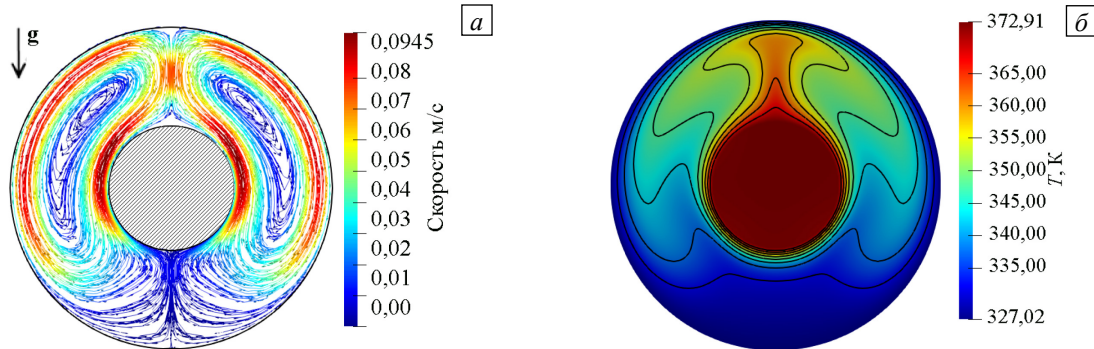


Рис. 5. Естественная конвекция в канале между двумя цилиндрами; линии тока (цветом показана магнитуа скорости) (а), поле температуры (б)

Верификация расчета проводилась по распределению температуры в зазоре над и под внутренним цилиндром. Данные вычислений сравнивались с экспериментом из [28]. Получено хорошее совпадение авторского расчета и эксперимента (Рис. 6).

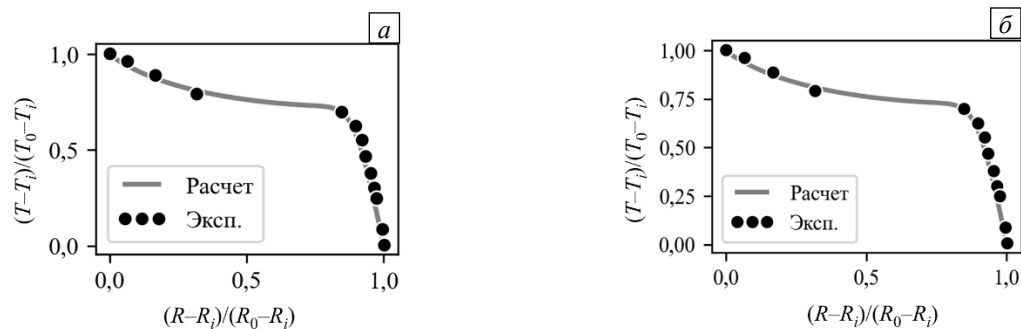


Рис. 6. Распределение температуры в зазоре между цилиндрами: над внутренним цилиндром (а); под внутренним цилиндром (б)

4.3. Развитое конвективное течение в замкнутой прямоугольной области с неподвижной пластиной

В качестве третьего теста рассмотрено двухмерное течение вокруг неподвижной пластины в замкнутой прямоугольной области (кювете) размерами $l \times h = 18 \times 4$ см, заполненной жидкостью (физические свойства среды приведены в таблице 3). Геометрические параметры расчетной области и частично постановка задачи взяты из работы [4], в которой цилиндрическая пластина была свободноплавающей. Кювета имела разные температуры на нижней и верхней стенках. Пластина размерами $0,1 \times 8,0$ см располагалась горизонтально на высоте 0,5 см над нижней стенкой вблизи левой стенки кюветы (Рис. 7). На нижней стенке задавалась температура 299,15 К, на верхней — 297,15 К. Таким образом, число Рейля в задаче составляло $Ra = (g \beta \Delta T h^3) / (\nu \chi) = 2,5 \cdot 10^6$. На боковых стенках кюветы выполнялись адиабатические условия.

Таблица 3. Теплофизические свойства среды

Кинематическая вязкость	$\nu = 8,93 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$
Коэффициент теплопроводности	$\lambda = 0,608 \text{ Дж}/(\text{м} \cdot \text{К})$
Теплоемкость	$C_p = 4169 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
Коэффициент объемного расширения	$\beta = 0,000258181 \text{ К}^{-1}$
Температуропроводность	$\chi = 1,45847 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$
Число Прандтля	$Pr = 6,12$
Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$

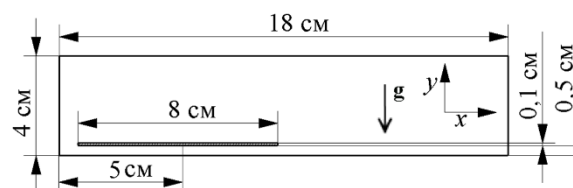


Рис. 7. Геометрия задачи

Задача решена с использованием двух подходов. В первом подходе расчетная область строилась методом сопряженной геометрии (BFM). Полученное в результате решение полагалось эталонным. Получалась равномерная сетка с шагом $2 \cdot 10^{-4}$ м, который выбирался исходя из проведенных методических расчетов. Второй подход имел в основе IBM, решение рассматривалось как тестируемое. Расчеты проводились в нестационарной постановке. Временной шаг задавался равным 0,03 с; при таком временном шаге среднее число Куранта для расчетной области составляло 0,2, а максимальное — 0,5.

