

DOI: [10.7242/1999-6691/2022.15.2.12](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.2.12)

УДК 532.5

## ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПРОНИКАЮЩЕЙ КОНВЕКЦИИ В ТРЕХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ «ПОРИСТАЯ СРЕДА–ВОЗДУХ–ПОРИСТАЯ СРЕДА С ВНУТРЕННИМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ»

Е.А. Колчанова, Н.В. Колчанов

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация*

Исследование посвящено линейной задаче устойчивости равновесия в системе из двух горизонтальных пористых слоев, разделенных прослойкой воздуха, при воздействии поля силы тяжести. Каждый из слоев способен выделять тепло с постоянной объемной мощностью, пропорциональной объемной доле его твердой фазы. На внешних границах трехслойной системы поддерживаются одинаковые температуры. В предельном случае тонкого воздушного слоя численно определяется порог возникновения внутренней конвекции в системе. Находится критическое волновое число, при достижении которого в системе теряется устойчивость равновесия, и начинают формироваться конвективные структуры. Анализируется влияние на конвективную устойчивость соотношения проницаемостей слоев, относительной толщины нижнего пористого слоя и параметра прослойки воздуха. Этот параметр представляет собой отношение возведенной в третью степень толщины воздушного слоя к числу Дарси. Получены новые результаты, учитывающие локализацию конвективного течения. Показано, что отношение проницаемостей может как дестабилизировать, так и стабилизировать равновесие. Рост параметра прослойки однозначно понижает порог возбуждения конвекции. Построена карта локального и крупномасштабного режимов конвекции в координатах «отношение проницаемостей–параметр прослойки». Границе перехода из одного режима в другой на карте соответствуют параметры, при которых критические внутренние числа Релея–Дарси для двух минимумов на бимодальной нейтральной кривой имеют равные значения. Один из минимумов лежит в области малых волновых чисел (длинноволновый минимум) и задает порог крупномасштабной конвекции, а другой – в области больших волновых чисел (коротковолновый минимум) и определяет порог локальной конвекции. Показано, что с ростом величины параметра прослойки значение отношения проницаемостей, при котором происходит смена режима конвекции с крупномасштабного на локальный, уменьшается.

*Ключевые слова:* внутреннее тепловыделение, пористая среда, трехслойная система, зависимость тепловыделения от доли твердой фазы, карта режимов, локальная и крупномасштабная конвекция, влияние воздушной прослойки, влияние отношения проницаемостей

## THE ONSET OF PENETRATIVE CONVECTION IN A THREE-LAYERED POROUS–AIR–POROUS SYSTEM WITH INTERNAL HEAT SOURCE

E.A. Kolchanova and N.V. Kolchanov

*Perm State University, Perm, Russian Federation*

The study is devoted to a linear stability problem for a system of two horizontal porous sublayers separated by an air interlayer under the influence of the gravity field. The porous sublayers are capable of generating heat with a constant volumetric strength of heat source proportional to the solid volume fraction. Equal temperatures are maintained at the external boundaries of the three-layered system. The onset value for internal convection is numerically determined in the limiting case of a thin air sublayer. The critical wave number is also found, upon reaching which the equilibrium stability is lost in the system, and convective patterns begin to arise. The influence on the convective stability of the ratio of the permeabilities of the layers, the relative thickness of the lower porous sublayer, and the parameter of the air interlayer is analyzed. This parameter is the ratio of the air sublayer thickness raised to the third power to the Darcy number. New results are obtained that take into account the localization of the convective flow. It is shown that the permeability ratio can both destabilize and stabilize the motionless state. An increase in the interlayer parameter unambiguously reduces the convection onset value. A map for the local and large-scale convective regimes has been constructed in the coordinates of permeability ratio versus the air interlayer parameter. A demarcation line of the transition from one regime to another on the map corresponds to the parameters at which the critical internal Rayleigh–Darcy numbers for the two minima of the bimodal neutral curve have equal values. One of the minima belongs to the region of small wave numbers (a long-wave minimum) and defines the onset value for large-scale convection, and the other one is in the region of large wave numbers (a short-wave minimum) and indicates the onset value for local convection. It is shown that with an increase in the air interlayer parameter, the ratio of permeability required for a transition from large-scale to local convective regimes decreases.

*Key words:* internal heat source, porous medium, three-layered system, solid fraction dependent heat source strength, regime map, local and large-scale convection, air interlayer, permeability ratio

### 1. Введение

Конвективное дозвуковое течение может возникать в неоднородно нагретом газе или жидкости в поле силы тяжести. Наиболее распространенной моделью для описания такого течения является приближение Буссинеска [1, 2]. Его применяют для несжимаемого газа или жидкости с линейным уравнением состояния:  $\rho = \rho_0 \{1 - \beta(T - T_0)\}$ , где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения,  $T$  — абсолютная температура, а  $\rho_0$  и  $T_0$  — характерные значения плотности и температуры в системе. Известные решения для порога конвекции Релея–Бенара в горизонтальном слое жидкости (газа)

$$Ra_{f*} = (g\beta\Delta TH^3) / (\nu\chi) = 1708$$

и порога конвекции Гордона–Лапвуда–Роджерса в пористом слое

$$Ra_{p*} = (g\beta\Delta TKH) / (v\chi_{eff}) = 4\pi^2,$$

полученные на основе приближения Буссинеска при наличии внешнего перепада температур между твердыми границами области течения [1, 2], подтверждаются лабораторными экспериментами с жидкостью [3] и газом [4, 5]. Здесь:  $g$  — ускорение свободного падения;  $\Delta T$  — перепад температуры между границами слоя;  $H$  — толщина слоя;  $v$  — вязкость жидкости (газа);  $K$ ,  $\chi$  и  $\chi_{eff}$  — проницаемость, температуропроводность жидкости (газа) и эффективная температуропроводность пористого слоя.

Критерии применимости приближения Буссинеска и иерархия моделей тепловой конвекции вязкого совершенного газа при слабой сжимаемости обсуждаются в [6–8]. Слабая сжимаемость выражается в малых числах Маха [6]:  $M = \sqrt{\varepsilon_g \varepsilon_T}$ , где  $\varepsilon_g = gH / (\gamma_0 RT / \mu)$  — параметр гидростатической сжимаемости или отношение квадрата скорости падения с высоты  $H$  к квадрату скорости звука  $\gamma_0 RT / \mu$  ( $\gamma_0$  — показатель адиабаты,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молярная масса газа) и  $\varepsilon_T = \Delta T / T_0$  — степень неизомеричности течения ( $T_0$ ,  $\Delta T$  — характерные значения температуры и разности температур в системе). Приближение Буссинеска оказывается применимым в случае  $\gamma_0 \varepsilon_g / \varepsilon_T < 0,1$  и  $\varepsilon_T < 0,1$  [6], что оправдано в полостях небольшой высоты, в том числе и в масштабах лабораторных экспериментов. Например, для воздуха в слое толщиной  $H = 1$  м при комнатной температуре параметр гидростатической сжимаемости равен  $\varepsilon_g \approx 10^{-4}$ . В природных условиях при  $H = 1$  км этот параметр становится равным  $\varepsilon_g \approx 0,1$ , что должно быть учтено при расчете конвективных течений [9]. Следует отметить, что в лабораторных условиях такого значения параметр гидростатической сжимаемости может достигать при медленном течении газа вблизи точки фазового перехода второго рода «жидкость–газ» (критической точки). В этом случае околоскритическая среда описывается моделью газа Ван-дер-Ваальса [10, 11].

