

DOI: [10.7242/1999-6691/2022.15.1.6](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.1.6)

УДК 532.5

КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЯХ С ЭФФЕКТОМ СОРЕ

О.С. Захарова¹, Д.А. Брацун¹, И.И. Рыжков²¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация²Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Российская Федерация

В работе исследуются режимы гравитационно-зависимой конвективной неустойчивости, возникающей в тройной смеси, из которой состоит плоский горизонтальный слой. Слой подогревается снизу и находится под действием силы тяжести, направленной перпендикулярно к слою. Таким образом, система допускает в качестве основного состояния механическое равновесие раствора, которое, при определенных условиях, может потерять устойчивость. Математическая модель включает в себя двумерные уравнения Навье–Стокса, уравнения переноса компонентов смеси, записанные с учетом эффекта Соре, и уравнение теплопроводности. При этом симметричный эффекту Соре перенос тепла при наличии градиента концентрации в расчет не принимается, так как в тройных смесях на водной основе он обычно несущественен. Также не рассматриваются эффекты, связанные с концентрационно-зависимой диффузией и кросс-диффузией растворенных компонентов. Изучение конвективной устойчивости проводится как в линейном приближении, так и в условиях конечно-амплитудных режимов конвекции. Анализ основного состояния раствора после линеаризации управляющих уравнений вблизи состояния механического равновесия показал, что здесь существуют различные режимы конвекции. Для них построены нейтральные кривые и зависимости декрементов нарастания возмущений от числа Рейля и волнового числа. Обнаружено, что при подогреве тройной смеси снизу существует область параметров, в которой одновременно наблюдаются длинноволновая и коротковолновая моды колебательной неустойчивости. Численно исследовано нелинейное взаимодействие этих мод. Установлено, что указанные неустойчивости развиваются в таких тройных смесях, компоненты которых перераспределяются под действием эффекта Соре в различных направлениях относительно градиента температуры. Представлена зависимость структур течений и характеристик тепло- и массообмена от числа Рейля.

Ключевые слова: тройная смесь, эффект Соре, конвективная неустойчивость, взаимодействие мод

CONVECTIVE INSTABILITY IN MULTICOMPONENT MIXTURES WITH SORET EFFECT

O.S. Zakharova¹, D.A. Bratsun¹ and I.I. Ryzhkov²¹Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation²Institute of Computational Modelling, SB RAS, Krasnoyarsk, Russian Federation

We study the two-dimensional modes of gravity-dependent convective instability arising in a ternary mixture in a plane horizontal layer. The gravity force is oriented perpendicular to the layer heated from below. It is assumed that the system is in the state of mechanical equilibrium of a mixture considered as the base state of the system, which can become unstable under certain conditions. The mathematical model uses two-dimensional Navier-Stokes equations, transfer equations for describing mixture components with the Soret effect, and a heat transfer equation. Under the influence of a concentration gradient, the heat transfer symmetric to the Soret effect is neglected because it is usually small in water-based mixtures. The possible concentration-dependent diffusion and cross-diffusion of dissolved components are also neglected. We investigate a convective stability using linear approximation and under finite-amplitude convection regimes. The stability analysis of the base state after linearization of the governing equations with respect to the state of mechanical equilibrium predicts various convection modes. For each case, a neutral curve and the dependences of the disturbance growth decrements on both the Rayleigh number and the wave number are plotted. We show that in the case of the layer being heated from below, there are ranges of governing parameters where both long-wave and short-wave modes of oscillatory instability occur. The numerical analysis of a nonlinear coupling between these modes has revealed that such instabilities develop in the ternary mixtures whose components are arranged (due to the Soret effect) in different directions with respect to the temperature gradient. The effect of the Rayleigh number on the flow structure and heat mass transfer is demonstrated.

Key words: ternary mixture, Soret effect, convective instability, mode coupling

1. Введение

Явление термодиффузии обнаружено в середине XIX века Карлом Людвигом [1] и впервые систематически исследовано Шарлем Соре [2] при изучении поведения водного раствора соли в трубе, концы которой поддерживались при различных температурах. Он обнаружил, что спустя некоторое время концентрация соли вблизи холодного конца трубы становится выше, чем вблизи горячего, то есть при наличии градиента температуры происходит перераспределение соли в трубе, возникает градиент концентрации. В этом заключается эффект термодиффузии, который впоследствии получил название «эффект Соре» [3]. В широком смысле эффект Соре является разновидностью широкого класса явлений кросс-диффузии, в котором диффузия скалярной величины зависит от градиента другого скаляра.

Эффект термодиффузии достаточно слабо проявляется в смесях, но в некоторых ситуациях может существенно повлиять на характер движения смеси и процессы теплообмена. Например, термодиффузия

должна приниматься во внимание при изучении процессов, связанных с разработкой и добычей нефти [4], с движением вулканической лавы [5], с разделением изотопов в смесях (жидких, газообразных) [6, 7]. В многокомпонентных смесях перенос тепла и массы осуществляется не только в результате термодиффузии, но и за счет конвекции, теплопроводности и диффузии [8–10]. Экспериментальное определение коэффициентов переноса (теплопроводности, диффузии, термодиффузии) является непростой задачей. Работа в этом направлении продолжается. Например, авторами работ [11, 12] в рамках проекта DCMIX (Diffusion Coefficients in MIXtures) проведена серия космических и наземных экспериментов по измерению коэффициентов перекрестной диффузии. В целом можно констатировать, что исследование конвективной устойчивости многокомпонентных смесей является важной и актуальной задачей.

Вообще говоря, явление термодиффузии следует рассматривать в контексте влияния на гидродинамику смесей различных видов диффузионных процессов. Например, в последние годы установлено, что концентрационно-зависимая диффузия может ярко проявлять себя в тройных смесях гидроксидов щелочных металлов и солей сильных кислот [13–15]. Однако в данной работе внимание фокусируется на явлениях термодиффузии, другие диффузионные эффекты считаются незначительными.

Влияние эффекта Соре на устойчивость механического равновесия в плоском слое бинарной смеси впервые изучалось как теоретически, так и экспериментально в работе [16] и получило дальнейшее развитие в теоретических исследованиях [17–19]. Позднее в [20] показано, что тройные смеси обладают рядом отличий от бинарных и имеют сложный вид нейтральных кривых с несколькими типами неустойчивости даже при пренебрежении коэффициентами перекрестной диффузии. Однако эффекты Соре, наличие перекрестной диффузии и учет твердых границ оказывают значительное влияние на вид нейтральных кривых и на значения критических чисел Релея Ra в системах из тройной смеси, что продемонстрировано в работах [21, 22]. Изучение в [23] устойчивости плоского слоя бинарной смеси с твердыми границами в присутствии гравитации, продольных высокочастотных вибраций и термодиффузии показало, что учет двух механизмов неустойчивости (колебательной и гравитационной) при нормальном эффекте Соре приводит к возникновению монотонной неустойчивости, то есть термодиффузия дестабилизирует систему, тогда как при аномальном эффекте Соре моды неустойчивости конкурируют между собой. Кроме того, пренебрежение процессом перекрестной диффузии в системах с термодиффузией может приводить к существенным отклонениям теоретических данных от экспериментальных (см., например, для смеси вода–изопропанол–этанол при подогреве снизу [24]). Подробное исследование конвективной устойчивости многокомпонентных смесей представлено в работе [25], его результаты вошли в монографию [3], написанную одним из авторов настоящей статьи. В перечисленных работах рассмотрены бинарные и тройные смеси с учетом эффекта Соре при подогреве сверху и снизу, проведен общий линейный анализ устойчивости смеси. Построенные карты устойчивости для тройных смесей имеют очень сложную структуру и включают области с монотонными, колебательными, коротковолновыми и длинноволновыми колебательными неустойчивостями. Обнаружены области, в которых различные моды неустойчивости сосуществуют и взаимодействуют [25]. Этим тройные смеси отличаются от бинарных.

Таким образом, можно сделать вывод, что условия существования неустойчивостей и их типы в тройных смесях с термодиффузией изучены достаточно подробно. Однако исследования нелинейного механизма взаимодействия мод и эволюции неустойчивостей с ростом числа Релея до сих пор не получили должного внимания. Цель данной статьи — в какой-то мере восполнить этот пробел.

Для определенности сосредоточимся на изучении устойчивости состояния механического равновесия тройной смеси при подогреве снизу ($Ra > 0$), считая, что эффект Соре активно участвует в процессах переноса. Рассмотрим ту область карты устойчивости, в которой одновременно сосуществуют две моды неустойчивости: длинноволновая и коротковолновая. Проведем детальный анализ поведения бесконечно малых возмущений вблизи бифуркации коразмерности 2. Для выделенных точек карты устойчивости производится численное моделирование конечно-амплитудных режимов конвекции.

2. Математическая постановка задачи устойчивости смеси и описание ее основного состояния

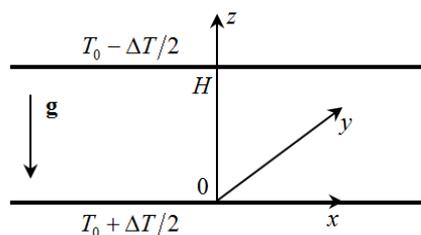


Рис. 1. Бесконечный горизонтальный слой жидкости толщиной H в поле силы тяжести; слой находится между двумя стенками, имеющими разную температуру

Пусть имеем бесконечный горизонтальный плоский слой, ограниченный двумя твердыми стенками $z=0$, и $z=H$, между которыми поддерживается разность температур ΔT . Слой заполнен жидкой смесью из n компонентов и находится под действием силы тяжести (Рис. 1). Предполагаем, что плотность смеси ρ линейно зависит от температуры и концентраций компонентов, при этом справедливо приближение Обербека–Буссинеска. Тогда зависимость плотности смеси от термодинамических параметров задачи (температуры и концентраций) можно записать следующим образом:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \beta_T (T - T_0) - \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i (C_i - C_{i0}) \right) = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0) - \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} (\mathbf{C} - \mathbf{C}_0)), \quad (1)$$

где T — температура, $\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_{n-1})$ — вектор концентраций, ρ_0 — плотность смеси при средних значениях температуры T_0 и вектора концентраций $\mathbf{C}_0 = (C_{10}, \dots, C_{n-1,0})$, β_T — коэффициент теплового расширения, $\mathbf{B} = \text{diag} \{ \beta_1, \dots, \beta_{n-1} \}$ — диагональная матрица коэффициентов концентрационного расширения и $\mathbf{I} = (1, \dots, 1)$ — вектор размерности $n-1$. Напомним, что n -й компонент смеси представлен растворителем (обычно это вода).

