

DOI: [10.7242/1999-6691/2022.15.4.31](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.4.31)

УДК 629.78: 539.3

МЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СКЛАДЫВАНИЯ ЛЕНТОЧНОЙ ПРУЖИНЫ В КОНСТРУКЦИИ ГИБКОГО ШАРНИРА

Н.Н. Голдобин¹, Н.В. Еремин^{1,2}¹*Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва,
Красноярск, Российская Федерация*²*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, Красноярск, Российская Федерация*

Исследование посвящено этапу, предшествующему проведению численной оптимизации геометрических параметров гибкого шарнира с ленточными пружинами. Этап включает разработку параметрической расчетной модели и методики проведения на ее основе комплексного механического анализа ленточной пружины. Работа содержит подробное описание как самой параметрической модели, так и методов расчета ленточных пружин с упругопластической моделью материала, используемых в конструкциях гибких шарниров. Представлены приемы практического выполнения прочностного нелинейного расчета напряжений при складывании ленты, определены пределы устойчивости модели ленточной пружины посредством конечно-элементного моделирования, а также способы упрощения расчетной модели. Установлено, что максимальный поворот свободного ребра ленты в расчете ее напряжений в процессе складывания может быть ограничен значением 30°, при котором достигается предел роста напряжений. Это позволит сократить время проведения численного эксперимента с целью оптимизации конструкции гибкого шарнира с ленточными пружинами примерно в 3 раза. Показано, что билинейная модель изотропного упрочнения материала ленты может заменяться линейно-упругой, поскольку предел текучести при параметрической оптимизации задается в качестве критерия. Переход к линейно-упругой модели материала также даст возможность более эффективно распределить вычислительные ресурсы. Полученные результаты в дальнейшем будут применяться при разработке схемы проведения параметрической оптимизации с автоматизированным поиском наиболее рациональных конструктивных решений гибких шарниров с ленточными пружинами.

Ключевые слова: гибкий шарнир, ленточная пружина, конечно-элементная модель

MECHANICAL ANALYSIS OF FOLDING OF A TAPE SPRING IN A FLEXIBLE HINGE DESIGN

N.N. Goldobin¹ and N.V. Eremin^{1,2}¹*Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russian Federation*²*Federal Research Center for Information and Computational Technologies, Krasnoyarsk, Russian Federation*

This paper is devoted to the study of flexible tape-spring hinges at the stage preceding the numerical optimization of their geometrical parameters. This stage involves the development of a parametric computational model and a method for conducting complex mechanical analysis of the tape spring. The paper presents a detailed description of the parametric model and the methods for numerical simulation of flexible tape spring hinges using an elastoplastic material model. The capabilities of the methods for nonlinear strength analysis of folded tape springs are illustrated by a few examples of their practical implementation. The stability bounds of the tape spring model are determined by the method of finite element modeling, as well as ways to simplify the calculation model. It has been found that in the numerical simulation of folding stresses, the maximum rotation of the free edge of the tape can be restricted to 30°, at which the stress limit is reached. This makes it possible to reduce the time of the numerical experiment by about 3 times. It is shown that the bilinear model of isotropic hardening of the tape material can be replaced by the linear elastic model, since during the parametric optimization the yield strength is set as a criterion. The use of the linear elastic material model makes it possible to distribute computational resources more effectively. The results of this study will be used in further research for developing a parametric optimization scheme that provides an automated search for the most rational designs of flexible tape-spring hinges.

Key words: flexible hinge, tape spring, finite element model

1. Введение

Гибкие шарниры, имеющие в составе конструкции упругие ленточные пружины, получили широкое распространение в различных практических приложениях, в том числе в изделиях космической техники [1–9]. Так, в работе [2] ленточные пружины используются в качестве торсионных пружин в составе шарнирных узлов для раскрытия силового каркаса разворачиваемого космического рефлектора на основе концепции антенны AstroMesh. Авторы работы [3] описывают применение гибких шарниров с ленточными пружинами в конструкции надувных антенн, созданных NASA, с целью автоматизации раскрытия и компактности упаковки в транспортное положение. В [4] представлена последовательность разработки дешевых гибких шарниров, которая включает: эскизный проект, численное моделирование, лабораторные и натурные испытания конструкции. Исследования [5, 6] содержат анализ возможности включения гибких шарниров в конструкцию раскрытия солнечных батарей и антенн на космическом аппарате CubeSat. В статье [7], посвященной экспериментальным и численным исследованиям гибких шарниров, установлено, что при разворачивании ленточной пружины наблюдается сложное нелинейное поведение материала, вызванное изгибом. Авторы [8, 9] рассматривают упругие элементы конструкций в составе

космических аппаратов, способные автоматически раскрываться и сворачиваться на орбите; они изготовлены с использованием композиционных материалов с памятью формы.

Популярность гибких шарниров объясняется следующими преимуществами: простотой конструкции, малой массой, автоматическим раскрытием за счет накопленной энергии упругой деформации. К недостаткам можно отнести: наличие ударной нагрузки в конце процесса раскрытия ленточной пружины, трудно прогнозируемую траекторию движения при отсутствии дополнительных стабилизирующих устройств, сложность соблюдения ограничений по надежности при циклическом нагружении (складывании/раскрытии ленты).

