

DOI: [10.7242/1999-6691/2022.15.3.27](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.3.27)

УДК 537

ТЕЧЕНИЕ В ЖИДКОМ МЕТАЛЛЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ ВБЛИЗИ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ С ОТЛИЧАЮЩЕЙСЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬЮ

В.С. Озерных, И.В. Колесниченко, П.Г. Фрик

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Рассмотрено течение жидкого металла вблизи сферической частицы, электрическая проводимость которой отличается от проводимости жидкого металла. Цилиндрический сосуд с металлом находится в аксиальном магнитном поле и по нему, соответственно, протекает коллинеарный внешнему полю электрический ток. Если проводимости частицы и жидкости (металла) одинаковы, то электрический ток течет вдоль силовых линий магнитного поля и в системе отсутствуют электромагнитные силы. При разной проводимости линии электрического тока либо стягиваются к частице, либо огибают ее, что свидетельствует о нарушении однородности поля и появлении электромагнитных сил, которые генерируют в жидкости вихревое течение. Течение представляет собой два вихря тороидальной формы, азимутальное движение в которых направлено в противоположные стороны. Полоидальное течение в обоих вихрях формируется так, что жидкость на оси цилиндра всегда смещается по направлению к частице. Показано, что энергия течения быстро растет при отклонении проводимости частицы от проводимости жидкости и выходит на асимптоту, когда различие проводимостей оказывается существенным. Так, при относительной разности проводимостей всего на один процент энергия азимутального течения составляет 40% от значения, соответствующего их несхождению на два порядка. При этом 80% этой величины достигается при отличии всего в два раза. Для частицы с пониженной, по отношению к жидкости, электропроводностью эффект проявляется несколько слабее, чем для частицы с повышенной электропроводностью, но в целом же структуры образующихся течений подобны. Во всем диапазоне исследованных значений параметра электромагнитного воздействия течение неустойчиво, имеют место пульсации скорости. По мере увеличения интенсивности магнитного поля тороидальные вихри становятся компактнее, прижимаются к частице, но колебания в жидкости усиливаются и захватывают все больший объем металла вокруг частицы.

Ключевые слова: жидкий металл, вихревое течение, магнитная гидродинамика, частица

MHD VORTEX FLOW IN LIQUID METAL NEAR A SPHERICAL PARTICLE WITH DIFFERENT CONDUCTIVITY

V.S. Ozernykh, I.V. Kolesnichenko and P.G. Frick

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

The flow of a liquid metal near a spherical particle, whose electrical conductivity differs from that of the liquid metal, is considered. A cylindrical vessel with metal is in an axial magnetic field and, accordingly, with an axial electric current flowing through it. If the conductivity of the particle is equal to the conductivity of the liquid, then the electric current flows along the magnetic field lines and there are no electromagnetic forces in the system. In the case of different conductivity, the electric field lines are either drawn to the particle or go around it, which causes the appearance of electromagnetic forces that generate a vortex flow of the metal. The flow consists of two toroidal vortices, in which the azimuthal motion develops in opposite directions. The poloidal flow in both vortices is arranged in such a way that the liquid on the axis of the cylinder always moves towards the particle. It is shown that the flow energy rapidly increases when the particle conductivity deviates from the liquid conductivity, and reaches asymptotes when the difference in conductivities turns out to be significant. So, with a relative difference in conductivity of only one percent, the energy of the azimuthal flow reaches 40% of the value corresponding to their dissimilarity by two orders of magnitude. At the same time, 80% of this value is achieved at a twofold difference. For a particle with reduced electrical conductivity, the effect is somewhat weaker than for a particle with increased electrical conductivity, but, on the whole, the structure of the emerging flow is similar. In the entire range of the considered values of the electromagnetic action parameter, the flow is unstable and generates fluctuations. As the impact grows, the emerging toroidal vortices become more compact, clinging to the particle, but the fluctuations intensify and capture an increasing volume around the particle.

Key words: liquid metal, vortex flow, magnetohydrodynamics, particle

1. Введение

При наложении внешнего магнитного поля на электропроводную жидкую среду (например жидкий металл) в ней начинает протекать электрический ток. На среду действуют электромагнитные силы, вызывающие самые разнообразные магнитогидродинамические (МГД) эффекты [1]. Однородные скрещенные магнитные поля генерируют потенциальную силу, приводящую (при наличии канала) к насосному эффекту. Неоднородные поля могут стать причиной образования целого спектра вихревых течений (ВТ), причем последние появляются при неоднородном растекании тока и в отсутствие внешнего магнитного поля — вихревые силы возникают в результате взаимосвязи тока с собственным магнитным полем и генерируют так называемые электровихревые течения [2, 3]. Характер зародившихся течений и их интенсивность существенно зависят от топологии растекания электрического тока [4, 5]. Течения жидких металлов, характерные для локализованного токоподвода, активно изучаются в задачах, связанных

с кристаллизацией [6], дуговой сваркой [7, 8], конструированием жидкометаллических батарей [9]. В зависимости от условий эксплуатации устройств ВТ могут играть как положительную, так и отрицательную роль [10–12]. В ряде задач любые течения, в том числе ВТ, нежелательны. Например, в жидкометаллических батареях перемешивание слоев может служить причиной аварии [13, 14].

Другой класс задач, рассматривающих генерацию ВТ в жидких металлах, связан с коллинеарной комбинацией магнитного поля и поля тока, когда электромагнитные силы возникают при локальном искажении поля тока. Последние могут быть вызваны включениями (частицами), обладающими разной электрической проводимостью. Поведение частиц с такими свойствами вызывает большой интерес в контексте одной из классических задач МГД — задачи удаления частиц примесей из объема жидкого металла электромагнитными силами, то есть задачи МГД-сепарации [15, 16].

Методам МГД-сепарации посвящена обширная литература (например, [17–22]), однако базовый вопрос — генерация течений электропроводящих жидкостей (в частности, жидких металлов) вокруг включений различной формы, исследован слабо. В ряде работ изучаются особенности течения металла вблизи сферических [23] и цилиндрических [24] непроводящих включений. При этом рассматривается только ситуация с перпендикулярным (скрещенным) направлением тока и внешнего магнитного поля. В таком случае в системе всегда есть электромагнитная сила, поскольку векторное произведение тока и магнитного поля всегда отлично от нуля.