Для описания движения смеси запишем уравнение Навье–Стокса, дополненное уравнениями переноса тепла и массы с учетом эффекта термодиффузии. Смесь находится в поле силы тяжести, задаваемом вектором ускорения свободного падения $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ (Рис. 1). Уравнения движения смеси имеют вид:

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\rho_0^{-1} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{g} (\beta_T (T - T_0) + \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} (\mathbf{C} - \mathbf{C}_0)), \quad (2)$$

$$\partial_t T + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \chi \nabla^2 T, \quad (3)$$

$$\partial_t \mathbf{C} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{C} = D \nabla^2 \mathbf{C} + \mathbf{D}_T \nabla^2 T, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (5)$$

где $\mathbf{x} = (x, y, z)$ — радиус-вектор произвольной точки слоя, $\mathbf{u} = (u, v, w)$ — вектор скорости жидкости, $p = (P - \rho_0 \mathbf{g} \cdot \mathbf{x})$ — отклонение полного давления P от гидростатического давления, χ — коэффициент температуропроводности, ν — коэффициент кинематической вязкости, D — матрица коэффициентов диффузии, \mathbf{D}_T — вектор коэффициентов термодиффузии. Переносом тепла, происходящим при наличии градиента концентрации (эффектом Дюфора) в уравнении переноса тепла можно пренебречь, так как в многокомпонентных смесях он мало значим [16].

Предполагаем, что горизонтальные границы твердые и на них выполняются условия прилипания, а также отсутствует диффузионный поток компонентов смеси и поддерживаются разные по величине постоянные температуры:

$$z = 0, H: \quad \mathbf{u} = 0, \quad T = T_0 \pm \frac{\Delta T}{2}, \quad D \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial z} + \mathbf{D}_T \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

где $\Delta T > 0$ соответствует подогреву снизу, а $\Delta T < 0$ — подогреву сверху.

Выберем высоту слоя H в качестве характерного размера задачи, а ΔT — в качестве характерной разности температур. Далее сведем задачу к безразмерному виду, вводя в рассмотрение безразмерные переменные: время, вектор координат, вектор скорости, давление, температуру, вектор концентраций и плотность смеси:

$$\begin{aligned} t &= \frac{H^2}{\nu} t^*, & \mathbf{x} &= H \mathbf{x}^*, & \mathbf{u} &= \frac{\nu}{H} \mathbf{u}^*, & p &= \rho_0 \frac{\nu^2}{H^2} p^*, \\ T - T_0 &= \Delta T T^*, & \mathbf{C} - \mathbf{C}_0 &= \beta_T \Delta T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C}^*, & \rho - \rho_0 &= \rho_0 \beta_T |\Delta T| \rho^*. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставим переменные (7) в систему уравнений (2)–(5) и учтем граничные условия (6). Для удобства отбросим верхние индексы у безразмерных переменных. В результате получим безразмерные уравнения движения с граничными условиями:

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + \text{Pr}^{-1} \text{Ra} (T + \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}) \mathbf{e}, \quad (8)$$

$$\partial_t T + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T, \quad (9)$$

$$\partial_t \mathbf{C} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{C} = S \mathbf{C} (\nabla^2 \mathbf{C} - \Psi \nabla^2 T), \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (11)$$

$$z = 0, 1: \quad \mathbf{u} = 0, \quad T = \pm \frac{1}{2}, \quad \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial z} - \Psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

где $\mathbf{e} = (0, 0, 1)$, $Ra = g\beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$ — число Релея, $Pr = \nu / \chi$ — число Прандтля, $\Psi = (\psi_1, \dots, \psi_{n-1}) = -BD^{-1} \mathbf{D}_T / \beta_T$ — вектор отношений разделения, характеризующих эффект термодиффузии [26]. В уравнении (10) появляется матрица коэффициентов диффузии:

$$SC = \nu^{-1} BDB^{-1}, \quad \{SC\}_{ij} = \frac{\beta_i}{\beta_j} Sc_{ij}^{-1} \quad (i, j = 1, \dots, n-1),$$

где $Sc_{ij} = \nu / D_{ij}$ — числа Шмидта, которые определяют отношение характерного диффузионного времени к характерному гидродинамическому времени. В дальнейшем предполагается, что безразмерная диффузная матрица является либо диагональной, либо приведенной к диагональному виду с помощью преобразования, предложенного в работе [27]:

$$SC = \text{diag}\{Sc_1^{-1}, \dots, Sc_{n-1}^{-1}\}.$$

Задача (8)–(11) с граничными условиями (12) имеет стационарное решение, описывающее состояние механического равновесия смеси в поле силы тяжести:

$$\begin{aligned} u_s = 0, \quad p_s = \frac{Ra(\Psi + 1)}{2Pr} (z - z^2), \quad T_s = \frac{1}{2} - z, \\ \mathbf{C}_s = \Psi \left(\frac{1}{2} - z \right), \quad \rho_s = -\delta(\Psi + 1) \left(\frac{1}{2} - z \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где при подогреве снизу $\delta = 1$; стационарное решение обозначено индексом S ; Ψ — суммарное отношение разделения, которое находится по формуле:

$$\Psi \equiv \sum_{i=1}^{n-1} \psi_i.$$

Полученное решение (13) принадлежит к классу инвариантных решений ранга 1 относительно группы, порождаемой операторами $X_0 = \partial / \partial t$, $H_1(1) = \partial / \partial x$, $H_2(1) = \partial / \partial y$ (более подробно это описано в монографии [3]). Знак концентрации позволяет судить, как распределяются компоненты, участвующие в тройной смеси, а по ψ_i оценивается интенсивность разделения этих компонентов. Таким образом, решение стационарных уравнений зависит лишь от вертикальной координаты z , и разделение смеси при эффекте Соре может происходить только в этом направлении.

3. Решение задачи устойчивости

Вычислим критические значения чисел Релея, при превышении которых возникает конвективное движение и механическое равновесие смеси становится неустойчивым. Представим поля скорости, давления, температуры и концентрации в виде суммы основного состояния (13) и нормальных возмущений:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ p \\ T \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ p_s \\ T_s \\ \mathbf{C}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u}(z) \\ p(z) \\ T(z) \\ \mathbf{C}(z) \end{bmatrix} \cdot e^{-\lambda t + i(k_x x + k_y y)},$$

где $\lambda = \lambda_r + i\omega$ — комплексный декремент, k_x , k_y — волновые числа в горизонтальных направлениях x и y соответственно. Уравнения (8)–(11) с граничными условиями (12) линеаризуем вблизи основного состояния, исключая из уравнения движения давление и компоненты скорости (путем применения к нему дважды оператора rot). Спроецируем полученные уравнения на ось z . Тогда нормальные возмущения принимают следующий вид:

$$(\omega', T', \mathbf{C}') = (\phi(z), \theta(z), \xi(z)) e^{-\lambda t + i(k_x x + k_y y)}, \quad (14)$$

где $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{n-1})^T$ и вводится вектор $\boldsymbol{\eta} = \xi - \boldsymbol{\psi}\theta$. Подстановка разложения (14) в линеаризованные уравнения (8)–(11) с граничными условиями (12) приводит к системе амплитудных уравнений:

$$\Delta^2 \phi + \lambda \Delta \phi - \text{Pr}^{-1} \text{Ra} k^2 ((\Psi + 1)\theta + \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\eta}) = 0, \quad (15)$$

$$\text{Pr}^{-1} \Delta \theta + \lambda \theta + \phi = 0, \quad (16)$$

$$SC \Delta \boldsymbol{\eta} + \lambda (\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\psi} \theta) + \boldsymbol{\psi} \phi = 0, \quad (17)$$

$$z = 0, 1: \quad \phi = \phi' = \theta = 0, \quad \boldsymbol{\eta}' = 0, \quad (18)$$

где введены волновое число $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ и оператор $\Delta = \partial_{zz} - k^2$; штрих означает производную по z .

Исследование амплитудных уравнений позволяет определить критические числа Релея для монотонной ($\lambda = 0$) и колебательной ($\lambda = i\omega$) неустойчивости, где ω задает частоту колебаний. В пределе длинных волн ($k \rightarrow 0$) критические параметры неустойчивости могут быть найдены путем разложения полей скорости, температуры и концентрации в ряд по волновому числу k . Критическое число Релея для монотонной неустойчивости находится по формуле

$$\text{Ra}_m = 720 \text{Pr} \left(\sum_{j=1}^{n-1} \psi_j \text{Sc}_j \right)^{-1}, \quad (19)$$

для колебательной неустойчивости из выражения

$$\text{Ra}_o = 720 \text{Pr} \left(\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\psi_j \text{Sc}_j^{-1}}{\omega^2 + \text{Sc}_j^{-2}} \right)^{-1}, \quad (20)$$

где частота ω удовлетворяет уравнению:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\psi_j}{\omega^2 + \text{Sc}_j^{-2}} = 0. \quad (21)$$

Если отношения разделения компонентов ψ_j имеют одинаковые знаки или все числа Шмидта равны друг другу, то смесь является бинарной ($n = 2$); либо же уравнение (21) не имеет решения. Следовательно, для существования длинноволновой колебательной неустойчивости необходимы смеси с числом компонентов $n > 2$. При этом диффузионные и термодиффузионные свойства у компонентов смеси должны различаться, так как одна часть компонентов должна концентрироваться в холодной области, а другая — в более нагретой (вследствие термодиффузии). Переписав уравнение (21) в виде полинома степени $n-1$ относительно ω_1^2 для смеси из n компонентов, можно определить границы длинноволновой колебательной неустойчивости с помощью чисел Релея, максимальное число которых будет $n = 2$ [23].

