

DOI: [10.7242/1999-6691/2022.15.24](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.24)

УДК 532.5.013.3: 532.59: 537.3

ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ УНИПОЛЯРНОЙ ИНЖЕКЦИИ И НАГРЕВЕ СВЕРХУ

О.О. Некрасов, Б.Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация

С помощью метода конечных разностей проведено численное моделирование двумерных режимов электроконвекции слабопроводящей вязкой несжимаемой жидкости, помещенной в плоский конденсатор и нагреваемой сверху. Предполагается, что свободный заряд появляется в жидкости за счет однородной униполярной автономной инжекции с катода. Рассматривается случай, когда в состоянии механического равновесия действующая на заряд сила Кулона и сила плавучести направлены противоположно, что является источником колебательной неустойчивости и волновых надкритических режимов конвекции. Задача решается в полной постановке, то есть учитывается перераспределение электрического поля внутри конденсатора за счет подвижности зарядов в электрическом поле и их конвективного переноса. На боковых границах расчетной области используются периодические граничные условия, позволяющие обнаруживать и анализировать не только стационарную электроконвекцию, но и бегущие волны. Найден и исследован смешанный режим конвекции. Он возникает в результате прямой бифуркации Хопфа из состояния механического равновесия и представляет собой чередование фаз стоячей и бегущей волн. Режимы бегущих волн, модулированных бегущих волн и стационарной конвекции последовательно сменяют друг друга с ростом управляющего параметра (электрического числа Релея), пропорционального напряжению на обкладках конденсатора. Построена бифуркационная диаграмма, характеризующая интенсивность и фазовую скорость надкритических режимов течения жидкости. Интенсивность стационарного электроконвективного течения на порядок превышает интенсивность течения в режиме бегущих волн. Изучен вопрос о влиянии на наблюдаемые режимы числа элементов сетки, служащей дискретным аналогом расчетной области в применяемом для решения задачи методе.

Ключевые слова: инжекция заряда, электроконвекция, постоянное поле, бегущая волна, численное моделирование

ELECTROCONVECTION OF A WEAKLY CONDUCTING LIQUID SUBJECTED TO UNIPOLAR INJECTION AND HEATED FROM ABOVE

O.O. Nekrasov and B.L. Smorodin

Perm State University, Perm, Russian Federation

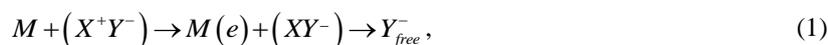
The problem of a weakly conducting viscous incompressible liquid placed in an infinite horizontal capacitor is solved numerically by the two-field method using finite difference schemes. It is assumed that a free charge arises in the liquid (heated from above) due to a homogeneous unipolar autonomous injection from the cathode. In mechanical equilibrium, the Coulomb force acting on the charge injected from the cathode and the buoyancy force are oppositely directed, and the oscillatory instability and wave supercritical modes of convection occur. The problem is investigated in full statement, i.e., the electric field redistribution created by the charge redistribution is taken into account. Periodic boundary conditions are used on the lateral boundaries of the studied area, which makes it possible to detect and analyze not only the mode of stationary electroconvection, but also the solutions in the form of traveling waves. A mixed convection regime that arises as a result of a direct Hopf bifurcation from the state of mechanical equilibrium was found and investigated. In this regime, the phases of standing and traveling waves happen one after another. Traveling waves, modulated traveling waves and stationary convection successively replace each other with an increase in the control parameter (the electric Rayleigh number) proportional to the voltage on the capacitor plates. A bifurcation diagram that characterizes the intensity and phase velocity of supercritical fluid flow modes is plotted. The intensity of the stationary electroconvective flow is an order of magnitude higher than the intensity of the flow in the traveling wave mode. The influence of the grid scale on the observed regimes is studied.

Key words: charge injection, electroconvection, steady field, traveling wave, numerical simulation

1. Введение

В слабопроводящих жидкостях, помещенных в электрическое поле, благодаря различным механизмам образования в ней свободных или поляризационных зарядов, может возникать и поддерживаться электроконвекция [1–5]. Так, в случае инжекционного механизма свободный заряд появляется на границе жидкость–электрод вследствие окислительно-восстановительных электрохимических реакций [4, 6]. При этом в приграничных зонах генерируются заряды, совпадающие по знаку с зарядом электродов.

В данной статье рассматривается униполярная инжекция с катода. В этом случае находящиеся у электрода атомы нейтральной примеси захватывают электроны и становятся отрицательными ионами [7]:



где M — металлический электрод, отдающий ионной паре (X^+Y^-) электрон e , Y_{free}^- — инжектируемый ион. Зародившийся в прикатодном слое отрицательный заряд дрейфует в электрическом поле и проникает

вглубь жидкости. Далее, сила Кулона действует на распределенный в объеме заряд, и вследствие этого порождается электроконвективное течение.

В изотермической жидкости, находящейся в постоянном электрическом поле, в результате обратной бифуркации возникает стационарная электроконвекция [8, 9]. В некотором интервале изменения электрического числа Релея, зависящего от напряжения на электродах, имеется два устойчивых режима: ионная проводимость в неподвижной жидкости (conductive state) и электроконвективное течение; между ними существует гистерезисный переход.

Электроконвекция в неизотермической жидкости, благодаря взаимодействию кулоновских сил и сил плавучести, открывает дополнительные возможности. Слабопроводящие жидкости в электрическом поле демонстрируют разнообразие нелинейных электроконвективных структур, что представляет значительный интерес как с фундаментальной, так и с практической точек зрения. Здесь возможно усиление [10, 11] или ослабление [12] теплопередачи при нагреве снизу областей, заполненных жидкостью. В работах [10, 11] обнаружены только установившиеся стационарные режимы электроконвекции, однако следует отметить, что при численном моделировании на боковых границах горизонтальной электроконвективной ячейки рассматривались граничные условия Неймана для электрического потенциала, плотности заряда и температуры и непротекания по горизонтали, что заведомо исключало решения в виде бегущих волн. Хаотические колебательные течения обнаружены в [13] при нагреве замкнутой полости сбоку (сила плавучести и кулоновские силы ортогональны друг другу). Стационарная электроконвекция в широком зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами при изменении угла между радиальным электрическим полем и направлением силы тяжести изучалась в [14]. Показано, что с ростом электрического числа Релея T решение в виде конвективного факела меняется на решение в виде радиального движения с большим количеством конвективных ячеек, что значительно увеличивает теплоотдачу.

Исследование нелинейной стадии электроконвекции при нагреве сверху [7, 15, 16], проведенное в безындукционном приближении в случае, когда заряд на катоде пропорционален приложенному полю, продемонстрировало не только повышение порога для зарождения стационарной конвекции, но и возможность образования колебательной неустойчивости. В результате прямой бифуркации Хопфа рождаются волновые электроконвективные течения: стоячая волна (SW), бегущая волна (TW), модулированная бегущая волна (MTW), модулированная стоячая волна (MSW), которые могут быть реализованы в горизонтальном слое или кольцевых каналах. Такое поведение слабопроводящей жидкости связано с перераспределением заряженной примеси и в некотором смысле является аналогом конвекции бинарных смесей, в которых в результате эволюции колебательных возмущений могут возникать стационарные и волновые структуры, в том числе стоячие и бегущие волны, активно изучаемые на основе численного моделирования в [17–25].

Формирование электроконвективных структур — пример явления самоорганизации. Благодаря этому процессу электроконвекция нашла практическое применение как эффективный способ управления теплопередачей. Эксперименты [26] показывают, что число Нуссельта для теплопередачи в условиях электроконвекции может увеличиваться на порядок.

В данной работе для заполненного слабопроводящей жидкостью и нагреваемого сверху горизонтального конденсатора при численном моделировании используются периодические граничные условия, дающие возможность существования бегущих волн. Предполагается, что инжекция заряда с катода постоянна и однородна. Задача решается в полной постановке (без безындукционного приближения). Проанализированы двумерные режимы электроконвекции. Исследовано влияние внешнего электрического поля на эволюцию в межэлектродном промежутке таких электроконвективных колебательных течений, как бегущие волны, модулированные бегущие волны, смешанный режим, содержащий фазы стоячей и бегущей волн. Получена бифуркационная диаграмма решений и распределения гидродинамических и электрических полей в конденсаторе.

2. Постановка задачи

Рассматривается плоский бесконечный горизонтальный конденсатор толщиной d , заполненный вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкостью и расположенный в поле силы тяжести \mathbf{g} (далее для краткости — физическая система). Ось x направлена по верхней обкладке конденсатора, ось z — перпендикулярно ей, в слой жидкости, ось y — по нормали к плоскости $\{x, z\}$ (Рис. 1). На обкладки конденсатора подается постоянная разность потенциалов V_0 , также между ними присутствует постоянная разность температур Θ ; жидкость нагревается сверху. На верхней обкладке конденсатора, являющейся катодом, генерируется постоянный отрицательный заряд (осуществляется автономная униполярная инжекция, E — напряженность электрического поля).

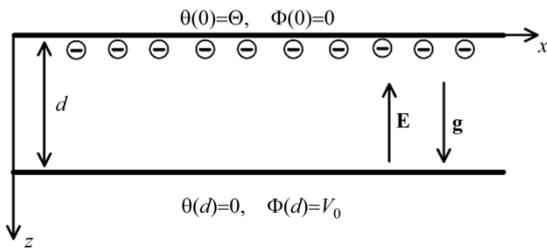


Рис. 1. Геометрия задачи и граничные условия

Жидкость обладает следующими постоянными параметрами: динамической вязкостью η , температуропроводностью χ , подвижностью зарядов K и диэлектрической проницаемостью ε . Предполагается, что плотность жидкости ρ линейно зависит от θ — отклонения температуры от средних значений: $\rho = \rho_0(1 - \beta_T \theta)$, где ρ_0 — плотность жидкости при средней температуре, $\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$ —

коэффициент объемного расширения жидкости.