На рисунках 8–10 приведены результаты расчетов в виде осредненных по времени полей скорости и температуры и распределения плотности теплового потока вдоль нижней стенки. Видно (Рис. 8), что над пластиной и справа от нее развивается вытянутый большой вихрь, интенсивность которого максимальна в свободном пространстве (вне пластины). Помимо большого вихря, вблизи углов формируется четыре малых сопряженных вихря. Интенсивность течения под пластиной значительно ниже, по сравнению с большим вихрем. Кроме этого, при наличии пластины возникает горизонтальный температурный градиент (Рис. 9), который обуславливает максимальную плотность теплового потока вблизи левой стенки, несмотря на более низкие, по сравнению со свободной правой частью кюветы, скорости течения (Рис. 10).

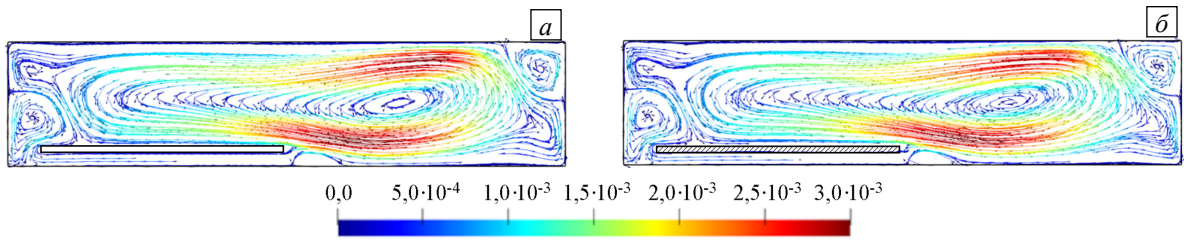


Рис. 8. Векторное поле скорости осредненное по времени: расчет на основе BFM (а) и IBM (б); линии тока раскрашены цветом, одинаковым с модулем скорости

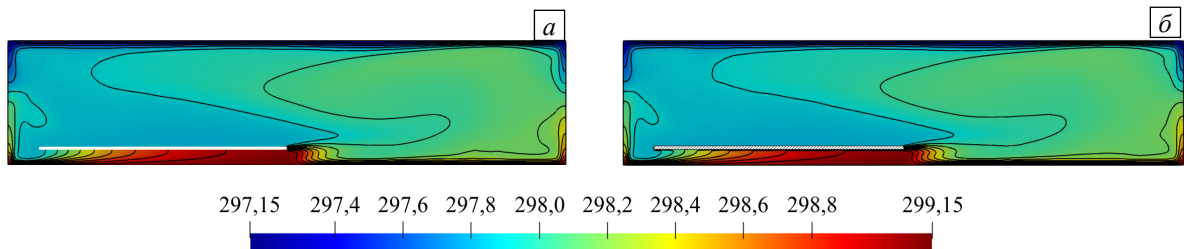


Рис. 9. Поле температуры, осредненное по времени: расчет на основе BFM (а) и IBM (б)

Основной тепловой поток поступает с той части нижней границы кюветы, над которой нет пластины (см. Рис. 10). Неравномерное распределение теплового потока под пластиной связано с постепенным прогревом холодной жидкости при протекании ее вдоль кюветы. Таким образом, наличие пластины приводит не только к деформации поля течения, но и обуславливает значительную неоднородность плотности теплового потока вдоль нагретой стенки.

При сравнении эталонного и тестируемого решений (Рис. 8–10) можно сделать вывод об их качественном и количественном совпадении. Кроме этого, для оценки результатов вычислений с помощью двух подходов рассчитано осредненное по времени интегральное число Нуссельта $Nu = (Qh)/(\lambda \Delta T A)$, где Q — суммарный тепловой поток на нижней границе, Вт, A — площадь нижней грани кюветы. Отклонение между решениями по числу Nu составляет $\sim 0,5\%$ ($Nu_{BFM} = 7,23$ и $Nu_{IBM} = 7,28$), что подтверждает возможность использования IBM для изучения взаимодействия погруженного тела и свободно-конвективных течений.