Для описания тройных смесей используем пространство параметров $\Psi, \psi_1, s, \text{Sc}_2$, где $\Psi = \psi_1 + \psi_2$ — суммарное отношение разделения, $s = \text{Sc}_1 / \text{Sc}_2$ — отношение чисел Шмидта. Отношение диффузионных времен компонентов смеси также можно представить в виде: $s = \tau_1 / \tau_2$, где $\tau_i = L^2 / D_{ii}$, следовательно, отношение чисел Шмидта находится в интервале $0 < s \leq 1$.

В данной работе исследуется смесь из трех компонентов, в которой первый и второй компоненты имеют меньшие плотности, чем третий компонент (растворитель). Для нахождения чисел Релея в тройных смесях вблизи $k = 0$ необходимо подставить $n = 3$ в формулы (19)–(21). Тогда для монотонных возмущений критические числа Релея получаются по формуле:

$$\text{Ra}_m \sim \frac{60 \text{Pr}}{\text{Sc}_2 (\Psi + \psi_1 (s-1))} \times \left(12 + \left(34 - \frac{131 \text{Pr} (\Psi + 1)}{\text{Sc}_2 (\Psi + \psi_1 (s-1))} \right) \frac{k^2}{77} \right). \quad (22)$$

Для колебательных возмущений приближения имеют следующий вид:

$$\text{Ra}_o \sim \frac{720\text{Pr}(s+1)}{\text{Sc}_2 s \Psi} + k^2 \frac{60\text{Pr}(s+1)}{77 \Psi^2 s^2 \text{Sc}_2^2} (-131\text{Pr}(s+1) + (2\text{Sc}_2(17s-5) + 22 - 32\text{Pr} - 131s\text{Pr})\Psi + \\ + (10\text{Sc}_2(s+1) - 22 - 99\text{Pr})(1-s)\psi_1), \quad (23)$$

$$\omega \sim \frac{k}{\text{Sc}_2 s} \sqrt{\frac{\psi_1(1-s^2)}{\Psi} - 1} + k^4 \frac{\psi_1(\Psi - \psi_1)(9\text{Pr} + 2)(s-1)^2(s+1)}{168\text{Sc}_2^2 s^2 \Psi \sqrt{\Psi(\psi_1(1-s^2) - \Psi)}}. \quad (24)$$

Если оба компонента имеют одинаковые диффузионные времена ($s=1$), то смесь ведет себя как бинарная с отношением разделения $\Psi = \psi_1 + \psi_2$. При этом существуют области коротковолновой и длинноволновой монотонной неустойчивости, но длинноволновая колебательная неустойчивость отсутствует [25]. Когда отношение чисел Шмидта лежит в интервале $0 < s < 1$, то критические параметры неустойчивости зависят и от суммарного отношения разделения Ψ , и от отношения разделения ψ_1 .

Рассмотрим случай, когда $\text{Ra} > 0$, что соответствует подогреву снизу. Анализируя первые члены в разложениях (22)–(24) при $k=0$, видим, что можно выделить область монотонной неустойчивости, которая определяется неравенствами $\{\Psi < 0, \psi_1 < \psi_m\}$ и $\{\Psi \geq 0, \psi_1 \leq \psi_o\}$, а также область колебательной неустойчивости $\{\Psi > 0, \psi_1 > \psi_o\}$, где

$$\psi_m \equiv \frac{\Psi}{1-s}, \quad \psi_o \equiv \frac{\Psi}{1-s^2}. \quad (25)$$

Вторые члены в разложении (22) и (23) позволяют выделить подобласти исследуемых областей, в которых минимум нейтральных кривых достигается при $k \neq 0$. Введем обозначения:

$$\psi_{ml} = \frac{\Psi(131\text{Pr} - 34\text{Sc}_2) + 131\text{Pr}}{34\text{Sc}_2(s-1)}, \quad (26)$$

$$\psi_{10} = \frac{131\text{Pr}(s+1)(1-s)^{-1}}{10\text{Sc}_2(s+1) - 22 - 99\text{Pr}}, \quad (27)$$

$$\psi_{ol} = \frac{(2\text{Sc}_2(5-17s) - 22 + 32\text{Pr} + 131s\text{Pr})\Psi + 131\text{Pr}(s+1)}{(1-s)(10\text{Sc}_2(s+1) - 22 - 99\text{Pr})}, \quad (28)$$

$$\psi_m = \frac{131\text{Pr}(s+1)}{34\text{Sc}_2 s - 131\text{Pr}(s+1)}, \quad (29)$$

$$\psi_o = \frac{131\text{Pr}(s+1)^2}{s(34\text{Sc}_2(s+1) + 22 - 161\text{Pr}) - 131\text{Pr}(s^2+1)}. \quad (30)$$

Монотонные коротковолновые возмущения являются наиболее опасными в области $\{-1 < \Psi < 0, \psi_{ml} < \psi_1 < \psi_m\}$, а так же в областях

$$\{0 \leq \Psi \leq \psi_m, \psi_{ml} < \psi_1 \leq \psi_o\} \quad \text{при } \psi_m > 0, \\ \{0 \leq \Psi, \psi_{ml} < \psi_1 \leq \psi_o\} \quad \text{при } \psi_m < -1.$$

Колебательные коротковолновые возмущения наиболее опасны в областях

$$\{0 < \Psi < \psi_o, \psi_o < \psi_1 < \psi_{ol}\} \quad \text{при } \psi_o > 0, \psi_{10} > 0; \\ \{0 < \Psi \leq \psi_o, \psi_1 > \psi_o\}, \{\Psi > \psi_o, \psi_1 > \psi_{ol}\} \quad \text{при } \psi_o > 0, \psi_{10} < 0; \\ \{\Psi > 0, \psi_o < \psi_1 < \psi_{ol}\} \quad \text{при } \psi_o < 0, \psi_{10} > 0.$$

Из неравенств для величин $\psi_m, \psi_o, \psi_{10}$ могут быть выведены неравенства, ограничивающие область значений числа Шмидта Sc_2 . По числам Шмидта с учетом физических характеристик смеси можно оценить устойчивость плоского слоя в поле силы тяжести. В данной задаче $\psi_{10} = 0,28$.

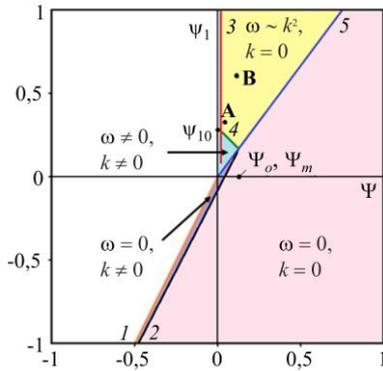


Рис. 2. Карта устойчивости на плоскости управляющих параметров задачи – разделений Ψ и ψ_1 , для подогреваемой снизу тройной смеси при $Pr = 10$; $Sc_2 = 10^3$; $s = 0,5$; прямые $\psi_1 = \psi_m$ (линия 1), $\psi_1 = \psi_{ml}$ (2), $\psi_1 = \psi_{ol}$ (4), $\psi_1 = \psi_o$ (5) делят карту устойчивости на области, описываемые уравнениями (25)–(30); в областях указаны критические значения частоты ω и волнового числа k . Область существования длинноволновой неустойчивости закрашена. Область исследования, в которой коротковолновая и длинноволновая колебательные неустойчивости взаимодействуют, содержит точки **A** и **B**; в этих точках и проведено численное моделирование

На рисунке 2 представлена карта областей неустойчивости на плоскости параметров Ψ и ψ_1 для тройной смеси при фиксированных значениях Pr , Sc_2 , s . При $s \rightarrow 0$ границы области длинноволновой монотонной неустойчивости $\psi_1 = \psi_m$ (линия 1) и $\psi_1 = \psi_o$ (линия 5) приближаются к прямой $\psi_1 = \Psi$. Это связано с тем, что при малых значениях s диффузионные свойства второго компонента смеси значительно слабее, чем у первого компонента. В результате этого характеристики устойчивости определяются градиентом концентрации второго компонента, который зависит от отношения разделения ψ_2 , и тип неустойчивости будет обуславливаться этим значением. Следовательно, при малых s возникает монотонная неустойчивость, если $\psi_2 \geq 0$, и колебательная неустойчивость, если $\psi_2 < 0$. Граница между этими режимами — $\psi_2 = 0$, совпадает с прямой $\psi_1 = \Psi$.

Длинноволновая колебательная неустойчивость возникает в смесях с тремя и большим числом компонентов, если $0 < s < 1$ в области $\Psi > 0$, $\psi_1 = \psi_o$. В данной области градиенты температуры и концентрации первого компонента дестабилизируют систему ($\psi_1 > 0$), а градиент концентрации второго компонента, наоборот, стабилизирует ($\psi_2 < 0$), причем $|\psi_2| < |\psi_1|$. Слабая стабилизация со стороны второго компонента приводит к возникновению длинноволновых колебаний. Сильный стабилизирующий эффект, вызванный градиентами концентрации одного или двух компонентов смеси (область $\Psi < 0$, $\psi_1 > \psi_m$) приводит к коротковолновой колебательной неустойчивости.