Ленточные пружины гибких шарниров обычно производятся из металлических сплавов с высоким значением предела текучести. Наиболее распространены ленточные пружины из пружинных сталей (марки 60Г, 65Г, 60С2А, 65С2ВА). Изготовление ленточных пружин из композиционных материалов — перспективное направление, однако при больших деформациях возникает необходимость в тщательном контроле прочности.

Для обеспечения устойчивости и жесткости шарнира ленточная пружина имеет криволинейный профиль, в простейшем представлении являющийся дугой окружности. Требуемая форма (дуга профиля нужного радиуса) пружины при производстве исполняется специальными машинами для горячей или холодной штамповки. В целом процесс напоминает создание строительных рулеток.

Ударная нагрузка в гибком шарнире возникает за счет накопленной энергии упругой деформации, а также при восстановлении исходной формы ленточной пружины после щелчка, то есть после локальной потери устойчивости в зоне деформаций (коробления) поперечного сечения ленты.

Процесс воздействия нагрузок на шарнир при эксплуатации можно условно разделить на три стадии:

1. Поперечная деформация сечения ленточной пружины без превышения предела текучести для обеспечения локальной потери устойчивости шарнира на некотором расстоянии от края ленты.
2. Угловой разворот посадочной плоскости шарнира на требуемый угол (обычно на 90 или 180°).
3. Фиксация шарнира в сложенном положении.

На первой стадии происходит резкое увеличение напряжений в локальной области коробления ленты. При этом кривизна поперечного сечения в рассматриваемой области уменьшается, что позволяет инициировать изгибную форму деформации шарнира. На второй стадии площадь, по которой распространяются напряжения, увеличивается и при этом необходимо контролировать величину минимального радиуса сгиба ленты. Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) шарнира в процессе складывания/раскрытия пружины является непростой вычислительной задачей, требующей учета контактного взаимодействия между лентами. На третьей стадии форма ленточной пружины фиксируется с использованием дополнительных конструктивных элементов, чтобы сдерживать накопленную энергию упругой деформации. Заслуживающий внимания вариант фиксации шарнира в сложенном и рабочем положениях описан в работе [9]; в рамках этого исследования сложение шарнира не рассматривается.

Указанные особенности раскрываемых конструкций с ленточными пружинами создают ряд трудностей при проектировании. Расчет ленты должен учитывать эффекты, возникающие при инициировании складывания/раскрытия: нелинейное изменение НДС конструкции, нелинейность материала, а также нелинейное контактное взаимодействие с дополнительными конструктивными элементами шарнира или с технологической оснасткой. Эффективное решение обозначенных проблем можно получить путем проведения многокритериальной оптимизации с подбором наилучшего набора геометрических и механических параметров шарнира, учитывающей все предъявляемые технические требования.

Исследование посвящено этапу, который необходим как подготовительный для проведения численной оптимизации геометрических параметров гибкого шарнира с ленточными пружинами. Цель работы заключается в формулировке параметрической расчетной модели и создании методики механического анализа ленточной пружины в программном комплексе ANSYS [10].

2. Конечно-элементная модель ленточной пружины

Геометрия гибкого шарнира, используемая для построения конечно-элементной модели [11, 12], состоит из ленточной пружины, нижней и верхней зажимных пластин. Ленточная пружина, входящая в состав гибкого шарнира, представляется как параметрическая оболочка, образованная протяжкой профиля дуги окружности вдоль прямой на величину длины ленты. Для решения задачи подбора размеров сечения ленты, обеспечивающих отсутствие пластических деформаций при складывании, ее длина выбирается такой, что соблюдается принцип Сен-Венана [13].

Криволинейный профиль ленты можно задать следующими способами:

- через значение ширины c и высоты h ;
- через значение ширины c и радиус кривизны профиля R .

Возможны и другие комбинации геометрических параметров кругового сегмента, однако из представленных вариантов наиболее удобным является первый, поскольку в процессе проектирования

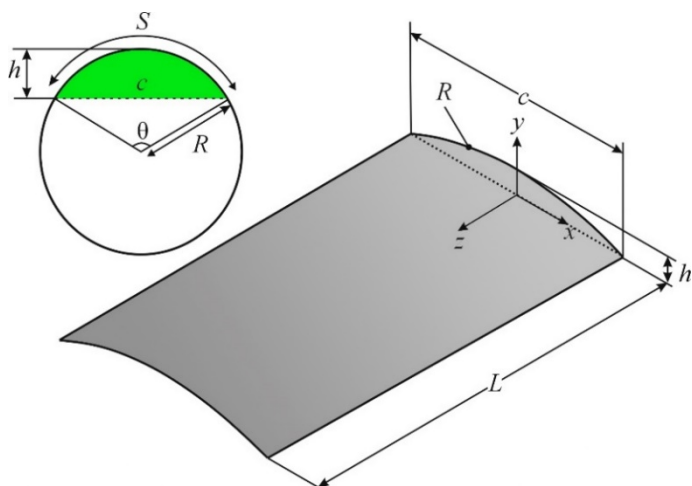


Рис. 1. Параметры геометрической модели ленточной пружины

расстояние между зажимными пластинами соответствует высоте ленты. Продольные ребра ленты лежат на нижней пластине, верхняя пластина, параллельная нижней пластине, касается искривленной поверхности ленты.