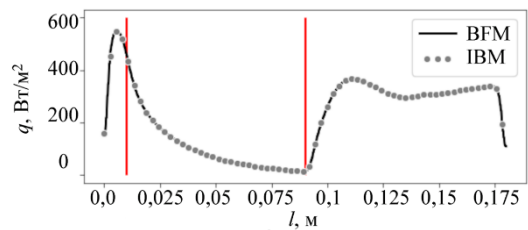


Рис. 10. Распределение плотности теплового потока на нижней стенке кюветы; вертикальными линиями показано положение краев пластины

5. Моделирование развитого конвективного течения в замкнутом канале с подвижной пластиной

Данные решений тестовых задач показывают возможность использования IBM для исследования взаимодействия свободноплавающего тела и ламинарных или слаботурбулентных свободно-конвективных течений. Исходя из этого далее представлены результаты численного моделирования двумерного свободно-конвективного течения в замкнутой прямоугольной области с подвижной пластиной. Постановка задачи идентична представленной в разделе 3, за исключением того, что пластина стала подвижной. Теперь пластина имеет одну степень свободы вдоль горизонтальной оси x (Рис. 7). Соответственно, y -компоненты сил трения и давления в уравнении (4) обнуляются. Выбор постановки задачи с учетом

малого числа $Ra = 4,5 \cdot 10^6$ на начальном этапе анализа течений со свободноплавающим телом обусловлен необходимостью получения устойчиво регулярных колебаний пластины для качественного воспроизведения полученных в эксперименте результатов [4].

На рисунках 11–15 и в таблице 4 приведены результаты численного моделирования процессов тепломассопереноса при свободно-конвективном течении в замкнутой прямоугольной области с погруженной подвижной пластиной. В качестве начального распределения скорости и температуры используется решение, полученное для закрепленной пластины (Рис. 8, 9). За счет вязких сил уже сформировавшегося над пластиной вихря она практически сразу начинает двигаться от стенки, при этом направление вращения вихря совпадает с направлением движения пластины. Когда пластина достигает противоположной стенки, она останавливается, и течение перестраивается: над пластиной формируется новый вихрь с направлением вращения, противоположным предыдущему. Вследствие этого пластина начинает двигаться в обратном направлении. Таким образом реализуется регулярное движение.

На рисунке 11а представлена временная динамика силы трения и положения пластины. Из рисунка видно, что при достижении пластиной стенки наблюдается резкий скачок сил трения, связанный с остановкой пластины при сохранении направления вращения вихря,двигающего пластину. В данной задаче сила давления имеет знак, обратный силе вязкого трения, и величину того же порядка, за исключением областей, в которых присутствуют скачки силы трения (Рис. 11б). Эти скачки согласуются с крайними положениями пластины. Отсутствие скачка силы трения на 750 с обусловлено тем, что перестроение течения, связанное с изменением вращения вихря над пластиной, происходит до достижения пластиной стенки (Рис. 11б). В общем случае во время движения пластины от одной стенки замкнутой области к другой направление результирующей силы периодически может меняться и в итоге привести к остановке пластины. Однако в заданной постановке этого не происходит, движение пластины имеет относительно устойчивый регулярный характер со средним периодом примерно 350 с.

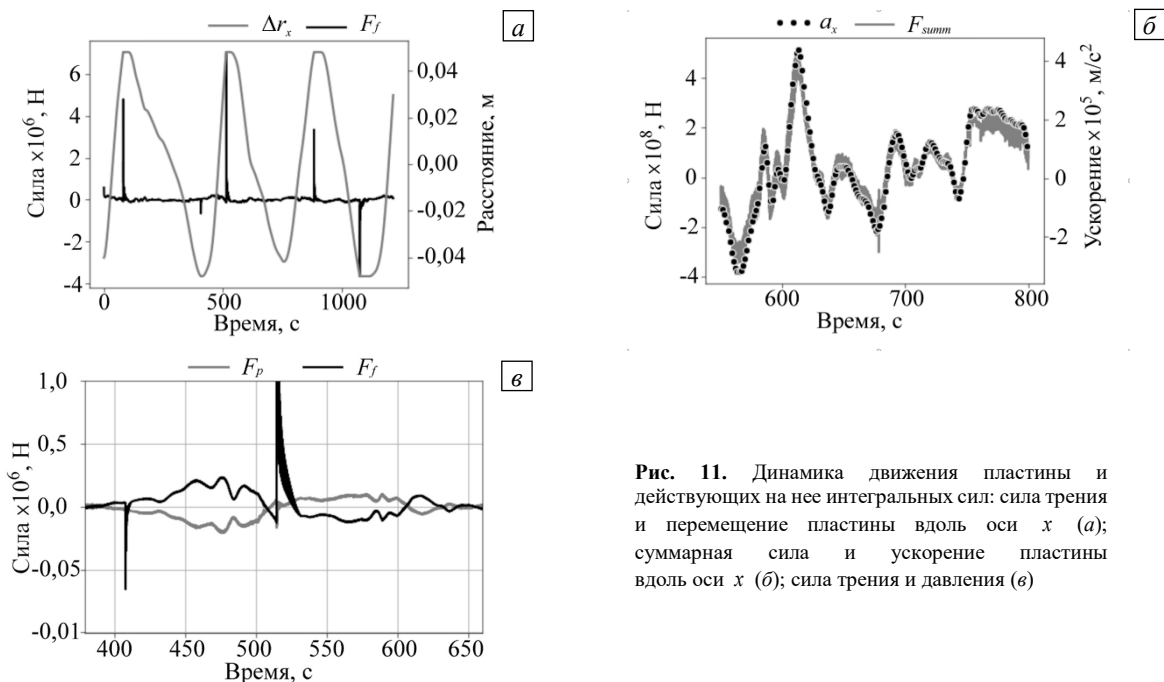


Рис. 11. Динамика движения пластины и действующих на нее интегральных сил: сила трения и перемещение пластины вдоль оси x (а); суммарная сила и ускорение пластины вдоль оси x (б); сила трения и давления (в)

