

DOI: [10.7242/1999-6691/2021.14.2.19](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.2.19)

УДК 539.42; 622.28

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ МОНОЛИТНОЙ БЕТОННОЙ КРЕПИ ШАХТНОГО СТВОЛА В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК

С.А. Бублик, М.А. Семин, Л.Ю. Левин

*Горный институт УрО РАН, Пермь, Российская Федерация*

Крепление вертикальных шахтных стволов чаще всего осуществляется с помощью монолитной бетонной крепи. Функция крепи заключается в принятии на себя воздействия горного давления и предохранении породных стенок от обрушений. В случае запуска в зимнее время года реверсивного проветривания рудника между теплыми стенками крепи воздухоподающего ствола и нагнетаемым снаружи холодным воздухом может возникнуть существенный отрицательный перепад температуры. Перепад может неблагоприятно сказаться на бетонной крепи, а именно вызывать в ней большие растягивающие напряжения. При этих условиях в данной работе исследуется напряженно-деформированное состояние бетонной крепи и породного массива, окружающих воздухоподающий шахтный ствол с целью оценки прочности крепи. Массив пород и бетон крепи считаются изотропными и однородными, а их термодинамические свойства – не зависящими от температуры. Это позволяет рассматривать задачу в двумерной постановке. Полагается, что перепад температуры в крепи и массиве – единственный значимый фактор, влияющий на их напряженно-деформированное состояние. При расчёте температуры учитывается: кондуктивный теплоперенос в объёме пород и крепи, теплообмен крепи и пород с атмосферным воздухом, теплообмен крепи с шахтным воздухом. В расчёт не принимается наличие влаги в породном массиве. В результате численного моделирования установлено следующее: бетонная крепь в большей степени испытывает растягивающие напряжения, действующие в вертикальном направлении; ширина зоны предразрушения крепи нелинейно зависит от длительности реверсирования. Выявлено, что с ростом температуры воздуха в стволе ширина зоны предразрушения крепи становится меньше, а время допустимого включения режима реверсирования от начала и до момента достижения в крепи критического состояния заметно увеличивается.

*Ключевые слова:* шахтный ствол, бетонная крепь, температурные деформации, теория упругости, прочность, численное моделирование

## STUDY OF THE STRENGTH OF MONOLITHIC CONCRETE LINING OF MINE SHAFT UNDER VARIABLE HEAT LOADS

S.A. Bublik, M.A. Semin and L.Yu. Levin

*Mining Institute UB RAS, Perm, Russian Federation*

Monolithic concrete lining is the most popular shaft lining because it is able to endure the rock pressure effects and to exclude large deformations of shaft walls. In the case of starting the reverse ventilation mode in the winter season, a significant negative temperature difference may occur between the warm shaft walls and the cold air from the surface. That temperature difference may have adverse impacts on concrete lining, causing high tensile stresses in it. In this paper, the stress-strain state of the concrete lining and rock mass surrounding the mine shaft is investigated to evaluate the strength of the lining during the reverse ventilation mode in the winter season. The object of the study is the ventilation shaft with surrounding concrete lining and rock mass. Solid and concrete are considered to be isotropic and homogeneous, and their thermodynamic properties are independent of temperature. This allows considering a two-dimensional problem. It is assumed that the temperature drop in lining and rock mass is the only significant factor affecting the stress-strain state of the system. When calculating the temperature of the lining and rock mass, the conductive heat transfer in the volume of rocks and lining, the heat exchange of the lining and rocks with atmospheric air and the heat exchange of the lining with the mine air are taken into account. The presence of moisture in rock mass is not considered. Based on the results of numerical simulation, the following was established. The concrete lining mostly undergoes tensile stresses; the maximum tensile stress acts in a vertical direction. The width of the pre-fracture zone of the lining nonlinearly depends on the duration of the reverse ventilation mode. With an increase in the air temperature in the shaft, the width of the pre-failure zone of the lining decreases, and the permissible duration of the reverse mode significantly increases.

*Key words:* mine shaft, concrete lining, temperature deformations, theory of elasticity, strength, numerical simulation

### 1. Введение

В настоящее время наиболее распространённым способом повышения прочности вертикальных шахтных стволов является искусственное возведение монолитного бетонного сооружения — крепи — по всему периметру ствола [1, 2]. Крепь служит для восприятия горного давления и тем самым предохраняет породные стенки от возможных обрушений [3].

Температурный режим бетонной крепи при длительной эксплуатации ствола определяется, прежде всего, температурой воздуха в нем [4, 5], которая может сильно варьироваться в зависимости от времени года. Одним из факторов резкого и значительного изменения температуры воздуха в стволе может стать реверсирование воздушной струи на руднике с целью проветривания. При запуске реверсивного режима проветривания происходит изменение направления воздушной струи во всех выработках рудника, в частности, в стволе, что при возникновении аварийной ситуации (например, пожара) даёт возможность кратчайшим путём через воздухоподающие стволы, надшахтные сооружения, подземные переходные

тоннели для движения горнорабочих, галереи и другое отвести вредные газы на поверхность и предотвратить отравление людей, застигнутых в шахте [6, 7]. Однако запуск реверсивного режима в зимнее время года может создать существенный перепад температуры между теплыми стенками крепи и холодным воздухом, нагнетаемым снаружи. Перепад может превышать  $50^{\circ}\text{C}$  (что наиболее характерно для рудников крайнего Севера). Это связано с тем, что вентиляционные стволы не оборудуются системами воздухоподготовки [8, 9], которые за счёт нагрева воздуха в теплообменных аппаратах позволили бы в случае реверсирования сохранить температуру воздуха в стволе. В данной ситуации отрицательный перепад температур может оказывать неблагоприятное воздействие на крепь шахтного ствола и вызывать в ней большие температурные деформации. О возможности такого явления упоминается в работах [10–12].

С учётом того, что монолитная бетонная крепь имеет низкую прочность на растяжение (на порядок ниже, чем на сжатие) [13], возникающие растягивающие напряжения при резком понижении температуры могут приводить к опасной ситуации её растрескивания или разрушения. Поэтому большую актуальность приобретает вопрос определения предельно допустимых изменений температуры в вертикальных шахтных стволах, при которых монолитная бетонная крепь сохраняет свою целостность и несущую способность.

Целью работы является исследование напряжённо-деформированного состояния (НДС) бетонной крепи и породного массива, окружающих шахтный ствол, и оценка прочности бетонной крепи при реверсировании воздушной струи в шахтном стволе в зимнее время года.

## 2. Постановка задачи

### 2.1. Концептуальная постановка

Рассматривается воздухоподающий ствол в форме цилиндра диаметром 8 м с окружающей его бетонной крепью и породным массивом на отрезке глубин от 0 до 100 м. Принимается, что массив и бетон являются изотропными и однородными. Данное допущение приемлемо как для использования по отношению к породному массиву, поскольку на выбранных глубинах он состоит из базальтовых пород с близкими теплофизическими и механическими свойствами, так и к бетону. Бетон считается изотропным и однородным материалом исходя из применяемой технологии возведения монолитной бетонной крепи с использованием опалубки (в заопалубочное пространство укладывается однородная бетонная смесь). Также, ввиду ограниченности исходных данных, полагается, что термодинамические свойства массива и бетона не зависят от температуры. Дополнительно учитывается условие полного сцепления между бетонной крепью и породным массивом на их границе. Полное сцепление на границе обусловлено тем, что поверхность контакта породного массива с бетонной крепью в действительности неровная, и вследствие этого скольжение исключено [3].