Для обезразмеривания задачи используем следующие масштабы: длины — d , времени — $\frac{d^2 \rho_0}{\eta}$, скорости — $\frac{\eta}{\rho_0 d}$, температуры — Θ , давления — $\frac{\eta^2}{\rho_0 d^2}$, электрического потенциала Φ — V_0 , плотности заряда q — $\frac{\varepsilon_0 \varepsilon V_0}{d^2}$, где ε_0 — диэлектрическая постоянная. Тогда система безразмерных гидродинамических уравнений, описывающих электроконвекцию, примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - \frac{T^2}{M^2} q \nabla \Phi - \frac{Ra}{Pr} \theta \mathbf{e}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) q = \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \Phi \cdot \nabla q), \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \theta = \frac{1}{Pr} \Delta \theta, \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \Delta \Phi = -q. \end{cases} \quad (2)$$

Она состоит, соответственно, из уравнения Навье–Стокса, записанного в приближении Буссинеска (неоднородность плотности учитывается лишь в массовых силах), закона сохранения заряда, уравнения теплопроводности, условия несжимаемости жидкости, уравнения Пуассона, связывающего электрический потенциал с плотностью заряда [7, 27].

На идеально проводящих горизонтальных границах (на обкладках) выполняются условия прилипания жидкости:

$$\begin{aligned} z=0: \quad \mathbf{v} &= 0, \quad \theta = 1, \quad \Phi = 0, \quad q = C, \\ z=1: \quad \mathbf{v} &= 0, \quad \theta = 0, \quad \Phi = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

На катоде происходит автономная униполярная инжекция, что соответствует однородной и постоянной плотности заряда при $z=0$.

Система уравнений (2) и граничные условия (3) содержат следующие обозначения: t — время; \mathbf{v} — скорость жидкости; p — давление; \mathbf{e} — единичный вектор, сонаправленный с осью z . Кроме этого,

используются безразмерные параметры: число Релея $Ra = \frac{\rho_0 g \beta d^3 \theta}{\eta \chi}$; электрическое число Релея

(электроконвективный параметр) $T = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon V_0}{K \eta}$; число Прандтля $Pr = \frac{\eta}{\rho_0 \chi}$; параметр подвижности ионов

$M = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{K^2 \rho_0}}$; параметр инжекции $C = \frac{q_0 d^2}{V_0 \varepsilon_0 \varepsilon}$, где q_0 — плотность заряда, инжектируемого на катоде.

Уравнение Навье–Стокса, входящее в систему (2), содержит слагаемые, отвечающие за силу Кулона, действующую на присутствующий в жидкости отрицательный заряд, и за силу Архимеда, выталкивающую вверх расширенную за счет нагрева жидкость. В такой постановке инжекционный механизм является основным механизмом возникновения конвекции: генерируемый отрицательный заряд отталкивается от катода и увлекает за собой жидкость, а термогравитационный механизм в данной конфигурации сам по себе конвективное движение вызвать не может. Однако взаимодействие сил Кулона и Архимеда

приводит к осцилляциям и волновым течениям (горячая жидкость на катоде, увлеченная силой Кулона вниз, стремится вернуться обратно под действием силы Архимеда).

3. Метод решения задачи

В силу отсутствия анизотропии в горизонтальной плоскости можно рассмотреть случай двумерных возмущений: $\mathbf{v} = (v_x, 0, v_z)$. Такой подход позволяет применить двухполевой метод, исключаяющий из уравнения Навье–Стокса давление. Согласно методу, вводим связанные со скоростью сплошной среды функцию тока ψ и вихрь скорости ω :

$$v_x = -\frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad \omega = (\text{rot } \mathbf{v})_y. \quad (4)$$

После подстановки выражений (4) в систему (2) и математических преобразований получаем систему относительно функции тока и вихря скорости:

$$\begin{cases} \frac{\partial\omega}{\partial t} - \frac{\partial\omega}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{\partial\omega}{\partial z} \frac{\partial\psi}{\partial x} = \Delta\omega + \frac{\Gamma^2}{M^2} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} \right) - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \frac{\partial\theta}{\partial x}, & 1 \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\Gamma}{M^2} (q^2 - \nabla\Phi\nabla q), & 2 \\ \frac{\partial\theta}{\partial t} - \frac{\partial\theta}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{\partial\theta}{\partial z} \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta\theta, & 3 \\ \Delta\Phi = -q, & 4 \\ \Delta\psi = -\omega, & 5 \end{cases} \quad (5)$$

с соответствующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial z} = 0, \quad \theta = 1, \quad \Phi = 0, \quad q = C, \\ z = 1: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial z} = 0, \quad \theta = 0, \quad \Phi = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Кроме того, из-за горизонтальной бесконечности слоя на физическую систему накладываем периодические граничные условия с периодом $l=2$ (такому периоду отвечает волновое число $k=2\pi/l=\pi$, равное критическому волновому числу возникновения термогравитационной конвекции при нагреве жидкости снизу в отсутствие электрических взаимодействий):

$$F(x, z, t) = F(x+l, z, t), \quad (7)$$

где F — любая из функций системы уравнений (5).

Систему (5) с граничными условиями (6), (7) решаем численно, методом конечных разностей [9, 28]. При аппроксимации уравнения Навье–Стокса (5)₁, закона сохранения заряда (5)₂ и уравнения теплопроводности (5)₃ применяем явную схему по времени. Реализуем «переключение» между схемами против потока и схемами центральных разностей в зависимости от величины локального критерия устойчивости. Уравнения Пуассона (5)₄ и (5)₅ решаем методом последовательной верхней релаксации на каждом временном шаге. Для численного моделирования накладываем на расчетную область сетку с числом узлов 21×41 . Причина выбора именно такого ее размера обсуждается в последнем разделе данной статьи.

При анализе решений рассматриваем как локальные, так и интегральные характеристики физической системы. Основной исследуемой функцией является функция тока ψ ; в каждый момент времени в ячейке сетки оцениваем ее максимальное и минимальное значения: $\psi_{\max}(t) = \max[\psi_{i,j}(t_k)]$, $\psi_{\min}(t) = \min[\psi_{i,j}(t_k)]$, и значение в фиксированной точке $\psi_{\text{loc}}(t) = \psi(0,5; 0,5; t_k)$. Также определяем Фурье-спектр колебаний функции тока в фиксированной точке ячейки ψ_{loc} и зависимости от времени амплитуд разложения функции тока $\psi(x; 0,5; t_k)$ в ряд Фурье по горизонтальной координате x .

Волновые решения характеризуются фазовой скоростью жидкости, которая находится как производная по времени горизонтальной координаты, отвечающей максимуму функции тока в ячейке:

$$v_{ph} = \frac{dx_{(\psi=\psi_{max})}}{dt}.$$

Пространственно-временное разложение полей функции тока в ряды Фурье по пространственным гармоникам $\hat{F}_n(t)$ (например, в горизонтальном направлении в сечении, соответствующем середине высоты слоя $z = 1/2$):

$$F\left(x, z = \frac{1}{2}, t\right) = \hat{F}_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{F}_n(t) e^{iknx}, \quad (12)$$

позволяет охарактеризовать особенности различных течений жидкости. Для описания возникающих в жидкости структур в обсуждаемом случае достаточно знать информацию о первой $\hat{\psi}_1(t)$ и второй модах $\hat{\psi}_2(t)$ разложения функции тока, вклад третьей гармоники $\hat{\psi}_3(t)$ в общее решение мал (не превышает 1%).

4. Результаты исследования

Для численного моделирования физической системы использовались следующие значения безразмерных параметров: число Релея $Ra = -2500$; число Прандтля $Pr = 10$; параметр подвижности ионов M , способный принимать широкий набор значений $4 < M < 120$, взят равным 14,14 (это наиболее часто употребляемое значение [7, 9, 14, 15, 29]). Параметр $C = -0,224$ соответствует умеренной униполярной инжекции ($0,2 < C < 5$) [30]. Примерами жидкостей, свойствам которых близок приведенный набор параметров, могут служить этанол с ионами хлора [8] или циклогексан с добавлением соли триизоамиламмония перхлората и тетраметилфенилендиамина, заполняющий конденсатор с электродами из нержавеющей стали [29]. В работе [29] при изучении униполярной однородной инжекции диапазон зазоров между электродами составлял 0,1–1,5 мм, напряженность электрического поля изменялась в пределах 0–100 кВ/см. Для оценок в дальнейшем расстояние между электродами выбиралось равным 1,5 мм и напряжение между электродами 4,2 кВ ($E = 28$ кВ/см).

Исследование проводилось следующим образом: при фиксированном наборе безразмерных параметров, приведенном выше, задавалось начальное возмущение в виде двух противоположно вращающихся конвективных валов с малой амплитудой. При этом электрическое число Релея T , пропорциональное напряжению на обкладках конденсатора и являющееся в данном случае управляющим параметром, постепенно увеличивалось до тех пор, пока возмущения не начинали нарастать, а жидкость — двигаться. Далее применялся метод продолжения по параметру, позволяющий получить бифуркационную диаграмму электроконвективных течений.

Задача определения функций системы (2) в отсутствие движения жидкости (в равновесном состоянии $\partial/\partial t = 0$, $\mathbf{v} = 0$) решена аналитически. Уравнение теплопроводности в этом случае сводится к тривиальному дифференциальному уравнению для отклонения температуры от среднего значения в виде линейной зависимости: $\theta_0 = 1 - z$. Равновесные распределения заряда q_0 и потенциала Φ_0 записываются так:

$$q_0 = \frac{3\bar{C}^2 (2\bar{C}z + 1)^{-1/2}}{1 - (2\bar{C} + 1)^{3/2}}, \quad (13)$$

$$\Phi_0 = \frac{1 - (2\bar{C}z + 1)^{3/2}}{1 - (2\bar{C} + 1)^{3/2}},$$

где параметр \bar{C} связан с величиной инжектируемого заряда, $C = 3\bar{C}^2 / (1 - (2\bar{C} + 1)^{3/2})$. Таким образом, для каждого рассматриваемого значения C можно численно находить значение коэффициента \bar{C} . К примеру, используемому в данной работе значению $C = -0,224$ соответствует $\bar{C} = 0,25$.