В рамках данной работы внимание сосредоточено на особенностях течения жидкого металла вблизи одиночной закрепленной сферической частицы при коаксиальном направлении тока и внешнего магнитного поля. Частица проводит электрический ток, но ее проводимость отличается от проводимости жидкого металла. В этом случае электромагнитная сила возникает лишь за счет искривления поля электрического тока вблизи частицы.

2. Постановка задачи

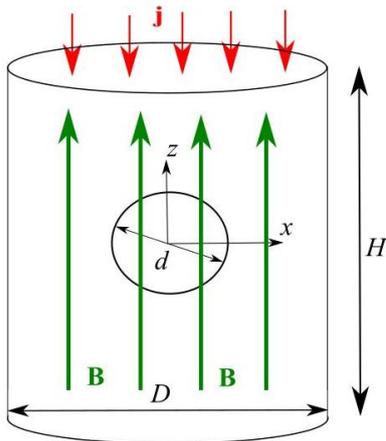


Рис. 1. Схема расчетной области

Рассматривается вертикально ориентированная цилиндрическая ячейка диаметром D и высотой H , заполненная жидким металлом (Рис. 1). В центре ячейки находится гладкая однородная сферическая частица диаметром d . Используется декартова система координат, начало которой совпадает с центром частицы. К системе сверху коаксиально подводится электрический ток плотностью \mathbf{j} и накладывается внешнее вертикальное магнитное поле \mathbf{B} .

Вводится безразмерный коэффициент K , характеризующий отношение электропроводности частицы σ_p к электропроводности жидкого металла σ_l :

$$K = \sigma_p / \sigma_l .$$

Если проводимость частицы отличается от проводимости жидкости ($K \neq 1$), то происходит нарушение однородности поля электрического тока — линии тока либо стягиваются к частице ($K > 1$), либо отдаляются от нее ($K < 1$). Структура поля электрического тока при $K > 1$ схематически показана на рисунке 2а. Поскольку поле тока отклоняется от направления магнитного поля, то появляется вихревая электромагнитная сила, имеющая только азимутальную компоненту. Эта сила закручивает жидкость вокруг оси цилиндра, в противоположных направлениях в верхней и нижней половинах. Вблизи частицы возникает вторичное вихревое (полоидальное) течение, которое обусловлено формированием зоны пониженного давления в центре вихря. Структуру образующегося вихревого течения, которое имеет как азимутальную (v_{az}), так и полоидальную (v_{pol} , лежащую в плоскости Oxz) компоненты, иллюстрирует рисунок 2б (также для $K > 1$).

Значимость генерации магнитного поля потоком проводящей жидкости обуславливается магнитным числом Рейнольдса $Re_m = Ud/\eta$ (U — характерная скорость, а η — коэффициент диффузии магнитного поля), которое в рассматриваемой задаче при реалистичных значениях скорости очень мало ($Re_m \sim 10^{-3} \div 10^{-5}$). Это позволяет пренебречь индуцированными полями и решать задачу не только в безындукционном приближении, но разделить ее на независимые части — электродинамическую и гидродинамическую, решать их по отдельности.

Результатом электродинамического расчета является распределение электромагнитной силы ($\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$), действующей на жидкий металл и на частицу. Задача решается в ANSYS Emag. Определяется электрический потенциал ϕ в каждой из сред с учетом того, что на границе их раздела нормальная

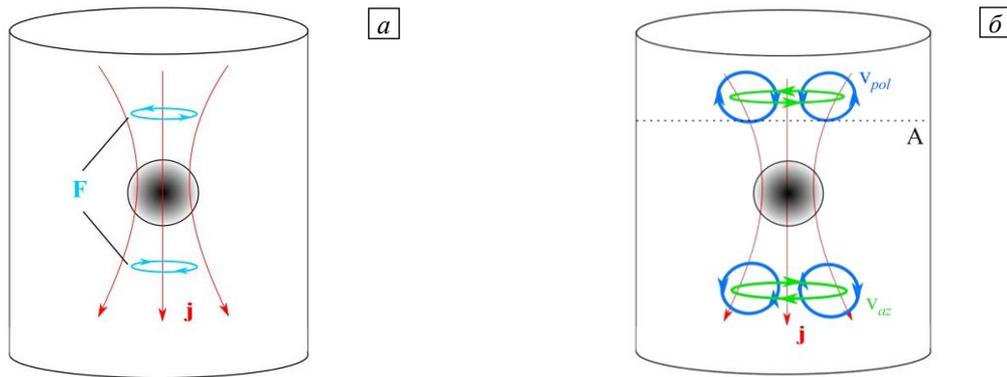


Рис. 2. Структура полей электрического тока и электромагнитных сил (а) и возникающего вихревого течения (б); пунктиром показана линия А, вдоль которой ниже, на рисунке 7, будут представлены пространственно-временные развертки компонент скорости

компонента напряженности электрического поля терпит скачок, а тангенциальная не меняется: $\sigma_p E_{n1} = \sigma_l E_{n2}$, $E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$. Отсюда следуют условия на границе раздела для плотности электрического тока: $j_{n1} = j_{n2}$, $j_{\tau 1}/\sigma_p = j_{\tau 2}/\sigma_l$.

Для потенциала на верхней и нижней поверхностях цилиндрической ячейки $z = \pm 0,5(H/d)$ задаются граничные условия: $\varphi = \varphi_1$; $\varphi = \varphi_2$, а на ее боковых поверхностях — $\partial\varphi/\partial\mathbf{n} = 0$. Величина потенциала отвечает напряжению, которое обеспечивает заданную плотность тока вблизи граней цилиндра: $j_0 = -\sigma_l \nabla\varphi$.

Гидродинамическая часть задачи описывается уравнениями Навье–Стокса для несжимаемой жидкости с учетом электромагнитных сил. В безразмерном виде уравнения представляются так:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + S \mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_B,$$

$$\Delta \cdot \mathbf{v} = 0.$$

Здесь: p — давление; \mathbf{e}_j , \mathbf{e}_B — единичные векторы, определяющие направление плотности тока и магнитного поля; $S = Bj_0 d^3 / (\rho \nu^2)$ — параметр, описывающий отношение электромагнитных сил к вязким; ν — кинематическая вязкость; ρ — плотность жидкости.