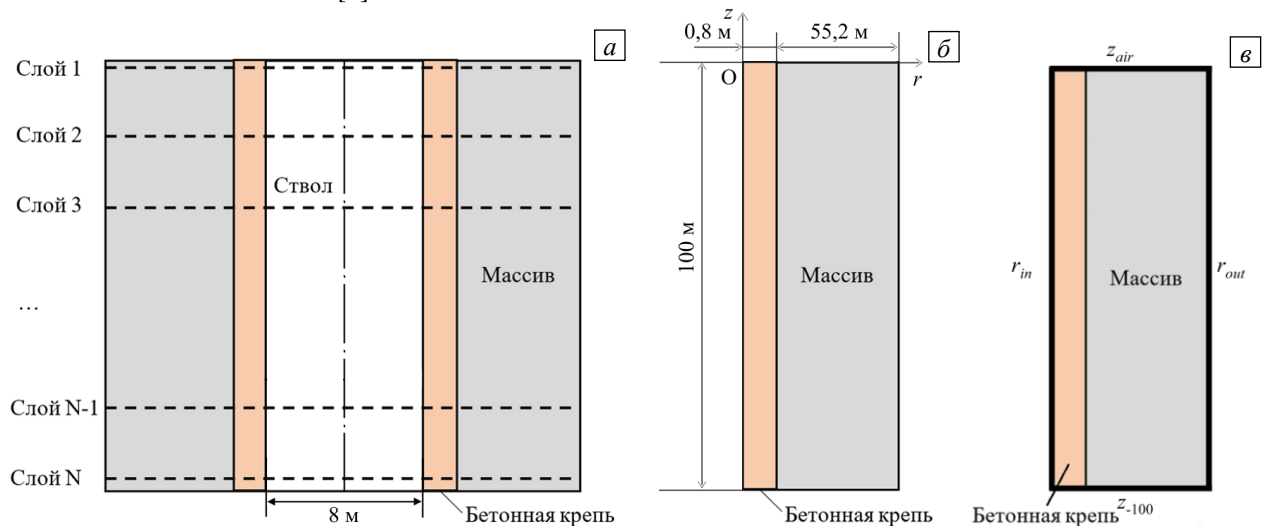


Рис. 1. Схематичное представление геометрии задачи (а), расчётная область (б) и обозначения её границ (в)

Указанные гипотезы позволяют использовать свойство пространственной симметрии и тем самым понизить пространственную размерность задачи до двух (Рис. 1). Все расчёты выполнены в цилиндрической системе координат  $O\varphi z$ .

В задаче не учитывается влияние горизонтального давления пород. Это связано с тем, что в задаче рассматривается приповерхностный участок шахтного ствола сравнительно небольшой протяжённости, а также то, что на данных глубинах породный массив представлен относительно крепкими скальными породами (базальтами) со сравнительно низким коэффициентом бокового распора. В результате предварительных качественных оценок получено, что боковое давление на бетонную крепь [14] на порядок

ниже напряжений, соответствующих температурным деформациям при перепаде 50°C. Таким образом, перепад температуры на границе бетонной крепи и породного массива является единственным значимым фактором, влияющим на НДС крепи и массива. Следует отметить, что это будет не так при анализе более глубоких участков ствола.

При расчёте распределения температуры в бетонной крепи и массиве учитывается кондуктивный теплоперенос в объёме пород и крепи ствола, теплообмен крепи и пород с атмосферным воздухом и теплообмен крепи с шахтным воздухом. Принимается, что в породном массиве не содержится влаги.

## 2.2. Математическая постановка. Модель теплопереноса в бетонной крепи и породном массиве

Для расчёта теплопереноса в бетонной крепи и породном массиве используется уравнение баланса энергии в следующей форме:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( a(r)r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + a(r) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (1)$$

Здесь:  $t$  — время, с;  $T = T(r, z, t)$  — температура, °C;  $a(r) = \frac{\lambda(r)}{c(r)\rho(r)}$  — коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°C);  $c$  — удельная теплоёмкость, Дж/(кг·°C);  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $r$  — радиальная координата, м;  $z$  — вертикальная координата, м.

В коэффициент температуропроводности заложена информация об изменении теплофизических свойств вдоль радиальной координаты при переходе из бетонной крепи в массив. Вследствие этого коэффициент задаётся с помощью приближённой функции Хевисайда  $H(r)$ :

$$a(r) = a_c (1 - H(r - r_{cm})) + a_m H(r - r_{cm}),$$

$$H(r) = 0,001 + \frac{0,999}{1 + \exp(-5r)},$$

где  $a_c$ ,  $a_m$  — коэффициенты температуропроводности бетонной крепи и породного массива соответственно (м<sup>2</sup>/с),  $r_{cm}$  — граница контакта бетонной крепи и породного массива. Такое представление функции Хевисайда необходимо для осреднения и сглаживания неровностей стенок ствола, которые образуются при его проходке. Подбор параметров функции основывается в работе на имеющихся данных о неровности стенок ствола в результате проходки: её средняя величина порядка ~0,1 м.

Уравнение (1) дополняется следующими начальными и граничными условиями:

$$T|_{t=0} = T_0(z),$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_{in}} = \frac{\alpha_s}{\lambda} (T_s(z) - T), \quad T|_{r=r_{out}} = T_0(z), \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_{air}} = \frac{\alpha_a}{\lambda} (T_a(z) - T), \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_{-100}} = 0.$$

Здесь:  $T_0$  — температура бетонной крепи и породного массива в естественном залегании, °C;  $T_s$ ;  $T_a$  — температуры шахтного и атмосферного воздуха, соответственно, °C;  $\alpha_s$ ,  $\alpha_a$  — коэффициенты теплопередачи через стенку ствола и через границу с атмосферным воздухом, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $r_{in}$  — граница контакта бетонной крепи со стволом, м;  $r_{out}$  — внешняя граница породного массива, м;  $z_{air}$  — граница теплообмена с атмосферным воздухом, м;  $z_{-100}$  — граница на глубине 100 м. Наглядное представление приведённых в (2) граничных условий можно видеть на рисунке 1в.

Температура атмосферного воздуха задаётся в виде синусоидальной кривой сезонных колебаний от максимального значения +18,5°C в наиболее тёплый период и до минимального -47°C, наблюдаемого в зимнее время:

$$T_a(t) = -14,25 - 32,75 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \right) + \frac{\pi}{2} \right].$$

Температура шахтного воздуха в нормальном режиме получена из решения сетевой задачи распределения расходов и температур воздуха в руднике, осуществлённого в аналитическом комплексе «Аэросеть» [15]:

$$T_s(z) = 19,84 - 0,0041z .$$

Температура бетонной крепи и породного массива в естественном залегании представляется следующей зависимостью (исходя из экспериментальных данных о геотермии) [16]:

$$T_0(z) = -2,53 - 0,024z .$$

Описанная выше математическая модель теплопереноса и размеры расчётной области используются для нахождения температуры при нормальном режиме проветривания ствола. В случае реверсивного режима расчётная область при определении температуры имеет породный массив меньшей длины в радиальном направлении. Если для нормального режима длина породного массива принимается равной 55,2 м, то в реверсивном режиме длина массива составляет 2,3 м. Изменение расчётной области при моделировании реверсивного режима делается вследствие того, что время реверсирования невелико по сравнению со временем эксплуатации ствола в нормальном режиме проветривания, поэтому возмущения теплового поля не успевают пройти в массиве на большую глубину. На данной геометрии в дальнейшем и определяется НДС бетонной крепи и массива.

Помимо изменения расчётной области производится корректировка граничных условий: температура воздуха в стволе задаётся равной температуре атмосферного воздуха; на внешней границе массива фиксируется температура, которая получается из расчёта в нормальном режиме проветривания (последнее условие корректно по причине того, что изменение теплового поля не успеет достигнуть новой внешней границы массива). В остальном математическая модель теплопереноса для нормального и реверсивного режимов одинакова.