Конечно-элементные модели ленточной пружины и зажимных пластин состоят из оболочечных элементов типа SHELL181, которые хорошо подходят для исследования тонких оболочек, а также для линейных и нелинейных приложений с большим вращением и большой деформацией. Это 4-узловые элементы с шестью степенями свободы в каждом узле: со смещениями в направлении осей x , y и z , а также с вращением вокруг этих осей [14].

При разбиении параметрической оболочки на конечные элементы используется упорядоченная сетка. Общее количество конечных элементов в модели составляет 3820 (Рис. 2). Выбранная плотность сетки считается приемлемой для описания геометрической нелинейности, поскольку ее дальнейшее увеличение не приводит к значимым изменениям НДС ленты.

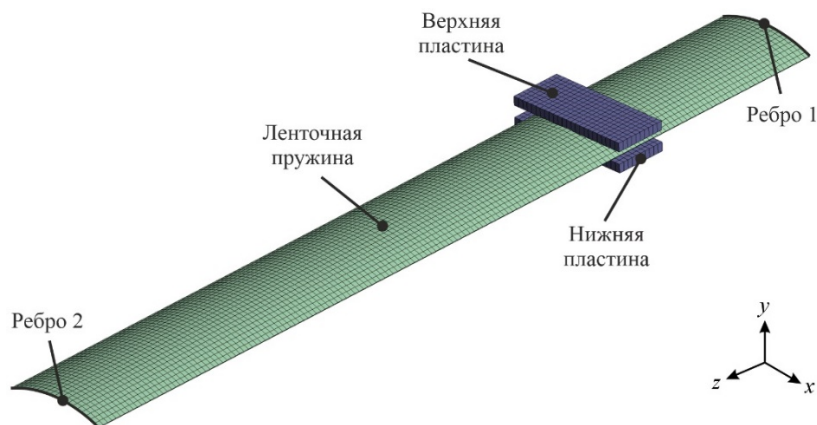


Рис. 2. Конечно-элементная модель ленточной пружины и пластин

На поверхностях ленты и зажимных пластин строятся контактные элементы CONTA174 и TARGE170, обеспечивающие контактное взаимодействие со следующими основными настройками:

- тип контакта асимметричный без трения;
- обнаружение контакта осуществляется по точкам интегрирования Гаусса с помощью расширенного метода Лагранжа; коэффициент нормальной контактной жесткости 0,1 (для обеспечения лучшей сходимости при нахождении методом Ньютона–Рафсона обновленной матрицы жесткости и вектора силы в зависимости от текущих перемещений в модели);
- радиус окрестности определения контакта 10^{-4} м.

Напомним, что в данной работе исследуется шарнир с ленточной пружиной, изготовленной из пружинной стали. У этой стали существует множество марок, отличающихся отношением предела прочности к пределу текучести. Чем оно больше, тем больше пластических деформаций накопит лента перед своим разрушением. Материал ленточной пружины — абстрактную пружинную сталь — опишем моделью билинейного изотропного упрочнения и зададим следующие характеристики: плотность

необходимо контролировать габаритные размеры шарнира. На рисунке 1 показан профиль ленты с указанными геометрическими ограничениями. С целью проведения в дальнейшем параметрической оптимизации размеры задаются в символьном виде. Полный список параметров геометрии гибкого шарнира с ленточной пружиной включает: c , h , L , t (толщину ленты), положение центров зажимных пластин относительно начала системы координат и их ширину.

Длина зажимных пластин должна быть больше длины дуги S для того, чтобы обеспечивался гарантированный контакт при распрямлении участка ленты. В рассматриваемом варианте выбрана длина пластины, равная $1,1s$. Начальное

$\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; предел текучести $\sigma_{0,2} = 7 \cdot 10^8 \text{ Па}$; касательный модуль $\sigma_t = 10^6 \text{ Па}$.

3. Механический анализ ленточной пружины

Механический анализ ленточной пружины заключается в определении НДС при ее складывании на 180° с последующим свободным раскрытием [15]. Процесс складывания состоит из деформирования участка ленты (уменьшения его кривизны) за счет действия контактного напряжения со стороны зажимных пластин и поворота свободного торцевого ребра 2 ленты вокруг оси x (см. Рис. 2) на заданный угол поворота соответствующего поперечного сечения. Прочностному анализу складывания предшествует расчет общей устойчивости ленты. Полученные благодаря ему значения критических напряжений и критической силы используются затем в качестве критериев оптимизации.

Определение параметров потери устойчивости по собственным значениям должно следовать за расчетом статического НДС конструкции, которая при этом считается предварительно напряженной. Граничные условия для статического расчета НДС ленточной пружины возьмем следующие: торцевое ребро 1 ленточной пружины закреплено по всем степеням свободы; к свободному торцевому ребру 2 приложена единичная сжимающая сила.