На рисунке 2 также показаны подобласти, в которых существует длинноволновая неустойчивость, однако минимум нейтральной кривой достигается при $k \neq 0$. Граница между областями длинноволновой и коротковолновой колебательной неустойчивости (линия 4) найдена из условия равенства нулю коэффициента при k^2 в выражении (23). Линия 3 на рисунке 2 является результатом численного решения задачи при $\Psi = 0,021$. Таким образом, на карте при $\omega = 0, k = 0$ одновременно сосуществуют длинноволновая колебательная и длинноволновая монотонная (последняя наиболее опасная) неустойчивости; при $\omega \sim k^2, k = 0$ — длинноволновая (наиболее опасная) и коротковолновая колебательные неустойчивости; при $\omega \neq 0, k \neq 0$ — длинноволновая и коротковолновая (наиболее опасная) колебательные неустойчивости; при $\omega = 0, k \neq 0$ — длинноволновая колебательная и коротковолновая монотонная (наиболее опасная) неустойчивости. Как видно из карты устойчивости, возможные виды неустойчивости, которые могут развиваться в системе, весьма разнообразны.

На рисунке 3а область параметров, которая располагается вблизи начала координат в первом квадранте карты устойчивости (см. Рис. 2), представлена более детально. Далее в статье сфокусируем внимание на процессах, которые происходят вблизи бифуркационного перехода, обозначенного на рисунке 2 линией 4. По обе стороны от этой линии существует две моды колебательной неустойчивости — длинноволновая и коротковолновая, но в верхней части более опасна длинноволновая, а ниже — коротковолновая неустойчивость.

На рисунке 3а также изображен характерный вертикальный срез, пересекающий бифуркационный переход между областями. На срезе выделены точки 1–4. Перестройка нейтральных кривых при уменьшении параметра разделения ψ_1 показана на рисунке 3б; соответствующие зависимости частоты колебательных неустойчивостей от волнового числа — на рисунке 3в. Линейный анализ позволил установить, что в точке бифуркации 3 локальные минимумы нейтральной кривой, отвечающие длинноволновой и коротковолновой неустойчивостям, сливаются. При этом частотная характеристика длинноволновой неустойчивости, по сравнению с коротковолновой, меняется крайне медленно (Рис. 3в). Таким образом, говорить о колебательных свойствах длинноволновой неустойчивости можно только условно.

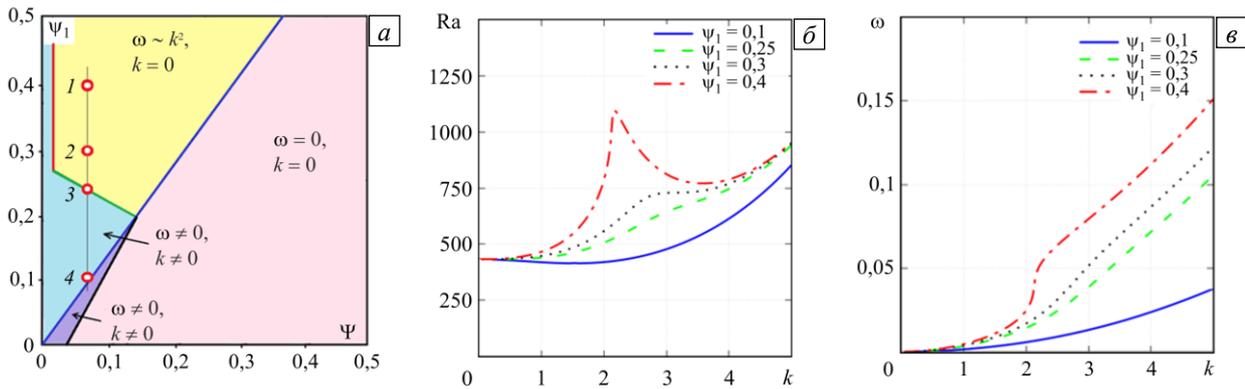


Рис. 3. Детализированная карта устойчивости (см. четверть первого квадранта на Рис. 2), где вертикальная тонкая линия (выделены точки с координатой ψ_1 : 0,4 (точка 1); 0,3 (2); 0,25 (3); 0,1 (4)) соответствует характерному срезу, проходящему через точку бифуркации 3 коразмерности 2 (а); нейтральные кривые (б) и частоты возмущений (в), построенные для точек 1–4 характерного среза

Рассмотрим изменение характеристик двух мод неустойчивости в зависимости от числа Рейля. Для этого выберем в изучаемой области параметров две характерные точки **A** и **B** (см. Рис. 2) так, чтобы выполнялось условие возникновения коротковолновой моды неустойчивости. Нейтральные кривые и частотные характеристики в этих точках показаны на рисунке 4. Как видно из рисунка, обе точки взяты на линии параметрического пространства, на которой возникает локальный минимум нейтральной кривой с неравным нулю волновым числом (Рис. 4а, в). На это также указывает идентичность частотных характеристик возмущений (Рис. 4б, г). Несмотря на подобие нейтральных кривых, абсолютный минимум достигается при разных значениях числа Рейля: в точке **A** при $Ra_{кр} = 432$, а в точке **B** при $Ra_{кр} = 216$.

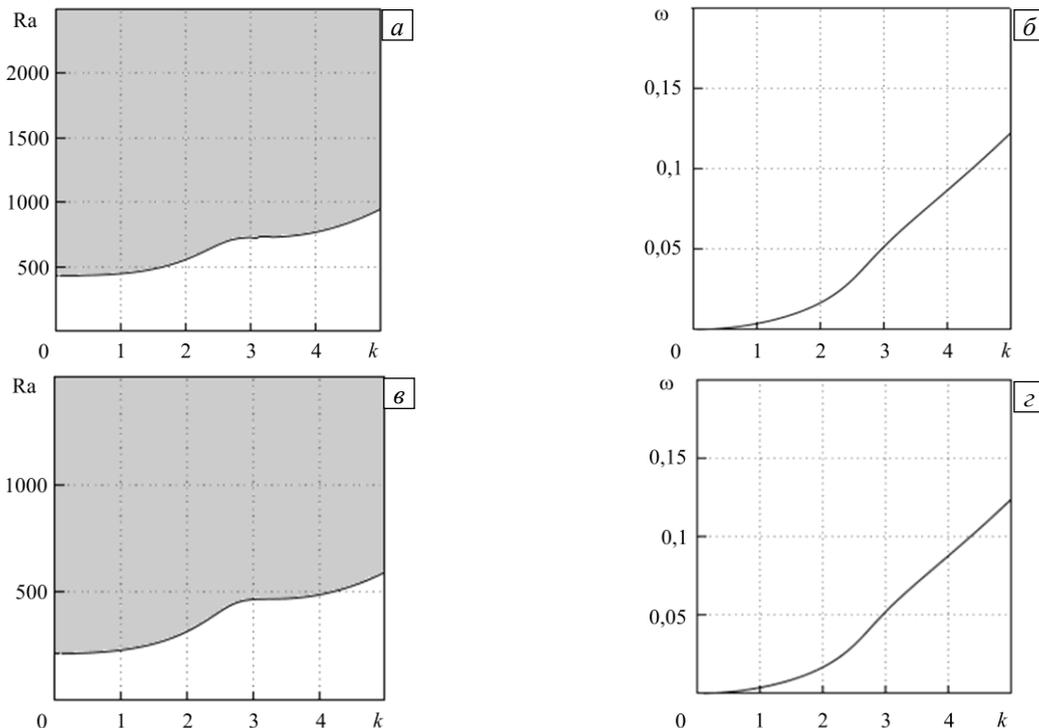


Рис. 4. Нейтральные кривые (а, в) и частотные характеристики (б, г) возмущений для тройных смесей в точках **A** и **B** (см. Рис. 2) при $s=0,5$, $Pr=10$, $Sc_2=1000$ и различных значениях параметров разделения: в точке **A** – $\Psi=0,05$, $\psi_1=0,3$, $Ra_{кр}=432$ (а, б); в точке **B** – $\Psi=0,1$, $\psi_1=0,6$, $Ra_{кр}=216$ (в, г); области существования неустойчивости на фрагментах (а, в) имеют темную заливку

На рисунке 5 приведены графики декрементов, показывающих характер нарастания возмущений ($Re \lambda$) в зависимости от волнового числа k при различных значениях числа Рейля. При малых Ra наиболее быстро растут длинноволновые возмущения, однако с увеличением Ra скорость роста коротковолновых возмущений становится больше (Рис. 5а, в). Также наблюдаются режимы, при которых скорость роста возмущений одинакова как для коротковолновой, так и длинноволновой мод неустойчивости.