Теплофизические параметры, используемые при численном решении задачи теплопереноса, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Теплофизические параметры

Параметр	Размерность	Значение
Диаметр ствола	м	8
Толщина бетонной крепи	м	0,80
Плотность породного массива, $\rho_m$	кг/м <sup>3</sup>	2720
Удельная теплоёмкость породного массива, $c_m$	Дж/(кг·°С)	850
Теплопроводность породного массива, $\lambda_m$	Вт/(м·°С)	1,95
Плотность бетонной крепи, $\rho_c$	кг/м <sup>3</sup>	2400
Удельная теплоёмкость бетонной крепи, $c_c$	Дж/(кг·°С)	880
Теплопроводность бетонной крепи, $\lambda_c$	Вт/(м·°С)	1,20
Скорость воздуха в стволе	м/с	9,12 (нормальный режим) 7,28 (реверсивный режим)
Коэффициент теплоотдачи на границе ствола, $\alpha_s$	Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)	13,75 (нормальный режим) 10,98 (реверсивный режим)
Коэффициент теплоотдачи на границе атмосферы, $\alpha_a$	Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)	1,20
Время работы ствола в нормальном режиме	лет	6
Максимальное время работы ствола в реверсивном режиме	час	24

Таким образом, решая уравнение (1) вместе с граничными условиями (2) сначала для нормального режима проветривания, а после — для реверсивного режима, можно установить динамику температурного поля бетонной крепи и породного массива. В дальнейшем полученная информация используется для расчёта НДС в крепи и породном массиве.

### 2.3. Математическая постановка. Деформационная модель бетонной крепи и породного массива

Задача определения НДС решается в двумерной осесимметричной постановке [17, 19]. Симметрия рассматривается относительно угловой координаты  $\varphi$ . В этом случае компоненты перемещений можно записать следующим образом:

$$u_r = u_r(r, z), \quad u_\varphi = 0, \quad u_z = u_z(r, z), \quad (3)$$

где  $u_r$ ,  $u_\varphi$ ,  $u_z$  — радиальные, угловые, вертикальные перемещения, м.

Связь деформаций и перемещений выражается в предположении линейности деформаций, что позволяет воспользоваться уравнениями линейной теории упругости в рамках указанной выше осесимметричной постановки:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \varepsilon_{\varphi\varphi} &= \frac{u_r}{r}, & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{r\varphi} &= 0, & \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), & \varepsilon_{\varphi z} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{ij}$  ( $i = (r, z)$ ,  $j = (r, z)$ ) — компоненты тензора деформаций.

С учётом формул (4) и температурных напряжений можно записать уравнения состояния твёрдого тела в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \left( K + \frac{4}{3}G \right) \varepsilon_{rr} + \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}) - 3K\alpha\Delta T, \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \left( K + \frac{4}{3}G \right) \varepsilon_{\varphi\varphi} + \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) - 3K\alpha\Delta T, \\ \sigma_{zz} &= \left( K + \frac{4}{3}G \right) \varepsilon_{zz} + \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) - 3K\alpha\Delta T, \\ \sigma_{r\varphi} &= 0, \quad \sigma_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad \sigma_{\varphi z} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом  $\sigma_{ij}$  ( $i = (r, z)$ ,  $j = (r, z)$ ) — компоненты тензора напряжений  $K$  — объёмный модуль упругости, Па;  $G$  — модуль сдвига, Па;  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения,  $1/^\circ\text{C}$ ;  $\Delta T = T_{reverse} - T_{normal}$  — перепад температур,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_{normal}$  — температура расчётной области в момент окончания нормального режима проветривания,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_{reverse}$  — температура расчётной области в заданный момент времени от начала действия реверсивного режима проветривания,  $^\circ\text{C}$ .

Учитывая предположение о статическом состоянии бетонной крепи и породного массива, введённое в разделе 2.1, определить НДС крепи и пород можно с помощью уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для упрощения решения уравнения (6) нужно переписать в перемещениях. Это легко сделать, если принять во внимание уравнения (4) и (5).

Поскольку при запуске реверсивного режима работы наибольший перепад температуры возникает на границе ствола (из-за быстрого охлаждения воздуха в стволе до атмосферной температуры), то изменение температурного поля в крепи и массиве будет происходить преимущественно в радиальном направлении. В таком случае можно предположить, что это скажется в основном на характере радиальной компоненты перемещений, и он обуславливается только радиальной координатой (данная гипотеза далее будет проверена). Тогда уравнения (3)–(5) можно представить в виде:

$$u_r = u_r(r), \quad u_\varphi = 0, \quad u_z = 0; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \varepsilon_{\varphi\varphi} &= \frac{u_r}{r}, & \varepsilon_{zz} &= 0, \\ \varepsilon_{r\varphi} &= 0, & \varepsilon_{rz} &= 0, & \varepsilon_{\varphi z} &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \left(K + \frac{4}{3}G\right)\varepsilon_{rr} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{\varphi\varphi} - 3K\alpha\Delta T, \\
\sigma_{\varphi\varphi} &= \left(K + \frac{4}{3}G\right)\varepsilon_{\varphi\varphi} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{rr} - 3K\alpha\Delta T, \\
\sigma_{zz} &= \left(K - \frac{2}{3}G\right)(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) - 3K\alpha\Delta T, \\
\sigma_{r\varphi} &= 0, \quad \sigma_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad \sigma_{\varphi z} = 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

На основании (9) уравнения равновесия редуцируются до одного:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0. \tag{10}$$

Для завершения формулировки модель дополняется граничными условиями отсутствия радиальных напряжений на стенке ствола и нулевыми радиальными перемещениями на внешней границе породного массива:

$$\sigma_{rr}|_{r=r_{in}} = 0, \quad u_r|_{r=r_{out}} = 0. \tag{11}$$

Система уравнений (8)–(10) в итоге сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно одной неизвестной функции ( $u_r$ ) и двум граничным условиям (11), следовательно, задача является определенной.

Следует отметить, что изначально речь идёт о двумерной постановке задачи, согласно которой на рассматриваемую систему в общем случае необходимо, помимо условий (11), наложить два дополнительных граничных условия — нулевое касательное напряжение  $\sigma_{r\varphi}$  на границе  $r_{in}$  и нулевое угловое перемещение  $u_\varphi$  на границе  $r_{out}$ . Записанные выше соотношения (7)–(9) свидетельствуют, что данные условия выполняются.

Уравнение (10) вместе с граничными условиями (11) разрешается относительно перемещений, что позволяет найти поле компоненты  $u_r$  и далее, с помощью соотношений (8), (9) — поля компонент деформаций и напряжений.

Для оценки прочности бетонной крепи при воздействии на неё тепловых напряжений использовалась первая теория прочности — опасное состояние наступит в том случае, когда наибольшее по абсолютной величине нормальное напряжение превысит заданное допустимое значение [13]. Поскольку в данной работе бетонная крепь из-за понижения температуры в наибольшей степени испытывает растягивающие напряжения, то за величину допустимого напряжения берется максимальное значение неразрушающего напряжения на осевое растяжение бетона. Таким образом, критерий прочности можно записать в виде следующего неравенства:

$$\sigma_n^{\max} \leq R_p, \tag{12}$$

где  $\sigma_n^{\max}$  — наибольшее нормальное растягивающее напряжение, Па;  $R_p$  — допустимое напряжение на осевое растяжение, Па.

Если в бетонной крепи возникает область напряжений, при которых нарушается условие (12), то данная область считается областью её предразрушения. При этом не учитываются нелинейные процессы, которые могут иметь место в данной области. Также, если ширина зоны предразрушения превышает  $m\%$  толщины бетонной крепи, то ситуация считается опасной для несущей способности крепи (величина параметра  $m$  будет конкретизирована далее).