Минимальное собственное значение, полученное в результате расчета, представляет собой коэффициент запаса устойчивости при действии единичной силы и в числовом эквиваленте равно критической силе. Расчет проведен в линейной постановке для нескольких случаев, при условиях, что лента не имеет несовершенств и абсолютно упруга. Результаты расчета хорошо коррелируют с аналитическим приближением по теории Эйлера (отличие не превышает 2%). Аналитическая оценка критической силы осуществлена по формулам:

$$R(c, h) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{h} \left(\frac{c}{2} \right)^2 + h \right], \quad (1)$$

$$\theta(c, h) = 2 \arccos \left(1 - \frac{h}{R(c, h)} \right), \quad (2)$$

$$J_x(c, h) = \frac{R(c, h)^3 \delta}{2} \left(\frac{\pi}{180^\circ} \theta(c, h) + \sin(\theta(c, h)) - 8 \sin \left(\frac{\theta(c, h)}{2} \right)^2 \left(\frac{\pi}{180^\circ} \theta(c, h) \right)^{-1} \right), \quad (3)$$

$$J_y(c, h) = \frac{R(c, h)^3 \delta}{2} \left(\frac{\pi}{180^\circ} \theta(c, h) - \sin(\theta(c, h)) \right), \quad (4)$$

$$J_{\min}(c, h) = \min(J_x(c, h), J_y(c, h)), \quad (5)$$

$$P(c, h) = \frac{\pi^2 E J_{\min}(c, h)}{(\mu L)^2}. \quad (6)$$

Здесь: h — высота ленты, [м]; $\mu = 2$ — коэффициент приведения длины, зависящий от граничных условий (от типа опирания и характера нагрузки [16]); J_x, J_y — моменты инерции поперечного сечения ленты относительно осей x и y соответственно, [м⁴]; P — критическая сила по формуле Эйлера, [Н]; θ — угол дуги сегмента, [град].

Результаты расчета критической силы P при потере устойчивости представлены на рисунке 3 в виде поверхности отклика в зависимости от значений параметров c и h . Как видно, при подборе параметров сечения с целью наращивания критической силы наиболее эффективным является увеличение параметра h при постоянной ширине ленты c (то есть увеличение радиуса кривизны).

Критическая сила, полученная из анализа устойчивости, приблизительно равна силе реакции в ленте, отвечающей последней сошедшейся итерации статического расчета складывания пружины в гибком шарнире. Однако следует учитывать, что реальная конструкция ленточной пружины имеет несовершенства, а также то, что упругость материала ленты ограничена его пределом пропорциональности, поэтому критическая сила будет существенно меньше.

Для расчета нелинейной устойчивости применяется подход, с помощью которого первоначально проводится определение НДС и линейных возмущений. Полученное НДС используется в качестве

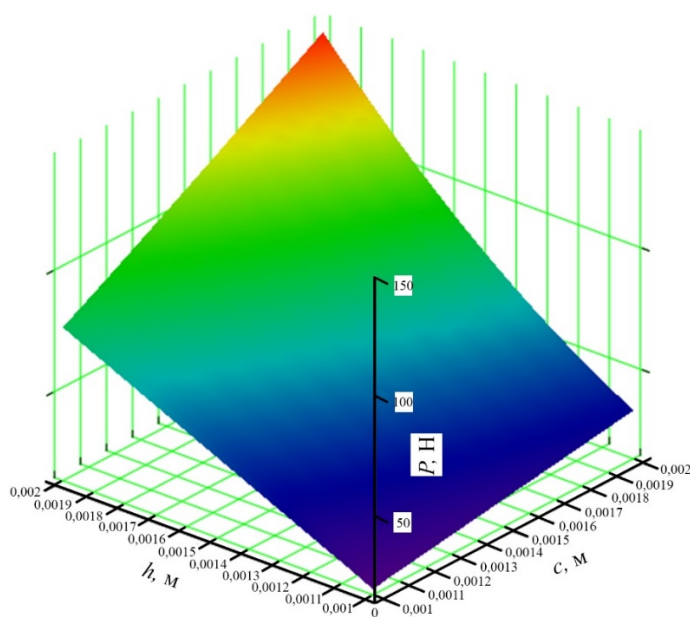


Рис. 3. Поверхность отклика критической силы в зависимости от параметров сечения ленты

изгибную жесткость. Это позволит избежать резкого увеличения уровня деформаций при небольшом приращении внешней нагрузки при складывании ленты, то есть исключить потерю ее устойчивости.

С целью обеспечения простоты и корректности задания граничных условий на торцевых ребрах ленточной пружины в ANSYS строились специальные элементы связи типа Multi-point Constraints (MPC), дающие возможность рассматривать граничные условия не во всех узлах конечных элементов, принадлежащих ребру, а только в так называемом «пилотном узле» (или удаленной точке), объединенном кинематическими уравнениями связи с узлами ребра [см. 10, раздел «Remote Points», 14 – раздел «Contact Technology Guide», 10 – раздел «Multipoint Constraints and Assemblies»]. Использование элементов MPC разрешает также учитывать податливость ленточной пружины в окрестности данного ребра во избежание возникновения вычислительных концентраторов напряжений. В данном случае каждый построенный пилотный узел располагается в барицентре соответствующего ребра.