4.1. Смешанный режим M

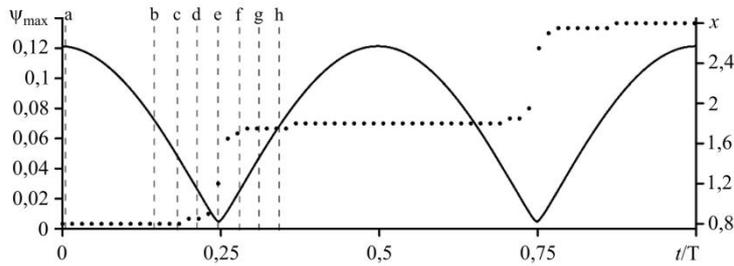


Рис. 2. Зависимости от времени максимального значения функции тока в ячейке (сплошная линия) и его x -координаты (пунктирная линия) в смешанном режиме M; $T = 6815$; буквами a, b, ..., h обозначены характерные моменты времени, в которые получены распределения функции тока

друг друга. Большую часть периода колебаний жидкость существует в форме стоячих волн. В момент максимума интенсивности конвекции в ячейке присутствуют два симметричных конвективных вала, закрученных в противоположные стороны (момент времени a на Рис. 2 и отвечающее ему распределение на Рис. 3). Центр конвективного вала, вращающегося против часовой стрелки, имеет горизонтальную координату $x = 0,85$, центр вращающегося по часовой стрелке вала — $x = 1,85$. Затем интенсивность конвекции в валах начинает уменьшаться (см. моменты времени c–e на Рис. 2 и соответствующие распределения на Рис. 3) и достигает некоторого малого значения ($\psi_{\max} = 0,005$ при времени e Рис. 2). Это отличает смешанный режим от «чистых» стоячих волн, при которых интенсивность конвекции в ячейке упала бы до нуля, а затем валы просто поменялись местами. Кроме того, резкое увеличение координаты максимума функции тока со значения $x = 0,85$ в момент времени d до значения $x = 1,85$ в момент f на рисунке 2 и эволюция соответствующих распределений функции тока на рисунке 3 подтверждают, что в этой части смешанного режима проявляется бегущая волна. Вблизи малого значения интенсивности конвекции жидкость как единое целое продвигается в горизонтальном направлении, и именно таким образом валы сменяют друг друга. Еще одним признаком наличия бегущей волны служит искривление границ между областями положительных и отрицательных значений функции тока (см. моменты d–f на Рис. 3). В момент времени g закрученный против часовой стрелки конвективный вал располагается в правой части ячейки, а противоположный вал — в левой. Вновь наступает фаза стоячей волны. Интенсивность конвекции увеличивается до некоторого максимального значения при $t/T = 0,5$. Легко представить эволюцию поля функции тока за полупериод $0,5 < t/T < 1$, если на рисунке 3 мысленно поменять местами области ее положительных и отрицательных значений.

При последовательном увеличении электрического числа Релея T от значений для области неподвижной жидкости (малые колебания затухают) до $T = T_{cl} = 6805$ благодаря прямой бифуркации Хопфа возникает конвекция в виде смешанного режима M (Mixed).

Данный режим назван так вследствие того, что является комбинацией режима стоячих волн и режима бегущих волн, которые периодически сменяют

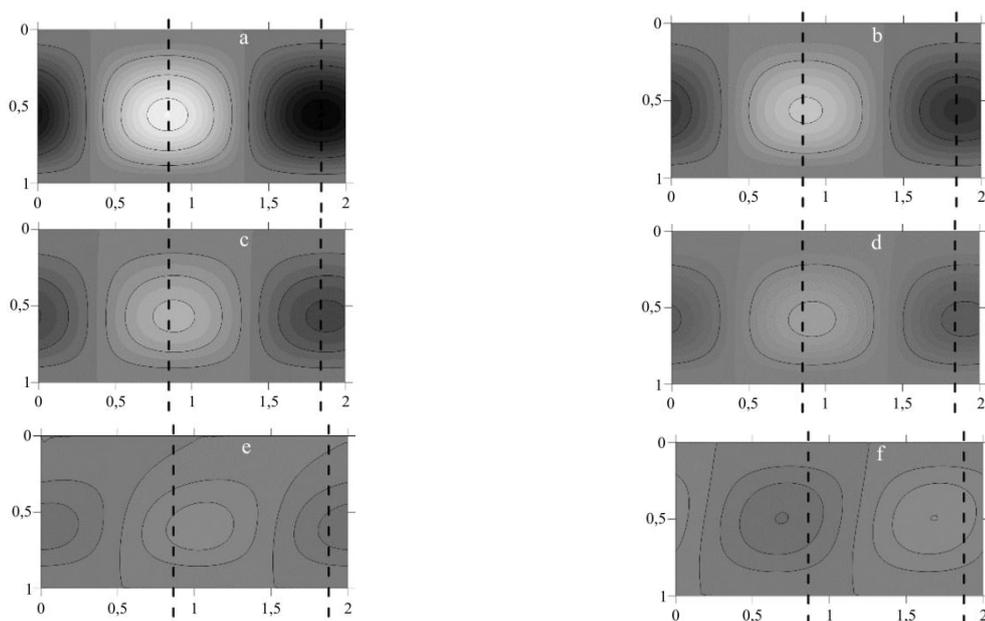


Рис. 3. Распределения функции тока в ячейке при смешанном режиме M при $T = 6815$ в моменты времени a–h, выделенные на рисунке 2; единая шкала изменения функции тока ψ

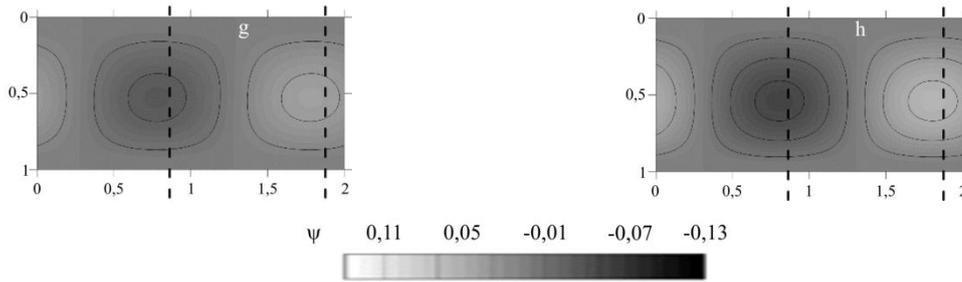


Рис. 3. Продолжение

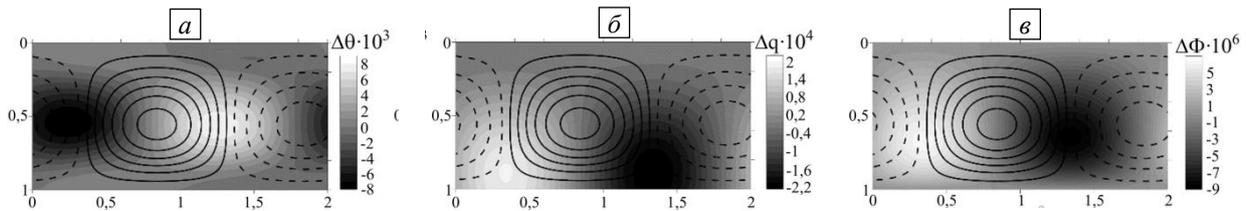


Рис. 4. Распределения в ячейке отклонений от равновесных значений: температура (а), плотность заряда (б), электрический потенциал (е), в смешанном режиме М в момент времени а (см. Рис. 2); $T = 6815$; показаны изолинии функции тока (сплошная линия – положительные значения, штриховая – отрицательные)

Распределения прочих функций физической системы приведены на рисунке 4. Как можно видеть, заряд и потенциал в смешанном режиме при отсутствии движения жидкости отклоняются от своих значений крайне слабо.

При увеличении электрического числа Релея T максимальная амплитуда колебаний жидкости в ячейке растет, а при значении $T = T_{C2} = 6818$ в жидкости устанавливается режим бегущих волн TW.

4.2. Режим бегущих волн TW

Режим бегущих волн (TW — Traveling Wave) является основным режимом электроконвекции в надкритической области электрического числа Релея, и существует при $T \in [T_{C2} = 6818, T_{C3} = 7037]$. В результате эволюции начального возмущения случайным образом может сформироваться волна, бегущая как вправо, так и влево, что соответствует симметрии задачи (5) относительно инверсии направления x . Поскольку в работе используется метод продолжения по параметру, то с ростом электрического числа Релея подробно исследовалась волна, бегущая влево.

В режиме бегущих волн в ячейке одновременно существует два конвективных вала, вращающихся в противоположные стороны, и движущихся в горизонтальном направлении с постоянной фазовой скоростью, о чем свидетельствует линейный характер зависимости координаты максимума функции тока от времени (Рис. 5). Интенсивность конвекции в валах остается постоянной. Распределения некоторых функций в ячейке представлены на рисунке 6.