В таблице 2 представлены механические параметры, используемые при расчёте НДС и оценке прочности бетонной крепи. Ввиду отсутствия проектных данных о физико-механических свойствах пород, в которых пройден ствол, объёмный модуль упругости и модуль сдвига у породного массива и бетона принимаются одинаковыми.

Далее с помощью описанной в разделе 2.1 модели теплопереноса и сформулированной в данном разделе деформационной модели проведено численное моделирование динамики температуры и НДС в бетонной крепи и массиве породы, в которой находится воздухоподающий ствол, и рассмотрено, как сказывается запуск реверсивного режима проветривания на прочности бетонной крепи. Для численного расчёта применялся метод конечных разностей. Подробнее о численной реализации задачи см. в разделе 3.

Таблица 2. Механические параметры бетонной крепи и породного массива

Параметр	Размерность	Материал	
		Бетон	Породный массив
Объёмный модуль упругости, $K$	ГПа	34,40	34,40
Модуль сдвига, $G$	ГПа	37,50	37,50
Коэффициент теплового расширения, $\alpha$	$1/^\circ\text{C}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$6,50 \cdot 10^{-6}$
Допустимое напряжение на осевое сжатие, $R_p$	МПа	1,56	–
Индикатор нарушения несущей способности крепи, $m$	%	50	–

#### 2.4. Построение деформационной модели бетонной крепи и породного массива в программном комплексе ANSYS

Деформационная модель бетонной крепи и массива строится на предположении, что перемещение бетонной крепи и массива происходит только в радиальном направлении (см. Раздел 2.2). Для проверки величины погрешности получаемого при этом решения дополнительно рассчитывалось НДС в программном комплексе ANSYS. Постановка задачи в ANSYS является двумерной, осесимметричной, с учётом того, что перемещения зависят как от радиальной, так и от вертикальной координаты. Поскольку считается, что бетонная крепь и породный массив находятся в квазистатическом состоянии, то для расчёта НДС использовался модуль Static Structural, в который подгружался внешний файл с полем температур, полученным из решения задачи теплопереноса методом конечных разностей.

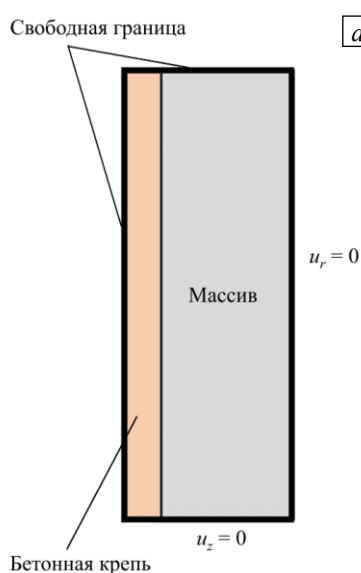


Рис. 2. Деформационная модель в ANSYS: схематическое изображение граничных условий (а); вид расчётной сетки (б)

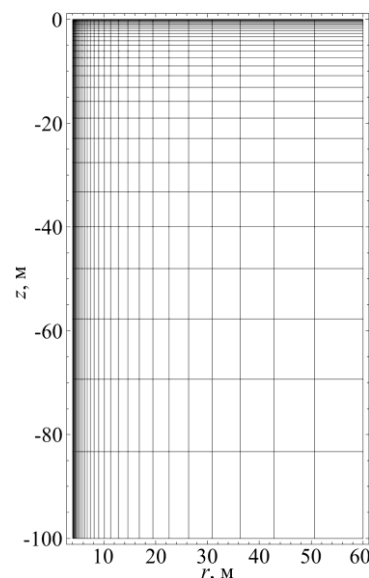


Рис. 3. Пример расчётной сетки для моделирования теплопереноса

Задавались следующие граничные условия: поверхности контакта бетонной крепи со стволом и с атмосферным воздухом считались свободными; поверхность контакта породного массива с атмосферным воздухом считалась свободной; на горизонте  $-100$  м нормальная компонента перемещений приравнивалась нулю (см. Рис. 2а). Механические свойства бетона и породного массива брались из таблицы 2.

### 3. Численная реализация

Динамика теплопереноса и НДС определялась на основе уравнений (1), (2), (7)–(11); для их решения использовался метод конечных разностей. Дискретизация по времени проводилась по неявной схеме Эйлера. В задаче теплопереноса расчётная область покрывалась неравномерной регулярной сеткой со сгущением вблизи границы контакта бетонной крепи и ствола, а также окрестности границы теплообмена с атмосферой (см. Рис. 3). При нахождении НДС сетка была равномерной. Для реализации метода конечных разностей был написан специальный модуль в пакете компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.

При расчёте НДС в программном комплексе ANSYS область решения задачи разбивалась нерегулярной и неравномерной сеткой из треугольных элементов со сгущением вблизи границы контакта бетонной крепи и ствола и вблизи границы с атмосферой (см. Рис. 2б).

В таблице 3 приведены числовые параметры, используемые при расчёте с помощью модуля, созданного в Wolfram Mathematica, и в программном пакете ANSYS. Видно, что при вычислениях в Wolfram Mathematica требуется гораздо меньшее количество узлов для решения задачи теплопереноса, чем при определении НДС. Это является следствием того, что для расчёта поля температуры используется неравномерная сетка со сгущением в областях с наибольшими градиентами температуры. Это позволило значительно сократить количество узлов в применяемой сетке.

Таблица 3. Параметры численной реализации

Параметр	Размерность	Значение
Задача теплопереноса		
Начальный размер шага по радиальной координате	м	0,050 (нормальный режим) 0,001 (реверсивный режим)
Начальный размер шага по вертикальной координате	м	0,050
Коэффициент увеличения шага по радиальной координате	%	5
Коэффициент увеличения шага по вертикальной координате	%	10
Шаг по времени	час	1051.2 (нормальный режим) 0,48 (реверсивный режим)
Общее количество узлов	–	4788 (нормальный режим) 3306 (реверсивный режим)
Определение НДС (Wolfram Mathematica)		
Шаг по радиальной координате	м	0,0006
Шаг по вертикальной координате	м	10
Общее количество узлов	–	50000
Определение НДС (ANSYS)		
Минимальный характерный размер сетки	м	0,02
Максимальный характерный размер сетки	м	0,08
Общее количество элементов	–	141446

#### 4. Результаты

По результатам численных расчётов температуры бетонной крепи и массива установлено, что до начала реверсирования воздуха в стволе наибольшее значение температуры наблюдалось на границе их контакта со стволом и равнялось  $20^{\circ}\text{C}$  (см. Рис. 4а). После начала реверсирования воздуха на границе контакта ствола с крепью из-за интенсивного теплообмена, обусловленного высокой скоростью воздуха в стволе, в течение очень короткого времени устанавливается температура атмосферного воздуха (см. Рис. 4б).