Расчет механического складывания ленточной пружины состоял из нескольких последовательных расчетных шагов (начальное НДС на текущем шаге — результат расчета НДС на предыдущем шаге). Принимались соответствующие граничные условия (такая формулировка позволяла не учитывать жесткость зажимных пластин).

Шаг № 1. В пилотном узле ребра 1 и узлах в нижней зажимной пластины перемещения вдоль осей x , y , z и вращение вокруг этих осей равнялись нулю (данные граничные условия не изменялись на последующих расчетных шагах). Задавалось перемещение узлов верхней зажимной пластины по оси y , равное $-h$, а вдоль осей x и z перемещения считались нулевыми. Таким образом учитывалось прижатие верхней пластины к нижней и обеспечивалась полнота контакта пластины с лентой (данные граничные условия не изменялись на расчетных шагах № 1–4).

Для пилотного узла ребра 2 перемещения вдоль оси x и вращение вокруг осей y , z равнялись нулю (данные граничные условия не изменялись на последующих расчетных шагах).

Шаг № 2. Пилотный узел ребра 2 вращался вокруг оси x на -90° (то есть по часовой стрелке).

Шаг № 3. Пилотный узел ребра 2 вращался вокруг оси x на -180° (то есть по часовой стрелке).

Шаг № 4. Пилотному узлу ребра 2 добавлялась степень свободы — вращение вокруг оси x .

Шаг № 5. Узлам верхней зажимной пластины задавалось перемещение по оси y , равное h , а вдоль осей x и z перемещения равнялись нулю. Таким образом, верхняя зажимная пластина возвращалась в исходное положение и утрачивался ее контакт с лентой.

Результаты численных расчетов в виде эквивалентных напряжений по Мизесу в конце каждого расчетного шага представлены на рисунке 4.

Далее приведено более подробное описание поведения модели ленточной пружины на каждом расчетном шаге:

– на 1-м шаге верхняя зажимная пластина стремится прижаться к нижней, что приводит к уменьшению кривизны участка ленты между пластинами. Ребро 2 поворачивается на некоторый положительный угол φ вокруг оси x ;

преднагружения в параметрической модели ленты для расчета собственных значений. Критическая сила, приводящая к потере устойчивости ленты с учетом упругопластичности материала, снижается примерно в 2 раза.

Первая форма потери устойчивости ленты соответствует равновесной форме, которая в составе шарнира приводит к критическим напряжениям в зонах крепления ленты к зажимным пластинам. Поэтому при иницировании складывания ленты необходимо обеспечить ее прогиб в обратном оси y направлении.

Для того чтобы обеспечить прогиб ленточной пружины необходимо приложить распределенную нагрузку к участку ленты размером около $L/10$. Приложенная нагрузка должна обеспечивать распрямление ленты на заданном участке, то есть уменьшать момент инерции соответствующего поперечного сечения и тем самым снижать

- на 2-м шаге пилотный узел ребра 2 поворачивается на угол $(-90 - \varphi)^\circ$ вокруг оси x ;
- по окончании 3-го шага угол поворота вокруг оси x пилотного узла, принадлежащего свободному ребру 2, составляет -180° . Следует заметить, что поворот свободного ребра ленты разделен на два шага для удобства проведения анализа ее НДС в двух конфигурациях (в сложенном положении лента повернута на 90 или на 180°);
- после расчета параметров равновесного состояния граничные условия в пилотном узле ребра 2 снимаются (4-й шаг), то есть узлу добавляется степень свободы — вращение вокруг оси x . Затем происходит высвобождение энергии упругой деформации, которая накопилась на предыдущих шагах, и лента восстанавливает свою первоначальную форму. Для обеспечения сходимости при решении методом Ньютона–Рафсона в данном случае используется алгоритм стабилизации, добавляющий искусственные демпферы ко всем узлам конечных элементов в модели, что приводит к рассеиванию кинетической энергии;
- на последнем, 5-м, шаге внешняя нагрузка, действовавшая на ленту со стороны пластин, полностью снимается, и расчет проводится без стабилизации во избежание её влияния на искомое НДС.