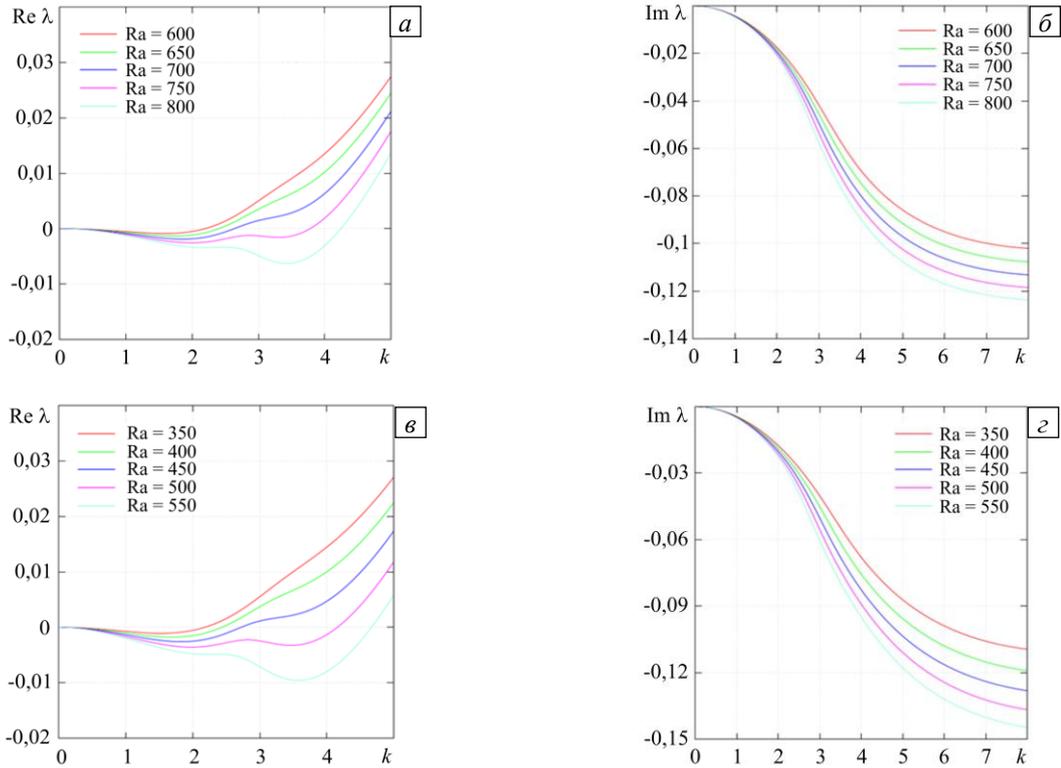


Рис. 5. Скорость роста возмущений в зависимости от числа Ra в точке А при $\Psi=0,05$, $\psi_1=0,3$ (а, б); в точке В при $\Psi=0,1$, $\psi_1=0,6$ (в, г)

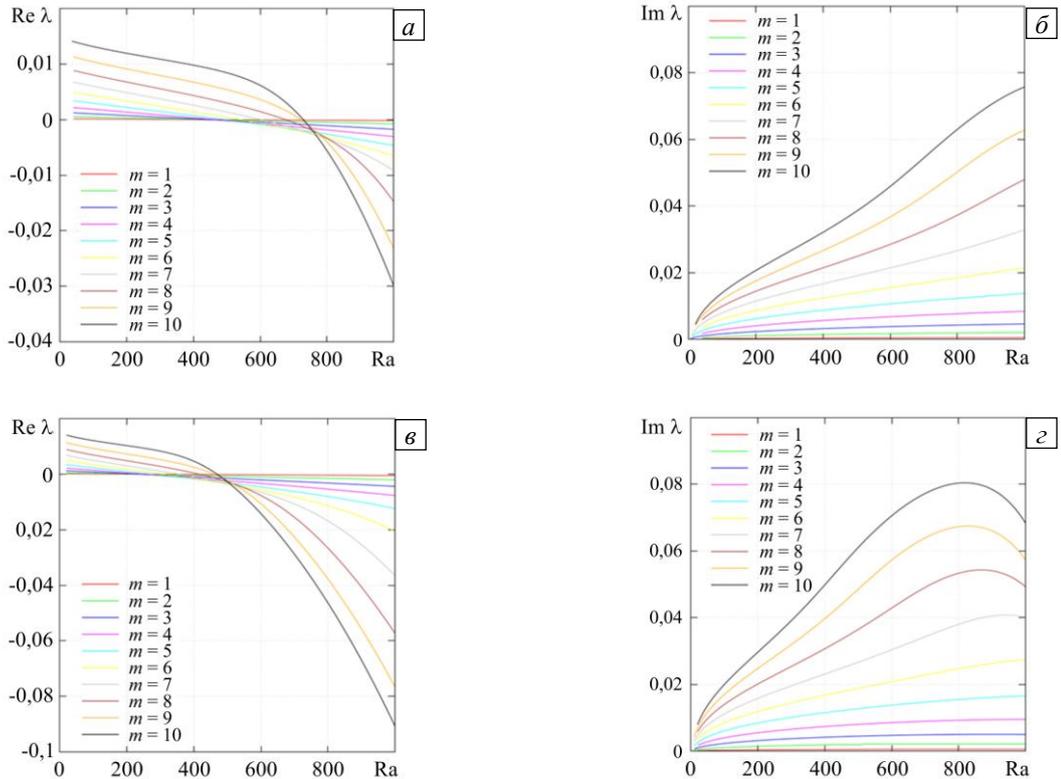


Рис. 6. Скорость роста возмущений в зависимости от количества конвективных ячеек m : в точке А при $\Psi=0,05$, $\psi_1=0,3$ (а, б); в точке В при $\Psi=0,1$, $\psi_1=0,6$ (в, г)

Рисунок б содержит кривые роста возмущений при различных значениях волнового числа k . Моды вычислялись по формуле, связывающей число k и количество конвективных ячеек, которые образуются при заданных числах Рейля:

$$k = 2\pi mH/L, \quad (31)$$

где m — количество ячеек, L — длина слоя, H — высота слоя. Обнаружено, что при некоторых значениях числа Ра моды перекрывают друг друга (Рис. 6), что свидетельствует об их возможном взаимодействии при определенных условиях. Например, при $Ra = 400$ перекрываются моды при $m=1$ и $m=8$ (см. Рис. 6a), а также при $m=2, 3, 4, 5, 6, 7, 10$ (см. Рис. 6a).

Подытоживая раздел, посвященный линейному анализу бесконечно малых возмущений, можем сделать вывод, что рассмотрение смеси с числом растворяемых компонентов больше одного (тройной раствор и выше) приводит к большому разнообразию наблюдаемых неустойчивостей. Практически в одной задаче могут сосуществовать все виды конвективных мод. Картина особенно усложняется при учете эффекта Соре. Это объясняется тем, что неустойчивость может генерироваться отдельно скалярными полями, описывающими перенос массы. Могут возбуждаться изотермические моды неустойчивости двойной диффузии или диффузионного слоя. Однако скалярные поля, связанные с переносом массы активно взаимодействует с тепловыми эффектами как через механизм двойной диффузии (по линии «тепло–примесь»), так и через механизм термодиффузии.

4. Результаты численного моделирования

Устойчивость возмущений в линейном приближении исследовалась выше на примере бесконечно протяженного горизонтального слоя. При проведении численного анализа удобнее моделировать кювету конечной ширины с твердыми границами по всему периметру. Во-первых, такой подход ближе к условиям реального эксперимента и допускает прямое сравнение с экспериментальными данными (при их наличии). Во-вторых, использование на боковых стенках периодических граничных условий, которые являются стандартными для модели бесконечного слоя, изначально навязывает определенную длину волны возмущения. Так как в данной работе внимание фокусируется на изучении взаимодействия различных мод неустойчивости, это ограничение стоит признать неудобным. Таким образом, будем рассматривать полость конечной ширины L , что дает возможность системе самой регулировать длину волны возмущений в ходе их нелинейного развития. Для того чтобы результаты двух подходов сочетались, кювета должна быть достаточно протяженной. Для определенности возьмем кювету с аспектным отношением $L/H = 10$.

Численное моделирование конечно-амплитудных режимов конвекции трехкомпонентной смеси в замкнутой полости выполнялось в пакете ANSYS Fluent. Задавалась двумерная прямоугольная область $0 \leq x \leq L$, $0 \leq z \leq 1$, где L — уже безразмерная величина, измеряемая в единицах высоты полости. Определяющие уравнения (8)–(11) интегрировались вместе с соответствующими граничными условиями:

$$x=0, L: \quad \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial C_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial C_2}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (32)$$

$$z=0: \quad \mathbf{u} = 0, \quad T = \frac{1}{2}, \quad \frac{\partial C_1}{\partial z} - \psi_1 \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C_2}{\partial z} - \psi_2 \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (33)$$

$$z=1: \quad \mathbf{u} = 0, \quad T = -\frac{1}{2}, \quad \frac{\partial C_1}{\partial z} - \psi_1 \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C_2}{\partial z} - \psi_2 \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (34)$$

Начальным состоянием служило состояние механического равновесия смеси (13), на которое накладывались возмущения поля скорости с амплитудой не более 10^{-4} . Расчеты проводились на сетке 200×20 , шаг по времени составлял $1/100$ от характерного времени вязкости $\tau = L^2/\nu$ (в безразмерных переменных это время равно 1).

Для оценки максимального значения шага однородной пространственной дискретизации использовались результаты работы [28], которая посвящена численному моделированию классической задачи Релея–Бенара. В работе показано, что для успешного разрешения задачи шаг ее пространственной дискретизации — σ (при числе Прандтля $Pr > 1$), должен удовлетворять условию:

$$\sigma < \pi \left(\frac{1}{Ra Pr Nu} \right)^{1/4}, \quad (35)$$

где Nu — число Нуссельта. В формуле (35) число Nu заменялось числом Шервуда — отношением конвективного массопереноса к диффузионному, так как в рассматриваемой задаче более важен не теплообмен, а массоперенос. С учетом этого получили следующую оценку для максимального значения числа Релея, при котором выбранная сетка уверенно разрешает все возможные структуры устойчивости:

$$Ra < \frac{\pi^4}{\sigma^4 Pr Sh}. \quad (36)$$

Неравенство (36) и значения параметров ($Pr=10$, $\sigma=0,05$, $Sh=4$) дают следующую оценку максимальному числу Релея: $Ra_{\max} \approx 4 \cdot 10^5$. Найденное значение существенно превышает любые числа Релея, которые рассматриваются в данной работе. Оно также находится вблизи бифуркационной поверхности, которая является границей смены наиболее опасных длинноволновых возмущений наиболее опасными коротковолновыми возмущениями. В этой окрестности значения числа Релея таковы, что возбуждаются обе неустойчивости одновременно. Вблизи точки первой бифуркации (точка **A**, Рис. 2) интенсивность конвективных движений невысокая, и невыполнение жесткого требования к выбору величины шага пространственной дискретизации не критично.