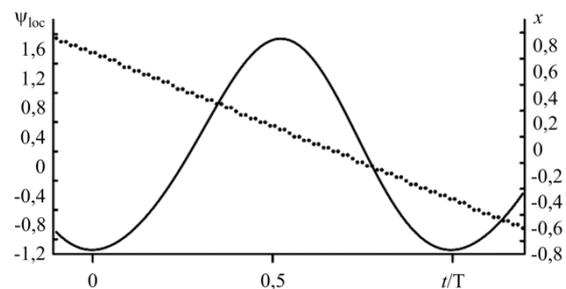


Рис. 5. Зависимость от времени значения функции тока в фиксированной точке ячейки Ψ_{loc} (сплошная линия) и x -координаты максимума функции тока в ячейке (пунктирная линия) в режиме TW; $T = 6950$

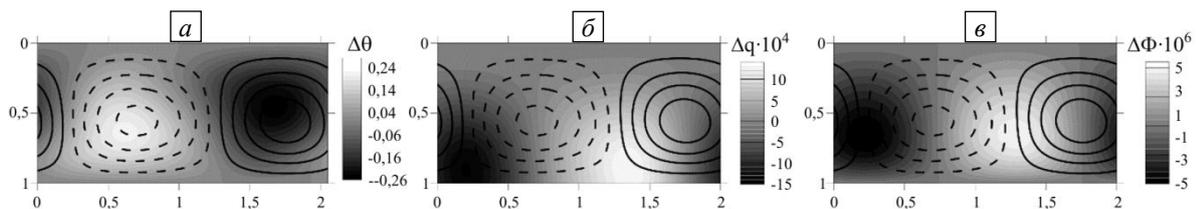


Рис. 6. Распределения отклонений от равновесных значений: температура (а), плотность заряда (б), электрический потенциал (е), в режиме бегущих волн TW в момент времени, соответствующий левой вертикальной оси рисунку 5; $T = 6950$; показаны изолинии функции тока (сплошная линия – положительные значения, штриховая – отрицательные)

Для лучшего понимания пространственных распределений характеристик физической системы в режиме бегущей волны в определенный момент времени сделан разрез, проходящий по середине высоты ячейки, и найдены распределения функций, характеризующих течение (за исключением вихря скорости) (Рис. 7). Как можно видеть, отклонения параметров (температуры, заряда и потенциала) от равновесных значений в целом соответствуют распределению в пространстве конвективных валов. Отклонения заряда и потенциала почти максимальны и положительны вблизи координаты ($x=1,15$), где функция тока, увеличиваясь, проходит через ее нулевое значение. При этом жидкость под действием силы Кулона на избыточный положительный заряд движется вверх, к катоду. С другой стороны, отклонения заряда и потенциала отрицательны вблизи координаты ($x=0,05$), где сила Кулона и скорость жидкости направлены от катода. Стоит отметить, что потенциал возмущается крайне слабо. Экстремальные отклонения температуры от равновесия немного смещены относительно центров конвективных валов: например, в центре закрученного против часовой стрелки конвективного вала (штриховые линии) содержится более нагретая жидкость. Наблюдается некоторая асимметрия вращения соседних конвективных валов: распределение модуля скорости в ячейке имеет два экстремума, меньший из которых соответствует движению жидкости в направлении нагретого катода (когда сила Кулона и сила плавучести противоположны друг другу), а больший — движению жидкости в направлении от катода (когда силы плавучести и Кулона сонаправлены).

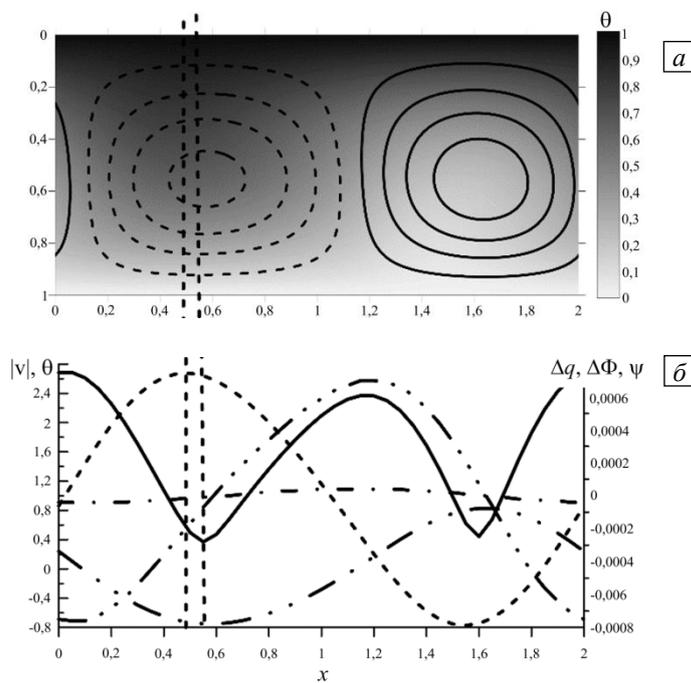


Рис. 7. Режим бегущих волн (TW) при $T = 6950$ в момент времени, соответствующий левой вертикальной оси рисунка 5; (а) – распределение температуры в ячейке и изолинии функции тока ψ (сплошные линии – положительные значения, штриховые – отрицательные); (б) – графики функций, характеризующих течение в зависимости от горизонтальной координаты x , в сечении, расположенном на середине высоты ячейки: $|v|$ – модуля скорости жидкости (сплошная линия), θ – температуры (штриховая линия), отклонений от равновесных распределений заряда Δq (штрихпунктирная линия с тремя точками) и электрического потенциала $\Delta\Phi$ (штрихпунктирная линия), функции тока ψ (штрихпунктирная линия с двумя точками); зависимость температуры построена в условном масштабе (то есть абсолютные значения отклонения температуры не соотносятся с абсолютными значениями ни функции тока, ни электрических характеристик)

Экстремумы горизонтальных распределений различных функций в ячейке не совпадают друг с другом. Особенно это проявляется у температуры: максимум ее значения (координата $x = 0,45$, левая вертикальная штриховая линия на Рис. 7) расположен левее центра конвективного вала, закрученного против часовой стрелки ($x = 0,55$, правая вертикальная штриховая линия на Рис. 7). С учетом того, что жидкость в ячейке как единое целое движется справа налево, можно заключить: изменение температуры опережает по фазе изменение функции тока чуть больше чем на π , а возмущения заряда и потенциала опережают изменение функции тока приблизительно на $\pi/2$.

Коэффициенты трех гармоник разложения горизонтального распределения функции тока в ряд Фурье представлены в виде зависимостей от времени и фазовых траекторий (параметрическая зависимость между мнимой и действительной частями гармоник) на рисунке 8. Коэффициенты разложения функции тока в ряд Фурье, конечно, будут зависеть от времени, поскольку жидкость в конденсаторе вместе с конвективными валами движется в горизонтальном направлении. Однако по значениям максимумов гармонических коэффициентов можно заключить, что в режиме бегущих волн доминирует именно первая гармоника, ее максимальные значения более чем в 10 раз превышают значения второй гармоники. По фазовым траекториям же можно понять, что первая гармоника меняется со временем по гармоническому закону, а вот вторая и третья — по ангармоническому. Но именно их вклад в конечном итоге и приводит к появлению слабой, почти незаметной асимметрии в пространственном распределении конвективных валов.

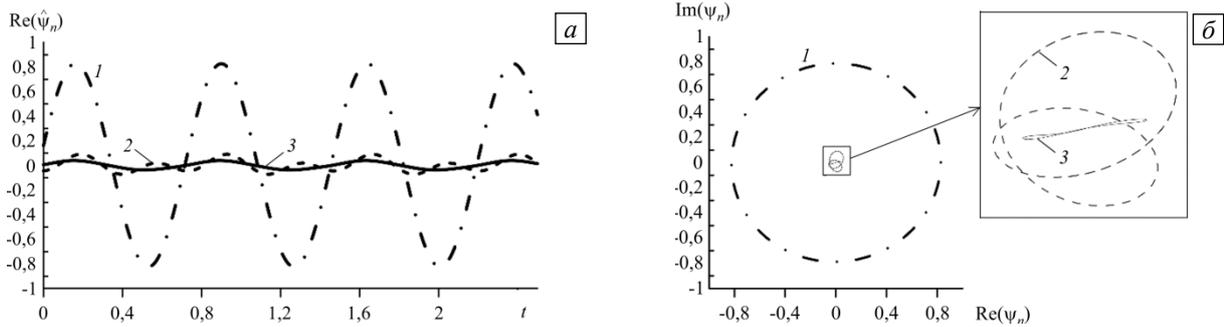


Рис. 8. Зависимость от времени коэффициентов первых трех гармоник разложения в ряд Фурье функции тока в горизонтальном разрезе (а) и фазовые траектории (б) в режиме бегущих волн, $T = 6950$

4.3. Режим модулированных бегущих волн MTW

При дальнейшем увеличении электрического числа Релея T и превышении им значения $T_{c3} = 7037$

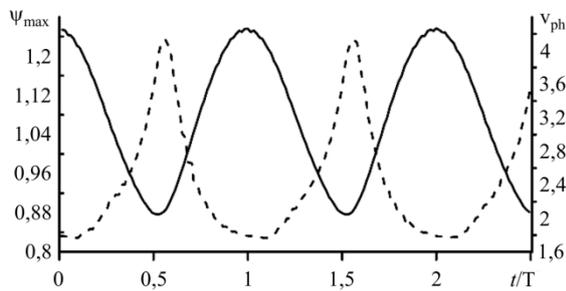


Рис. 9. Зависимость от времени значения функции тока в фиксированной точке ячейки ψ_{max} (сплошная линия) и фазовой скорости v_{ph} максимума функции тока в ячейке (штриховая линия) в режиме MTW; $T = 7050$

в системе возникает режим модулированных бегущих волн (MTW — Modulated Traveling Wave). Он похож на режим бегущих волн (режим TW), так как в ячейке присутствуют два конвективных вала, закрученных в противоположные стороны и двигающихся в горизонтальном направлении. Но, в отличие от режима TW, в режиме MTW интенсивность конвекции в валах и скорость перемещения максимума и минимума функции тока в ячейке начинают зависеть от времени по некому периодическому закону. Как видно на рисунке 9, максимуму интенсивности конвекции в конвективном вале соответствует минимум его горизонтальной скорости, и наоборот. Кроме того, появляется асимметрия

в конвективных валах: один из валов периодически расширяется и интенсивность конвекции в нем падает; второй, наоборот, сжимается и жидкость в нем начинает течь быстрее (Рис. 10а). После этого начинает расширяться второй вал, и так далее. Для режима MTW также получены графики функций системы в вертикальной плоскости $\{x, z\}$ (Рис. 10б).