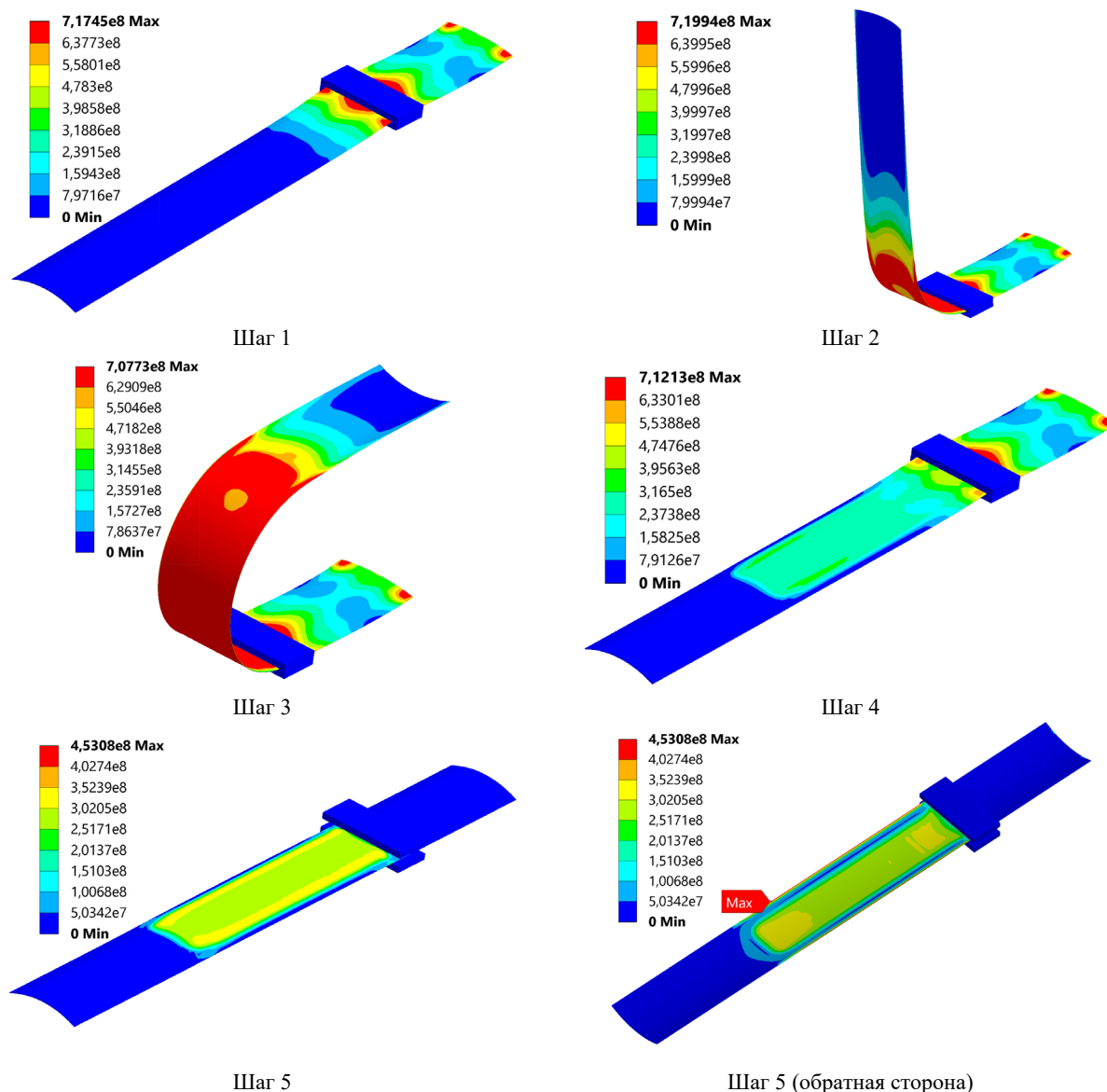


Рис. 4. Эквивалентные напряжения ленточной пружины на каждом расчетном шаге, [Па]

Описанная последовательность расчетов позволила выявить зоны, в которых был превышен предел текучести материала ленты в ходе одного цикла ее складывания/раскрытия. На рисунке 5 представлены эквивалентные пластические деформации ленты по Мизесу на 5-м шаге расчета при ее следующей геометрической конфигурации: $c = 1,2 \cdot 10^{-2}$ м, $h = 1,35 \cdot 10^{-3}$ м, $t = 10^{-4}$ м, $L = 0,1$ м. После снятия

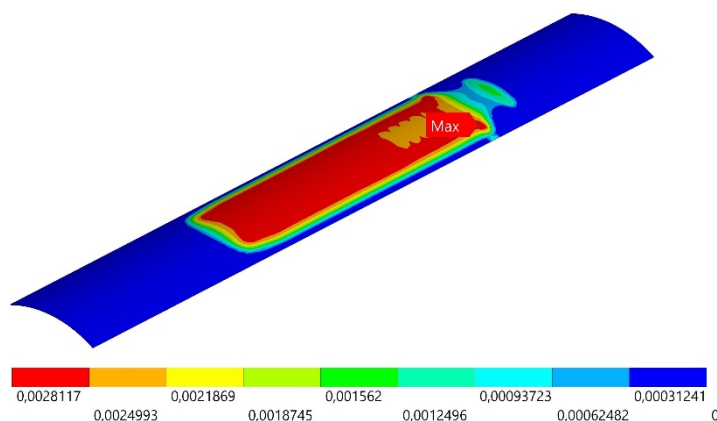


Рис. 5. Эквивалентные пластические деформации ленточной пружины после цикла складывания/раскладывания

максимальное значение эквивалентных напряжений не меняется. При этом увеличивается площадь, испытывающая нагружение, то есть растет средняя величина эквивалентных напряжений по поверхности ленты. График изменения максимальных и средних эквивалентных напряжений по Мизесу показан на рисунке 6.