Проведено сравнение мгновенных и осредненных полей скорости и температуры пластины, закрепленной вблизи стенки и в центре, и пластины, совершающей колебательные движения, в моменты времени, когда она проходит положения закреплений. В целом число крупных вихрей в области с закрепленной пластиной меньше, чем с подвижной. Так, при расположении закрепленной пластины вблизи стенки образуется один вихрь, если же пластина симметрично отстоит от боковых стенок, то вихрей два. Когда пластина перемещается, на нее «садится» дополнительный крупный вихрь (Рис. 12). Кроме этого, при подвижной пластине разрушается горизонтальный градиент температуры, который наблюдается в случае неподвижной пластины. Горизонтальный градиент температуры возникает вследствие формирования над закрепленной пластиной более холодного потока, вплоть до верхней границы кюветы. Когда пластина начинает двигаться, холодная область деформируется и располагается уже не по всей высоте замкнутого объема (Рис. 9, 14).

Помимо гидродинамического взаимодействия свободноплавающей пластины и свободно-конвективного течения, важным вопросом является изменение режима теплообмена в подобной системе по сравнению с системами без пластины и с закрепленной пластиной. При наличии пластины суммарный тепловой поток рассматривается как суперпозиция потока с нижней границы кюветы (под пластиной и вне ее).

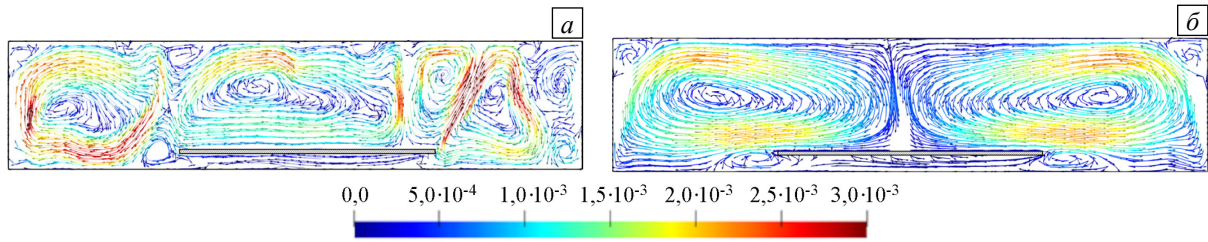


Рис. 12. Распределение поля скорости (м/с) в момент времени 1000 с в случае подвижной (а) и неподвижной (б) пластин

В случае подвижной пластины доминирует внешний тепловой поток, который не имеет видимых корреляций с ее движением. При сравнении распределения плотности теплового потока с нижней стенкой для вариантов с закрепленной и подвижной пластинами (Рис. 13) необходимо отметить, что в первом случае это осредненное по времени решение, а во втором — мгновенное. По мере движения пластины образуется градиент плотности теплового потока, связанный с температурным градиентом под пластиной (Рис. 14). Подобное распределение обусловлено тем, что направление конвективного потока под пластиной преимущественно совпадает с направлением ее движения на удалении от боковых границ. Этим определяется текущая форма температурного градиента и, соответственно, величина теплового потока с нижней границы (из-под пластины). Анализ осредненной по времени средней плотности потока вне пластины показывает, что разница между вариантами с закрепленной и подвижной пластинами не превышает 10% (теплопередача при подвижной пластине выше).

Если рассматривать тепловой поток под пластинами, то различия более существенные. При расположении закрепленной пластины симметрично относительно боковых стенок наблюдается минимальный тепловой поток под ней. Это связано с симметрией реализующегося поля течения, что приводит к минимизации конвективного потока под пластиной. Два малых вихря, образующихся возле краев пластины, препятствуют поступлению холодной жидкости сверху и выходу ее нагретой из-под пластины (Рис. 12б). Когда пластина закреплена вблизи стенки, симметрия нарушается, формируется устойчивое конвективное течение под пластиной: через зазор между стенкой и прилежащим к ней краем пластины поступает холодная жидкость, а у противоположного края она выходит уже нагретая. Это приводит к резкому увеличению интенсивности теплообмена под пластиной (более чем в 10 раз, см. Табл. 4), по сравнению с симметричным расположением.