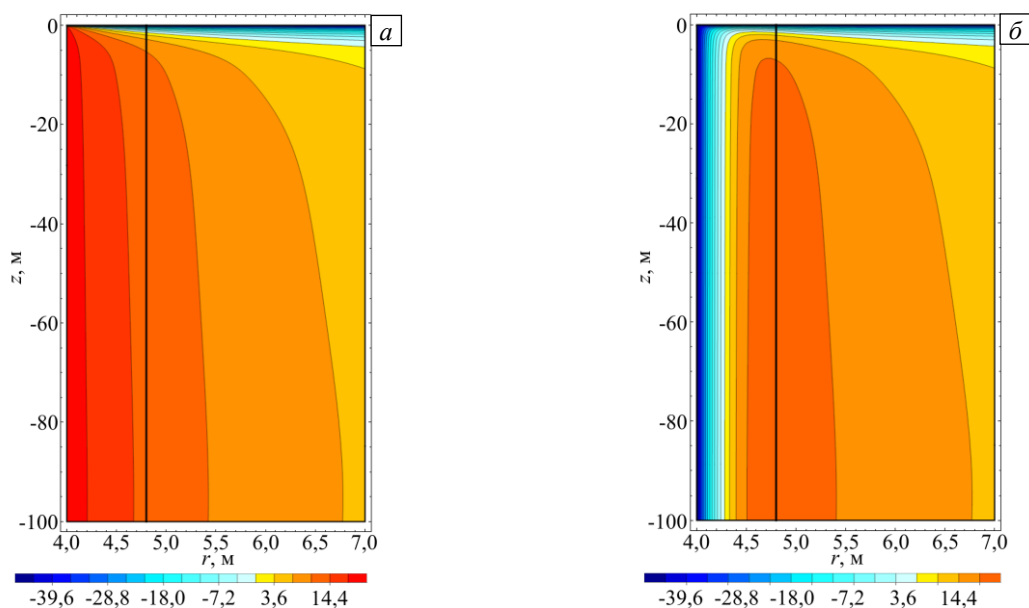
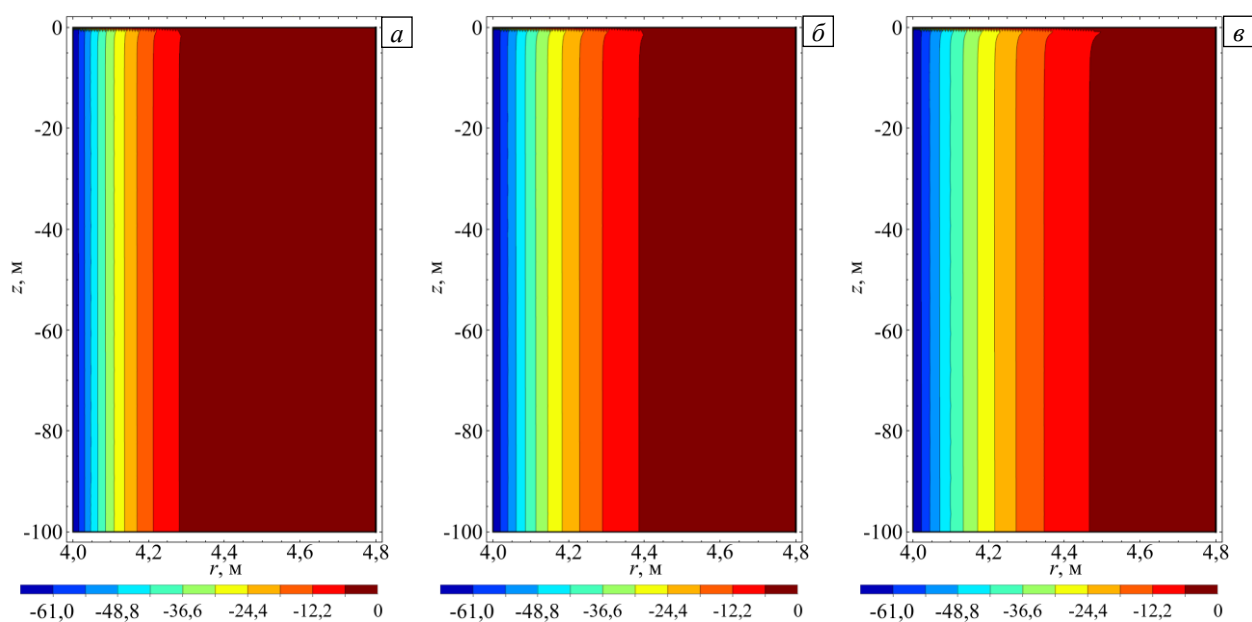


Рис. 4. Поле температуры бетонной крепи и породного массива (вертикальная линия – граница их контакта): через 6 лет после начала работы ствола при нормальном режиме проветривания (а) и спустя 24 часа после запуска реверсивного режима проветривания (б)

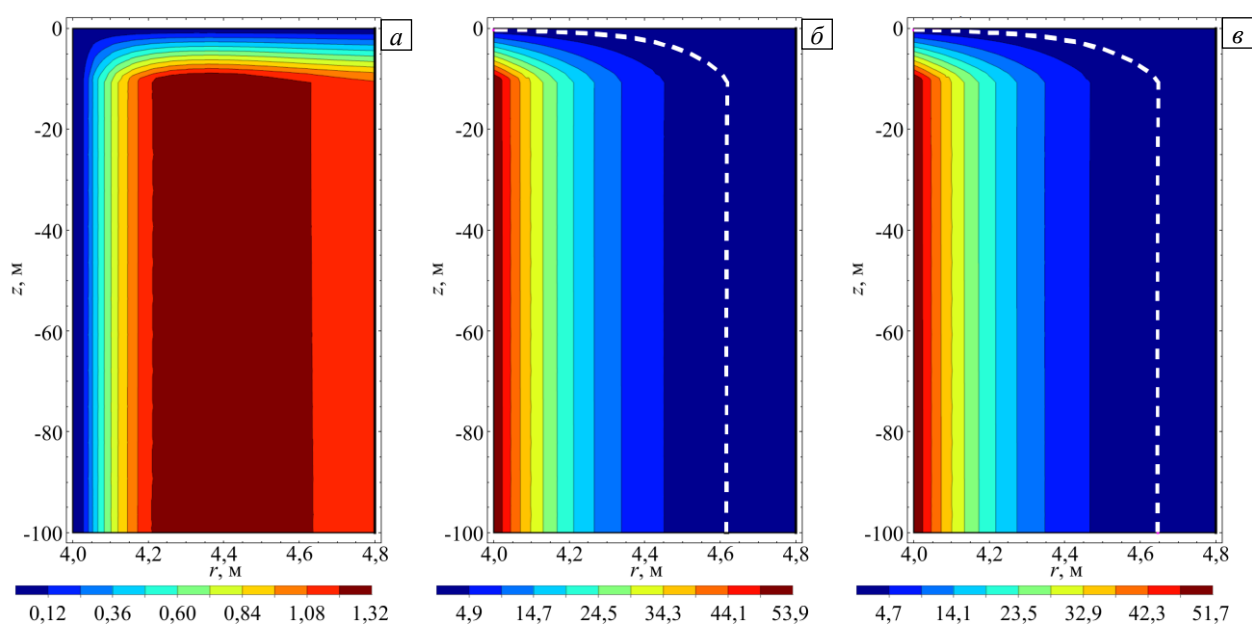


По полученным температурным полям при нормальном и реверсивном режимах проветривания были рассчитаны перепады температуры при реверсировании воздуха в стволе через различные промежутки времени после начала реверсирования. Данные вычислений только для области бетонной крепи приведены на рисунке 5. Из-за того, что после запуска реверсирования на границе контакта крепи со стволом устанавливается температура атмосферного воздуха, возникает значительный перепад температуры, наибольшее значение наблюдается вблизи границы ствола с крепью. Максимально достигаемое значение перепада температур по абсолютной величине равняется  $67^{\circ}\text{C}$ . Во всей расчётной области перепад температур имеет отрицательные значения, то есть происходит только охлаждение бетонной крепи и массива. Также полученные поля свидетельствуют, что фронт перепада температуры распространяется преимущественно вдоль радиального направления с незначительными отклонениями от вертикали вблизи границы контакта с атмосферой.

Далее полученные перепады температуры использовались для расчёта напряжений в бетонной крепи и массиве в Wolfram Mathematica. На рисунке 6 показаны результаты после 24 часов реверсирования. Положительный знак напряжений означает, что они растягивающие.