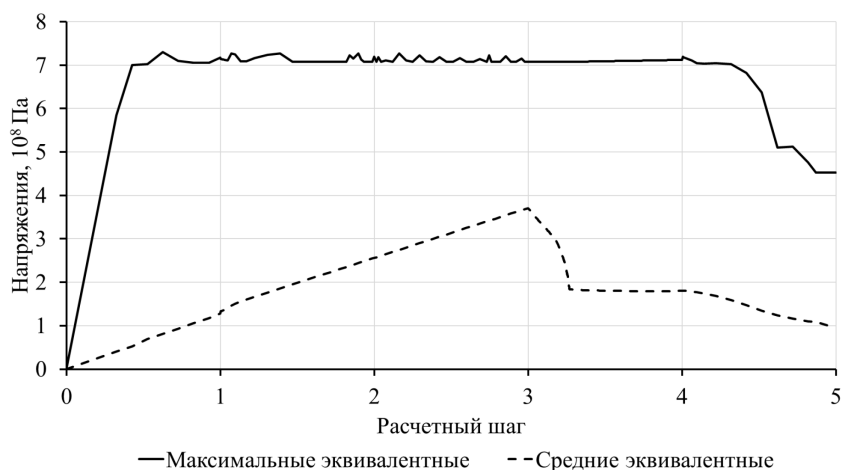


Рис. 6. График изменения эквивалентных (максимальных и средних) напряжений в ленточной пружине на расчётных шагах

Таким образом, для ускорения расчетов (сокращения времени счета) при параметрической оптимизации поворот пилотного узла ребра 2 можно ограничить значением угла 30° , а также может быть использована линейно-упругая модель материала, что позволит сэкономить около $2/3$ времени от первоначального плана предполагаемого численного эксперимента.

4. Основные выводы

Решены задачи, необходимые для подготовки расчетной модели ленточной пружины к проведению численной оптимизации конструкции гибкого шарнира:

1. Разработана параметрическая оболочечная конечно-элементная модель ленточной пружины для проведения ее механического анализа.
2. Созданы программные методики расчета устойчивости ленточной пружины, ее прочности при складывании.
3. Установлено, что максимальный поворот свободного ребра ленты в расчете прочности при складывании может быть ограничен значением 30° (при этом значении достигается предел роста напряжений в ленте). Это позволит сократить длительность численного эксперимента примерно в 3 раза.
4. Модель билинейного изотропного упрочнения материала ленты заменена линейно-упругой моделью, поскольку предел текучести служит лишь критерием при проведении параметрической оптимизации, то есть лента ни при каких обстоятельствах не должна переходить в зону пластических деформаций.

Использование линейно-упругой модели материала даст возможность более эффективно распределить вычислительные ресурсы.

Полученные результаты будут применены в дальнейших исследованиях, а именно при разработке схемы проведения параметрической оптимизации с целью автоматизации поиска наиболее рациональных конструктивных решений, удовлетворяющих заданным требованиям к шарниру, испытывающему сжимающие или изгибающие нагрузки. Автоматизация расчетов повышает эффективность создания конструкции, особенно на этапе концептуального проектирования. Разработанная параметрическая оболочечная модель также может найти приложения при моделировании новых многослойных композиционных материалов, которые необходимы для изготовления конструкций аэрокосмического назначения, в том числе ленточных пружин.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России «Интеллектуальные материалы и структуры» проекта «Разработка многофункциональных интеллектуальных материалов и структур на основе модифицированных полимерных композиционных материалов, способных функционировать в экстремальных условиях» (номер темы FEFE-2020-0015).

Литература

1. Thill C., Etches J., Bond I., Potter K., Weaver P. Morphing skins // *Aeronaut J.* 2008. Vol. 112. P. 117-139. <https://doi.org/10.1017/S0001924000002062>
2. Qi X., Huang H., Li B., Deng Z. A large ring deployable mechanism for space satellite antenna // *Aero. Sci. Tech.* 2016. Vol. 58. P. 498-510. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.09.014>
3. Pellegrino S., Green C., Guest S.D., What A. SAR advanced deployable structures. Cambridge University Engineering Department, 2000. 57 p. https://www.academia.edu/75794516/SAR_advanced_deployable_structure
4. Givois D., Sicre J., Mazoyer T. A low cost hinge for appendices deployment: design, test and applications // *Proc. of the 9th European Space Mechanisms & Tribology Symposium, Liège, Belgium, September 19-21, 2001.* P. 145-151.
5. Höhn P. Design, construction and validation of an articulated solar panel for CubeSats. Lulea University of Technology, Master Thesis, 2010. 86 p.
6. Ranade A.R., Kulkarni S.S. Modeling deployment of tape spring antennas and its effects on CubeSat Dynamics // *Proc. of the 2nd National Conference on Small Satellite Technology and Applications, Trivandrum, Kerala, India, December 11-12, 2020.* <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.14611.50729>
7. Kim D.-Y., Choi H.-S., Lim J.H., Kim K.-W., Jeong J. Experimental and numerical investigation of solar panels deployment with tape spring hinges having nonlinear hysteresis with friction compensation // *Appl. Sci.* 2020. Vol. 10. 7902. <https://doi.org/10.3390/app10217902>
8. Tupper M., Munshi N., Beavers F., Gall K., Mikuls M., Meink T. Developments in elastic memory composite materials for spacecraft deployable structures // 2001 IEEE Aerospace Conference Proceedings. 2001. Vol. 5. P. 2541-2547. <https://doi.org/10.1109/AERO.2001.931215>
9. Jeong J.W., Yoo Y.I., Lee J.J., Lim J.H., Kim K.W. Development of a tape spring hinge with a SMA latch for a satellite solar array deployment using the independence axiom // *IERI Procedia.* 2012. Vol. 1. P. 225-231. <https://doi.org/10.1016/j.ieri.2012.06.035>
10. ANSYS Academic Research Mechanical, Help System, Workbench User's Guide, ANSYS, Inc. <https://ansyshelp.ansys.com>
11. Gallagher R.H. The finite element method. Fundamentals. Prentice-Hall, 1975. 420 p.
12. Zienkiewicz O.C. The finite element method in engineering science. McGraw-Hill, 1971. 521 p.
13. Timoshenko S. Strength of materials. Part I. Elementary theory and problems. D. Van Nostrand Company Inc., 1930. 360 p.
14. ANSYS Academic Research Mechanical, Help System, Mechanical APDL, ANSYS, Inc.
15. Голдобин Н.Н., Сапегин А.М. Расчет упругого складывания стальной ленточной пружины гибкого шарнира // Решетневские чтения. Красноярск, 2021. Ч. 1. С. 71-72.
16. Timoshenko S. Strength of Materials. Part II. Advanced theory and problems. D. Van Nostrand Company Inc., 1930. 510 p.