Для скорости на поверхности частицы и на поверхности цилиндрической ячейки выполняются условия прилипания: $\mathbf{v}|_{\text{граница}} = 0$. При обезразмеривании принято: за единицу расстояния — диаметр d , за единицу времени — вязкое время d^2/ν , за единицу скорости — ν/d (безразмерная скорость эквивалентна числу Рейнольдса).

Решение гидродинамической части задачи осуществляется в пакете ANSYS Fluent. Все расчеты выполняются для цилиндра с единичным аспектным отношением ($\gamma = H/D = 1$) и для частицы диаметром $d = D/20$. Шаг по времени составляет $\tau = 0.05$, шаг сетки, наносимой на расчетную область, $h = 0.007$; число Куранта $\tau \nu/h$ не превышает 0.1.

Рассматриваемые режимы течения не стационарны, но достигаемые значения числа Рейнольдса не превышают нескольких сотен, что позволяет разрешать все возбуждаемые масштабы пульсаций скорости на принятой расчетной сетке без применения моделей турбулентности.

3. Результаты

3.1. Электромагнитные силы

При наличии на оси цилиндра сферической частицы с отличающейся проводимостью у плотности тока появляется радиальная компонента, которая взаимодействует с аксиальным магнитным полем и вследствие этого порождается азимутальная сила. Структуру поля азимутальных сил иллюстрирует рисунок 3а, на котором для $K = 10$ показано распределение азимутальной электромагнитной силы вблизи частицы. Поле электромагнитной силы антисимметрично относительно центральной плоскости $z = 0$, то есть интегральный момент силы, приложенный к частице, равен нулю, а жидкость в верхней и нижней частях

цилиндра закручивается в противоположных друг другу направлениях. Важно подчеркнуть, что ни вертикальной, ни радиальной компонент у электромагнитной силы нет, то есть полоидальное течение непосредственно электромагнитной силой не генерируется.

В качестве интегральной характеристики интенсивности воздействия электромагнитных сил на жидкость используется интегральный аксиальный момент силы, который испытывает жидкий металл. На рисунке 3б приведена зависимость момента T_l , который возникает в жидкости, находящейся в верхней половине цилиндрической ячейки (в области $z > 0$), от отношения электропроводностей частицы и металла K . На рисунке показаны значения момента, нормированные на $K \rightarrow \infty$.

При равных проводимостях частицы и металла (при $K = 1$) момент T_l равен нулю и монотонно убывает вслед за K , причем скорость его изменения максимальна вблизи $K = 1$. При проводимостях, разнящихся на порядок, изменение момента замедляется, а при их отличии на два порядка T_l выходит на уровень насыщения. Видно, что при $K < 1$ эффект примерно вдвое слабее, чем при $K > 1$.

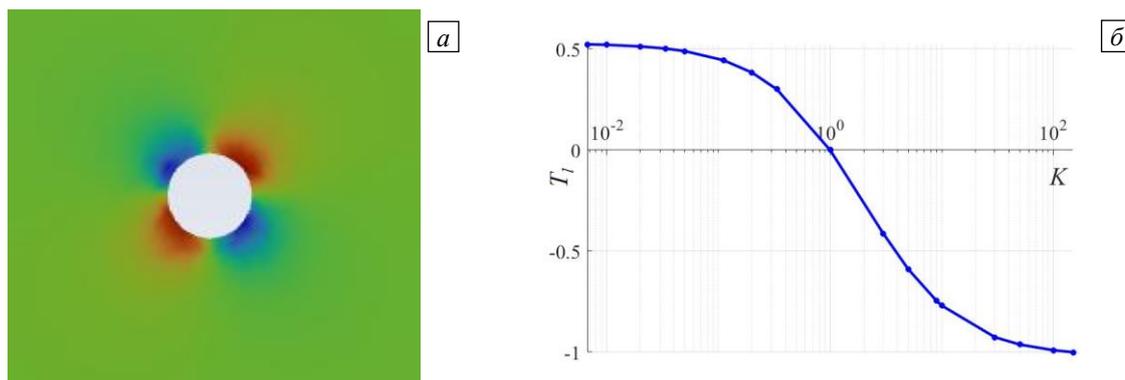


Рис. 3. Структура поля азимутальных сил (а), вращательный момент T_l электромагнитной силы (б)

Вид распределения потенциала внутри частицы не зависит от величины K . Как для хорошо, так и плохо проводящей частицы, ток, оказавшись внутри частицы, покидает ее и следует далее по кратчайшему расстоянию, то есть вдоль вертикальной оси. Внутри частицы искажений электрического поля не происходит, и следовательно, электромагнитная сила не возникает, поскольку векторы тока и магнитного поля сонаправлены.

3.2. Течения металла вблизи частицы

Электромагнитные силы, появляющиеся вблизи сферической частицы при $K \neq 1$, вызывают азимутальное течение в виде двух противоположно вращающихся вихрей, расположенных выше и ниже частицы. Структуру этих вихрей иллюстрирует рисунок 4, на котором изображено среднее поле скорости (в безразмерном виде) в горизонтальном сечении цилиндра на высоте $z = 2.5d$ для плохо проводящей ($K = 0.1$) и хорошо проводящей ($K = 10$) частиц. Видно, что в зависимости от проводимости направление вращения жидкости меняется на противоположное. Важно, что, несмотря на довольно продолжительное время осреднения (оно составило порядка 50 характерных времен оборота азимутального вихря), полученные поля не обладают полной аксиальной симметрией.

