

DOI: [10.7242/1999-6691/2021.14.1.2](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.1.2)

УДК 532.135

УТОЧНЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ СИСТЕМ

А.А. Лаас¹, М.А. Макарова², А.С. Малыгина², Г.О. Рудаков², Г.В. Пышнограй^{1,2}¹Алтайский государственный университет, Барнаул, Российская Федерация²Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Барнаул, Российская Федерация

Представлен обзор современного состояния в области мезоскопического моделирования течений растворов и расплавов полимеров различного строения. Продемонстрирована единая, с точностью до некоторой диссипативной функции, структура реологического определяющего соотношения. На основе модифицированной реологической модели Виноградова–Покровского рассмотрены линейные и нелинейные эффекты при простом сдвиге и одноосном растяжении полимерных расплавов. Показано, что модель с приемлемой точностью описывает линейное вязкоупругое поведение текучих полимерных систем, а также переходные процессы в сдвиговом течении и при одноосном растяжении. Проведено сравнение с полученными другими авторами экспериментальными данными для расплава промышленного образца полиэтилена. Осуществлено моделирование нелинейного вязкоупругого отклика полимерного материала при больших периодических деформациях. Результаты расчетов получены методом Рунге–Кутты с помощью встроенных подпрограмм вычислительной среды MATLAB и сопоставлены с экспериментальными данными для раствора полиэтиленоксида в диметилсульфоксиде. Установлено, что нелинейный характер поведения полимерного образца обнаруживает себя в искажении вязкоупругого отклика материала на синусоидальные колебания. При этом сдвиговые напряжения уже не являются правильной гармоникой (на переднем фронте отклика имеет место «ступенька»), и их амплитуда не пропорциональна амплитуде сдвига. Также рассмотрено наложение осциллирующего сдвигового течения на простой сдвиг. Показано, что и здесь наблюдается искажение вязкоупругого отклика, но, в отличие от высокоамплитудного периодического деформирования, искривление верхней и нижней полуволн отклика происходит неодинаково. Так как для этого случая найти в литературе экспериментальные сведения авторам данной работы не удалось, то следует надеяться, что настоящая публикация послужит стимулом для испытателей в области нелинейных вязкоупругих свойств растворов и расплавов полимеров.

Ключевые слова: реология, полимеры, мезоскопический подход, вязкоупругость, нелинейные эффекты, простой сдвиг, одноосное растяжение, растворы, расплавы, многомодовая реологическая модель

REFINING RHEOLOGICAL MODEL FOR DESCRIPTION OF LINEAR AND NONLINEAR VISCOELASTICITY OF POLYMER SYSTEMS

A.A. Laas¹, M.A. Makarova², A.S. Malygina², G.O. Rudakov² and G.V. Pyshnograï^{1,2}¹Altai State University, Barnaul, Russian Federation²Altai State Technical University named after I.I. Polzunov, Barnaul, Russian Federation

The article reviews the current mesoscopic modeling of flows for polymer solutions and melts of various structures. It also demonstrates the unified structure of the rheological constitutive relation, up to a certain dissipative function. Linear and nonlinear effects are considered for the simple shear and uniaxial tension of polymer melts based on the modified Vinogradov and Pokrovskii rheological model. The model can describe with adequate accuracy the linear viscoelasticity of fluid polymer systems, as well as transient processes at the shear flow and uniaxial elongation. It was compared with other experimental data for the melt of an industrial polyethylene sample. The nonlinear viscoelastic response of a polymer material was modeled at large periodic deformations. The calculation results were obtained via the Runge–Kutta approach with in-line subprograms of MATLAB IT environment. They were later compared with the experimental data for the solution of polyethylene oxide in dimethyl sulfoxide. The nonlinear behavior of the polymer sample manifested itself in the distortion of the viscoelastic response of the material at sinusoidal oscillations. In this case the shear stresses are no longer the correct harmonics and a "step" appears at the leading edge of the response. Besides, their amplitude is not proportional to the amplitude of the shift. The paper also considers the superposition of the oscillating shear flow on the simple shear. The distortion of the viscoelastic response is observed here though, unlike the high-amplitude periodic deformation, the curvatures of the upper and lower half-waves of the response differ. Since there is still no experimental data for this case, this work expects to encourage the researchers working in the field of nonlinear viscoelastic properties of polymer solutions and melts for further endeavors.

Key words: rheology, polymers, mesoscopic approach, viscoelasticity, nonlinear effects, simple shear, uniaxial elongation, solutions, melts, multimode rheological model

1. Введение

Изучение нелинейного поведения вязкоупругих жидкостей является важной задачей в механике сплошных сред. Обнаружить наличие нелинейных эффектов можно уже в самых простых экспериментах, например, в простом сдвиговом течении, осциллирующем сдвиговом течении или при одноосном растяжении. Часто данные этих исследований имеют непосредственное практическое значение, так как позволяют выбрать оптимальные режимы хранения, переработки и доставки до потребителя производимой продукции. Теоретическая значимость информации о нелинейных эффектах заключается в возможности тестирования применяемых реологических моделей и выборе наиболее адекватной из них, а также в осуществлении с ее помощью прогноза течения интересующей жидкости.