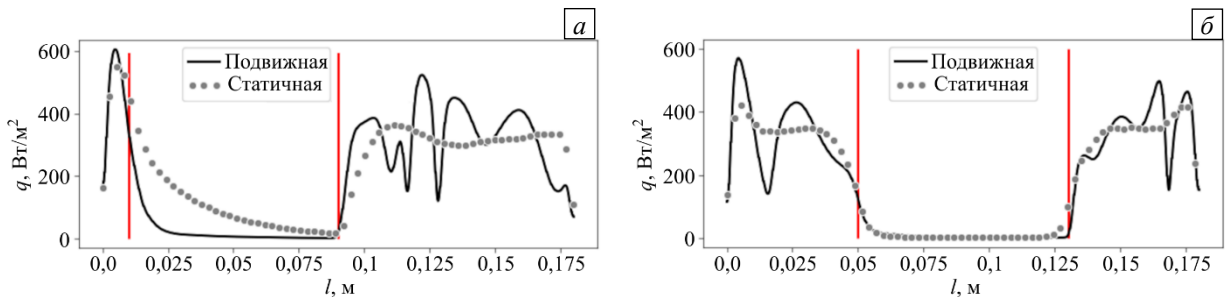


Рис. 13. Распределение плотности теплового потока на нижней стенке, когда подвижная или закрепленная пластина находится у левой стенки (а) и симметрично относительно боковых стенок (б); вертикальными линиями показаны края пластины

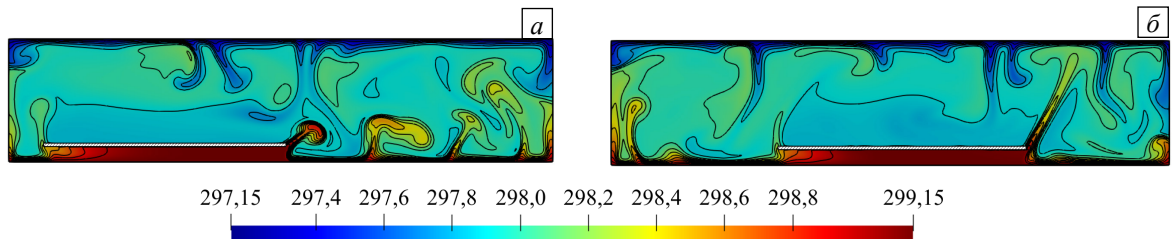


Рис. 14. Поле температуры (в К) движущейся пластины в разные моменты времени, с: 770 – пластина находится у левой стенки (а); 1000 – пластина располагается симметрично относительно боковых стенок (б)

Когда пластина не закреплена, изменение средней плотности теплового потока под ней определяется не только положением пластины, но и предысторией течения. На рисунке 15 видно, что на начальном этапе имеет место асимметрия плотности теплового потока относительно направления движения среды в замкнутом объеме. Кроме этого, перед началом движения и после остановки пластины наблюдается локальный минимум теплового потока под ней, что связано, возможно, с ослаблением конвективного течения среды в области под пластиной.

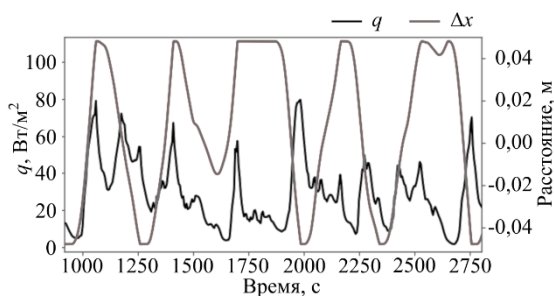


Рис. 15. Динамика средней плотности теплового потока, восходящего из области под движущейся пластиной

В целом при наличии пластины (подвижной или закрепленной) снижается величина суммарного теплового потока в сравнении с вариантом без пластины. Однако интенсивность теплообмена в области вне пластины выше, чем в кювете без пластины (Табл. 4). В итоге максимальное число Нуссельта Nu при свободно-конвективном течении достигается в случае, когда замкнутая область свободна от предметов; при наличии подвижной пластины Nu снижается на 33%; при симметричном закреплении пластины Nu уменьшается еще больше, почти на 37%. Среднее значение числа Нуссельта при подвижной пластине лежит в диапазоне его

возможных значений (ближе к минимуму) при разных местоположениях закрепленной пластины.

Таблица 4. Средняя плотность теплового потока в кювете

Тип пластины и ее местоположение		q (Вт/м ²) под пластиной	q (Вт/м ²) вне пластины / по всей области
Без пластины	–	–	– / 294,4 ($Nu = 9,63$)
Неподвижная (Рис. 10)	вблизи стенки	106,5	312 / 220,6 ($Nu = 7,21$)
Неподвижная	симметрично	9,6	325 / 185 ($Nu = 6,06$)
Подвижная	–	146	345 / 247,7 ($Nu = 8,1$)

Для качественного сравнения результатов численного моделирования и эксперимента [4] дополнительно проведен расчет с большим значением числа Релея ($Ra = 4,5 \cdot 10^7$). При меньшем значении ($Ra = 4,5 \cdot 10^6$), как и в эксперименте, наблюдаются регулярные колебания пластины, близкие к периодическим. С ростом значения числа Релея в 10 раз частота колебательного движения увеличивается примерно на 17%, а характер движения становится более хаотичным. Такое изменение поведения пластины в зависимости от числа Релея качественно согласуется с поведением поплавка в эксперименте, когда частота колебаний росла с увеличением Ra . Частота колебаний пластины в расчете изменялась от $3,4 \cdot 10^{-3}$ до $4,1 \cdot 10^{-3}$ Гц, что соответствует диапазону частот в эксперименте: $2,8 \cdot 10^{-3}$ – $8,4 \cdot 10^{-3}$ Гц.