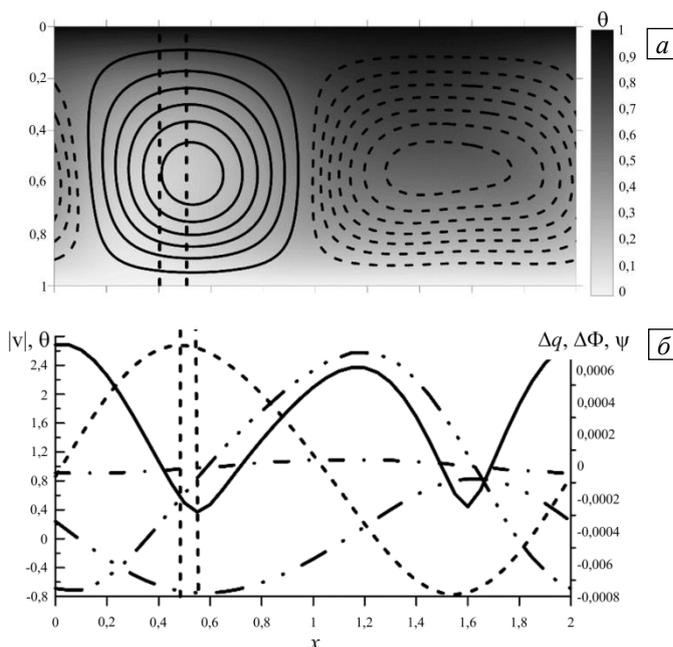


Рис. 10. Режим модулированных бегущих волн (MTW) в момент времени, соответствующий левой вертикальной оси рисунка 9, $T = 7050$: (а) – распределение температуры в ячейке и изолинии функции тока ψ (сплошная линия – положительные значения, штриховая – отрицательные); (б) – графики функций, характеризующих течение, в зависимости от горизонтальной координаты x , в сечении, расположенном на середине высоты ячейки: $|v|$ – модуля скорости жидкости (сплошная линия), θ – температуры (штриховая линия), отклонений от равновесных распределений заряда Δq (штрихпунктирная линия с тремя точками), электрического потенциала $\Delta\Phi$ (штрихпунктирная линия с двумя точками); зависимость температуры построена в условном масштабе

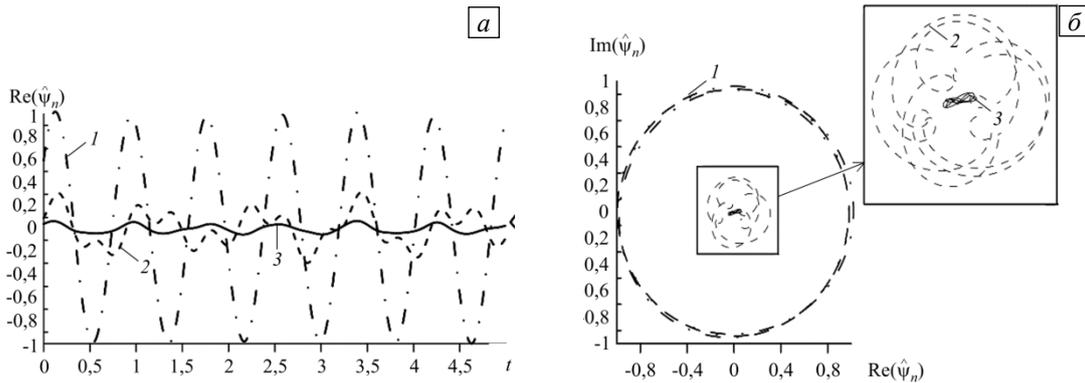


Рис. 11. Зависимость от времени коэффициентов трех первых гармоник разложения в ряд Фурье функции тока в горизонтальном разрезе (а) и фазовые траектории (б) в режиме модулированных бегущих волн, $T = 7050$

Хотя сдвиги фаз в пространственных распределениях функций качественно не меняются в сравнении с режимом TW, тем не менее асимметрия противоположно вращающихся валов становится заметной у всех функций, характеризующих решение в виде модулированной бегущей волны.

Коэффициенты при пространственных гармониках функции тока представлены на рисунке 11. Как видно из графиков, в режиме MTW большую роль начинает играть вторая гармоника, ее максимальное значение всего в три раза меньше максимального значения первой гармоники. Помимо всего прочего, амплитуда первой гармоники в этом случае начинает зависеть от времени. Судя по всему, появление сильной второй гармоники в колебаниях исследуемой физической системы и приводит к значительной асимметрии в пространственном распределении функций.

Для экспериментального наблюдения и изучения конвективных бегущих волн, например, в смесях спирт–вода, используются кольцевые каналы [20, 21]. Это важно, так как у конвекции в бинарной смеси и электроконвекции в жидкости существуют общие черты: 1) конвективный перенос примеси (заряда) конкурирует с другими механизмами переноса (термодиффузией нейтральной примеси по направлению градиента температуры или противоположно ему, дрейфом зарядов в электрическом поле); 2) конвекция может возникать колебательным образом, в результате эволюции формируется бегущая волна.

Геометрия кольцевых каналов трехмерна, но в каналах большого радиуса $R \gg d$ длиной $L = 2\pi R$ и шириной $1,3d \div 3d$ [21] реализуются квазидвумерные режимы конвекции бинарной смеси в виде бегущих валов, оси которых перпендикулярны боковым границам. Полученные при численном моделировании бегущих волн в горизонтальном слое бифуркационные диаграммы решений и распределения примеси [21, 22] находятся в хорошем соответствии с экспериментальными результатами для кольцевых [21] и прямоугольных каналов [23]. При ширине канала, большей $3d$, квазидвумерные валы разрушаются из-за трехмерных неустойчивостей [24]. В узких каналах влияние боковых границ настолько велико [25], что результаты существенно расходятся с предсказанными численным расчетом.

Для экспериментальной проверки этих выводов из анализа двумерных структур рассмотрим волновое движение в кольцевом канале длиной $L = ml \gg 1$, где m — целое число (размерная длина $L = 2\pi md \gg d$). При небольших надкритичностях параметра T подбором L можно добиться, чтобы волновые возмущения с пространственными периодами $l_1 \neq l$, удовлетворяющими условию $L = m_1 \cdot l_1$, затухали (находились под нейтральной кривой $T(k)$). Для циклогексана с добавками солей [29] (при $\varepsilon = 2,2$; $K = 1,2 \cdot 10^{-8}$ см²/В; $\eta = 0,979 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $V_0 = 4,2$ Кв) получим электрическое число Релея, равное $T = 6960$, что соответствует интервалу значений T , в котором численное моделирование предсказывает существование бегущей волны. Таким образом, в геометрии кольцевых каналов шириной $1,3d \div 3d$ и большим отношением радиуса к высоте следует ожидать появления волновых течений.

4.4. Режим стационарной конвекции SOC

Область существования надкритических режимов заканчивается при $T > T_{C4} = 7061$. При значениях электрического числа Релея, превышающих этот порог, надкритические слабоинтенсивные режимы конвекции теряют

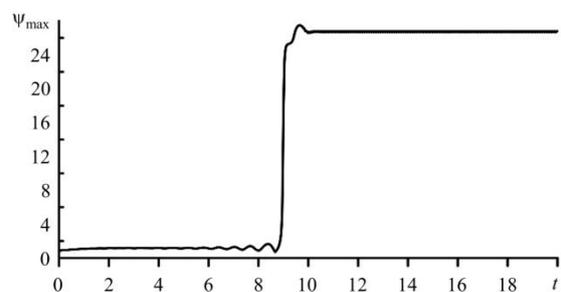


Рис. 12. Зависимость от времени максимального значения функции тока ψ_{\max} при $T = 7070$; переход от режима MTW к режиму SOC

устойчивость, и в системе скачкообразно происходит переход к режиму стационарной конвекции (SOC — Steady Overturning Convection) (Рис. 12). Данный режим отличается, во-первых, степенью интенсивности конвекции, которая в десятки раз выше, чем в надкритических режимах, рассмотренных ранее, а во-вторых, стационарностью в том смысле, что все рассматриваемые функции физической системы обладают постоянными во времени значениями. В ячейке располагаются два зеркально-симметричных конвективных вала, закрученных в противоположные стороны.

4.5. Бифуркационная диаграмма режимов движения жидкости

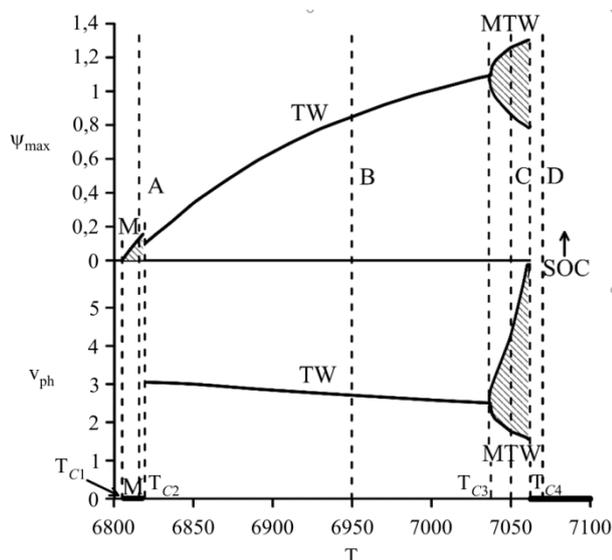


Рис. 13. Бифуркационная диаграмма режимов электроконвекции: верхний график – зависимость максимального значения функции тока, нижний график – зависимость фазовой скорости бегущей волны; области соответствуют разделам данной статьи: А – 4.1, В – 4.2, С – 4.3, D – 4.4

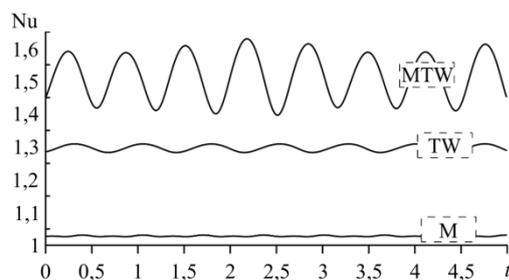


Рис. 14. Эволюция числа Нуссельта в смешанном режиме (M), режиме бегущих волн (TW) и режиме модулированных бегущих волн (MTW)

Бифуркационная диаграмма в этом случае содержит решения не только в виде бегущих волн, но и устойчивые решения для модулированных стоячих волн, которые в обсуждаемой здесь задаче отсутствуют. Следует отметить, что в обеих задачах (с постоянной инъекцией и с инъекцией, зависящей от электрического поля) на бифуркационной диаграмме есть общие особенности. Волновые режимы электроконвекции появляются в результате прямой бифуркации, а при достаточно больших значениях электрического числа Релея волновые решения становятся неустойчивыми, и возникает интенсивная стационарная электроконвекция.