Уравнения конвекции газа в приближении Буссинеска аналогичны уравнениям конвекции несжимаемой жидкости. В литературе имеется множество работ по конвекции жидкости в горизонтальных слоистых системах, частично или полностью заполненных пористой средой при наличии разности температур между внешними границами. Конвекции в двухслойной системе, состоящей из верхнего слоя жидкости, сопряженного с нижним пористым слоем, посвящены, например, работы [12–15]. Трехслойная система, представляющая собой слой жидкости, ограниченный двумя пористыми слоями одинаковой проницаемости, рассмотрена в [16]. Системы из двух и трех примыкающих друг к другу пористых слоев, отличающихся проницаемостью, изучались в работах [17] и [18] соответственно. Выделены два режима конвекции, обусловленной перепадом температур между внешними границами системы: локальный и крупномасштабный. Локальное конвективное течение формируется в слое жидкости, свободном от пористой среды, или в более высокопроницаемом пористом слое. Крупномасштабное течение охватывает всю систему. При изменении отношения теплопроводностей, проницаемостей и толщин слоев, числа Дарси и другого один режим конвекции сменяется другим.

Локальное и крупномасштабное течения также возможны в случае конвекции, вызванной внутренним тепловыделением, при нулевом перепаде температуры [19, 20]. В работе [19] рассматривалась двухслойная система «жидкость–пористая среда», а в работе [20] — трехслойная система, состоящая из пористого слоя, заключенного между двумя слоями жидкости. Источники тепловыделения постоянной мощности равномерно распределены по объему в слоях каждой из систем. При таком распределении вертикальный профиль температуры является параболическим. Таким образом, область неустойчивой по плотности стратификации формируется в верхней части системы, а область устойчивой стратификации — в нижней части. Возникшая в верхней области конвекция проникает в нижнюю область с ростом надкритичности. В этом смысле внутренняя конвекция называется в литературе «проникающей» [19]. Проникающая конвекция в отдельно расположенном слое жидкости по аналогии с конвекцией Релея–Бенара изучалась, например, в [21], а аналог конвекции Гордона–Роджерса–Лапвуда — в работе [22]. Влияние числа Дарси на порог проникающей конвекции в пористой среде исследовался в [23] в рамках модели Бринкмана. В работе [24] для слабой анизотропии и в [25] для сильной анизотропии фильтрационных свойств тепловыделяющей пористой среды показано, что рост проницаемости по вертикальной координате  $z$  дестабилизирует, а убывание проницаемости по  $z$ , наоборот, стабилизирует равновесие жидкости. В первом случае порог возбуждения конвективного течения понижается, а во втором случае — повышается.

В настоящей работе рассматривается линейная задача устойчивости механического равновесия воздуха в трехслойной системе, состоящей из двух горизонтальных тепловыделяющих пористых слоев, разделенных тонкой воздушной прослойкой, в поле силы тяжести. Объемная мощность тепловыделения в каждом пористом слое пропорциональна доле твердой фазы в нем. Фундаментальная задача имеет много

приложений. Например, она интересна с точки зрения анализа управления естественной вентиляцией воздуха в овоще- и зернохранилищах, где выделяется тепло за счет биологической активности запасов. Для поддержания оптимальных условий хранения необходим отвод тепла от перегретых участков, который можно эффективно обеспечить с помощью конвекции. С целью управления конвективным теплообменом добавляется прослойка воздуха. В работе анализируется смена режима конвекции (с крупномасштабного на локальный) при изменении соотношения проницаемостей пористых слоев, безразмерной толщины нижнего пористого слоя и параметра прослойки. Результаты исследования содержат новые данные как в отсутствие, так и при наличии воздушной прослойки.

## 2. Постановка задачи и метод решения

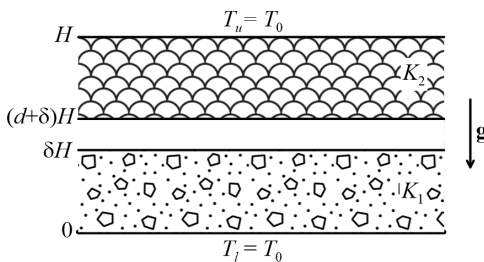


Рис. 1. Трехслойная тепловыделяющая система «пористая среда–воздух–пористая среда» в поле силы тяжести

Рассмотрим находящуюся в поле силы тяжести  $\mathbf{g}$  трехслойную систему толщиной  $H$ , состоящую из двух тепловыделяющих пористых слоев, разделенных тонкой воздушной прослойкой в безразмерных координатах  $x = x^*/H$  (горизонтальная) и  $z = z^*/H$  (вертикальная) (Рис. 1). Объемная мощность тепловыделения в насыщенных воздухом пористых слоях пропорциональна доле в них твердой фазы  $\phi_s$ :  $Q = \phi_s Q_s$ , где  $Q_s$  — объемная мощность тепловыделения в пористой матрице слоя ( $s = 1, 2$ ). Слои имеют одинаковые количества твердой фазы  $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ , но различны по проницаемости  $K_1$  и  $K_2$ .

Трехслойная система ограничена сверху и снизу твердыми теплопроводными плоскостями, на которых поддерживаются одинаковые температуры.

Предполагается, что для воздуха применимо приближение Буссинеска [1, 2], которое используется при малых числах Маха ( $M < 0,03$  [6]). Уравнения конвекции в приближении Буссинеска в нижнем пористом слое имеют следующий вид:

$$0 = -\nabla P_1 - \mathbf{V}_1 + R_l \Theta_1 \gamma, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial t} + (\mathbf{V}_1 \nabla) \Theta_1 = \Delta \Theta_1 + 2\phi_1, \quad \text{div} \mathbf{V}_1 = 0; \quad (2)$$

в слое воздуха:

$$\frac{\text{Da}}{\text{Pr}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}_a}{\partial t} + b_1 (\mathbf{V}_a \nabla) \mathbf{V}_a \right\} = -\nabla P_a + \text{Da} \Delta \mathbf{V}_a + R_l \Theta_a \gamma, \quad (3)$$

$$\frac{\kappa}{b_1} \frac{\partial \Theta_a}{\partial t} + \kappa (\mathbf{V}_a \nabla) \Theta_a = \Delta \Theta_a, \quad \text{div} \mathbf{V}_a = 0; \quad (4)$$

в верхнем пористом слое:

$$0 = -\nabla P_2 - \frac{\mathbf{V}_2}{K_r} + R_l \Theta_p \gamma, \quad (5)$$

$$b_r \frac{\partial \Theta_2}{\partial t} + (\mathbf{V}_2 \nabla) \Theta_2 = \chi_r \Delta \Theta_2 + 2\phi_2, \quad \text{div} \mathbf{V}_2 = 0. \quad (6)$$