6. Заключение

Представлен математический подход, базирующийся на численном решении нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемых течений в приближении Буссинеска методом погруженных границ (IBM), который позволяет описывать взаимодействие свободноплавающего тела и свободно-конвективного потока. Проведенные решения тестовых задач доказали его работоспособность. Численное моделирование процессов теплопереноса в свободно-конвективном потоке, в который погружено закрепленное/подвижное тело, проведено для числа $Ra = 4,5 \cdot 10^6$. Вычислительные эксперименты показали, что при наличии пластины, имеющей сопоставимый с теплоотдающей стенкой линейный размер, снижается интегральная величина теплового потока. Поток, по сравнению с остальным объемом среды, становится более неоднородным вдоль горячей стенки, что связано с формированием под пластиной слоя нагретой жидкости, заполняющей рассматриваемую замкнутую область. Для закрепленной пластины выявлено, что ее местоположение существенно влияет на распределение плотности теплового потока между нею и нижней стенкой кюветы. Кроме этого, наблюдается заметное изменение структуры свободно-конвективного течения, когда пластина начинает двигаться: увеличивается число крупных вихрей и происходит разрушение горизонтального градиента температуры. При достижении пластиной боковых стенок меняется направление вращения вихря над пластиной вследствие резкого роста силы трения. Если смену направления вращения обуславливают другие причины, то тогда пластина не доходит до стенок, и скачок сил трения не наблюдается. Также для свободноплавающей пластины относительно направления движения имеет место асимметрия величины теплового потока, которая связана с влиянием его начального распределения. Для изучения и оценки данного эффекта требуются дальнейшие исследования его устойчивости во времени и влияния на его возникновение начальных условий задачи, геометрических параметров и числа Ra .

Качественное сравнение расчетов для двух разных чисел Релея с данными из работы [4] показали, что поведение пластины согласуется с поведением поплавка в эксперименте.

На данный момент реализация описанного подхода выполнена только для двухмерного случая, что существенно ограничивает круг практических задач, которые можно решать с его помощью. Разработка и тестирование трехмерной версии — предмет для последующих работ.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-61-00098).