В литературе называется несколько реологических моделей, которые с приемлемой для практики точностью описывают нелинейные эффекты при одноосном растяжении и простом сдвиге. Однако возникает потребность в проведении и последующей интерпретации результатов реологических измерений в течениях с более сложной структурой, в частности, при сдвиговых осцилляциях с большой амплитудой или в суперпозиции стационарного сдвигового и осциллирующего течений. При этом рассмотрение усложненных режимов требует применения новых математических методов обработки данных измерений в рамках используемых реологических моделей.

2. Математическое моделирование в реологии полимерных сред

Применение сведений, накопленных наукой о реологии растворов и расплавов полимеров, к анализу процессов их производства является сложной и чрезвычайно важной научной и практической задачей. Даже ее частные решения позволяют получать продукты с заданными физико-механическими и структурными характеристиками. Полимерные жидкости (растворы или расплавы) обладают сложной перепутанной структурой, поэтому для их моделирования используются реологические определяющие соотношения с несколькими временными и пространственными масштабами. До настоящего времени еще не созданы определяющие уравнения, обобщающие все реалии течений полимерных сред. Ученые и инженеры в своих исследованиях используют уравнения, которые описывают или интересующие их особенности течения полимеров, или какие-то частные случаи. Отметим, что предложено множество определяющих соотношений, но только их небольшая часть применяется для решения конкретных задач, связанных с процессами переработки полимеров.

Как правило, верификация реологических моделей [1–9] начинается с рассмотрения на их основе режимов стационарной сдвиговой деформации и периодических колебаний со сравнительно малой амплитудой. Однако эти простые типы деформации недостаточны для представления процессов, происходящих при промышленной переработке полимеров, когда имеет место значительная нестационарная деформация [10–16]. Поэтому следующей ступенью развития реологической модели стало включение в нее нелинейных эффектов, в частности, больших периодических деформаций [10, 11], что значительно расширяет возможности изучения различных типов течений растворов и расплавов полимеров, происходящих в узлах промышленного оборудования, а разработка моделей, описывающих нелинейную вязкоупругость, становится все более востребованной [13–16].

Динамические сдвиговые осциллирующие испытания широко используются в реологии жидкостей с особыми свойствами, таких как растворы и расплавы полимеров, биополимеры, полиэлектролиты, суспензии, эмульсии, гели, и других. В частности, измерения реологических характеристик малоамплитудных осциллирующих течений — Small-Amplitude Oscillatory Shear (SAOS), являются классическим методом построения соотношений линейной вязкоупругости жидкостей. Он хорошо изучен как с теоретической, так и с практической точек зрения [2]. Но, как сказано выше, большинство реальных процессов сопровождается большим нестационарным деформированием, что требует изучения нелинейных динамических свойств исследуемых систем. Для получения более полной картины нелинейного поведения полимерной жидкости в этом случае могут применяться сдвиговые колебания с большой амплитудой — Large Amplitude Oscillatory Shear (LAOS). С экспериментальной точки зрения как SAOS, так и LAOS характеризуются на входе двумя параметрами: относительной амплитудой синусоидальных сдвиговых колебаний γ_0 и их частотой ω . Однако имеются существенные различия в откликах полимерной системы на периодические воздействия, которые определяются свойствами самого материала. Для SAOS отклик имеет вид синусоиды, и амплитуда сдвиговых колебаний прямо пропорциональна γ_0 . Основными характеристиками SAOS служат $G'(\omega)$ — модуль упругости, и $G''(\omega)$ — модуль потерь. Для LAOS отклик системы уже не является правильной синусоидой, и амплитуда таких колебаний увеличивается с ростом γ_0 не строго пропорционально. Это подтверждается в экспериментах [17–29].

Первые работы, посвященные методу LAOS [17–29], относятся к середине прошлого века. При изучении сдвиговых напряжений проводился Фурье-анализ нелинейного вязкоупругого отклика [18–25], и исследователи столкнулись со значительными трудностями технического характера: при расчетах гармоник высокого порядка было замечено, что первые гармоники сигнала, которые представляют собой компоненты динамического модуля сдвига, уменьшаются при увеличении амплитуды колебаний. Тогда же был предложен наглядный способ описания нелинейных вязкоупругих деформаций с помощью фигур Лиссажу [24]. Этот метод визуализации является альтернативой непосредственному построению временных зависимостей сдвиговых напряжений при различных величинах деформации [11]. В настоящее время метод LAOS применяется для верификации реологических моделей при изучении нелинейных деформаций [11, 27].

В известном множестве реологических моделей стоит отметить те из них, которые позволяют получать адекватные зависимости при рассмотрении как линейной вязкоупругости при малых периодических деформациях, так и нелинейных эффектов, когда деформации велики. Это модели Олдройда

(Oldroyd-B) [30], Фан-Тьена–Таннера (Phan-Tien-Tanner — РТТ) [7], Гизекуса [3], Леонова–Прокунина [4, 31], «Ром–Ром» [5, 8, 9], а также модифицированная модель Виноградова–Покровского [1, 6, 13–15]. На основе последней в настоящей статье и будут произведены расчеты с целью проверки ее пригодности для описания изменений, происходящих в поведении полимерной жидкости при увеличении деформации.