5. Влияние расчетной сетки на электроконвективные численные решения

Сетка с числом узлов 21×41 , использовавшаяся для дискретизации расчетной области в основной части исследования, была выбрана не случайно: в задаче об электроконвекции, когда инжестированный заряд зависит от напряженности поля на электроде, рассматриваемой в безындукционном приближении

В результате исследования построена бифуркационная диаграмма режимов течения жидкости в зависимости от электрического числа Релея (Рис. 13). На диаграмме видно, что при увеличении электрического числа Релея в режиме TW интенсивность вращения жидкости в конвективных валах возрастает, а скорость горизонтального движения падает, в режиме же MTW растет амплитуда модуляций характеристик конвективного режима до тех пор, пока режим устойчив. Заштрихованные области означают, что при таких значениях управляющего параметра соответствующие характеристики системы с течением времени могут принимать значения из всего заштрихованного диапазона (проявляется временная модуляция параметров).

Изменение числа Нуссельта, которое характеризует соотношение между интенсивностью теплообмена за счет конвекции и интенсивностью теплообмена за счет теплопроводности (в условиях неподвижной среды) со временем для разных волновых режимов (разрезы А–С на Рис. 13) представлено на рисунке 14. Отметим, что средние по времени теплотокеты в этих режимах: $Nu_M = 1,03$ (разрез А), $Nu_{TW} = 1,28$ (разрез В), $Nu_{MTW} = 1,51$ (разрез С), значительно ниже теплотокета для стационарной электроконвекции $Nu_{SOC} = 7,48$.

Ранее электроконвекция в слабопроводящей жидкости рассматривалась при нагреве сверху и униполярной инъекции, зависящей от напряженности электрического поля: $q(z=0) = AE_z$ [7].

[7, 14, 15], показано, что измельчение сетки не приводит к качественному изменению бифуркационной диаграммы. Обсудим, как влияет число узлов сетки на характер решений. Далее в расчетах, кроме основной сетки (21×41 узел), применялись более подробные, с числом узлов 31×61 и 41×81.

5.1. Пороги волнового и стационарного конвективных режимов

Значения, при которых возникает колебательная конвекция в неподвижной жидкости (электрическое число Релея T_{C1} , Рис. 13) или происходит переход к высокоинтенсивному режиму стационарной конвекции (SOC, электрическое число Релея T_{C4} , Рис. 13) для сеток 21×41 и 31×61 узлов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Критические значения управляющего параметра T на разных сетках

| Состояние системы \ Размер сетки | 21×41 | 31×61 | Относительная погрешность решения 2, % |
|----------------------------------|------------|------------|--|
| | Значение 1 | Значение 2 | |
| Возникновение конвекции | 6805 | 6857 | <1 |
| Переход к SOC | 7061 | 7050 | <1 |

5.2. Режим бегущих волн TW

При изучении влияния числа узлов сетки на режим бегущих волн использовалось значение $T=6950$, соответствующее бегущим волнам на «грубой» сетке — сетке с числом узлов 21×41. Если взять вычисленные на ней распределения функций и пересчитать их для сетки с более мелким шагом с помощью метода продолжения по параметру, то можно получить зависимости от времени функций исследуемой системы на измельченных сетках: 31×61 и 41×81 узел.

Как видно из рисунка 15, режим бегущих волн сохраняется и при более подробных сетках. Максимальное и минимальное значения функции тока в ячейке остаются практически постоянными, а значение функции тока в конкретной точке ячейки меняется гармонически, что соответствует бегущей волне или горизонтальному движению жидкости с постоянной скоростью. Фурье-спектры зависимостей значения функции тока в точке ячейки для разных сеток (см. Рис. 16) также практически совпадают. При измельчении сетки незначительно уменьшается интенсивность конвекции в расчетной ячейке (падает максимальное значение функции тока) и едва заметно возрастает скорость горизонтального движения жидкости.

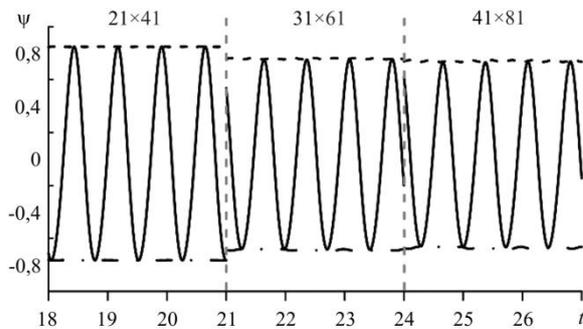


Рис. 15. Зависимости от времени значений функции тока на различных сетках в режиме TW при $T=6950$: ψ_{max} (штриховая линия), в фиксированной точке ячейки ψ_{loc} (сплошная линия) и ψ_{min} (штрихпунктирная линия)

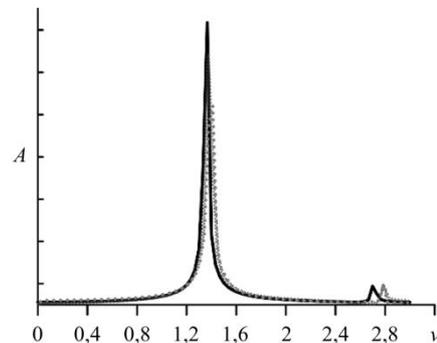


Рис. 16. Фурье-спектры зависимостей значения функции тока в фиксированной точке ячейки ψ_{loc} на сетках с разным числом узлов: 21×41 (сплошная линия), 31×61 (волнистая), 41×81 (кружки)

Распределения в ячейке функции тока, отклонений от равновесных значений заряда и температуры θ при разных сетках представлены на рисунке 17. Данные распределения практически идентичны для каждого числа узлов, и даже на самой грубой сетке 21×41 узел на одну пространственную структуру функций приходится более десяти узлов сетки.

Сравнение количественных характеристик (максимального и минимального значений функции тока в ячейке, фазовой скорости горизонтального движения жидкости) в режиме TW при разных сетках приведено в таблице 2.

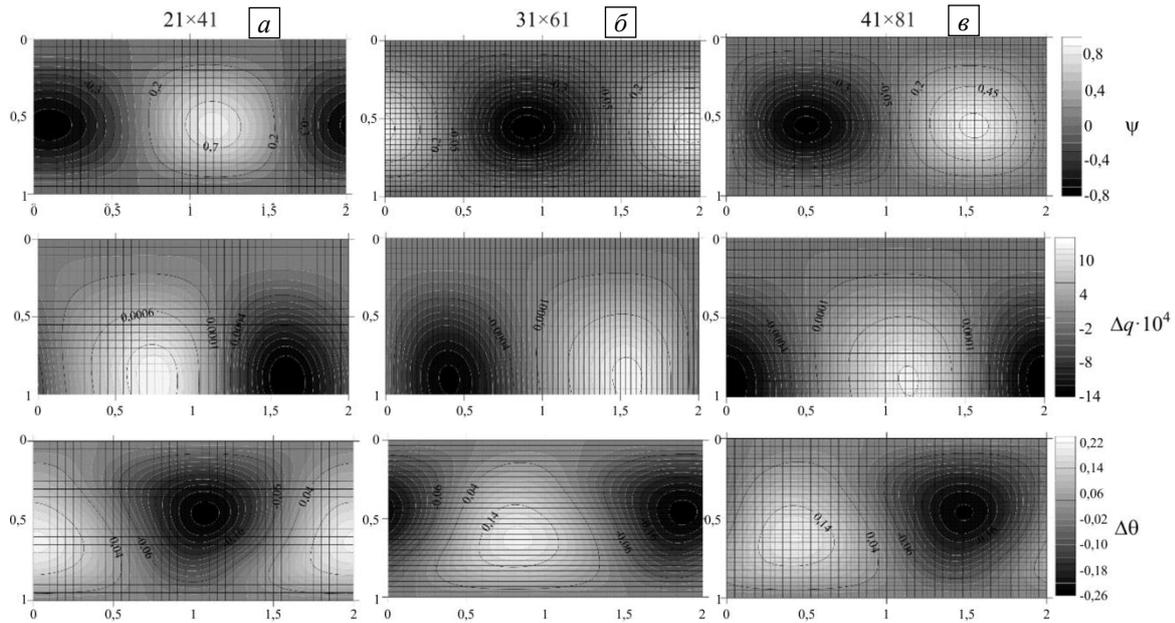


Рис. 17. Распределения в ячейке функции тока ψ , отклонений от равновесных значений заряда Δq и температуры θ при разных сетках, число узлов: 21×41 (а); 31×61 (б); 41×81 (в); черная сетка соответствует сетке численного метода; $T = 6950$

Таблица 2. Характеристики бегущей волны при разных сетках, $T = 6950$

| Размер сетки | 21×41 | 31×61 | | 41×81 | |
|----------------|------------|------------|---|------------|---|
| Характеристика | Значение 1 | Значение 2 | Относительная погрешность значения 2, % | Значение 3 | Относительная погрешность значения 3, % |
| ψ_{\max} | 0,847 | 0,756 | ≈11 | 0,743 | ≈11 |
| ψ_{\min} | -0,767 | -0,689 | ≈10 | -0,671 | ≈13 |
| $ v_{ph} $ | 2,72 | 2,74 | ≈1 | 2,82 | ≈4 |

5.3. Режим модулированных бегущих волн MTW

Исследован режим MTW при $T = 7040$ как на «грубой» сетке 21×41 узлов, так и на измельченной, содержащей 31×61 узлов; рассмотрены: модуляция максимального и минимального значений функции в ячейке (Рис. 18), модуляции интенсивности конвекции в валах. В Фурье-спектре значения функции тока в точке ячейки появляется дополнительная частота, соответствующая модуляции колебаний (Рис. 19).