Выполняются граничные условия:

$$z = 0: \quad V_{1z} = 0, \quad \Theta_1 = 0; \quad (7)$$

$$z = \delta: \quad V_{1z} = V_{az}, \quad V_{ax} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_a, \quad \kappa \nabla_z \Theta_1 = \nabla_z \Theta_a, \quad -P_1 = -P_a + 2 \text{Da} \nabla_z V_{az}; \quad (8)$$

$$z = (\delta + d): \quad V_{az} = V_{2z}, \quad V_{ax} = 0, \quad \Theta_a = \Theta_2, \quad \nabla_z \Theta_a = (\chi_r \kappa) \nabla_z \Theta_2, \quad -P_a + 2 \text{Da} \nabla_z V_{az} = -P_2; \quad (9)$$

$$z = 1: \quad V_{2z} = 0, \quad \Theta_2 = 0. \quad (10)$$

Простое и удобное в применении условие для скорости воздуха  $V_{ax} = 0$  на границе раздела «воздух–пористая среда», которое справедливо при малых значениях проницаемости среды, можно заменить на более точное условие Биверса–Джозефа [2, 26]:

$$z = \delta: \quad \nabla_z V_{ax} = \frac{\alpha_{BJ}}{\sqrt{Da}}(V_{ax} - V_{1x}), \quad (11)$$

$$z = (\delta + d): \quad \nabla_z V_{ax} = \frac{\alpha_{BJ}}{\sqrt{K_r Da}}(V_{ax} - V_{2x}), \quad (12)$$

где  $\alpha_{BJ}$  — коэффициент Биверса–Джозефа. Решение рассматриваемой в статье задачи получено для двух указанных типов граничных условий.

Уравнения (1)–(6) и граничные условия (7)–(12) также содержат:

– безразмерные переменные: время  $t = t^* / [b_1 H^2 / \chi_1]$ ; скорость фильтрации  $V_i = V_i^* / [\chi_1 / H]$ ; скорость течения в слое воздуха  $V_a = V_a^* / [\chi_1 / H]$ ; давление без учета гидростатической добавки  $P = P^* / [\rho_0 \nu \chi_1 / K_1]$ ;

температура  $\Theta = (T^* - T_0) / \left[ \frac{Q_s H^2}{2(\rho_0 C)_a \chi_1} \right]$ , где  $\rho_0$  и  $\nu$  — плотность и кинематическая вязкость воздуха;

$b_1 = (\rho_0 C)_1 / (\rho_0 C)_a$  — отношение объемных теплоемкостей нижнего пористого слоя и слоя воздуха;

$\chi_1 = \kappa_1 / (\rho_0 C)_a$  — эффективная теплопроводность нижнего пористого слоя;

– безразмерные параметры:  $Da = K_1 / H^2$  — число Дарси;  $Pr = b_1 \nu / \chi_1$  — число Прандтля для насыщенной пористой среды;

$R_l = g \beta Q_s K_1 H^3 / (2(\rho_0 C)_a \nu \chi_1^2)$  — внутреннее число Релея–Дарси, нормированное на объемную долю твердой фазы  $\phi_1$ ;  $\kappa = \kappa_1 / \kappa_a$  — отношение теплопроводностей нижнего пористого слоя и слоя воздуха;  $\phi_r = \phi_2 / \phi_1$ ,  $K_r = K_2 / K_1$ ,  $b_r = b_2 / b_1 = (\rho_0 C)_2 / (\rho_0 C)_1$  и  $\chi_r = \chi_2 / \chi_1$  — отношения объемных долей твердой фазы, проницаемостей, объемных теплоемкостей и эффективных теплопроводностей верхнего и нижнего пористых слоев.

Задача (1)–(6) с граничными условиями (7)–(12) имеет решение в виде механического равновесия, при котором воздух в системе не движется, а распределение безразмерной температуры в нижнем пористом слое, слое воздуха и верхнем пористом слое, соответственно, получается в виде:

$$\hat{\Theta}_1(z) = -\phi_1 z^2 + (\Theta_{1*} + \phi_1 \delta^2) \frac{z}{\delta}, \quad (13)$$

$$\hat{\Theta}_a(z) = \Theta_{1*} + (\Theta_{2*} - \Theta_{1*}) \frac{(z - \delta)}{d}, \quad (14)$$

$$\hat{\Theta}_2(z) = -\phi_1 \frac{\phi_r}{\chi_r} (z - 1)^2 + \left( \Theta_{2*} + \phi_1 \frac{\phi_r}{\chi_r} \{(\delta + d)^2 - 1\} \right) \frac{z - 1}{\delta + d - 1}, \quad (15)$$

где  $\Theta_{1*} = \phi_1 \delta \frac{(\delta + d - 1)(\delta - \phi_r(\delta + d - 1)) - \chi_r \kappa \delta d}{\delta + d - 1 - \chi_r(\delta + \kappa d)}$  — температура на границе раздела воздушного и нижнего пористого слоев,

$\Theta_{2*} = \phi_1(\delta + d - 1) \frac{\delta^2 - \phi_r(\delta + \kappa d)(\delta + d - 1)}{\delta + d - 1 - \chi_r(\delta + \kappa d)}$  — температура на границе раздела воздушного и верхнего пористого слоев.

На рисунке 2 приведены равновесные профили температуры при разных значениях параметра границы раздела  $\delta$  и фиксированных значениях следующих величин:  $\phi_r = \chi_r = 1$ ,  $\phi_1 = 0,5$  и  $\kappa = \kappa_1 / \kappa_a = (1 - \phi_1) + \phi_1 \kappa_s / \kappa_a$ , где отношение теплопроводностей твердой фазы и воздуха в пористом слое  $\kappa_s / \kappa_a = 16$  выбрано типичным для биологически активной пористой среды, твердые элементы которой содержат в своем составе воду, например, для корнеплодов [27]. В отсутствие слоя воздуха профиль температуры является квадратичной функцией вертикальной координаты. Имеются область неустойчивой стратификации по плотности в верхней части системы, где градиент температуры направлен вниз, и область устойчивой стратификации в нижней оставшейся части, где градиент температуры направлен вверх. Конвекция возникает в верхней части системы. С повышением надкритичности течение проникнет в нижнюю часть системы. В этом случае говорят о проникающей конвекции. В пределах слоя воздуха толщиной  $d$  равновесный профиль линейен. Он искажает квадратичный профиль температуры, который формируется в отсутствие прослойки воздуха, в меру роста параметра  $\delta$  (Рис. 1).