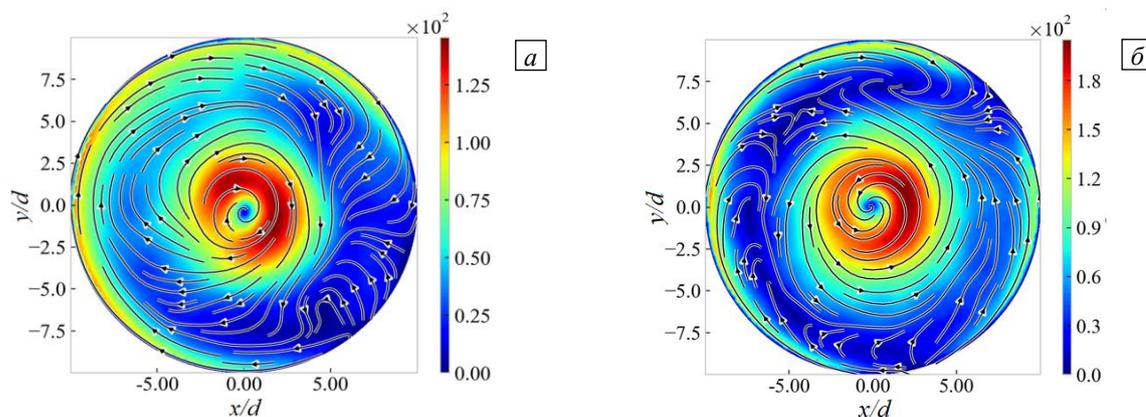


Рис. 4. Азимутальное поле скорости, построенное в сечении $z = 2.5d$ при $Re = 667$, $S = 5.2 \cdot 10^6$ для частиц с разным отношением проводимостей K : 0.1 (а); 10 (б); осреднение по 5 безразмерным единицам времени

Возникающее вращательное движение жидкости приводит к образованию зоны пониженного давления на оси цилиндра, в которую происходит подсос жидкости вдоль оси, способствующий формированию полоидального течения (характеризуемого вертикальной и радиальной компонентами скорости). Структуру полоидального течения иллюстрирует рисунок 5, на котором представлены поля скорости в вертикальном осевом сечении цилиндра. Цветом показан модуль вектора скорости в рассматриваемой плоскости, а стрелками на линиях тока — направление течения. При сопоставлении рисунков для $K = 0.1$ и $K = 10$ видно, что в целом структуры полоидального течения подобны, причем направление течения не зависит от соотношения проводимостей частицы и жидкости, но при $K = 10$ интенсивность течения оказывается выше, чем при $K = 0.1$. Кроме того, при $K > 1$ вихри более прижаты к частице, а при $K < 1$ центры вихрей располагаются существенно дальше от оси ячейки.

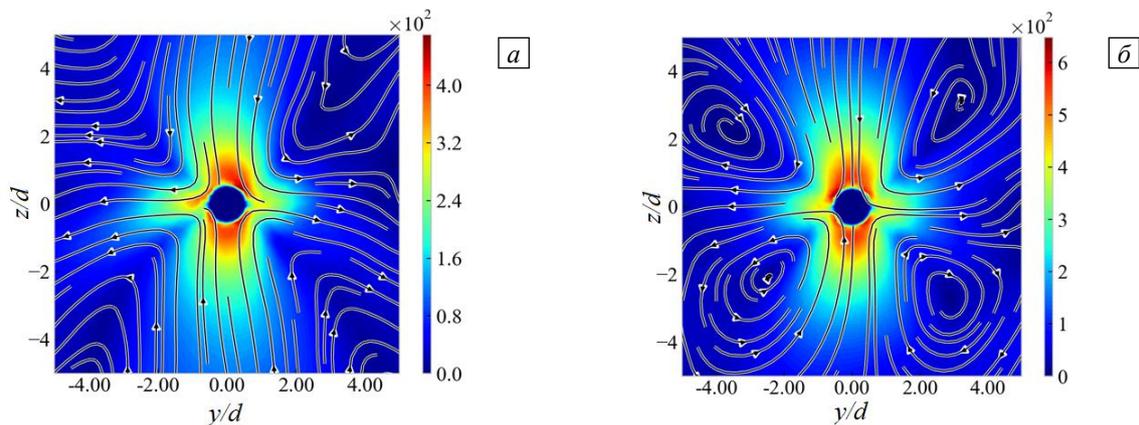


Рис. 5. Полоидальное поле скорости, построенное в вертикальном сечении Oyz при $Re = 667$, $S = 5.2 \cdot 10^6$ и разных K : 0.1 (а); 10 (б)

Несмотря на то, что для определения симметричных осредненных полей требуются довольно большие времена, интегральные характеристики течения выходят на стационар достаточно быстро. Это видно на рисунке 6, на котором показана эволюция энергии азимутального и полоидального течений в металле после наведения тока в ячейке. Процесс установления (см. Рис. 6а) завершается за время порядка $t \sim 0.5$, а колебания энергии при ее последующем изменении не превышают 10%. На рисунке 6б приведены средние значения энергии азимутального (E_{az}) и полоидального (E_{pol}) течений (осреднение выполнено для интервала времени $1 < t < 7$) в виде функции параметра K . При этом средняя энергия, как и вращательный момент в металле (см. Рис. 3б), при $K > 1$, так и энергия в целом выше, чем при $K < 1$. Энергия полоидального и азимутального течений зависит от K монотонно и в пределе больших K примерно в полтора раза превышает значение, получаемое в пределе малых K .

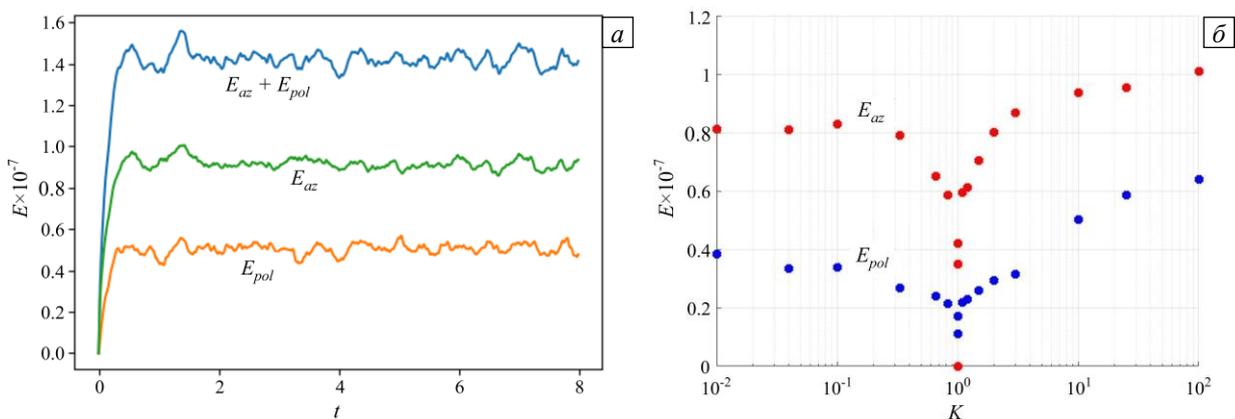


Рис. 6. Зависимости энергии азимутального и полоидального течений от времени при $K = 10$ (а) и средней энергии от соотношения электропроводностей K для времени в интервале $1 < t < 7$ (б) при $Re = 667$ и $S = 5.2 \cdot 10^6$

Следует отметить, что энергия течения быстро растет при отклонении K от единицы и выходит на асимптоты при существенном отличии проводимостей. Так, если принять энергию азимутального течения при различии проводимостей на два порядка за 100%, то изменение проводимости на 1% формирует движение с энергией в 40%, а при несхожести проводимостей вдвое энергия составит 80%.