Литература

1. *Karasev T.O., Teimurazov A.S., Perminov A.V.* Численное исследование теплоотдачи стенки титанового реактора при воздушном охлаждении // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2020. Т. 13, № 4. С. 424-436. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.4.33>
2. *Litvintsev K.Yu., Finnikov K.A.* Development of a specialized mathematical model of heat transfer in a vacuum electric furnace // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2018. Vol. 1128. 012088. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1128/1/012088>
3. *Zhang J., Libchaber A.* Periodic boundary motion in thermal turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84. P. 4361-4364. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.4361>
4. *Попова Е.Н., Фрик П.Г.* Крупномасштабные течения в турбулентном конвективном слое с погруженным в него подвижным теплоизолятором // *Изв. РАН. МЖГ.* 2003. № 6. С. 41-47. (English version <https://doi.org/10.1023/B:FLUI.0000015226.47864.b8>)
5. *Scheel J.D., Emran M.S., Schumacher J.* Resolving the fine-scale structure in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *New J. Phys.* 2013. Vol. 15. 113063. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/11/113063>
6. *Shishkina O.* Rayleigh–Bénard convection: The container shape matters // *Phys. Rev. Fluids.* 2021. Vol. 6. 090502. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevFluids.6.090502>
7. *Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Фрик П.Г.* Влияние горизонтальных теплоизолирующих пластин на структуру конвективных течений и теплоперенос в замкнутой полости // *Вычисл. мех. сплош. сред.* Т. 15, № 1. С. 83-97. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.1.7>
8. *Peskin C.S.* Flow patterns around heart valves: A numerical method // *J. Comput. Phys.* 1972. Vol. 10. P. 252-271. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(72\)90065-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(72)90065-4)
9. *Saiki E.M., Biringen S.* Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method // *J. Comput. Phys.* 1996. Vol. 123. P. 450-465. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0036>
10. *Lai M.-C., Peskin C.S.* An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity // *J. Comput. Phys.* 2000. Vol. 160. P. 705-719. <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6483>
11. *Mohd-Yosuf J.* Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries // *Cent. Turbul. Res. Annu. Res. Briefs.* 1997. P. 317-328. <https://web.stanford.edu/group/ctr/ResBriefs97/myusof.pdf>
12. *Tseng Y.-H., Ferziger J.H.* A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry // *J. Comput. Phys.* 2003. Vol. 192. P. 593-623. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.07.024>
13. *Balaras E.* Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations // *Comput. Fluids.* 2004. Vol. 33. P. 375-404. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(03\)00058-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(03)00058-6)
14. *Mittal R., Iaccarino G.* Immersed boundary methods // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2005. Vol. 37. P. 239-261. <https://doi.org/10.1146/ANNUREV.FLUID.37.061903.175743>
15. *Udaykumar H.S., Kan H.-C., Shyy W., Tran-Son-Tay R.* Multiphase dynamics in arbitrary geometries on fixed Cartesian grids // *J. Comput. Phys.* 1997. Vol. 137. P. 366-405. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5805>
16. *Udaykumar H.S., Mittal R., Shyy W.* Computation of solid–liquid phase fronts in the sharp interface limit on fixed grids // *J. Comput. Phys.* 1999. Vol. 153. P. 535-574. <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6294>
17. *Roman F., Armenio V., Fröhlich J.* A simple wall-layer model for large eddy simulation with immersed boundary method // *Phys. Fluids.* 2009. Vol. 21. 101701. <https://doi.org/10.1063/1.3245294>
18. *Capizzano F.* Turbulent wall model for immersed boundary methods // *AIAA J.* 2011. Vol. 49. P. 2367-2381. <https://doi.org/10.2514/1.J050466>
19. *Wang W.-Q., Yan Y., Tian F.-B.* A simple and efficient implicit direct forcing immersed boundary model for simulations of complex flow // *Appl. Math. Model.* 2017. Vol. 43. P. 287-305. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.10.057>
20. *Narváez G.F., Lamballais E., Schettini E.B.* Simulation of turbulent flow subjected to conjugate heat transfer via a dual immersed boundary method // *Comput. Fluids.* 2021. Vol. 229. 105101. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2021.105101>
21. *Lee S., Hwang W.* Development of an efficient immersed-boundary method with subgrid-scale models for conjugate heat transfer analysis using large eddy simulation // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2019. Vol. 134. P. 198-208. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.019>
22. *Xia J., Luo K., Fan J.* A ghost-cell based high-order immersed boundary method for inter-phase heat transfer simulation // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2014. Vol. 75. P. 302-312. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.03.048>
23. *Lo D.C., Lee C.-P., Lin I.-F.* An efficient immersed boundary method for fluid flow simulations with moving boundaries // *Appl. Math. Comput.* 2018. Vol. 328. P. 312-337. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2018.01.022>
24. *Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Минаков А.В.* Современные возможности CFD кода SigmaFlow для решения теплофизических задач // *Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии.* 2010. № 2(4). С. 117-122.
25. *Meshkova V.D., Dekterev A.A., Gavrilov A.A., Litvintsev K.Yu.* SigmaFlow CFD code as a tool for predicting the wind environment around a group of buildings // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1675. 012119. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1675/1/012119>
26. *Zdravkovich M.M.* Flow around circular cylinders. Vol. 1. Fundamentals. Oxford University Press, 2002. P. 566-571.
27. *Shoeybi M., Svärd M., Ham F.E., Moin P.* An adaptive implicit–explicit scheme for the DNS and LES of compressible flows on unstructured grids // *J. Comput. Phys.* 2010. Vol. 229. P. 5944-5965. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2010.04.027>
28. *Kuehn T.H., Goldstein R.J.* An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders // *J. Fluid Mech.* 1976. Vol. 74. P. 695-719. <https://doi.org/10.1017/S0022112076002012>

References

1. *Karasev T.O., Teimurazov A.S., Perminov A.V.* Numerical study of heat transfer coefficient of titanium reactor wall at air cooling. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2020, vol. 13, no. 4, pp. 424-436. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.4.33>