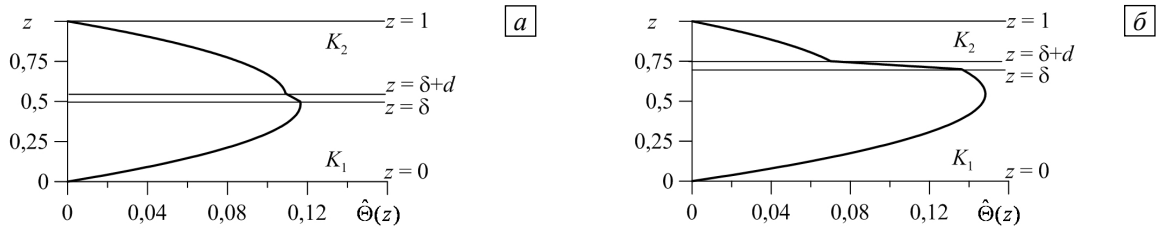


Рис. 2. Равновесные температурные профили при  $\phi_r = \chi_r = 1$ ,  $\phi_1 = 0,5$ ,  $\kappa = 8,5$ ,  $d = 0,05$  и различных значениях параметра  $\delta$ : 0,5 (а), 0,7 (б)

Исследуем равновесное решение (13)–(15) на устойчивость относительно малых периодических вдоль оси  $x$  возмущений с волновым числом  $k$  и инкрементом  $\lambda$ . Представим переменные величины в каждом  $i$ -м пористом слое  $(V_i, P_i, \Theta_i)$  и в воздушном слое  $(V_a, P_a, \Theta_a)$  в виде суперпозиции их равновесных значений  $(\hat{V}_i, \hat{P}_i, \hat{\Theta}_i)$ ,  $(\hat{V}_a, \hat{P}_a, \hat{\Theta}_a)$  и возмущений  $(\tilde{V}_i, \tilde{P}_i, \tilde{\Theta}_i) \exp\{\lambda t + ikx\}$ ,  $(\tilde{V}_a, \tilde{P}_a, \tilde{\Theta}_a) \exp\{\lambda t + ikx\}$ . Исключим обычным образом [12–16] давление и горизонтальную компоненту скорости. Для возмущений получим:

– в нижнем пористом слое:

$$0 = \Delta \tilde{V}_{1z} + k^2 R_l \tilde{\Theta}_1, \tag{16}$$

$$\lambda \tilde{\Theta}_1 + \tilde{V}_{1z} \nabla_z \hat{\Theta}_1 = \Delta \tilde{\Theta}_1; \tag{17}$$

– в слое воздуха:

$$\frac{Da}{Pr} \lambda \Delta \tilde{V}_{az} = Da \Delta^2 \tilde{V}_{az} - k^2 R_l \tilde{\Theta}_a, \tag{18}$$

$$\frac{\kappa}{b_1} \lambda \tilde{\Theta}_a + \kappa \tilde{V}_{az} \nabla_z \hat{\Theta}_a = \Delta \tilde{\Theta}_a; \tag{19}$$

– в верхнем пористом слое:

$$0 = \frac{1}{K_r} \Delta \tilde{V}_{2z} + k^2 R_l \tilde{\Theta}_p, \tag{20}$$

$$b_r \lambda \tilde{\Theta}_2 + \tilde{V}_{2z} \nabla_z \hat{\Theta}_2 = \chi_r \Delta \tilde{\Theta}_2. \tag{21}$$

Граничные условия примут к вид:

$$z = 0: \quad \tilde{V}_{1z} = 0, \quad \tilde{\Theta}_1 = 0; \tag{22}$$

$$z = \delta: \quad \tilde{V}_{1z} = \tilde{V}_{az}, \quad \nabla_z \tilde{V}_{az} = 0, \quad \tilde{\Theta}_1 = \tilde{\Theta}_a, \quad \kappa \nabla_z \tilde{\Theta}_1 = \nabla_z \tilde{\Theta}_a, \quad (Da \nabla_z^3 \tilde{V}_{az} - 3k^2 Da \nabla_z \tilde{V}_{az} + \nabla_z \tilde{V}_{1z}) = 0; \tag{23}$$

$$z = (\delta + d): \quad \tilde{V}_{az} = \tilde{V}_{2z}, \quad \tilde{V}_{az} = 0, \quad \tilde{\Theta}_a = \tilde{\Theta}_2, \quad \nabla_z \tilde{\Theta}_a = (\chi_r \kappa) \nabla_z \tilde{\Theta}_2, \quad (Da \nabla_z^3 \tilde{V}_{az} - 3k^2 Da \nabla_z \tilde{V}_{az} + \nabla_z \tilde{V}_{1z} / K_r) = 0; \tag{24}$$

$$z = 1: \quad \tilde{V}_{2z} = 0, \quad \tilde{\Theta}_2 = 0, \tag{25}$$

и условие Биверса–Джозефа станет следующим:

$$z = \delta: \quad \nabla_z^2 \tilde{V}_{az} = \frac{\alpha_{BJ}}{\sqrt{Da}} (\nabla_z \tilde{V}_{az} - \nabla_z \tilde{V}_{1z}); \tag{26}$$

$$z = (\delta + d): \quad \nabla_z^2 \tilde{V}_{az} = \frac{\alpha_{BJ}}{\sqrt{K_r Da}} (\nabla_z \tilde{V}_{az} - \nabla_z \tilde{V}_{2z}), \tag{27}$$

где  $\Delta = (\nabla_z^2 - k^2)$  и  $\Delta^2 = (\nabla_z^4 - 2k^2 \nabla_z^2 + k^4)$ . Теперь требуется найти границу монотонной неустойчивости равновесия ( $\lambda = 0$ ) [1, 2, 12–16].

Рассмотрим предельный случай тонкого слоя воздуха. По аналогии с методикой, предложенной в [14], считаем, что конвекция внутри этого слоя имеет простой вид сквозного течения. Производные

по вертикальной координате  $z$  определяются толщиной воздушного слоя  $d$ , а производные по горизонтальной координате — длиной волны возмущения  $2\pi/k$ , по порядку величины совпадающей с толщиной всей системы. С учетом этих приближений и условия  $\lambda = 0$  уравнения для возмущений (18), (19) перепишем в виде:

$$\nabla_z^4 \tilde{V}_{az} = 0, \tag{28}$$

$$\nabla_z^2 \tilde{\Theta}_a = 0. \tag{29}$$

Решив систему уравнений (28), (29) с учетом граничных условий (23), (24) и (26), (27) и устремив  $d$  и  $Da$  к нулю так, чтобы отношение  $d^3/Da$  сохранило конечное значение, получим эффективное граничное условие при  $z = \delta$ :

$$z = \delta: \quad \tilde{V}_{1z} + \varepsilon \nabla_z \tilde{V}_{1z} = \tilde{V}_{2z}, \quad \nabla_z \tilde{V}_{1z} = \nabla_z \tilde{V}_{2z} / K_r, \quad \tilde{\Theta}_1 = \tilde{\Theta}_2, \quad \nabla_z \tilde{\Theta}_1 = \chi_r \nabla_z \tilde{\Theta}_2, \tag{30}$$

где введен параметр воздушной прослойки  $\varepsilon = \frac{d^3}{12Da}$  в случае применения условия  $V_{ax} = 0$  и

$$\varepsilon = \frac{d^3}{12Da} \frac{L + 4 - 4\sqrt{K_r}(1 + 3/L)}{L + 1 - \sqrt{K_r}} \quad \text{для условия Биверса–Джозефа, где } L = \frac{\alpha_{BJ} d}{\sqrt{Da}}. \text{ Далее найдем решение}$$

в терминах безразмерных величин, которое зависит от значения этого комплексного параметра. При переходе к размерным переменным следует учитывать указанную разницу в определении  $\varepsilon$  для двух описанных граничных условий.