Таблица 1. Характеристики трех режимов течения при фиксированном значении отношения проводимостей ($K = 10$)

Режим	S_1	S_2	S_3
Параметр			
S	$5.2 \cdot 10^4$	$5.2 \cdot 10^5$	$5.2 \cdot 10^6$
Re	67	200	667
$D_{\text{вихря}}/d$	10	7	4

размер — диаметр $D_{\text{вихря}}$, уменьшается. Так, в режиме S_1 вихрь превышает размеры частицы d примерно в 10 раз, а в режиме S_3 его размер сопоставим с размером частицы.

Соответствующие рассмотренным режимам числа Рейнольдса Re приблизительно составляют: 67; 200; 667, то есть достигают умеренных значений даже в случае максимального воздействия. Несмотря на это, даже в самом слабом режиме стационарное течение не наблюдается. Характер возникающих пульсаций поля скорости иллюстрирует рисунок 7, который содержит временные развертки профиля скорости вдоль фиксированной прямой. Такой вид представления выбран исходя из установившейся в МГД-экспериментах практики использования для измерений характеристик поля скорости ультразвуковых доплеровских анемометров (УДА), которые позволяют восстанавливать в жидком металле распределение продольной компоненты скорости вдоль ультразвукового луча.

На рисунке 7 показаны профили компонент скорости вдоль координаты x в области $y=0$ и $z=d$, то есть вдоль прямой А (см. Рис. 2б) — именно такие картины получаются с помощью УДА. Однако численные эксперименты дают более развернутую информацию о структуре течений в конкретных

Помимо отношения проводимостей K , интерес представляет оценка характера возникающего течения в зависимости от параметра S . Далее рассмотрена структура вихревых течений вблизи частицы для фиксированного отношения $K=10$ и трех различных значений параметра S . Характеристики режимов приведены в таблице 1. По мере увеличения S (например, за счет силы тока или индукции магнитного поля) растет и интенсивность течения, а вихрь «прижимается» к частице, его характерный

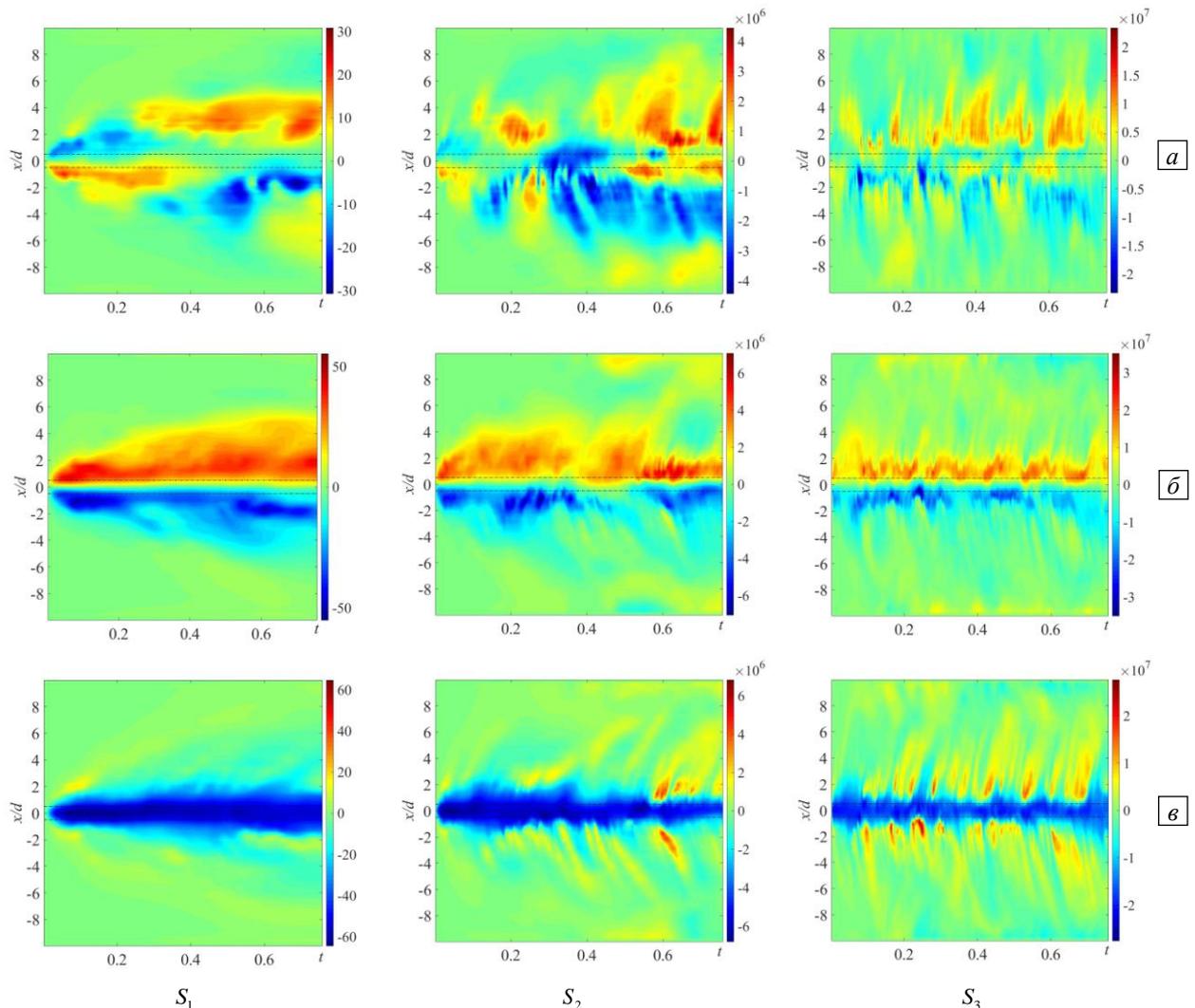


Рис. 7. Картины распределения компонент скорости вдоль прямой А (см. Рис. 2) для режимов S_1, S_2, S_3 : V_x (а), V_y (б), V_z (в)