Численно исследовалась неустойчивость в модельной тройной смеси с параметрами $\Psi=0,1$, $\psi_1=0,6$, $\psi_2=-0,5$, $s=0,5$, $Sc_2=1000$, $Pr=10$, $C_1=0,4$, $C_2=0,4$, что соответствует параметрам разделения в точке **B** на рисунке 2. В этой точке нейтральная кривая (см. Рис. 4б) имеет два локальных минимума, один из которых (ярко выраженный и расположенный ниже) отвечает длинноволновой неустойчивости ($k=0$, $Ra_{кр}=216$), а другой (слабо выраженный) — коротковолновой моде ($k=3,1$, $Ra_{кр}=468$). Колебательные свойства неустойчивости заметнее проявляются у коротковолновой неустойчивости (Рис. 4г). В начальный момент времени в смеси задавалось линейное распределение компонентов, при котором первый компонент концентрировался у нижней нагретой границы, а второй — у верхней холодной границы.

Рисунок 7а–г содержит распределения вертикальной скорости, температуры и концентрации компонентов смеси от времени в центре полости при числе Релея $Ra=400$. Это значение выше порога развития длинноволновой неустойчивости, но гораздо ниже величины, при которой начинается развитие коротковолновой моды. Расчеты показывают, что неустойчивость возникает локально после $t=150$. Рисунок 7д иллюстрирует этот процесс для двух моментов эволюции полей скорости и температуры. На промежутке $150 < t < 3350$ наблюдается постепенный экспоненциальный рост локальных колебательных возмущений. Верхний фрагмент содержит поля скорости и температуры в момент $t=1500$, то есть сразу после появления первой неустойчивости. После этого движение бегущих волн происходит в положительном и отрицательном направлениях по оси x . На рисунке 7д (нижний фрагмент) демонстрируется состояние системы в момент времени $t=1700$ в процессе распространения возмущений по кювете. Далее волны отражаются от боковых стенок, возвращаются, и регулярные колебания сменяются сложным периодическим движением. В итоге, после $t > 7260$ конвективное течение выходит на стационарный режим.

При обсуждении сценария распространения колебательных возмущений нужно иметь в виду, что в бесконечном слое возмущения будут распространяться неограниченно, поэтому финальное квазистационарное поведение следует отнести на счет конечных размеров кюветы.

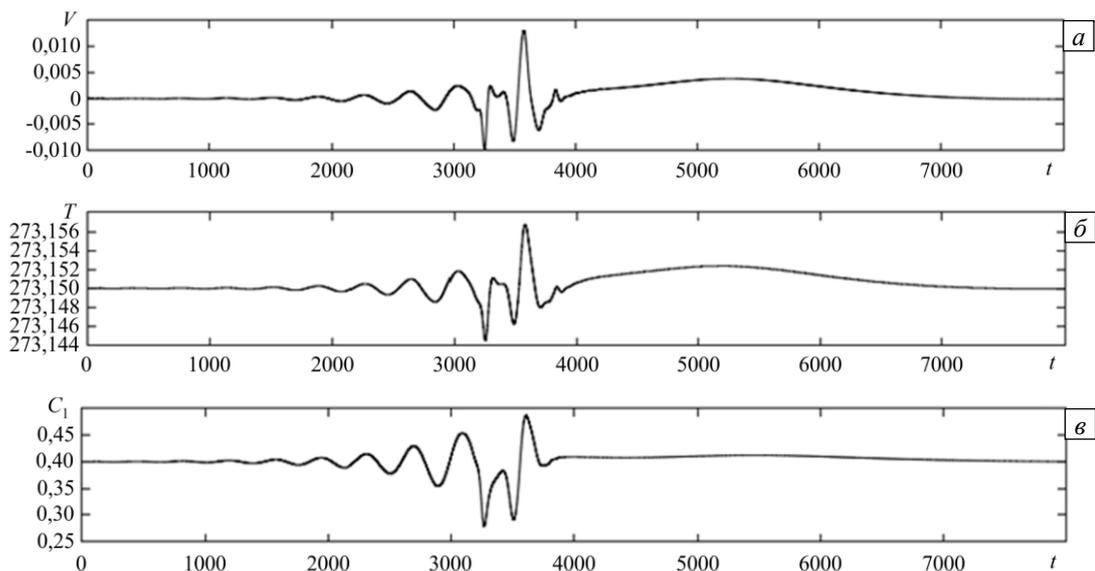


Рис. 7. Зависимость от времени безразмерных значений вертикальной скорости (а), температуры (б), концентрации первого (в) и второго (г) компонентов тройной смеси в центре полости при $Ra=400$; поле температуры (д) в момент начального возмущения при $t=1500$ (верхний фрагмент) и дальнейшего развития неустойчивости при $t=1700$ (нижний фрагмент)

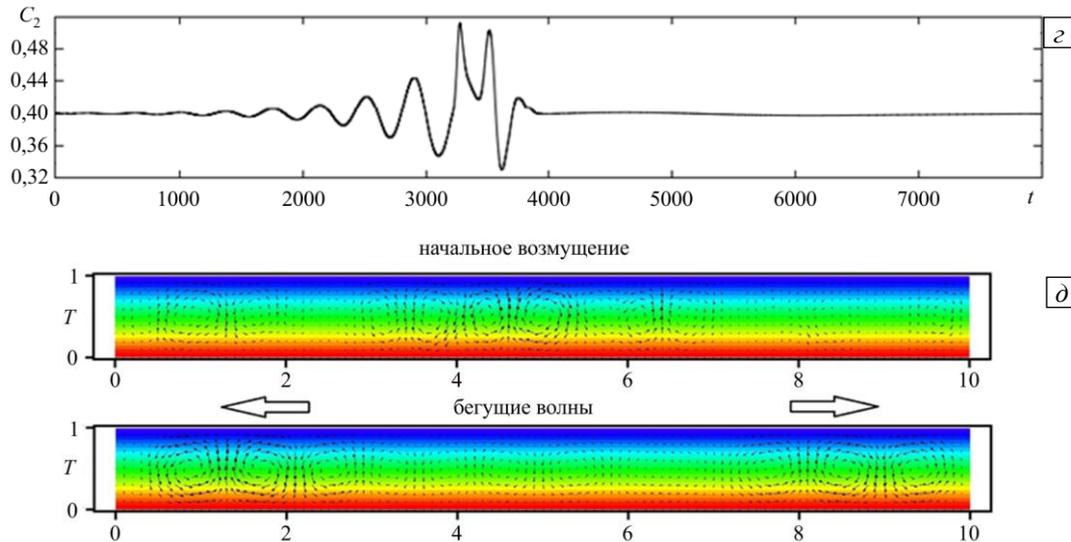


Рис. 7. Продолжение

Далее внимание фокусировалось на определении характерного размера конвективных ячеек и времени выхода на стационарный режим течения при изменении числа Релея. Рассмотрено пять различных значений: $Ra = 350, 400, 500, 600, 750$ (Рис. 8) для тройной смеси с параметрами $\Psi = 0,1$, $\psi_1 = 0,6$, $\psi_2 = -0,5$, $s = 0,5$, $Sc_2 = 1000$, $Pr = 10$, $C_1 = 0,4$, $C_2 = 0,4$, отвечающими точке **В** (Рис. 2). При постепенном увеличении числа Релея начинают возбуждаться возмущения, отвечающие коротковолновой неустойчивости. Светлые области в полях концентрации соответствуют ее большим значениям, темные области — меньшим. На рисунке 8а показана структура полей температуры и концентрации компонентов смеси при $Ra = 350$ в момент развития длинноволновой неустойчивости ($t = 12000$). Несмотря на то, что для выхода на устойчивое состояние требуется более длительное расчетное время, в слое можно наблюдать существование нескольких конвективных ячеек. С ростом числа Релея время выхода на стационарный режим уменьшается, и развитие неустойчивости происходит быстрее (Рис. 8з). Кроме того, имеет место переход к коротковолновой неустойчивости (Рис. 8д) и постепенное увеличение числа ячеек, что хорошо видно на фрагментах 8б–д, соответствующих стационарным режимам динамики системы. Вращение жидкости в соседних ячейках происходит в противоположных направлениях, и поле концентрации первого компонента более размыто, чем второго, так как его диффузионные свойства лучше.

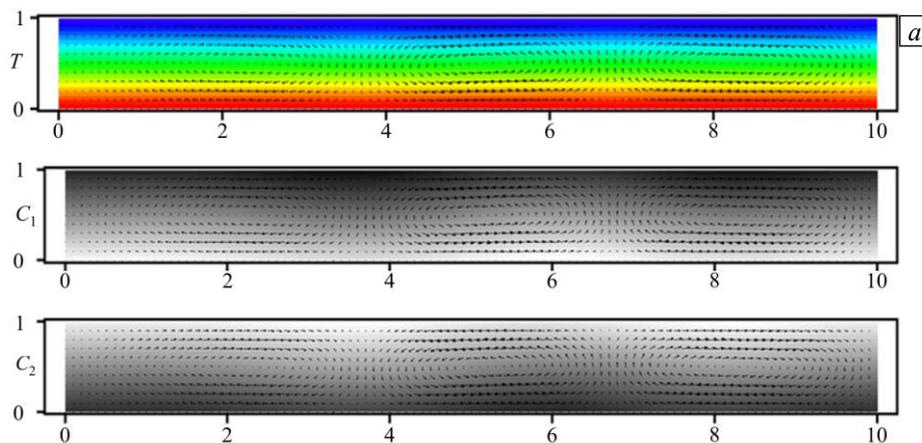


Рис. 8. Структура полей скорости, температуры T и концентрации первого C_1 и второго C_2 компонентов тройной смеси с фиксированными значениями параметров $\Psi = 0,1$, $\psi_1 = 0,6$, $s = 0,5$, $Pr = 10$, $Sc_2 = 1000$, $C_1 = 0,4$, $C_2 = 0,4$ при различных значениях числа Релея и в разные моменты времени: $Ra = 350$, $t = 12000$ (а); $Ra = 400$, $t = 8000$ (б); $Ra = 500$, $t = 6000$ (в); $Ra = 600$, $t = 3000$ (г); $Ra = 750$, $t = 3000$ (д); светлые области в полях концентрации соответствуют ее большим значениям, темные области – меньшим