**Рис. 5.** Поле перепада температуры в бетонной крепи при реверсивном режиме проветривания в различные моменты времени: через 8 часов (а); через 16 часов (б); через 24 часа (в)



**Рис. 6.** Поля напряжений (МПа) в бетонной крепи после 24 часов реверсивного проветривания: радиальных  $\sigma_r$  (а), угловых  $\sigma_{\phi}$  (б) и вертикальных  $\sigma_z$  (в); штриховой линией обозначена граница зоны предразрушения

Из анализа полей на рисунке 6 следует, что после 24 часов реверсирования воздуха в стволе все напряжения, возникающие в расчётной области, являются растягивающими. При сравнении компонент можно видеть, что максимальное значение радиальных напряжений ( $\sigma_{rr}$ ) на порядок ниже максимальных значений угловых ( $\sigma_{\varphi\varphi}$ ) и вертикальных ( $\sigma_{zz}$ ) напряжений. Кроме того, поля угловых и вертикальных напряжений практически совпадают друг с другом. В связи с этим возникает вопрос: можно ли данные напряжения считать полностью эквивалентными и любое из них принимать за максимальное при оценке прочности бетонной крепи по условию (12)? Для ответа на данный вопрос была построена граница зоны предразрушения для угловых (см. Рис. 6б) и вертикальных (см. Рис. 6в) напряжений. В итоге зона предразрушения в поле вертикальных напряжений оказывается на 4 см шире, чем в поле угловых напряжений.

В дополнение проведен более детальный анализ графиков напряжений вдоль радиальной координаты на некоторой глубине (см. Рис. 7). Из рисунка видно, что угловые напряжения при приближении к границе контакта крепи и массива снижается быстрее, чем вертикальные. Кроме того, если вертикальные напряжения при любой длительности реверсирования выходят на асимптоту, то у угловых напряжений при времени реверсирования от 2 до 8 часов можно наблюдать локальные области со сжимающими напряжениями. Таким образом, на основании данного анализа было решено принимать за максимальное напряжение при оценке прочности бетонной крепи напряжение, действующее в вертикальном направлении.

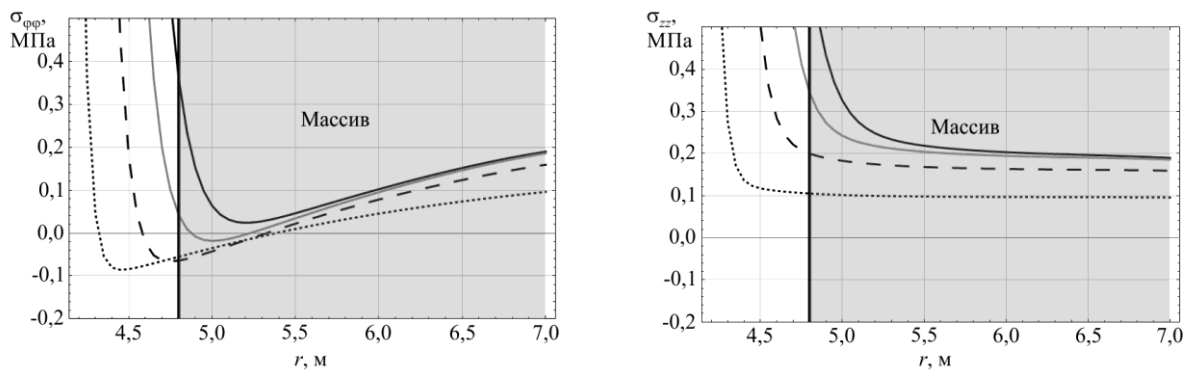


Рис. 7. Зависимость угловых и вертикальных напряжений на глубине -50 м от длительности реверсирования, час: — 24, - - - 16, - · - 8, ····· 2

Далее НДС бетонной крепи и массива, рассчитанные в Wolfram Mathematica, сравнивались с результатами, вычисленными в ANSYS. Графики напряжений сопоставлялась для длительности реверсирования 24 часа (см. Рис. 8). По кривым на рисунках 8б, в можно видеть, что угловые

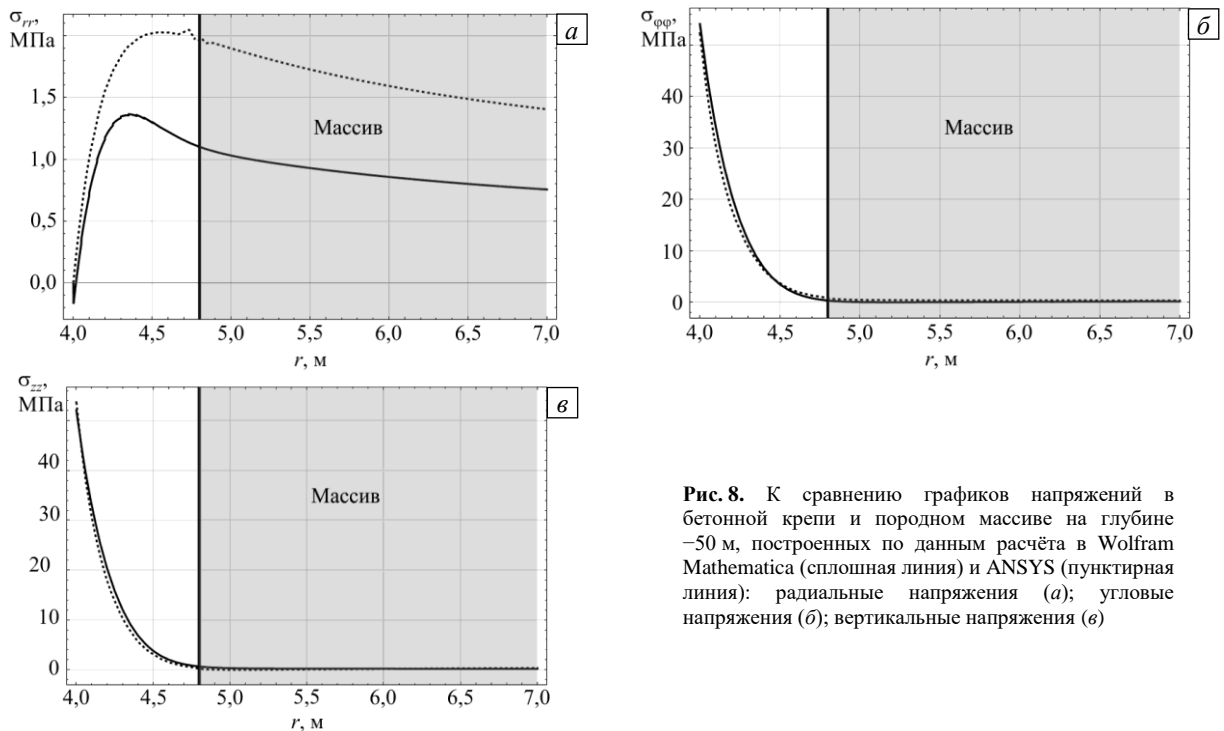


Рис. 8. К сравнению графиков напряжений в бетонной крепи и породном массиве на глубине -50 м, построенных по данным расчёта в Wolfram Mathematica (сплошная линия) и ANSYS (пунктирная линия): радиальные напряжения (а); угловые напряжения (б); вертикальные напряжения (в)

и вертикальные напряжения, полученные при расчётах в Wolfram Mathematica, практически совпадают с найденными в ANSYS. При сравнении радиальных напряжений (см. Рис. 8а) между двумя моделями наблюдаются значительные различия. Однако различия в большей степени носят количественный характер, чем качественный. Значения радиальных напряжений, полученные в ANSYS, в среднем в 1,8 раз выше, чем значения, рассчитанные в Wolfram Mathematica.