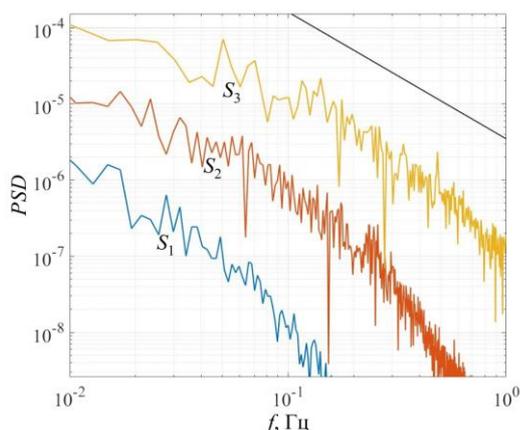


Рис. 8. Спектральная плотность энергии пульсаций PSD для компоненты скорости V_y в точке $(1.7d; 0; 2.1d)$ в режимах S_1 , S_2 , S_3 при $K=10$; прямой линией показан наклон « $-5/3$ » (для справки)

существенным расширением диапазона частот. Ни структура рассматриваемого течения, ни характерные значения числа Рейнольдса не дают оснований ожидать, что турбулентность будет однородной (даже в отдельных областях), но для справки на рисунок нанесен классический наклон « $-5/3$ », чтобы дать представление о наблюдаемом наклоне спектра.

4. Заключение

Показано, что в жидком металле однородный электрический ток, коллинеарный приложенному однородному магнитному полю, при обтекании сферической частицы с отличающейся электрической проводимостью вызывает в ее окрестности вихревое течение в виде двух тороидальных вихрей, вращающихся относительно направления поля. Направление, а также структура вихря зависят от топологии поля плотности электрического тока, которая определяется соотношением электропроводностей частицы и металла K . При $K=1$ вихревых течений не возникает. При $K < 1$ и $K > 1$ образующиеся азимутальные вихри направлены в противоположные стороны, а полоидальные не меняют направления — жидкость на оси цилиндра всегда движется по направлению к частице.

Важно, что механизм формирования полоидального течения в результате понижения давления, вызванного азимутальным движением жидкости, работает подобным образом в самых различных, в том числе и МГД-течениях. Так, например, при генерации электровихревого течения вблизи локализованного на дне цилиндра электрода даже слабое вертикальное магнитное поле приводит к раскрутке азимутального вихря над электродом, который в одной половине цилиндра [5, 25–28] формирует полоидальный вихрь, подобный наблюдаемому в рассмотренной задаче. Причем в последнем случае нисходящее по оси полоидальное течение подавляет исходное электровихревое течение, направленное в противоположную сторону.

Обнаружено, что энергия течения быстро растет при отклонении K от единицы и выходит на асимптоту при существенно разных проводимостях. Так, при отличии проводимости всего на один процент ($K=1.01$), энергия азимутального течения составляет 40% от значения, полученного при $K=100$. При этом 80% этой величины достигается при $K=2$. Для частицы с пониженной электропроводностью ($K < 1$) эффект несколько слабее, чем для частицы с повышенной электропроводностью ($K > 1$), но в целом структуры течения подобны.

Во всем изученном диапазоне значений параметра электромагнитного воздействия S течение неустойчиво и генерирует пульсации. По мере роста значения S возникающие тороидальные вихри становятся компактнее, прижимаются к частице, но колебания усиливаются и захватывают все больший объем жидкого металла вокруг частицы. Очевидно, что если за предмет исследования взять свободно плавающую частицу, то зародившееся нестационарное течение приведет и к перемещению самой частицы. Соответствующая сопряженная задача, безусловно, значительно сложнее, но представляет большой интерес в плане приложения результатов к задачам МГД-сепарации.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Пермского края № 22-19-20106, <https://rscf.ru/project/22-19-20106/>.

Литература

1. Брановер Г.Г., Цинобер А.Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970. 379 с.

областях, а изображения компонент скорости позволяют лучше понять структуру и динамику течения в целом. Следует добавить, что рисунок 7б характеризует азимутальное течение жидкости, а рисунок 7в — полоидальное. Пунктиром на рисунках показаны следы плоскостей, касательных к частице и перпендикулярных оси вращения ячейки $x = \pm d/2$.

Выбранное представление позволяет видеть, что возмущения скорости возникают вблизи частицы, а затем распространяются в объеме металла и затухают. По мере роста параметра S уменьшаются пространственные и временные масштабы вихревых флуктуаций, то есть растет частота их пульсаций. Характер временных колебаний в выделенной точке пространства (взята точка $x=1.7d$, $y=0$, $z=2.1d$) иллюстрируют спектры мощности, вычисленные для трех режимов (см. Рис. 8). Видно, что каждое увеличение параметра S сопровождается ростом мощности пульсаций примерно на порядок и

2. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 315 с.
3. Хрипченко С.Ю. Электровихревые течения в каналах МГД-устройств. Екатеринбург: УрО РАН, 2009. 260 с.
4. Mandrykin S., Ozernykh V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flow of liquid metal in a cylindrical cell with localized current supply and variable aspect ratio // *Magnetohydrodynamics*. 2020. Vol. 56. P. 81-90. <https://doi.org/10.22364/mhd.56.2-3.13>
5. Frick P., Mandrykin S., Eltishchev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field // *J. Fluid Mech.* 2022. Vol. 949. A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.746>
6. Rübiger D., Zhang Y., Galindo V., Franke S., Willers B., Eckert S. The relevance of melt convection to grain refinement in Al-Si alloys solidified under the impact of electric currents // *Acta Mater.* 2014. Vol. 79. P. 327-338. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2014.07.037>
7. Казак О.В., Семко А.Н. Электровихревые течения в дуговых печах постоянного тока. Донецк: Ноулидж, 2013. 134 с.
8. Михайлов Е.А., Тепляков И.О. Аналитическое решение задачи об электровихревом течении в полусфере с электродами конечного размера в стоковом приближении // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2018. № 2. С. 39-44. (English version <https://doi.org/10.3103/S0027134918020108>)
9. Kelley D.H., Weier T. Fluid mechanics of liquid metal batteries // *Appl. Mech. Rev.* 2018. Vol. 70. 020801. <https://doi.org/10.1115/1.4038699>
10. Bojarevičs V., Freibergs J.A., Shilova E.I., Shcherbinin E.V. Electrically induced vortex flow at a point electrode and azimuthal rotation // *Mechanics of fluids and transport processes*. Springer, 1989. P. 120-153. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1163-5_4
11. Stefani F., Galindo V., Kasprzyk C., Landgraf S., Seilmayer M., Starace M., Weber N., Weier T. Magnetohydrodynamic effects in liquid metal batteries // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2016. Vol. 143. 012024. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/143/1/012024>
12. Davidson P.A., Lindsay R.I. Stability of interfacial waves in aluminium reduction cells // *J. Fluid Mech.* 1998. Vol. 362. P. 273-295. <https://doi.org/10.1017/S0022112098001025>
13. Weber N., Beckstein P., Galindo V., Herreman W., Nore C., Stefani F., Weier T. Metal pad roll instability in liquid metal batteries // *Magnetohydrodynamics*. 2017. Vol. 53. P. 129-140. <https://doi.org/10.22364/mhd.53.1.14>
14. Weber N., Beckstein P., Herreman W., Horstmann G.M., Nore C., Stefani F., Weier T. Sloshing instability and electrolyte layer rupture in liquid metal batteries // *Phys. Fluids*. 2017. Vol. 29. 054101. <https://doi.org/10.1063/1.4982900>
15. Leenov D., Kolin A. Theory of electromagnetophoresis. I. Magnetohydrodynamic forces experienced by spherical and symmetrically oriented cylindrical particles // *J. Chem. Phys.* 1954. Vol. 22. P. 683-688. <https://doi.org/10.1063/1.1740149>
16. Zhang L., Wang S., Dong A., Gao J., Damoah L.N.W. Application of electromagnetic (EM) separation technology to metal refining processes: A review // *Metall. Mater. Trans. B*. 2014. Vol. 45. P. 2153-2185. <https://doi.org/10.1007/s11663-014-0123-y>
17. Afshar M.R., Aboutaleb M.R., Isac M., Guthrie R.I.L. Mathematical modeling of electromagnetic separation of inclusions from magnesium melt in a rectangular channel // *Mater. Lett.* 2007. Vol. 61. P. 2045-2049. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2006.08.012>
18. Afshar M.R., Aboutaleb M.R., Guthrie R.I.L., Isac M. Modeling of electromagnetic separation of inclusions from molten metals // *Int. J. Mech. Sci.* 2010. Vol. 52. P. 1107-1114. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2009.11.003>
19. Мамыкин А.Д., Лосев Г.Л., Колесниченко И.В. Воздействие электромагнитных сил на двухфазную среду // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 1(39). С. 46-53. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2018-1-46-53>
20. Losev G., Mamykin A., Kolesnichenko I. Model of electromagnetic purification of liquid metal // *Magnetohydrodynamics*. 2021. Vol. 57. P. 73-84. <https://doi.org/10.22364/mhd.57.1.6>
21. Losev G., Mamykin A., Kolesnichenko I. Electromagnetic separation: concentration measurements // *Magnetohydrodynamics*. 2019. Vol. 55. P. 89-96. <https://doi.org/10.22364/mhd.55.1-2.11>
22. Kolesnichenko I. Investigation of electromagnetic force action on two-phase electrically conducting media in a flat layer // *Magnetohydrodynamics*. 2013. Vol. 49. P. 217-222. <https://doi.org/10.22364/mhd.49.1-2.27>
23. Shu D., Li T.-X., Sun B.-D., Zhou Y.-H., Wang J., Xu Z.-M. Numerical calculation of the electromagnetic expulsive force upon nonmetallic inclusions in an aluminum melt: Part I. Spherical particles // *Metall. Mater. Trans. B*. 2000. Vol. 31. P. 1527-1533. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0037-8>
24. Shu D., Li T.-X., Sun B.-D., Zhou Y.-H., Wang J., Xu Z.-M. Numerical calculation of the electromagnetic expulsive force upon nonmetallic inclusions in an aluminum melt: Part II. Cylindrical particles // *Metall. Mater. Trans. B*. 2000. Vol. 31. P. 1535-1540. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0038-7>
25. Mandrykin S., Kolesnichenko I. The influence of electric current application configuration on the electro-vortex flow structure of conductive medium in cylindrical cell // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020. Vol. 950. 012031. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/950/1/012031>
26. Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electrovortex flow in a cylindrical cell // *Phys. Rev. Fluids*. 2020. Vol. 5. 123703. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.123703>
27. Говорухин В.Н., Филимонова А.М. Анализ структуры плоских вихревых течений и их изменений во времени // Вычисл. мех. сплош. сред. 2021. Т. 14, № 4. С. 367-376. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.4.30>
28. Мандрыкин С.Д., Теймуразов А.С. Турбулентная конвекция жидкого натрия в наклонном цилиндре с единичным аспектным отношением // Вычисл. мех. сплош. сред. 2018. Т. 11, № 4. С. 417-428. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.4.32>

References

1. Branover G.G., Tsinober A.B. Magnitnaya gidrodinamika neshhimayemykh sred. M.: Nauka, 1970. 379 s.
2. Boyarevich V.V., Freyberg Ya.Zh., Shilova E.I., Shcherbinin E.V. *Elektrovikhrevyye techeniya*. Riga: Zinatne, 1985. 315 s.
3. Khripchenko S.Yu. *Elektrovikhrevyye techeniya v kanakh MGD-ustroystv*. Ekaterinburg: UrO RAN, 2009. 260s.
4. Mandrykin S., Ozernykh V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flow of liquid metal in a cylindrical cell with localized current supply and variable aspect ratio. *Magnetohydrodynamics*, 2020, vol. 56, pp. 81-90. <https://doi.org/10.22364/mhd.56.2-3.13>.