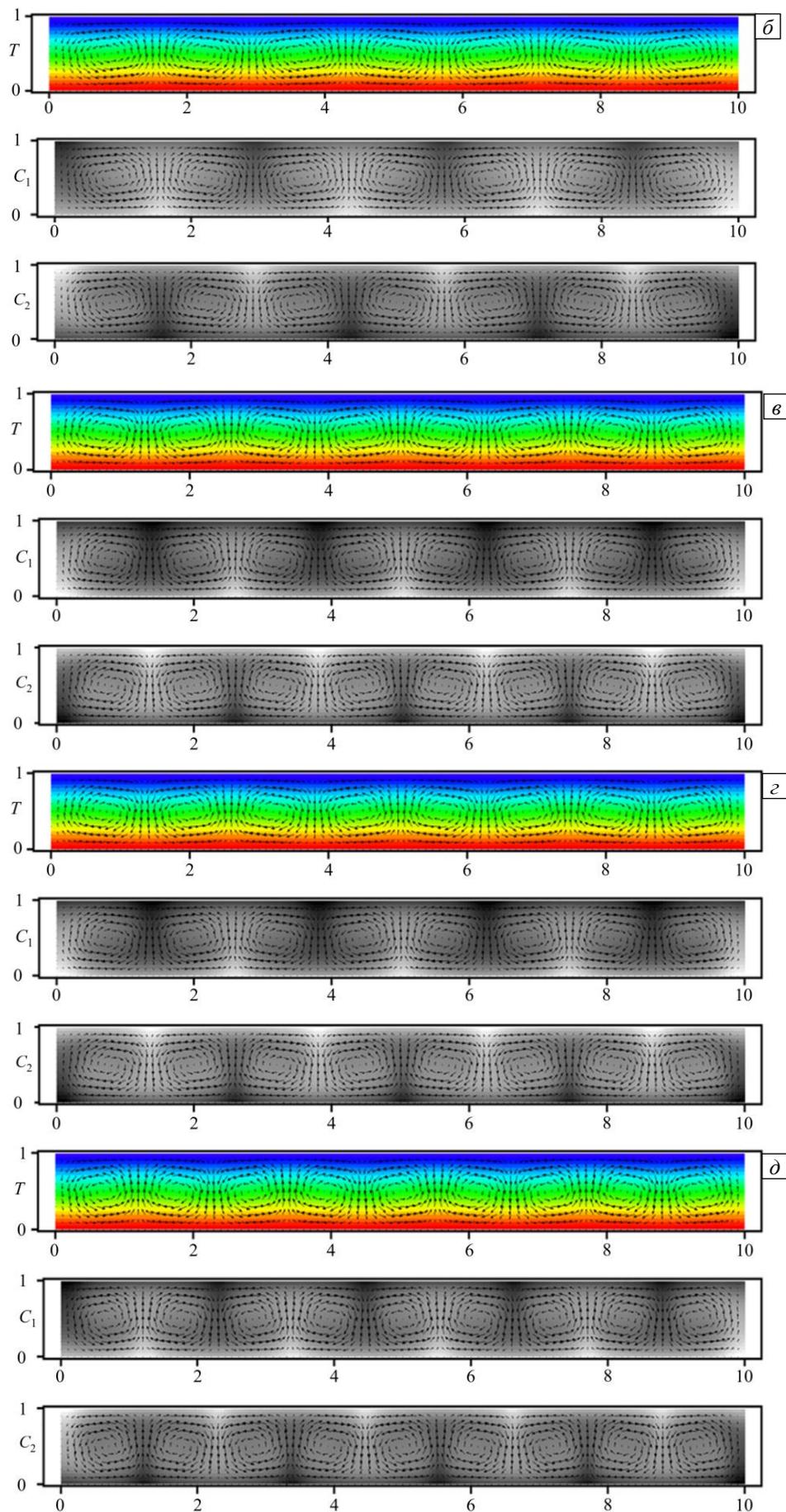


Рис. 8. Продолжение

Обнаружено, что в момент выхода динамики системы на стационарный режим (Рис. 8 б–д) количество ячеек не зависит от моды, преобладающей при данном значении Ra . В частности, при $Ra = 500$ (Рис. 8б) их образуется девять ($m=9$). Однако, если соотнести эти структуры с графиками скорости роста возмущений в зависимости от числа ячеек (Рис. 6в, з), то видно, что в образовании ячеек участвуют все десять мод, но доминирует мода $m=10$.

5. Заключение

В работе представлено исследование устойчивости горизонтального плоского слоя, состоящего из смеси трех компонентов, подогреваемого снизу. Математическая формулировка задачи включает уравнения: Навье–Стокса, теплопроводности, переноса компонентов смеси с учетом эффекта термодиффузии. При проведении линейного анализа получено, что в тройной смеси при подогреве снизу существует область параметров, в которой наблюдается длинноволновая и коротковолновая моды колебательной неустойчивости. Особый интерес представляет механизм взаимодействия этих мод. Для изучения этого механизма в параметрической области выбраны две точки, для которых построены нейтральные кривые, а также зависимости декрементов нарастания возмущений от числа Релея и волнового числа. Найдены нейтральные кривые, где скорости роста возмущений для коротковолновой и длинноволновой мод неустойчивости совпадают. Показано, что при определенных значениях числа Релея моды перекрываются, что свидетельствует об их взаимодействии.

Численное решение задачи позволило представить зависимость структуры течения и характеристик теплообмена от числа Релея, отвечающего приложенной разности температур. Обнаружено, что при малых значениях Ra преобладают длинноволновые возмущения, которые с ростом Ra переходят в коротковолновые. Взаимодействие мод подтверждается тем, что количество конвективных ячеек при определенных величинах числа Ra не совпадает с результатом анализа роста возмущений.

Часть исследований, которая включает линейный анализ и численные расчеты, выполнена Захаровой О.С., Брацуном Д.А. при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FSNM-2020-0026); постановка задачи и вывод модельных уравнений выполнены Рыжковым И.И. в рамках государственного задания Института вычислительного моделирования СО РАН (проект 0287-2021-0003).

Литература

1. Ludwig C. Diffusion Zwischen Unfleigh Erwarmten Orten Gleich Zusammengesetz Losungen // Sitzungsber. Kaiser. Akad. Wiss. (Mathem. – Naturwiss. Cl.). 1856. Vol. 20. P. 539.
2. Soret Ch. Sur l'état d'équilibre que prend au point de vue de sa concentration une dissolution saline primitivement homogène dont deux parties sont portées a des temperatures différentes // Arch. Sci. Phys. Nat. 1879. Vol. 2. P. 48-61.
3. Рыжков И.И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013. 200 с.
4. Montel F. Importance de la thermo-diffusion en exploitation et production pétrolières // Entropie. 1994. Vol. 184-185. P. 86-93.
5. Walker D., Delong S.E. Soret separation in mid-ocean ridge basalt magma // Contr. Mineral. and Petrol. 1982. Vol. 79. P. 231-240. <https://doi.org/10.1007/BF00371514>
6. Рабинович Г.Д., Гуревич Р.Я., Боброва Г.И. Термодиффузионное разделение жидких смесей. Минск: Наука и техника, 1971. 224 с.
7. Рабинович Г.Д. Разделение изотопов и других смесей термодиффузией. М.: Атомиздат, 1981. 144 с.
8. Bratsun D.A., Stepkina O.S., Kostarev K.G., Mizev A.I., Mosheva E.A. Development of concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids under influence of constant or variable inertia // Microgravity Sci. Technol. 2016. Vol. 28. P. 575-585. <https://doi.org/10.1007/s12217-016-9513-x>
9. Lyubimova T., Zubova N., Shevtsova V. Onset and non-linear regimes of Soret-induced convection in binary mixtures heated from above // Eur. Phys. J. E. 2017. Vol. 40. 27. <https://doi.org/10.1140/epje/i2017-11517-5>
10. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф. О разделении смесей в связанных каналах // ПМТФ. 2009. Т. 50, №1. С. 68-77. (English version <https://doi.org/10.1007/s10808-009-0008-z>)
11. Von Kameke A., Huhn F., Munuzuri A.P., Perez-Munuzuri V. Measurement of large spiral and target waves in chemical reaction-diffusion-advection systems: Turbulent diffusion enhances pattern formation // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 110. 088302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.088302>
12. Shevtsova V., Sechenyh V., Nepomnyashchy A., Legros J.C. Analysis of the application of optical two-wavelength techniques to measurement of the Soret coefficients in ternary mixtures // Phil. Mag. 2011. Vol. 91. P. 3498-3518. <https://doi.org/10.1080/14786435.2011.586376>
13. Bratsun D., Kostarev K., Mizev A., Mosheva E. Concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids // Phys. Rev. E. 2015. Vol. 92. 011003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.011003>
14. Mizev A.I., Mosheva E.A., Bratsun D.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study // J. Fluid Mech. 2021. Vol. 916. A22. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.201>