Таким образом, в условиях решаемой задачи можно пользоваться упрощённой моделью для расчёта НДС, описываемой уравнениями (7)–(11), поскольку получаемые на её основе вертикальные напряжения (используемые при оценке прочности бетонной крепи) качественно и количественно практически совпадают с данными расчёта с использованием полноценной двумерной осесимметричной постановки.

В итоге по полученным результатам построен график зависимости ширины зоны предразрушения от времени реверсирования и различной температуры воздуха в стволе (см. Рис. 9). В результате анализа рисунка 9 установлено, что ширина зоны предразрушения нелинейно зависит от длительности реверсирования. При этом уже при малой длительности реверсирования (не более 1 часа) её ширина может превышать 0,1 м при всех рассмотренных значениях температуры воздуха. С увеличением времени реверсирования в значениях ширины зоны предразрушения для разных температур воздуха в стволе различия нарастают.

Поскольку в данном исследовании принимается, что несущая способность бетонной крепи нарушается, если ширина зоны предразрушения достигает  $m=50\%$  ширины бетонной крепи в радиальном направлении (0,4 м в данной задаче), то в дополнение к графику на рисунке 9 был построен график зависимости допустимой продолжительности реверсирования воздушной струи от температуры воздуха в стволе, при которой состояние бетонной крепи достигает 50%-ного предразрушения (см. Рис. 10).

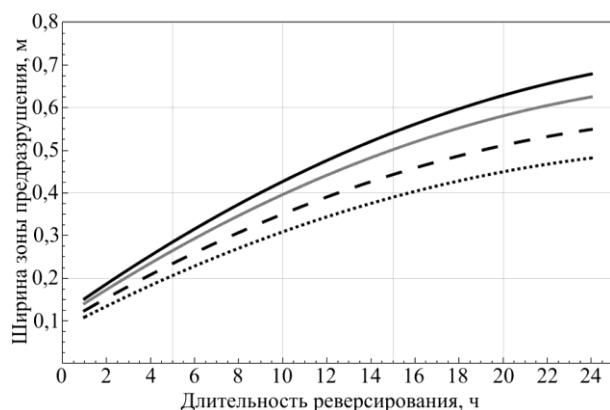


Рис. 9. Зависимость ширины зоны предразрушения от времени реверсирования воздуха в стволе и его температуры, °С: — — — -47, — — — -28, - - - -10, ..... 0

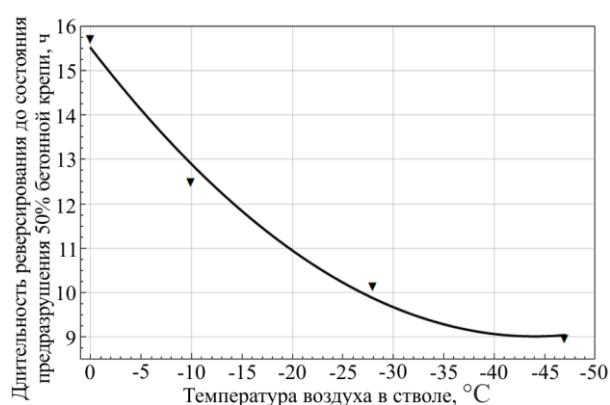


Рис. 10. Зависимость длительности реверсирования до состояния 50%-ного предразрушения бетонной крепи от температуры воздуха в стволе

Полученный график свидетельствует: длительность реверсирования до состояния 50%-ного предразрушения бетонной крепи с увеличением температуры растёт нелинейно (в данном случае — по гиперболическому закону); с ростом температуры воздуха в стволе от  $-47$  до  $0^{\circ}\text{C}$  необходимое время реверсирования для доведения бетонной крепи до состояния 50%-ного предразрушения увеличивается на 57%.

#### 4. Заключение

Основные результаты данной работы:

1. Построены двумерная термодинамическая и деформационная модели шахтного ствола, позволяющие рассчитать НДС бетонной крепи и породного массива по фактору температуры. Термодинамическая модель включает: кондуктивный теплоперенос в крепи и массиве пород, теплообмен крепи с воздухом в стволе; теплообмен крепи и породного массива с атмосферным воздухом; сезонные колебания атмосферной температуры; вариацию температуры при реверсировании воздуха в стволе. В деформационной модели принимается в расчёт только влияние перепада температуры на напряжённо-деформированное состояние бетонной крепи и породного массива. Горизонтальное давление пород не учитывается вследствие того, что рассматривается участок шахтного ствола вблизи поверхности, его протяжённость вглубь относительно невелика, а породный массив представлен крепкими скальными породами со сравнительно низким коэффициентом бокового распора. Также не учитывается боковое давление на бетонную крепь, поскольку в результате предварительной оценки величина бокового давления на порядок ниже величины напряжений, соответствующих температурным деформациям при перепаде  $50^{\circ}\text{C}$ .

2. Результаты расчёта НДС бетонной крепи по фактору температуры при реверсировании воздуха в шахтном стволе в зимнее время года показали, что бетонная крепь в большей степени испытывает растягивающие напряжения, а максимальные абсолютные величины напряжений возникают в основном в вертикальном направлении.

3. Принятое при оценке прочности бетонной крепи с учетом лишь температурных напряжений предположение о зависимости перемещений только от радиальной составляющей и отсутствии перемещений вдоль угла и вертикали допустимо. Однако стоит иметь в виду, что в этом случае значение радиальных напряжений снижается в среднем в 1,8 раза.

4. С ростом температуры воздуха в стволе ширина зоны предразрушения бетонной крепи уменьшается. Но наибольшее влияние на ширину зоны предразрушения оказывает одновременное увеличение как температуры, так и длительности реверсирования.

5. Получена нелинейная зависимость от температуры воздуха в стволе длительности реверсирования до состояния 50%-ного предразрушения крепи. Согласно ей при увеличении температуры воздуха в стволе от  $-47$  до  $0^{\circ}\text{C}$  длительность реверсирования до состояния предразрушения бетонной крепи на 50% увеличивается на 57%.

## Литература

1. Казакевич Э.В. Крепление вертикальных стволов шахт монолитным бетоном. М.: Недра, 1970. 184 с.
2. Бульчев Н.С., Фотиева Н.Н., Стрельцов Е.В. Проектирование и расчет крепи капитальных выработок. М.: Недра, 1986. 288 с.
3. Заславский Ю.З., Мостков В.М. Крепление подземных сооружений. М.: Недра, 1979. 325 с.
4. Семин М.А., Левин Л.Ю. Теоретическое исследование теплообмена между воздушным потоком и крепью шахтного ствола при наличии тепловой конвекции // ГИАБ. 2020. № 6. С. 151-167. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2020-6-0-151-167>
5. Казаков Б.П., Левин Л.Ю., Шалимов А.В., Зайцев А.В. Разработка энергосберегающих технологий обеспечения комфортных микроклиматических условий при ведении горных работ // Записки Горного Института. 2017. Т. 223. С. 116-124. <https://doi.org/10.18454/PMI.2017.1.116>
6. Пашковский П.С., Карнаух Н.В., Мавроди А.В. Обеспечение безопасности людей в поверхностном комплексе при пожарах в шахтах // Вестник ИЗГД. 2015. № 3(3). С. 8-14.
7. Гендлер С.Г., Рудаков М.Л., Самаров Л.Ю. Опыт и перспективы управления охраной труда и промышленной безопасностью на предприятиях минерально-сырьевого комплекса // Горный журнал. 2015. № 5. С. 84-87. <https://doi.org/10.17580/gzh.2015.05.17>
8. Газизуллин Р.Р., Левин Л.Ю., Клюкин Ю.А. Разработка систем воздухоподготовки для обогрева шахтных стволов в нормальном и реверсивном режимах проветривания рудников // ГИАБ. 2015. № S7. С. 19-25.
9. Казаков Б.П., Шалимов А.В., Семин М.А., Клюкин Ю.А. Математическое моделирование термодинамических процессов в системах воздухоподготовки калийных рудников // Горный журнал. 2019. № 8. С. 81-84. <https://doi.org/10.17580/gzh.2019.08.16>
10. Прокопов А.Ю. Причины и последствия возникновения экстремальных температурных воздействий на крепь и жесткую армировку воздухоподпаяющих стволов в Донбассе // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2007. № 3. С. 89-92.
11. Иудин М.М. Трещинообразование в бетонной крепи вертикальных стволов рудников Севера // ГИАБ. 2007. № S6. С. 301-308.
12. Jie Z., Guo-qing Z., Xiang-yu S., Ting L. Numerical simulation on shaft lining stresses analysis of operating mine with seasonal temperature change // Procedia Earth and Planetary Science. 2009. Vol. 1. P. 550-555. <https://doi.org/10.1016/j.proeps.2009.09.087>
13. Трапезников Л.П. Температурная трещиностойкость массивных бетонных сооружений. М.: Энергоатомиздат, 1986. 272 с.
14. Руководство по проектированию подземных горных выработок и расчету крепи. М.: Стройиздат, 1983. 272 с.
15. <https://aeroset.net> (дата обращения: 14.04.2021).
16. Проведение комплекса натурных исследований и разработка информационно-аналитической системы непрерывного контроля температурного и напряженно-деформированного состояния приконтурной части массива, крепи и армировки ствола ВС-7 рудника «Таймырский»: отчет о НИР. Пермь: Ги УрО РАН, 2020. 60 с.
17. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
18. Соляник-Красса К.В. Осесимметричная задача теории упругости. М.: Стройиздат, 1987. 336 с.
19. Скрипняк В.А., Скрипняк Е.Г. Методы решения плоских задач линейной теории упругости. Томск: ТГУ, 1998. 32 с.