Краевая задача (16), (17), (20) и (21) с граничными условиями (22), (25), (30) моделировалась численно на основе метода построения фундаментальной системы решений [28]. В отсутствие воздушного слоя возможно сравнение решения с данными из предшествующих работ [22, 23, 25] (Табл.). В таблице приведены значения порогового внутреннего числа Рейля–Дарси  $Ra_{J*} = \phi_1 R_{J*}$  и критического волнового числа  $k_*$  при  $\delta = 0,5$ ,  $\phi_r = \chi_r = 1$ ,  $\phi_1 = 0,5$ ,  $\varepsilon = 0$  и различных значениях отношения проницаемостей пористых слоев  $K_r$ . В целом результаты качественно согласуются. Хорошее количественное соответствие получено для слоев с одинаковой проницаемостью ( $K_r = 1$ ).

Таблица. К сравнению результатов авторского исследования с данными предшествующих работ для системы двух пористых слоев с разной или одинаковой проницаемостью при  $\delta = 0,5$ ,  $\phi_r = \chi_r = 1$ ,  $\phi_1 = 0,5$ ,  $\varepsilon = 0$

	$K_r$	$Ra_{J*}$	$k_*$
Данные Кулачки и Рамчандани [22]	1	235,67	4,67
Данные Нури-Боружерди и др. [23] для асимптотики малых чисел $Da$	1	235,69	4,68
Данные Кузнецова и Нилда [25]	1	246,0	4,53
	0,5	426,7	4,36
	2	133,5	4,66
Данные настоящего исследования	1	235,69	4,68
	0,5	443,56	4,45
	2	124,84	4,93

Варьируются параметр прослойки  $\varepsilon$ , отношение проницаемостей верхнего и нижнего пористых слоев  $K_r$ , параметр границы раздела  $\delta$  (далее безразмерная толщина нижнего пористого слоя). Для удобства анализа результатов вводится внутреннее число Рейля–Дарси, определяемое по средним параметрам нижнего и верхнего пористых слоев и связанное с числом  $R_I$  [25]:

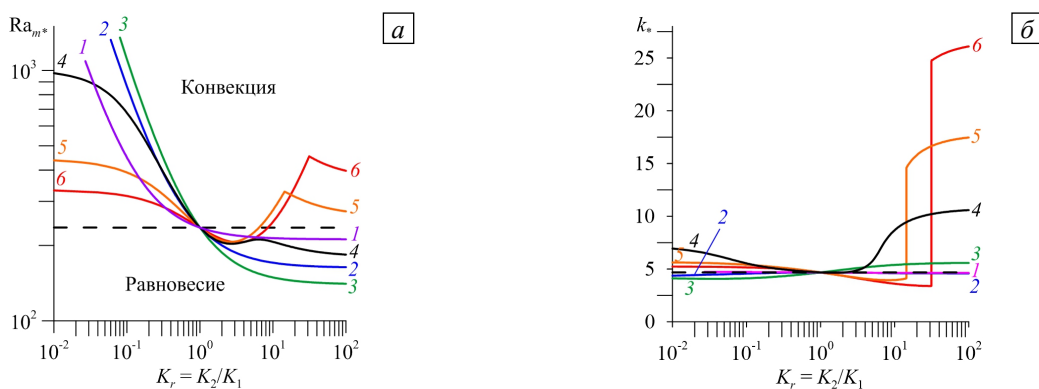
$$Ra_m = \phi_1 R_I \frac{(\delta + \phi_r(1 - \delta))(\delta + K_r(1 - \delta))}{(\delta + \chi_r(1 - \delta))^2}.$$

### 3. Результаты

Первоначально рассмотрим предельный случай двухслойной системы, состоящей из пористых слоев разной проницаемости в отсутствие прослойки воздуха ( $\varepsilon = 0$ ). Это ни что иное, как продолжение исследований Кузнецова и Нилда [25]. Полученные результаты являются новыми, поскольку решение отыскивается в более широком диапазоне значений  $K_r$ , которые учитывают локализацию конвективного течения.

На рисунке 3 изображены карты устойчивости при различных фиксированных значениях параметра  $\delta$ . Они представляют собой зависимости от отношения проницаемостей критического (порогового) внутреннего числа Рейля–Дарси  $Ra_{m^*}$  (Рис. 3а) и волнового числа конвективных валов  $k_*$  (Рис. 3б). Критическое число  $Ra_{m^*}$  — это минимум нейтральной кривой  $Ra_m(k)$  при волновом числе  $k_*$ . При превышении этого критического числа (при выполнении неравенства  $Ra_m > Ra_{m^*}$ ) равновесие воздуха теряет устойчивость, и в системе возбуждается стационарная конвекция. Значение  $Ra_{m^*}$  для двухслойной системы подчиняется отношению проницаемостей пористых слоев и параметра  $\delta$  (Рис. 3а). При  $K_r > 1$  верхний пористый слой более проницаем, чем нижний. При  $K_r < 1$ , наоборот, проницаемость нижнего пористого слоя больше проницаемости верхнего. При  $K_r = 1$  двухслойная система сводится к однослойной, и получается известное значение  $Ra_{m^*} \approx 235,69$  при  $k_* = 4,68$  [23], которое не зависит от  $\delta$ . То же значение фиксируется при  $\delta = 0$  и  $\delta = 1$  для любого  $K_r$  (см. Рис. 3, штриховые линии).

Локализация течения возможна в верхнем тонком высокопроницаемом пористом слое, принадлежащем системе с  $\delta \geq 0,85$  и  $K_r > 15$  (Рис. 3, линии 5, б). Пороговые кривые 5 и б на рисунке 3а при  $K_r > 15$  имеют изломы, которые говорят о смене характера неустойчивости и соответствуют переходу от крупномасштабной к локальной конвекции. Этот переход сопровождается резким (в разы) ростом волнового числа конвективных структур (линии 5, б на Рис. 3б). Заметим, что в отличие от внешней конвекции [29], возникающей при наличии перепада температур или концентраций между внешними границами системы, при внутренней конвекции симметрия зависимости  $Ra_{m^*}(K_r)$  относительно вертикальной линии  $K_r = 1$  нарушается. Это означает, что локализация, которая наблюдается в нижнем тонком высокопроницаемом пористом слое при  $K_r < 1$  в случае внешней конвекции, не возможна для конвекции, вызванной внутренним тепловыделением. При наличии внутреннего тепловыделения в нижнем пористом слое формируется область с устойчиво стратифицированным воздухом (Рис. 2), где конвекция не возникает.