Если сравнивать режим MTW на разных сетках, то можно заметить, что при примерно одинаковых максимальной и минимальной возможных интенсивностях конвекции с переходом от крупной сетки

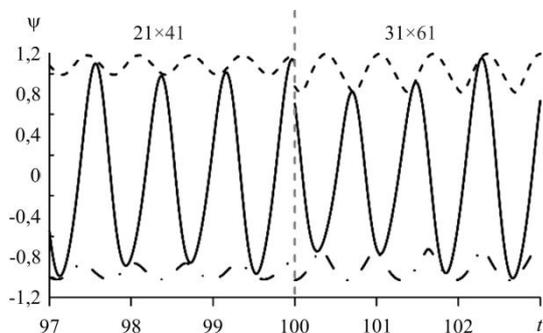


Рис. 18. Зависимости от времени значений функции тока: ψ_{\max} (штриховая линия), в фиксированной точке ячейки ψ_{loc} (сплошная линия) и ψ_{\min} (штрихпунктирная линия) на разных сетках в режиме MTW, $T = 7040$

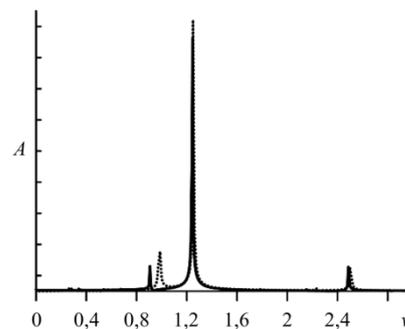


Рис. 19. Фурье-спектры зависимостей значения функции тока в фиксированной точке ячейки ψ_{loc} в режиме MTW при $T = 7040$ на разных сетках, число узлов: 21×41 (сплошная линия), 31×61 (пунктирная)

к мелкой больше становится амплитуда колебаний максимального и минимального значений функции тока, увеличивается частота модуляции, фазовая скорость жидкости меняется с большей амплитудой. Распределения же функций системы при модулированной бегущей волне в ячейке, как и в случае бегущей волны, практически идентичны на обеих сетках (Рис. 20). Для сравнения количественных характеристик (максимального и минимального значений функции тока в ячейке, минимальной и максимальной фазовой скорости горизонтального движения жидкости) в режиме MTW при разных сетках информация представлена в таблице 3.

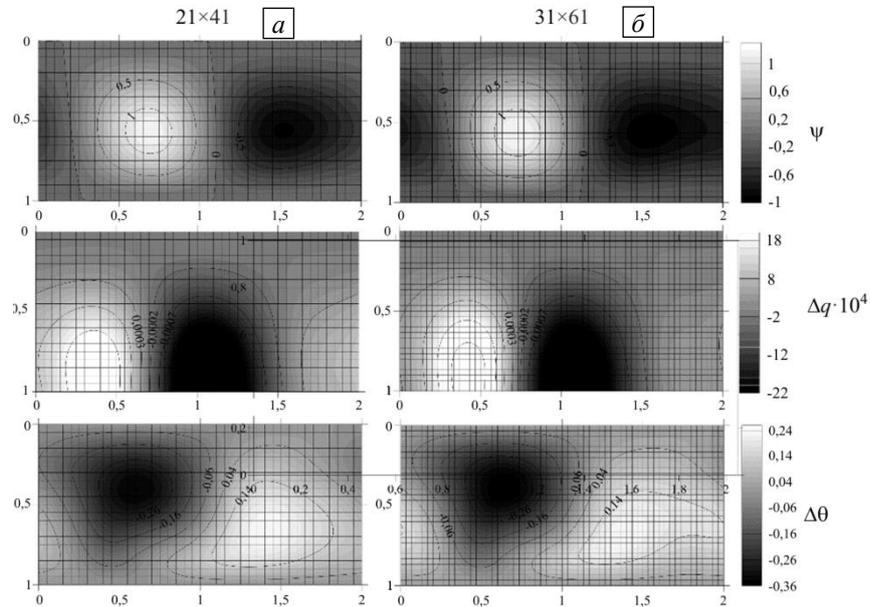


Рис. 20. Распределения в ячейке функции тока ψ , отклонений от равновесных значений заряда Δq и температуры θ при разных сетках, число узлов: 21×41 (а), 31×61 (б); $T = 7040$

Таблица 3. Сравнение характеристик модулированной бегущей волны на грубой и измельченной сетке, $T = 7050$

| Размер сетки | 21×41 | 31×61 | Относительная погрешность значения 2, % |
|----------------------------|----------------|----------------|---|
| Характеристика | Значение 1 | Значение 2 | |
| ψ_{\max} среднее | 1,09 | 0,98 | ≈ 10 |
| ψ_{\max} максимальное | 1,18 | 1,20 | ≈ 2 |
| ψ_{\max} минимальное | 0,99 | 0,81 | ≈ 4 |
| ψ_{\min} среднее | -0,95 | -0,87 | ≈ 8 |
| ψ_{\min} максимальное | -0,86 | -0,72 | ≈ 16 |
| ψ_{\min} минимальное | -1,02 | -1,03 | \approx |
| $ v_{ph} $ максимальное | 3,2 | 3,8 | ≈ 19 |
| $ v_{ph} $ минимальное | 2,2 | 1,8 | ≈ 18 |

6. Заключение

В результате численного моделирования на основе метода конечных разностей проанализирована эволюция двумерных режимов электроконвекции (смешанного режима, режимов бегущих волн, модулированных бегущих волн, стационарного режима), возникающих в нагреваемом сверху конденсаторе, заполненном слабопроводящей жидкостью. Предполагается, что свободный заряд образуется за счет автономной униполярной постоянной инжекции с катода.

Построена бифуркационная диаграмма решений и поля функции тока, температуры, заряда и потенциала для рассмотренных режимов. Смешанный колебательный режим большую часть периода представляет собой стоячую волну, которая дважды за период кратковременно переходит в бегущую волну, смещающую конвективную структуру в горизонтальном направлении на половину пространственного периода. Показано, что в режиме бегущей волны (TW) увеличение электроконвективного параметра T , характеризующего влияние электрического поля на заряженную

жидкость, приводит к росту максимального значения функции тока, а следовательно, к увеличению интенсивности конвективного перемешивания жидкости; фазовая скорость горизонтального движения волны при этом уменьшается. При некотором критическом значении электроконвективного параметра T происходит переход к модулированной бегущей волне (в режим МТВ), а затем — в режим стационарной конвекции (SOC).

Изучено влияние числа узлов расчетной сетки на характеристики электроконвективных режимов. Показано, что решения, полученные на грубой расчетной сетке (21×41) хорошо воспроизводятся на более подробных сетках.

Литература

1. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 322 с.
2. *Gross M.J., Porter J.E.* Electrically induced convection in dielectric liquids // *Nature*. 1966. Vol. 212. P. 1343-1345. <https://doi.org/10.1038/2121343a0>
3. *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь Э.И.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
4. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1989. 173 с.
5. *Smorodin B.L., Gershuni G.Z., Velarde M.G.* On the parametric excitation of thermoelectric instability in a liquid layer open to air // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1999. Vol. 42. P. 3159-3168. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(98\)00351-2](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(98)00351-2)
6. *Pontiga F., Castellanos A.* Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient // *Phys. Fluids*. 1994. Vol. 6. P. 1684-1701. <https://doi.org/10.1063/1.868231>
7. *Мордвинов А.Н., Смородин Б.Л.* Электроконвекция при инжекции с катода и нагреве сверху // *ЖЭТФ*. 2012. Т. 141, № 5. С. 997-1005. (English version <https://doi.org/10.1134/S1063776112030181>)
8. *Lacroix J.C., Atten P., Hopfinger E.J.* Electro-convection in a dielectric liquid layer subjected to unipolar injection // *J. Fluid Mech.* 1975. Vol. 69. P. 539-563. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001553>
9. *Верецага А.Н., Тарунин Е.Л.* Надкритические режимы униполярной конвекции в замкнутой полости // Численное и экспериментальное моделирование гидродинамических явлений в невесомости / Под ред. В.А. Бриксмана. Свердловск: УрО АН СССР, 1988. С. 93-99.
10. *Traore Ph., Perez A.T., Koulova D., Romat H.* Numerical modelling of finite-amplitude electro-thermo-convection in a dielectric liquid layer subjected to both unipolar injection and temperature gradient // *J. Fluid Mech.* 2010. Vol. 658. P. 279-293. <https://doi.org/10.1017/S0022112010001709>
11. *Wu J., Traore P.* A finite-volume method for electro-thermoconvective phenomena in a plane layer of dielectric liquid // *Numer. Heat Tran.* 2015. Vol. 68. P. 471-500. <https://doi.org/10.1080/10407782.2014.986410>
12. *Li T.-F., Luo K., Yi H.-L.* Suppression of Rayleigh-Bénard secondary instability in dielectric fluids by unipolar charge injection // *Phys. Fluids*. 2019. Vol. 31. 064106. <https://doi.org/10.1063/1.5100124>
13. *Selvakumar R.D., Wu J., Huang J., Traoré P.* Electro-thermo-convection in a differentially heated square cavity under arbitrary unipolar injection of ions // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2021. Vol. 89. 108787. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2021.108787>
14. *Wu J., Traore P., Zhang M., Perez A.T., Vazquez P.A.* Charge injection enhanced natural convection heat transfer in horizontal concentric annuli filled with a dielectric liquid // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2016. Vol. 92. P. 139-148. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.088>
15. *Ильин В.А., Александрова В.Н.* Волновые режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции заряда в постоянном электрическом поле // *ЖЭТФ*. 2020. Т. 157, № 2. С. 349-356. <https://doi.org/10.31857/50044451020020133>
16. *Смородин Б.Л.* Волновые режимы электроконвекции при инжекции с катода и нагреве сверху // *ЖЭТФ*. 2022. Т. 161, № 1. С. 137-148. <http://dx.doi.org/10.31857/S0044451022010126>
17. *Smorodin B.L., Cherepanov I.N.* Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity // *Eur. Phys. J. E*. 2014. Vol. 37. 118. <http://dx.doi.org/10.1140/epje/i2014-14118-x>
18. *Черепанов И.Н.* Течение коллоида в горизонтальной ячейке при подогреве сбоку // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2016. Т. 9, № 2. С. 135-144. <http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2016.9.2.12>
19. *Любимова Т.П., Зубова Н.А.* Возникновение и нелинейные режимы конвекции трехкомпонентной смеси в прямоугольной области пористой среды с учетом эффекта Core // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2019. Т. 12, № 3. С. 249-262. <http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.3>
20. *Niemela J.J., Ahlers G., Cannel D.S.* Localized traveling-wave states in binary-fluid convection // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64. P. 1365-1368. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.1365>
21. *Eaton K.D., Ohlsen D.R., Yamamoto S.Y., Surko C.M., Barten W., Lücke M., Kamps M., Kolodner P.* Concentration field in traveling-wave and stationary convection in fluid mixtures // *Phys. Rev. A*. 1991. Vol. 43. P. 7105-7108. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.43.7105>
22. *Barten W., Lücke M., Kamps M., Schmitz R.* Convection in binary fluid mixtures. I. Extended traveling-wave and stationary states // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 51. P. 5636-5661. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.5636>
23. *Winkler B.L., Kolodner P.* Measurements of the concentration field in nonlinear travelling-wave convection // *J. Fluid Mech.* 1992. Vol. 240. P. 31-58. <https://doi.org/10.1017/S0022112092000028>
24. *Kolodner P., Surko C.M., Williams H.* Dynamics of traveling waves near the onset of convection in binary fluid mixtures // *Phys. Nonlinear Phenom.* 1989. Vol. 37. P. 319-333. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(89\)90140-1](https://doi.org/10.1016/0167-2789(89)90140-1)
25. *Liu M., de Bruyn J.R.* Traveling-wave convection in a narrow rectangular cell // *Can. J. Phys.* 1992. Vol. 70. P. 689-695. <https://doi.org/10.1139/P92-111>