## References

1. Kazakevich E.V. *Krepleniye vertikal'nykh stvolov shakht monolitnym betonom* [Fastening of vertical shaft shafts with monolithic concrete]. Moscow, Nedra, 1970. 184 p.
2. Bulychev N.S., Fotiyeva N.N., Strel'cov E.V. *Proyektirovaniye i raschet krep'i kapital'nykh vyrabotok* [Design and calculation of support for capital workings]. Moscow, Nedra, 1986. 288 p.
3. Zaslavskiy Yu.Z., Mostkov V.M. *Krepleniye podzemnykh sooruzheniy* [Fastening of underground structures]. Moscow, Nedra, 1979. 325 p.

4. Semin M.A., Levin L.Yu. Theoretical research of heat exchange between air flow and shaft lining subject to convective heat transfer. *GIAB – Mining Informational and Analytical Bulletin*, 2020, no. 6, p. 151-167. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2020-6-0-151-167>
5. Kazakov B.P., Levin L. Yu., Shalimov A.V., Zaitsev A. V. Razrabotka energosberegayushchikh tekhnologiy obespecheniya komfortnykh mikroklimaticheskikh usloviy pri vedenii gornykh rabot [Development of energy-saving technologies providing comfortable microclimate conditions for mining]. *Zapiski Gornogo Instituta – Journal of Mining Institute*, 2017, vol. 223, pp. 116-124. <https://doi.org/10.18454/PMI.2017.1.116>
6. Pashkovskiy P.S., Karnaukh N.V., Mavrodi A.V. Health care and safety measures for surface mine locations in underground fire emergency conditions. *Vestnik IZGD – Donbass International Journal of Emergency and Applied Knowledge Management*, 2015, no. 3(3), pp. 8-14.
7. Gendler S.G., Rudakov M.L., Samarov L.Yu. Opyt i perspektivy upravleniya okhranoy truda i promyshlennoy bezopasnost'yu na predpriyatiyakh mineral'no-syr'yevogo kompleksa [Experience and prospects of occupational and industrial safety control in mineral mining and processing]. *Gornyi Zhurnal*, 2015, no. 5, pp. 84-87. <https://doi.org/10.17580/gzh.2015.05.17>
8. Gazizullin R.R., Levin L.Yu., Klyukin Yu.A. Air handling system for mine shaft heating in normal and reverse ventilation modes. *GIAB – Mining Informational and Analytical Bulletin*, 2015, no. S7, pp. 19-25.
9. Kazakov B.P., Shalimov A.V., Semin M.A., Klyukin Yu.A. Matematicheskoye modelirovaniye termodinamicheskikh protsessov v sistemakh vozdukhopodgotovki kaliynykh rudnikov [Mathematical modeling of thermodynamic processes in air conditioning systems in potash mines]. *Gornyi Zhurnal*, 2019, no. 8, pp. 81-84. <https://doi.org/10.17580/gzh.2019.08.16>
10. Prokopov A.Yu. Causes and consequences of origin of heat influence on support and hard armor in air shafts in Donbass. *Izvestiya. vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskiye nauki – University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series*, 2007, no. 3, pp. 89-92.
11. Iudin M.M. Treshchinoobrazovaniye v betonnoy krepri vertikal'nykh stvolov rudnikov Severa [Cracking in the concrete lining of the vertical shafts of the mines in the North]. *GIAB – Mining Informational and Analytical Bulletin*, 2007, no. S6, pp. 301-308.
12. Jie Z., Guo-qing Z., Xiang-yu S., Ting L. Numerical simulation on shaft lining stresses analysis of operating mine with seasonal temperature change. *Procedia Earth and Planetary Science*, 2009, vol. 1, pp. 550-555. <https://doi.org/10.1016/j.proeps.2009.09.087>
13. Trapeznikov L.P. *Temperaturnaya treshchinostoykost' massivnykh betonnykh sooruzheniy* [Temperature crack resistance of massive concrete structures]. Moscow, Energoatomizdat, 1986. 272 p.
14. *Rukovodstvo po proyektirovaniyu podzemnykh gornykh vyrabotok i raschetu krepri* [Guidelines for the design of underground mine workings and calculation of the support]. Moscow, Stroyizdat, 1983. 272 p.
15. <https://aerose.net> (accessed 14 April 2021).
16. Provedeniye kompleksa naturnykh issledovaniy i razrabotka informatsionno-analiticheskoy sistemy nepreryvnogo kontrolya temperaturного i napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya prikonturnoy chasti massiva, krepri i armirovki stvola VS-7 rudnika «Taymyrskiy»: otchet o NIR [Carrying out a complex of field studies and development of an information and analytical system for continuous monitoring of the temperature and stress-strain state of the near-contour part of the massif, support and reinforcement of the VS-7 shaft of the Taimyrsky mine: research report]. Perm': GI UrO RAN, 2020. 60 p.
17. Timoshenko S.P., Goodier J.N. *Theory of elasticity*. MacGraw Hill Book Company, 1951. 506 p.
18. Solyanik-Krassa K.V. *Osesimmetrichnaya zadacha teorii uprugosti* [Axisymmetric problem of the theory of elasticity]. Moscow, Stroyizdat, 1987. 336 p.
19. Skripnyak V.A., Skripnyak E.G. *Metody resheniya ploskikh zadach lineynoy teorii uprugosti* [Methods for solving plane problems of the linear theory of elasticity]. Tomsk, TGU, 1998. 32 p.

Поступила в редакцию 14.04.2021; после доработки 03.06.2021; принята к опубликованию 08.06.2021

---

Сведения об авторах

Бублик Сергей Анатольевич, асп., Горный институт УрО РАН (ГИ УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, д. 78а; e-mail: serega-bublik@mail.ru

Семин Михаил Александрович, ктн, нс, ГИ УрО РАН; e-mail: seminma@inbox.ru

Левин Лев Юрьевич, дтн, зав. отделом, ГИ УрО РАН; e-mail: aerolog\_lev@mail.ru