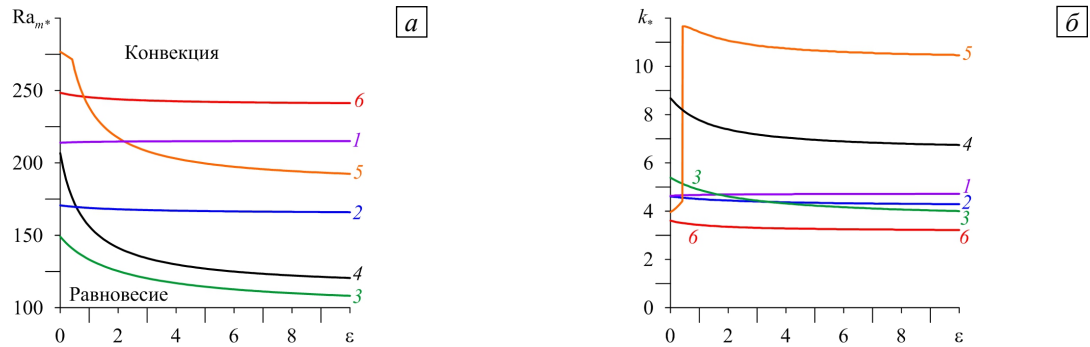


**Рис. 3.** Критическое внутреннее число Рейля–Дарси (а), критическое волновое число возмущений равновесия (б) в зависимости от отношения проницаемостей пористых слоев – карты устойчивости в отсутствие воздушного слоя ( $\varepsilon = 0$ ) при различных значениях параметра  $\delta$ : 0 (штриховая линия); 0,1 (линия 1); 0,3 (2); 0,5 (3); 0,75 (4); 0,85 (5); 0,90 (6); 1,0 (штриховая линия)

В дополнение к работе Кузнецова и Нилда [25], где обнаружено понижение порога крупномасштабной конвекции с ростом  $K_r$  в диапазоне от 0,5 до 2, отмечаем (см. Рис. 3а) немонотонный характер зависимости при  $\delta \geq 0,5$  в более широком диапазоне значений параметра  $K_r$ : от  $10^{-2}$  до  $10^2$ . Имеет место как дестабилизирующий, так и стабилизирующий эффект отношения проницаемостей при  $\delta \geq 0,5$ . На взгляд авторов настоящей работы, это можно объяснить сменой характера неустойчивости с длинноволнового на коротковолновый.

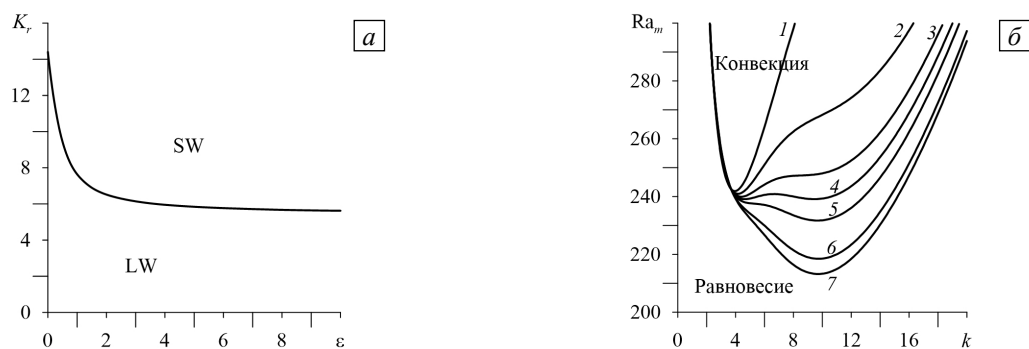
Теперь проанализируем влияние воздушной прослойки на конвективную устойчивость в системе. На рисунке 4 изображены зависимости критического внутреннего числа Рейля–Дарси и волнового числа

конвективных структур от параметра прослойки  $\varepsilon$  при  $K_r = 10$  и различных значениях параметра  $\delta$ . Видно, что прослойка дестабилизирует равновесие при всех рассмотренных  $\delta$  (Рис. 4а). При этом дестабилизация для порога локальной конвекции, по сравнению с порогом крупномасштабной конвекции, выражена более ярко (линии 4, 5 на Рис. 4). При  $\delta = 0,85$  отмечается резкий переход к локальной конвекции с ростом  $\varepsilon$  (линия 5 на Рис. 4б). Таким образом, смена режима конвекции при наличии прослойки наблюдается при меньшем значении отношения проницаемостей пористых слоев ( $K_r = 10$ ), чем в ее отсутствие ( $K_r \approx 14,4$ ).



**Рис. 4.** Критическое внутреннее число Рейля–Дарси (а), критическое волновое число возмущений равновесия (б) в зависимости от параметра прослойки – карты устойчивости в присутствии воздушного слоя ( $\varepsilon \neq 0$ ) при  $K_r = 10$  и различных значениях параметра  $\delta$ : 0,1 (линия 1), 0,3 (2), 0,5 (3), 0,75 (4), 0,85 (5), 0,90 (6)

Определим значения параметров  $K_r$  и  $\varepsilon$ , при которых происходит резкая смена режима конвекции. На рисунке 5а изображена карта режимов при фиксированном значении  $\delta = 0,85$ . Она содержит границу между зонами крупномасштабной (LW) и локальной (SW) конвекции. Крупномасштабные валы имеют длину волны в разы большую, чем локальные валы. В этом смысле первые считаются длинноволновыми, а вторые — коротковолновыми. Точки, принадлежащие этой границе, относятся к ситуации, когда коротковолновый и длинноволновый минимумы нейтральной кривой  $Ra_m(k)$  имеют одинаковые значения, например,  $Ra_{m^*}^{SW} = Ra_{m^*}^{LW} \approx 239,1$  при  $K_r = 7$  и  $\varepsilon \approx 1,41$  (линия 4 на Рис. 5б). При этих фиксированных  $K_r$  и  $\varepsilon$  слева от границы (см. Рис. 5а) доминирует длинноволновый минимум (линии 1–4, Рис. 5б), и устанавливается режим крупномасштабной конвекции. При параметрах  $K_r = 7$  и  $\varepsilon > 1,41$  справа от границы (Рис. 5а) будем получать коротковолновую локальную конвекцию (линии 5–7, Рис. 5б). Рост параметра прослойки  $\varepsilon$  уменьшает характерное значение отношения проницаемостей  $K_r$ , соответствующее границе режимов конвекции (Рис. 5а).



**Рис. 5.** Граница между крупномасштабным (LW) и локальным (SW) режимами (а) при  $\delta = 0,85$  и нейтральные кривые устойчивости равновесия (б) при  $\delta = 0,85$ ,  $K_r = 7$  и различных значениях параметра прослойки  $\varepsilon$ : 0 (линия 1); 0,5 (2); 1 (3); 1,41 (4); 2 (5); 5 (6); 10 (7)

#### 4. Выводы

Рассмотрена задача устойчивости механического равновесия в трехслойной системе, находящейся в поле силы тяжести и состоящей из двух тепловыделяющих пористых слоев, разделенных прослойкой воздуха. Внешние границы системы твердые и идеально теплопроводные, они имеют одинаковые температуры. Численно определен порог возникновения локальной и крупномасштабной конвекции,



вызванной внутренним тепловыделением. Найдены критические волновые числа конвективных структур, которые формируются непосредственно после потери устойчивости равновесия. Проведен анализ влияния соотношения проницаемостей пористых слоев, безразмерной толщины нижнего пористого слоя и параметра прослойки на конвективную устойчивость в системе. Параметр прослойки является комбинацией толщины воздушного слоя и числа Дарси.