15. Bratsun D.A., Mizev A.I., Mosheva E.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 2. Theoretical study // *J. Fluid Mech.* 2021. Vol. 916. A23. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.202>
16. Hurle D.T.J., Jakeman E. Soret-driven thermo-solutal convection // *J. Fluid Mech.* 1971. Vol. 47. P. 667-687. <https://doi.org/10.1017/S0022112071001319>
17. Schechter R.S., Prigogine I., Hamm J.R. Thermal diffusion and convective stability // *Phys. Fluid.* 1972. Vol. 15. P. 379-386. <https://doi.org/10.1063/1.1693920>
18. Legros J.C., Platten J.K., Poty P.G. Stability of a two-component fluid layer heated from below // *Phys. Fluid.* 1972. Vol. 15. P. 1383-1390. <https://doi.org/10.1063/1.1694097>
19. Knobloch E., Moore D.R. Linear stability of experimental Soret convection // *Phys. Rev. A.* 1988. Vol. 37. P. 860-870. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.37.860>
20. Pearlstein A.J., Harris R.M., Terrones G. The onset of convective instability in a triply diffusive fluid layer // *J. Fluid Mech.* 1989. Vol. 202. P. 443-465. <https://doi.org/10.1017/S0022112089001242>
21. Lopez A.R., Romero L.A., Pearlstein A.J. Effect of rigid boundaries on the onset of convective instability in a triply diffusive fluid layer // *Phys. Fluids A.* 1990. Vol. 2. P. 897-902. <https://doi.org/10.1063/1.857650>
22. Terrones G. Cross-diffusion effects on the stability criteria in a triply diffusive system // *Phys. Fluids A.* 1993. Vol. 5. P. 2172-2182. <https://doi.org/10.1063/1.858556>
23. Gershuni G.Z., Kolesnikov A.K., Legros J.-C., Myznikova B.I. On the vibrational convective instability of a horizontal, binary-mixture layer with Soret effect // *J. Fluid Mech.* 1997. Vol. 330. P. 251-269. <https://doi.org/10.1017/S002211209600376X>
24. Larre J.P., Platten J.K., Chavepeyer G. Soret effects in ternary systems heated from below // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1997. Vol. 40. P. 545-555. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(96\)00125-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(96)00125-1)
25. Ryzhkov I.I. Long-wave instability of a plane multicomponent mixture layer with the Soret effect // *Fluid Dyn.* 2013. Vol. 48. P. 477-490. <https://doi.org/10.1134/S0015462813040078>
26. Debacq M., Fanguet V., Hulin J.P., Salin D., Perrin B. Self-similar concentration profiles in buoyant mixing of miscible fluids in a vertical tube // *Phys. Fluid.* 2001. Vol. 13. P. 3097-3100. <https://doi.org/10.1063/1.1405442>
27. Ryzhkov I.I., Shevtsova V.M. On the cross-diffusion and Soret effect in multicomponent mixtures // *Microgravity Sci. Technol.* 2009. Vol. 21. P. 37-40. <https://doi.org/10.1007/s12217-008-9081-9>
28. Groetzbach G. Spatial resolution requirements for direct numerical simulation of the Rayleigh-Bénard convection // *J. Comput. Phys.* 1983. Vol. 49. P. 241-264. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(83\)90125-0](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90125-0)

References

1. Ludwig C. Diffusion Zwischen Unfleigh Erwarmten Orten Gleich Zusammengesetz Losungen [Diffusion between unequally heated places of equal composition]. *Sitzungsber. Kaiser. Akad. Wiss. (Mathem. –Naturwiss. Cl.)*, 1856, vol. 20, pp. 539.
2. Soret Ch. Sur l'état d'équilibre que prend au point de vue de sa concentration une dissolution saline primitivement homogène dont deux parties sont portées à des températures différentes [On the state of equilibrium assumed from the point of view of its concentration by a primitively homogeneous saline solution, two parts of which are brought to different temperatures]. *Arch. Sci. Phys. Nat.*, 1879, vol. 2, pp. 48-61.
3. Ryzhkov I.I. *Termodiffuziya v smesyakh: uravneniya, simmetrii, resheniya i ikh ustoychivost'* [Thermodiffusion in mixtures: equations, symmetries, solutions and their stability]. Novosibirsk, Publisher SB RAS, 2013. 200 p.
4. Montel F. Importance de la thermo-diffusion en exploitation et production pétrolières [Importance of thermo-diffusion in oil exploration and production]. *Entropie*, 1994, vol. 184-185, pp. 86-93.
5. Walker D., Delong S.E. Soret separation in mid-ocean ridge basalt magma. *Contr. Mineral. and Petrol.*, 1982, vol. 79, pp. 231-240. <https://doi.org/10.1007/BF00371514>
6. Rabinovich G.D., Gurevich R.Ya., Bobrova G.I. *Termodiffuzionnoye razdeleniye zhidkikh smesey* [Thermo diffusion separation of liquid mixtures]. Minsk, Nauka i tekhnika, 1971. 224 p.
7. Rabinovich G.D. *Razdeleniye izotopov i drugikh smesey termodiffuziyey* [Separation of isotopes and other mixtures by thermal diffusion]. Moscow, Atomizdat, 1981. 144 p.
8. Bratsun D.A., Stepkina O.S., Kostarev K.G., Mizev A.I., Mosheva E.A. Development of concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids under influence of constant or variable inertia. *Microgravity Sci. Technol.*, 2016, vol. 28, pp. 575-585. <https://doi.org/10.1007/s12217-016-9513-x>
9. Lyubimova T., Zubova N., Shevtsova V. Onset and non-linear regimes of Soret-induced convection in binary mixtures heated from above. *Eur. Phys. J. E*, 2017, vol. 40, 27. <https://doi.org/10.1140/epje/i2017-11517-5>
10. Glukhov A.F., Demin V.A., Putin G.F. Separation of mixtures in connected channels. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2009, vol. 50, pp. 58-65. <https://doi.org/10.1007/s10808-009-0008-z>
11. Von Kameke A., Huhn F., Munuzuri A.P., Perez-Munuzuri V. Measurement of large spiral and target waves in chemical reaction-diffusion-advection systems: Turbulent diffusion enhances pattern formation. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, 088302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.088302>
12. Shevtsova V., Sechenyh V., Nepomnyashchy A., Legros J.C. Analysis of the application of optical two-wavelength techniques to measurement of the Soret coefficients in ternary mixtures. *Phil. Mag.*, 2011, vol. 91, pp. 3498-3518. <https://doi.org/10.1080/14786435.2011.586376>
13. Bratsun D., Kostarev K., Mizev A., Mosheva E. Concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids. *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 92, 011003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.011003>
14. Mizev A.I., Mosheva E.A., Bratsun D.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 916, A22. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.201>

15. Bratsun D.A., Mizev A.I., Mosheva E.A. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 2. Theoretical study. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 916, A23. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.202>
16. Hurlle D.T.J., Jakeman E. Soret-driven thermo-solutal convection. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 47, pp. 667-687. <https://doi.org/10.1017/S0022112071001319>
17. Schechter R.S., Prigogine I., Hamm J.R. Thermal diffusion and convective stability. *Phys. Fluid.*, 1972, vol. 15, pp. 379-386. <https://doi.org/10.1063/1.1693920>
18. Legros J.C., Platten J.K., Poty P.G. Stability of a two-component fluid layer heated from below. *Phys. Fluid.*, 1972, vol. 15, pp. 1383-1390. <https://doi.org/10.1063/1.1694097>
19. Knobloch E., Moore D.R. Linear stability of experimental Soret convection. *Phys. Rev. A*, 1988, vol. 37, pp. 860-870. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.37.860>
20. Pearlstein A.J., Harris R.M., Terrones G. The onset of convective instability in a triply diffusive fluid layer. *J. Fluid Mech.*, 1989, vol. 202, pp. 443-465. <https://doi.org/10.1017/S0022112089001242>
21. Lopez A.R., Romero L.A., Pearlstein A.J. Effect of rigid boundaries on the onset of convective instability in a triply diffusive fluid layer. *Phys. Fluids A*, 1990, vol. 2, pp. 897-902. <https://doi.org/10.1063/1.857650>
22. Terrones G. Cross-diffusion effects on the stability criteria in a triply diffusive system. *Phys. Fluids A*, 1993, vol. 5, pp. 2172-2182. <https://doi.org/10.1063/1.858556>
23. Gershuni G.Z., Kolesnikov A.K., Legros J.-C., Myznikova B.I. On the vibrational convective instability of a horizontal, binary-mixture layer with Soret effect. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 330, pp. 251-269. <https://doi.org/10.1017/S002211209600376X>
24. Larre J.P., Platten J.K., Chavepeyer G. Soret effects in ternary systems heated from below. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1997, vol. 40, pp. 545-555. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(96\)00125-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(96)00125-1)
25. Ryzhkov I.I. Long-wave instability of a plane multicomponent mixture layer with the Soret effect. *Fluid Dyn.*, 2013, vol. 48, pp. 477-490. <https://doi.org/10.1134/S0015462813040078>
26. Debacq M., Fanguet V., Hulin J.P., Salin D., Perrin B. Self-similar concentration profiles in buoyant mixing of miscible fluids in a vertical tube. *Phys. Fluid.*, 2001, vol. 13, pp. 3097-3100. <https://doi.org/10.1063/1.1405442>
27. Ryzhkov I.I., Shevtsova V.M. On the cross-diffusion and Soret effect in multicomponent mixtures. *Microgravity Sci. Technol.*, 2009, vol. 21, pp. 37-40. <https://doi.org/10.1007/s12217-008-9081-9>
28. Groetzbach G. Spatial resolution requirements for direct numerical simulation of the Rayleigh-Bénard convection. *J. Comput. Phys.*, 1983, vol. 49, pp. 241-264. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(83\)90125-0](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90125-0)

Поступила в редакцию 25.11.2021; после доработки 30.01.2022; принята к опубликованию 12.02.2022

Сведения об авторах

Захарова Ольга Сергеевна, б/с, мнс, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29; e-mail: o.s.stepkina@mail.ru

Брацун Дмитрий Анатольевич, дфмн, зав.каф., ПНИПУ; e-mail: DABracun@pstu.ru

Рыжков Илья Игоревич, дфмн, внс, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМ СО РАН), 660036, г. Красноярск, Академгородок, 50/44; e-mail: rii@icm.krasn.ru