2. Litvintsev K.Yu., Finnikov K.A. Development of a specialized mathematical model of heat transfer in a vacuum electric furnace. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2018, vol. 1128, 012088. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1128/1/012088>
3. Zhang J., Libchaber A. Periodic boundary motion in thermal turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, pp. 4361-4364. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.4361>
4. Popova E.N., Frick P.G. Large-scale flows in a turbulent convective layer with an immersed moving thermal insulator. *Fluid Dyn.*, 2003, vol. 38, pp. 862-867. <https://doi.org/10.1023/B:FLUI.0000015226.47864.b8>
5. Scheel J.D., Emran M.S., Schumacher J. Resolving the fine-scale structure in turbulent Rayleigh–Bénard convection. *New J. Phys.*, 2013, vol. 15, 113063. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/11/113063>
6. Shishkina O. Rayleigh–Bénard convection: The container shape matters. *Phys. Rev. Fluids*, 2021, vol. 6, 090502. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevFluids.6.090502>
7. Vasiliev A.Yu., Sukhanovskii A.N., Frick P.G. Influence of horizontal heat-insulating plates on the structure of convective flows and heat transfer in a closed cavity. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2022, vol. 15, no. 1, pp. 83-97. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.1.7>
8. Peskin C.S. Flow patterns around heart valves: A numerical method. *J. Comput. Phys.*, 1972, vol. 10, pp. 252-271. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(72\)90065-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(72)90065-4)
9. Saiki E.M., Biringen S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method. *J. Comput. Phys.*, 1996, vol. 123, pp. 450-465. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0036>
10. Lai M.-C., Peskin C.S. An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *J. Comput. Phys.*, 2000, vol. 160, pp. 705-719. <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6483>
11. Mohd-Yosuf J. Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries. *Cent. Turbul. Res. Annu. Res. Briefs*, 1997, pp. 317-328. <https://web.stanford.edu/group/ctr/ResBriefs97/myusof.pdf>
12. Tseng Y.-H., Ferziger J.H. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J. Comput. Phys.*, 2003, vol. 192, pp. 593-623. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.07.024>
13. Balaras E. Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations. *Comput. Fluids*, 2004, vol. 33, pp. 375-404. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(03\)00058-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(03)00058-6)
14. Mittal R., Iaccarino G. Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2005, vol. 37, pp. 239-261. <https://doi.org/10.1146/ANNUREV.FLUID.37.061903.175743>
15. Udaykumar H.S., Kan H.-C., Shyy W., Tran-Son-Tay R. Multiphase dynamics in arbitrary geometries on fixed Cartesian grids. *J. Comput. Phys.*, 1997, vol. 137, pp. 366-405. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5805>
16. Udaykumar H.S., Mittal R., Shyy W. Computation of solid–liquid phase fronts in the sharp interface limit on fixed grids. *J. Comput. Phys.*, 1999, vol. 153, pp. 535-574. <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6294>
17. Roman F., Armenio V., Fröhlich J. A simple wall-layer model for large eddy simulation with immersed boundary method. *Phys. Fluids*, 2009, vol. 21, 101701. <https://doi.org/10.1063/1.3245294>
18. Capizzano F. Turbulent wall model for immersed boundary methods. *AIAA J.*, 2011, vol. 49, pp. 2367-2381. <https://doi.org/10.2514/1.J050466>
19. Wang W.-Q., Yan Y., Tian F.-B. A simple and efficient implicit direct forcing immersed boundary model for simulations of complex flow. *Appl. Math. Model.*, 2017, vol. 43, pp. 287-305. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.10.057>
20. Narváez G.F., Lamballais E., Schettini E.B. Simulation of turbulent flow subjected to conjugate heat transfer via a dual immersed boundary method. *Comput. Fluids*, 2021, vol. 229, 105101. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2021.105101>
21. Lee S., Hwang W. Development of an efficient immersed-boundary method with subgrid-scale models for conjugate heat transfer analysis using large eddy simulation. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2019, vol. 134, pp. 198-208. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.019>
22. Xia J., Luo K., Fan J. A ghost-cell based high-order immersed boundary method for inter-phase heat transfer simulation. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2014, vol. 75, pp. 302-312. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.03.048>
23. Lo D.C., Lee C.-P., Lin I.-F. An efficient immersed boundary method for fluid flow simulations with moving boundaries. *Appl. Math. Comput.*, 2018, vol. 328, pp. 312-337. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2018.01.022>
24. Dekterev A.A., Gavrilov A.A., Minakov A.A. New features of SigmaFlow code for thermophysics problems solving. *Sovremennaya nauka: issledovaniya, idei, rezul'taty, tekhnologii – Modern science: researches, ideas, results, technologies*, 2010, no. 2(4), pp. 117-122.
25. Meshkova V.D., Dekterev A.A., Gavrilov A.A., Litvintsev K.Yu. SigmaFlow CFD code as a tool for predicting the wind environment around a group of buildings. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1675, 012119. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1675/1/012119>
26. Zdravkovich M.M. *Flow around circular cylinders*. Vol. 1. Fundamentals. Oxford University Press, 2002. P. 566-571.
27. Shoeybi M., Svärd M., Ham F.E., Moin P. An adaptive implicit–explicit scheme for the DNS and LES of compressible flows on unstructured grids. *J. Comput. Phys.*, 2010, vol. 229, pp. 5944-5965. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2010.04.027>
28. Kuehn T.H., Goldstein R.J. An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders. *J. Fluid Mech.*, 1976, vol. 74, pp. 695-719. <https://doi.org/10.1017/S0022112076002012>

Поступила в редакцию 15.11.2022; после доработки 15.11.2022; принята к опубликованию 05.12.2022

Сведения об авторах

Филимонов Сергей Анатольевич, ктн, нс, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН (ИТ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр-т Академика Лаврентьева, 1; e-mail: bdk@inbox.ru

Гаврилов Андрей Анатольевич, кфмн, снс, ИТ СО РАН gavand@yandex.ru

Дектерев Александр Анатольевич, ктн, снс, ИТ СО РАН; e-mail: dekterev@mail.ru

Литвинцев Кирилл Юрьевич, кфмн, нс, ИТ СО РАН; e-mail: sttupick@yandex.ru