Основные выводы, исходя из результатов работы, следующие:

1. В отсутствие прослойки исследованы зависимости критического внутреннего числа Релея–Дарси и волнового числа от отношения проницаемостей верхнего и нижнего слоев в более широком диапазоне значений, чем в предшествующей работе Кузнецова и Нилда [25]. Помимо дестабилизации, обнаружена стабилизация равновесия с ростом этого отношения в диапазоне от  $10^{-2}$  до  $10^2$ . Немонотонное поведение зависимостей связано с локализацией конвективного течения.
2. С увеличением параметра прослойки порог внутренней конвекции понижается при всех рассмотренных значениях безразмерной толщины нижнего пористого слоя. При наличии прослойки смена режима конвекции с крупномасштабного на локальный наблюдается при меньшем значении отношения проницаемостей, чем в ее отсутствие.
3. Построена карта режимов на плоскости «отношение проницаемостей–параметр прослойки» при фиксированной безразмерной толщине нижнего пористого слоя, равной 0,85. Показано, что рост параметра прослойки уменьшает характерное значение отношения проницаемостей, соответствующее границе между зонами крупномасштабной и локальной конвекции.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-71-10045), <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

## Литература

1. Герцини Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. Springer, 2017. 988 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0>
3. Silveston P.L. Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten // Forsh. Ing.-Wes. 1958. Vol. 24. S. 59-69. <https://doi.org/10.1007/BF02557095>
4. Thompson H.A., Sogin H.H. Experiments on the onset of thermal convection in horizontal layers of gases // J. Fluid. Mech. 1966. Vol. 24. P. 451-479. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000752>
5. Katto Y., Matsuoka T. Criterion for onset of convective flow in a fluid in a porous medium // Int. J. Heat Mass Tran. 1967. Vol. 10. P. 297-309. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(67\)90147-0](https://doi.org/10.1016/0017-9310(67)90147-0)
6. Нехамкина О.А., Никулин Д.А., Стрелец М.Х. Об иерархии моделей тепловой естественной конвекции совершенного газа // ТВТ. 1989. Т. 27, № 6. С. 1115-1125.
7. Рамазанов М.М. О критериях абсолютной конвективной устойчивости сжимаемой жидкости и газа // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 27-37. (English version <https://doi.org/10.1134/S0015462814050044>)
8. Рамазанов М.М. Условия отсутствия и возникновения фильтрационной конвекции в сжимаемом газе // ИФЖ. 2014. Т. 87, № 3. С. 524-530. (English version <https://doi.org/10.1007/s10891-014-1043-z>)
9. Полежаев В.И., Власюк М.П. Модель проникающей конвекции сжимаемого газа в глубокой атмосфере // ДАН СССР. 1971. Т. 201, № 3. С. 552-555.
10. Полежаев В.И. Методы моделирования конвективных, волновых процессов и теплообмена в околкритических средах (Обзор) // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 1. С. 3-20. (English version <https://doi.org/10.1134/S0015462811010017>)
11. Соболева Е.Б. Эффекты сильной сжимаемости в естественно-конвективных течениях в пористых средах с околкритической жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 2. P. 57-69. (English version <https://doi.org/10.1134/S0015462808020063>)
12. Chen F., Chen C.F. Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer // J. Heat Tran. 1988. Vol. 110. P. 403-409. <https://doi.org/10.1115/1.3250499>
13. Kolchanova E.A., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // Transp. Porous Med. 2013. Vol. 97. P. 25-42. <https://doi.org/10.1007/s11242-012-0108-8>
14. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Муратов И.Д., Шишкина Е.А. Влияние вибраций на возникновение конвекции в системе горизонтального слоя чистой жидкости и слоя пористой среды, насыщенной жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 5. С. 132-143. (English version <https://doi.org/10.1134/S001546280805013X>)
15. Колчанова Е.А., Любимов Д.В., Любимова Т.П. Влияние эффективной проницаемости среды на устойчивость двухслойной системы «однородная жидкость – пористая среда» в поле вибраций высокой частоты // Вычисл. мех. сплош. сред. 2012. Т. 5, № 2. С. 225-232. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.2.27>
16. Lyubimova T.P., Muratov I.D. Interaction of the longwave and finite-wavelength instability modes of convection in a horizontal fluid layer confined between two fluid-saturated porous layers // Fluids. 2017. Vol. 2. 39. <https://doi.org/10.3390/fluids2030039>
17. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентной смеси в двухслойной пористой среде // Вычисл. мех. сплош. сред. 2021. Т. 14, № 1. С. 110-121. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.1.10>
18. Guerrero-Martínez F.J., Younger P.L., Karimi N., Kyriakis S. Three-dimensional numerical simulations of free convection in a layered porous enclosure // Int. J. Heat Mass Tran. 2017. Vol. 106. P. 1005-1013. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.10.072>

19. Carr M. Penetrative convection in a superposed porous-medium-fluid layer via internal heating // *J. Fluid Mech.* 2004. Vol. 509. P. 305-329. <https://doi.org/10.1017/S0022112004009413>
20. Shalbaf S., Noghrehabadi A., Assari M.R., Dezfouli A.D. Linear stability of natural convection in a multilayer system of fluid and porous layers with internal heat sources // *Acta Mech.* 2013. Vol. 224. P. 1103-1114. <https://doi.org/10.1007/s00707-012-0793-y>
21. Goluskin D., van der Poel E.P. Penetrative internally heated convection in two and three dimensions // *J. Fluid Mech.* 2016. Vol. 791. R6. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.69>
22. Kulacki F., Ramchandani R. Hydrodynamic instability in a porous layer saturated with a heat generating fluid // *Wärme- und Stoffübertragung.* 1975. Vol. 8. P. 179-185. <https://doi.org/10.1007/BF01681559>
23. Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A.R., Rees D.A.S. Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source // *Int. J. Therm. Sci.* 2008. Vol. 47. P. 1020-1025. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2007.07.014>
24. Capone F., Gentile M., Hill A.A. Penetrative convection via internal heating in anisotropic porous media // *Mech. Res. Comm.* 2010. Vol. 37. P. 441-444. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2010.06.005>
25. Kuznetsov A.V., Nield D.A. The effect of strong heterogeneity on the onset of convection induced by internal heating in a porous medium: A layered model // *Transp. Porous Med.* 2013. Vol. 99. P. 85-100. <https://doi.org/10.1007/s11242-013-0175-5>
26. Beavers G.S., Sparrow E.M., Masha B.A. Boundary conditions at a porous surface which bounds a fluid flow // *AIChE J.* 1974. Vol. 20. P. 596-597. <https://doi.org/10.1002/aic.690200323>
27. Алтухов И.В., Очиров В.Д. Теплофизические характеристики как основа расчета постоянной времени нагрева сахаросодержащих корнеплодов в процессах тепловой обработки // *Вестник КрасГАУ.* 2010. № 4. С. 134-139.
28. Лобов Н.И., Любимов Д.В., Любимова Т.П. Численные методы решения задач теории гидродинамической устойчивости. Пермь: Изд-во ПГУ, 2004. 101 с.
29. Kolchanova E.A., Kolchanov N.V. Onset of solutal convection in layered sorbing porous media with clogging // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2022. Vol. 183. 122110. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122110>