References

1. Thill C., Etches J., Bond I., Potter K., Weaver P. Morphing skins. *Aeronaut J.*, 2008, vol. 112, pp. 117-139. <https://doi.org/10.1017/S0001924000002062>
2. Qi X., Huang H., Li B., Deng Z. A large ring deployable mechanism for space satellite antenna. *Aero. Sci. Tech.*, 2016, vol. 58, pp. 498-510. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.09.014>
3. Pellegrino S., Green C., Guest S.D., What A. *SAR advanced deployable structures*. Cambridge University Engineering Department, 2000. 57 p. https://www.academia.edu/75794516/SAR_advanced_deployable_structure
4. Givois D., Sicre J., Mazoyer T. *Proc. of the 9th European Space Mechanisms & Tribology Symposium, Liège, Belgium, September 19-21, 2001.* Pp. 145-151.
5. Höhn P. *Design, construction and validation of an articulated solar panel for CubeSats*. Lulea University of Technology, Master Thesis, 2010. 86 p.
6. Ranade A.R., Kulkarni S.S. *Proc. of the 2nd National Conference on Small Satellite Technology and Applications, Trivandrum, Kerala, India, December 11-12, 2020.* <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.14611.50729>
7. Kim D.-Y., Choi H.-S., Lim J.H., Kim K.-W., Jeong J. Experimental and numerical investigation of solar panels deployment with tape spring hinges having nonlinear hysteresis with friction compensation. *Appl. Sci.*, 2020, vol. 10, 7902. <https://doi.org/10.3390/app10217902>

8. Tupper M., Munshi N., Beavers F., Gall K., Mikuls M., Meink T. Developments in elastic memory composite materials for spacecraft deployable structures. *2001 IEEE Aerospace Conference Proceedings*, 2001, vol. 5, pp. 2541-2547. <https://doi.org/10.1109/AERO.2001.931215>
9. Jeong J.W., Yoo Y.I., Lee J.J., Lim J.H., Kim K.W. Development of a tape spring hinge with a SMA latch for a satellite solar array deployment using the independence axiom. *IERI Procedia*, 2012, vol. 1, pp. 225-231. <https://doi.org/10.1016/j.ieri.2012.06.035>
10. ANSYS Academic Research Mechanical, Help System, Workbench User's Guide, ANSYS, Inc. <https://ansyshelp.ansys.com>
11. Gallagher R.H. *The finite element method. Fundamentals*. Prentice-Hall, 1975. 420 p.
12. Zienkiewicz O.C. *The finite element method in engineering science*. McGraw-Hill, 1971. 521 p.
13. Timoshenko S. *Strength of materials. Part I. Elementary theory and problems*. D. Van Nostrand Company Inc., 1930. 360 p.
14. ANSYS Academic Research Mechanical, Help System, Mechanical APDL, ANSYS, Inc.
15. Goldobin N.N., Sapegin A.M. Raschet uprugogo skladyvaniya stal'noy lentochnoy pruzhiny gibkogo sharnira [*Calculation of elastic folding of a steel tape spring of a flexible hinge*]. Reshetnevskiyе chteniya. Krasnoyarsk, 2021. Vol. 1, pp. 71-72.
16. Timoshenko S. *Strength of Materials. Part II. Advanced theory and problems*. D. Van Nostrand Company Inc., 1930. 510 p.

Поступила в редакцию 27.09.2022; после доработки 31.10.2022; принята к опубликованию 23.11.2022

Сведения об авторах

Голдобин Николай Николаевич, ктн, снс, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва (СибГУ имени академика М.Ф. Решетнёва), 660014, г. Красноярск, пр. Газеты «Красноярский рабочий», д. 31; e-mail: nngoldobin@yandex.ru

Еремин Никита Викторович, б/с, мнс, СибГУ имени академика М.Ф. Решетнёва; e-mail: kaizoku813@gmail.com