5. Frick P., Mandrykin S., Eltishchev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 2022, vol. 949, A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.746>
6. Rübiger D., Zhang Y., Galindo V., Franke S., Willers B., Eckert S. The relevance of melt convection to grain refinement in Al–Si alloys solidified under the impact of electric currents. *Acta Mater.*, 2014, vol. 79, pp. 327-338. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2014.07.037>
7. Kazak O.V., Semko A.N. *Elektrovikhrevyye techeniya v dugovykh pechakh postoyannogo toka*. Donetsk: Noulidzh, 2013. 134 s.
8. Mikhailov E.A., Teplyakov I.O. Analytical solution of the problem of the electrovortex flow in the hemisphere with finite size electrodes in the Stokes approximation. *Moscow Univ. Phys.*, 2018, vol. 73, pp. 162-167. <https://doi.org/10.3103/S0027134918020108>
9. Kelley D.H., Weier T. Fluid mechanics of liquid metal batteries. *Appl. Mech. Rev.*, 2018, vol. 70, 020801. <https://doi.org/10.1115/1.4038699>
10. Bojarevičs V., Freibergs J.A., Shilova E.I., Shcherbinin E.V. Electrically induced vortex flow at a point electrode and azimuthal rotation. *Mechanics of fluids and transport processes*. Springer, 1989. P. 120-153. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1163-5_4
11. Stefani F., Galindo V., Kasprzyk C., Landgraf S., Seilmayer M., Starace M., Weber N., Weier T. Magnetohydrodynamic effects in liquid metal batteries. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2016, vol. 143, 012024. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/143/1/012024>
12. Davidson P.A., Lindsay R.I. Stability of interfacial waves in aluminium reduction cells. *J. Fluid Mech.*, 1998, vol. 362, pp. 273-295. <https://doi.org/10.1017/S0022112098001025>
13. Weber N., Beckstein P., Galindo V., Herreman W., Nore C., Stefani F., Weier T. Metal pad roll instability in liquid metal batteries. *Magnetohydrodynamics*, 2017, vol. 53, pp. 129-140. <https://doi.org/10.22364/mhd.53.1.14>
14. Weber N., Beckstein P., Herreman W., Horstmann G.M., Nore C., Stefani F., Weier T. Sloshing instability and electrolyte layer rupture in liquid metal batteries. *Phys. Fluids*, 2017, vol. 29, 054101. <https://doi.org/10.1063/1.4982900>
15. Leenov D., Kolin A. Theory of electromagnetophoresis. I. Magnetohydrodynamic forces experienced by spherical and symmetrically oriented cylindrical particles. *J. Chem. Phys.*, 1954, vol. 22, pp. 683-688. <https://doi.org/10.1063/1.1740149>
16. Zhang L., Wang S., Dong A., Gao J., Damoah L.N.W. Application of electromagnetic (EM) separation technology to metal refining processes: A review. *Metall. Mater. Trans. B*, 2014, vol. 45, pp. 2153-2185. <https://doi.org/10.1007/s11663-014-0123-y>
17. Afshar M.R., Aboutaleb M.R., Isac M., Guthrie R.I.L. Mathematical modeling of electromagnetic separation of inclusions from magnesium melt in a rectangular channel. *Mater. Lett.*, 2007, vol. 61, pp. 2045-2049. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2006.08.012>
18. Afshar M.R., Aboutaleb M.R., Guthrie R.I.L., Isac M. Modeling of electromagnetic separation of inclusions from molten metals. *Int. J. Mech. Sci.*, 2010, vol. 52, pp. 1107-1114. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2009.11.003>
19. Mamykin A.D., Losev G.L., Kolesnichenko I.V. Influence of electromagnetic force on two-phase flow. *Vestnik Permskogo universiteta. Fizika – Bulletin of Perm University. Physics*, 2018, no. 1(39), pp. 46-53. <https://doi.org/10.17072/1994-3598-2018-1-46-53>
20. Losev G., Mamykin A., Kolesnichenko I. Model of electromagnetic purification of liquid metal. *Magnetohydrodynamics*, 2021, vol. 57, pp. 73-84. <https://doi.org/10.22364/mhd.57.1.6>
21. Losev G., Mamykin A., Kolesnichenko I. Electromagnetic separation: concentration measurements. *Magnetohydrodynamics*, 2019, vol. 55, pp. 89-96. <https://doi.org/10.22364/mhd.55.1-2.11>
22. Kolesnichenko I. Investigation of electromagnetic force action on two-phase electrically conducting media in a flat layer. *Magnetohydrodynamics*, 2013, vol. 49, pp. 217-222. <https://doi.org/10.22364/mhd.49.1-2.27>
23. Shu D., Li T.-X., Sun B.-D., Zhou Y.-H., Wang J., Xu Z.-M. Numerical calculation of the electromagnetic expulsive force upon nonmetallic inclusions in an aluminum melt: Part I. Spherical particles. *Metall. Mater. Trans. B*, 2000, vol. 31, pp. 1527-1533. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0037-8>
24. Shu D., Li T.-X., Sun B.-D., Zhou Y.-H., Wang J., Xu Z.-M. Numerical calculation of the electromagnetic expulsive force upon nonmetallic inclusions in an aluminum melt: Part II. Cylindrical particles. *Metall. Mater. Trans. B*, 2000, vol. 31, pp. 1535-1540. <https://doi.org/10.1007/s11663-000-0038-7>
25. Mandrykin S., Kolesnichenko I. The influence of electric current application configuration on the electro-vortex flow structure of conductive medium in cylindrical cell. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2020, vol. 950, 012031. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/950/1/012031>
26. Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electrovortex flow in a cylindrical cell. *Phys. Rev. Fluids*, 2020, vol. 5, 123703. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.123703>
27. Govorukhin V.N., Filimonova A.M. Analysis of the structure of vortex planar flows and their changes with time. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational continuum mechanics*, 2021, vol. 14, no. 4, pp. 367-376. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.4.30>
28. Mandrykin S.D., Teimurazov A.S. Turbulent convection of liquid sodium in an inclined cylinder of unit aspect ratio. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational continuum mechanics*, 2018, vol. 11, no. 4, pp. 417-428. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.4.32>

Поступила в редакцию 30.08.2022; после доработки 28.09.2022; принята к опубликованию 04.10.2022

Сведения об авторах

Озерных Владимир Сергеевич, мнс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: ozernykh.v@icmm.ru

Колесниченко Илья Владимирович, кфмн, зав. лаб., ИМСС УрО РАН; e-mail: kiv@icmm.ru

Фрик Петр Готтлобович, дфмн, зав. лаб., ИМСС УрО РАН; e-mail: frick@icmm.ru