## References

1. Gershuni G.Z., Zhukovitskii E.M. *Convective stability of incompressible fluids.* Jerusalem, Keter Publications, 1976. 330 p.
2. Nield D.A., Bejan A. *Convection in porous media.* Springer, 2017. 988 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0>
3. Silveston P.L. Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten [Heat transfer in horizontal liquid layers]. *Forsh. Ing.-Wes.*, 1958, vol. 24, pp. 59-69. <https://doi.org/10.1007/BF02557095>
4. Thompson H.A., Sogin H.H. Experiments on the onset of thermal convection in horizontal layers of gases. *J. Fluid. Mech.*, 1966, vol. 24, pp. 451-479. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000752>
5. Katto Y., Matsuoka T. Criterion for onset of convective flow in a fluid in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1967, vol. 10, pp. 297-309. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(67\)90147-0](https://doi.org/10.1016/0017-9310(67)90147-0)
6. Nehamkina O.A., Niculin D.A., Strelets M.Kh. Hierarchy of models of natural thermal convection of an ideal gas. *High Temp.*, 1989, vol. 27, no. 6, pp. 883-892.
7. Ramazanov M.M. On the criteria of the absolute convective stability for compressible fluids. *Fluid Dyn.*, 2014, vol. 49, pp. 585-595. <https://doi.org/10.1134/S0015462814050044>
8. Ramazanov M.M. Conditions for the absence and occurrence of filtration convection in a compressible gas. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2014, vol. 87, pp. 541-547. <https://doi.org/10.1007/s10891-014-1043-z>
9. Polezhayev V.I., Vlasjuk M.P. Model' pronikayushchey konveksii szhimayemogo gaza v glubokoy atmosphere [A model of penetrating convection of compressible gas in deep atmosphere]. *DAN SSSR*, 1971, vol. 201, no. 3, pp. 552-555.
10. Polezhaev V.I. Methods for modeling convective and wave processes and heat transfer in near-critical media. An overview. *Fluid Dyn.*, 2011, vol. 46, no. 1, pp. 1-15. <https://doi.org/10.1134/S0015462811010017>
11. Soboleva E.B. Effects of strong compressibility in natural convective flows through porous media with a near-critical fluid. *Fluid Dyn.*, 2008, vol. 43, pp. 217-228. <https://doi.org/10.1134/S0015462808020063>
12. Chen F., Chen C.F. Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer. *J. Heat Tran.*, 1988, vol. 110, pp. 403-409. <https://doi.org/10.1115/1.3250499>
13. Kolchanova E.A., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid. *Transp. Porous Med.*, 2013, vol. 97, pp. 25-42. <https://doi.org/10.1007/s11242-012-0108-8>
14. Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Muratov I.D., Shishkina E.A. Vibration effect on convection onset in a system consisting of a horizontal pure liquid layer and a layer of liquid-saturated porous medium. *Fluid Dyn.*, 2008, vol. 43, no. 5, pp. 789-798. <https://doi.org/10.1134/S001546280805013X>
15. Kolchanova E.A., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. Influence of effective medium permeability on stability of a two-layer system "pure fluid-porous medium" under high-frequency vibrations. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 225-232. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.2.27>
16. Lyubimova T.P., Muratov I.D. Interaction of the longwave and finite-wavelength instability modes of convection in a horizontal fluid layer confined between two fluid-saturated porous layers. *Fluids*, 2017, vol. 2, 39. <https://doi.org/10.3390/fluids2030039>
17. Zubova N.A., Lyubimova T.P. Nonlinear convection regimes of a ternary mixture in a two-layer porous medium. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2021, vol. 14, no. 1, pp. 110-121. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.1.10>
18. Guerrero-Martínez F.J., Younger P.L., Karimi N., Kyriakis S. Three-dimensional numerical simulations of free convection in a layered porous enclosure. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2017, vol. 106, pp. 1005-1013. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.10.072>

19. Carr M. Penetrative convection in a superposed porous-medium-fluid layer via internal heating. *J. Fluid Mech.*, 2004, vol. 509, pp. 305-329. <https://doi.org/10.1017/S0022112004009413>
20. Shalhaf S., Noghrehabadi A., Assari M.R., Dezfuli A.D. Linear stability of natural convection in a multilayer system of fluid and porous layers with internal heat sources. *Acta Mech.*, 2013, vol. 224, pp. 1103-1114. <https://doi.org/10.1007/s00707-012-0793-y>
21. Goluskin D., van der Poel E.P. Penetrative internally heated convection in two and three dimensions. *J. Fluid Mech.*, 2016, vol. 791, R6. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.69>
22. Kulacki F., Ramchandani R. Hydrodynamic instability in a porous layer saturated with a heat generating fluid. *Wärme- und Stoffübertragung – Thermo and Fluid Dynamics*, 1975, vol. 8, pp. 179-185. <https://doi.org/10.1007/BF01681559>
23. Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A.R., Rees D.A.S. Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source. *Int. J. Therm. Sci.*, 2008, vol. 47, pp. 1020-1025. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2007.07.014>
24. Capone F., Gentile M., Hill A.A. Penetrative convection via internal heating in anisotropic porous media. *Mech. Res. Comm.*, 2010, vol. 37, pp. 441-444. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2010.06.005>
25. Kuznetsov A.V., Nield D.A. The effect of strong heterogeneity on the onset of convection induced by internal heating in a porous medium: A layered model. *Transp. Porous Med.*, 2013, vol. 99, pp. 85-100. <https://doi.org/10.1007/s11242-013-0175-5>
26. Beavers G.S., Sparrow E.M., Masha B.A. Boundary conditions at a porous surface which bounds a fluid flow. *AIChE J.*, 1974, vol. 20, pp. 596-597. <https://doi.org/10.1002/aic.690200323>
27. Altukhov I.V., Ochirov V.D. Thermalphysic characteristics as the basis of calculation of the heating time constant of the sacchariferous root crops in the thermal processing processes. *Vestnik KrasGAU – The Bulletin of KrasGAU*, 2010, vol. 4, pp. 134-139.
28. Lobov N.I., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. *Chislennyye metody resheniya zadach teorii gidrodinamicheskoy ustoychivosti* [Numerical methods for solving problems in the theory of hydrodynamic stability]. Perm: Izd-vo PGU, 2004. 101 p.
29. Kolchanova E.A., Kolchanov N.V. Onset of solutal convection in layered sorbing porous media with clogging. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2022, vol. 183, 122110. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122110>

Поступила в редакцию 15.04.2022; после доработки 11.05.2022; принята к опубликованию 25.05.2022

---

Сведения об авторах

Колчанова Екатерина Андреевна, кфмн, доц., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15; e-mail: kolchanovaea@gmail.com

Колчанов Николай Викторович, кфмн, доц., ПГНИУ; e-mail: kolchanovn@gmail.com