26. McCluskey F.M.J., Atten P., Perez A.T. Heat transfer enhancement by electroconvection resulting from an injected space charge between parallel plates // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1991. Vol. 34. P. 2237-2250. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(91\)90050-O](https://doi.org/10.1016/0017-9310(91)90050-O)
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
28. Рочуц П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.
29. Denat A., Gosse B., Gosse J.P. Ion injections in hydrocarbons // *Journal of Electrostatics*. 1979. Vol. 7. P. 205-225. [https://doi.org/10.1016/0304-3886\(79\)90073-1](https://doi.org/10.1016/0304-3886(79)90073-1)
30. Tobazeon R. Electrohydrodynamic instabilities and electroconvection in the transient and A.C. regime of unipolar injection in insulating liquids: A review // *Journal of Electrostatics*. 1984. Vol. 15. P. 359-384. [https://doi.org/10.1016/0304-3886\(84\)90055-X](https://doi.org/10.1016/0304-3886(84)90055-X)

References

1. Ostroumov G.A. *Vzaimodeystviye elektricheskikh i gidrodinamicheskikh poley* [Interaction of electric and hydrodynamic fields]. Moscow, Nauka, 1979. 322 p.
2. Gross M.J., Porter J.E. Electrically induced convection in dielectric liquids. *Nature*, 1966, vol. 212, pp. 1343-1345. <https://doi.org/10.1038/2121343a0>
3. Bologa M.K., Grosu F.P., Kozhukhar' E.I. *Elektrokonvektsiya i teploobmen* [Electroconvection and heat transfer]. Kishinev, Shtiintsa, 1977. 320 p.
4. Stishkov Yu.K., Ostapenko A.A. *Elektrogidrodinamicheskiye techeniya v zhidkikh dielektrikakh* [Electrohydrodynamic flows in liquid dielectrics]. Leningrad, Leningrad University, 1989. 173 p.
5. Smorodin B.L., Gershuni G.Z., Velarde M.G. On the parametric excitation of thermoelectric instability in a liquid layer open to air. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1999, vol. 42, pp. 3159-3168. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(98\)00351-2](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(98)00351-2)
6. Pontiga F., Castellanos A. Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient. *Phys. Fluids*, 1994, vol. 6, pp. 1684-1701. <https://doi.org/10.1063/1.868231>
7. Mordvinov A.N., Smorodin B.L. Electroconvection under injection from cathode and heating from above. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2012, vol. 114, pp. 870-877. <https://doi.org/10.1134/S1063776112030181>
8. Lacroix J.C., Atten P., Hopfinger E.J. Electro-convection in a dielectric liquid layer subjected to unipolar injection. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 69, pp. 539-563. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001553>
9. Vereshchaga A.N., Tarunin E.L. *Nadkriticheskiye rezhimy unipolyarnoy konvektsii v zamknutoy polosti* [Supercritical modes of unipolar convection in a closed cavity]. Chislennoye i eksperimental'noye modelirovaniye gidrodinamicheskikh yavleniy v nevesomosti [Numerical and Experimental Simulation of Hydrodynamic Phenomena under Weightlessness], ed. by V.A. Briskman. Sverdlovsk: UrO AN SSSR, 1988. 93-99.
10. Traore Ph., Perez A.T., Koulova D., Romat H. Numerical modelling of finite-amplitude electro-thermo-convection in a dielectric liquid layer subjected to both unipolar injection and temperature gradient. *J. Fluid Mech.*, 2010, vol. 658, pp. 279-293. <https://doi.org/10.1017/S0022112010001709>
11. Wu J., Traore P. A finite-volume method for electro-thermoconvective phenomena in a plane layer of dielectric liquid. *Numer. Heat Tran.*, 2015, vol. 68, pp. 471-500. <https://doi.org/10.1080/10407782.2014.986410>
12. Li T.-F., Luo K., Yi H.-L. Suppression of Rayleigh-Bénard secondary instability in dielectric fluids by unipolar charge injection. *Phys. Fluids*, 2019, vol. 31, 064106. <https://doi.org/10.1063/1.5100124>
13. Selvakumar R.D., Wu J., Huang J., Traoré P. Electro-thermo-convection in a differentially heated square cavity under arbitrary unipolar injection of ions. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2021, vol. 89, 108787. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2021.108787>
14. Wu J., Traore P., Zhang M., Perez A.T., Vazquez P.A. Charge injection enhanced natural convection heat transfer in horizontal concentric annuli filled with a dielectric liquid. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2016, vol. 92, pp. 139-148. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.088>
15. Il'in V.A., Aleksandrova V.N. Wave regimes of electroconvection of a low conducting liquid under unipolar injection of a charge in a steady electric field. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2020, vol. 130, pp. 293-300. <https://doi.org/10.1134/S1063776120010045>
16. Smorodin B.L. Wave regimes of electroconvection under cathode injection and heating from above. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2022, vol. 134, pp. 112-122. <https://doi.org/10.1134/S1063776121120153>
17. Smorodin B.L., Cherepanov I.N. Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity. *Eur. Phys. J. E*, 2014, vol. 37, 118. <http://dx.doi.org/10.1140/epje/i2014-14118-x>
18. Cherepanov I.N. Colloid flow in a horizontal cell subjected to heating from sidewall. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2017, vol. 58, pp. 1181-1191. <https://doi.org/10.1134/S0021894417070021>
19. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset and nonlinear regimes of convection of ternary mixture in a rectangular porous cavity taking into account Soret effect. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2019, vol. 12, no. 3, pp. 249-262. <https://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.3.21>
20. Niemela J.J., Ahlers G., Canel D.S. Localized traveling-wave states in binary-fluid convection. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, vol. 64, pp. 1365-1368. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.1365>
21. Eaton K.D., Ohlsen D.R., Yamamoto S.Y., Surko C.M., Barten W., Lücke M., Kamps M., Kolodner P. Concentration field in traveling-wave and stationary convection in fluid mixtures. *Phys. Rev. A*, 1991, vol. 43, pp. 7105-7108. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.43.7105>
22. Barten W., Lücke M., Kamps M., Schmitz R. Convection in binary fluid mixtures. I. Extended traveling-wave and stationary states. *Phys. Rev. E*, 1995, vol. 51, pp. 5636-5661. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.5636>
23. Winkler B.L., Kolodner P. Measurements of the concentration field in nonlinear travelling-wave convection. *J. Fluid Mech.*, 1992, vol. 240, pp. 31-58. <https://doi.org/10.1017/S0022112092000028>

24. Kolodner P., Surko C.M., Williams H. Dynamics of traveling waves near the onset of convection in binary fluid mixtures. *Phys. Nonlinear Phenom.*, 1989, vol. 37, pp. 319-333. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(89\)90140-1](https://doi.org/10.1016/0167-2789(89)90140-1)
25. Liu M., de Bruyn J.R. Traveling-wave convection in a narrow rectangular cell. *Can. J. Phys.*, 1992, vol. 70, pp. 689-695. <https://doi.org/10.1139/P92-111>
26. McCluskey F.M.J., Atten P., Perez A.T. Heat transfer enhancement by electroconvection resulting from an injected space charge between parallel plates. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1991, vol. 34, pp. 2237-2250. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(91\)90050-O](https://doi.org/10.1016/0017-9310(91)90050-O)
27. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Fluid mechanics*. Oxford, Pergamon Press, 1987. 539 p.
28. Roache P.J. *Computational fluid dynamics*. Hermosa Publishers, 1976. 446 p.
29. Denat A., Gosse B., Gosse J.P. Ion injections in hydrocarbons. *Journal of Electrostatics*, 1979, vol. 7, pp. 205-225. [https://doi.org/10.1016/0304-3886\(79\)90073-1](https://doi.org/10.1016/0304-3886(79)90073-1)
30. Tobazeon R. Electrohydrodynamic instabilities and electroconvection in the transient and A.C. regime of unipolar injection in insulating liquids: A review. *Journal of Electrostatics*, 1984, vol. 15, pp. 359-384. [https://doi.org/10.1016/0304-3886\(84\)90055-X](https://doi.org/10.1016/0304-3886(84)90055-X)

Поступила в редакцию 09.07.2022; после доработки 25.08.2022; принята к опубликованию 28.08.2022

Сведения об авторах

Некрасов Олег Олегович, б/с, асп., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15; e-mail: dakeln2@gmail.com

Сморodin Борис Леонидович, дфмн, проф., ПГНИУ; e-mail: bsmorodin@yandex.ru