Основной критерий адекватности реологической модели — это способность математически изображать вискозиметрические течения. При этом наиболее точное представление дают многомодовые модификации моделей, в которых учитывается множество релаксационных процессов. В простом случае малых скоростей деформации при расчетах линейной вязкоупругости все вышеперечисленные модели сводятся к идентичным выражениям для компонент динамического модуля, поэтому существенных различий между моделями в линейной области не наблюдается. Однако при увеличении скорости деформации и переходе в нелинейную область модели демонстрируют разные результаты.

В первую очередь сказываются принципиально разные подходы к созданию реологической модели: феноменологический и микроструктурный. В феноменологической реологии изучаемое тело рассматривают без учета его физической природы, и единственным путем для определения реологических характеристик и связей между ними является проведение эксперимента. В качестве примеров феноменологических моделей можно назвать:

– модель Максвелла [32] — это соединенные последовательно пружина (упругий элемент) и поршень (вязкий элемент) [2]. В рамках этой модели для полимера, на который действует постоянная нагрузка, зависимость релаксации напряжения от времени представляется экспонентой. Применимость модели Максвелла ограничена областью линейной вязкоупругости;

– модель Олдройда [30], которая обобщает модель Максвелла на случай течения линейной вязкоупругой жидкости, сопровождающегося переносом вязкоупругих напряжений в направлении потока. Эта модель также пригодна для описания только линейной вязкоупругости;

– модель Леонова–Прокунина [4, 31]. В ее основе лежат общие принципы неравновесной термодинамики. Упругие деформации характеризуются равновесным термодинамическим состоянием полимерной системы. В настоящее время модель применяется реже других по причине сложности перехода к расчетам трехмерных течений.

Второй — микроструктурный, подход к построению реологических определяющих соотношений основан на мезоскопическом приближении, которое опирается на динамику выделенной макромолекулы, движущейся в среде, образованной растворителем и другими макромолекулами. К мезоскопическим моделям относятся, например, модель «Ром–Ром» (РР), модели РТТ, Гизекуса и другие. С математической точки зрения это модели в дифференциальной форме.

Модель Гизекуса [3], предложенная в 1982 году, широко применяется и в настоящее время. В этой модели течение полимерной среды описывается нелинейным дифференциальным уравнением, содержащим один параметр, что ограничивает ее применение.

Реологическая модель РТТ [7] является одной из первых моделей, в которой адекватно представлены стационарные и нестационарные вискозиметрические функции при простом сдвиге и одноосном растяжении. В процессе установления простого сдвигового течения наблюдаются немонокотное поведение ненулевых компонент тензора напряжений.

Многие дифференциальные уравнения (например, модель РТТ, модель Гизекуса, расширенная модель «Ром–Ром» (eXtendedPP), модель Леонова–Прокунина) предполагают следующую связь между тензором дополнительных напряжений $\boldsymbol{\tau}$ и симметричным тензором \mathbf{c} , который в некотором приближении моделирует структуру изучаемого материала:

$$\boldsymbol{\tau} = G(\mathbf{c} - \mathbf{I}),$$

где G представляет собой скаляр, имеющий размерность модуля упругости, а \mathbf{I} — единичный тензор.

В общем случае для одного релаксационного процесса уравнение реологической модели можно записать в тензорном виде:

$$\frac{d\mathbf{c}}{dt} - \nabla\mathbf{v}\mathbf{c} - \mathbf{c}\nabla\mathbf{v}^T - \frac{\xi}{2}(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{c} + \mathbf{c}\boldsymbol{\gamma}) + \frac{1}{\lambda}\mathbf{H}(\mathbf{c}) = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{v} — вектор скорости течения жидкости, $\boldsymbol{\gamma}$ — симметричный тензор скоростей деформации, ∇ — векторный дифференциальный оператор, $\mathbf{H}(\mathbf{c})$ — диссипативный член, зависящий от структурного тензора \mathbf{c} , λ — время релаксации. Параметр ξ описывает характер неаффинного деформирования ($0 \leq \xi \leq 2$). При достижении предельных значений 0 и 2 производная структурного тензора имеет контравариантную ($\xi = 0$, верхняя конвективная производная) и ковариантную ($\xi = 2$, нижняя конвективная производная) формы соответственно. Для многих полимерных систем параметр ξ

принимает нулевое значение. С одной стороны, это позволяет уменьшить число нелинейных параметров моделей, а также получить колебания переходных характеристик при высоких скоростях сдвига. С другой стороны, ненулевое значение ξ способствует более крутому возрастанию вязкости при одноосном растяжении. Например, рассматриваемые в рамках данной работы модели Гизекуса и Леонова–Прокунина предполагают равенство $\xi = 0$, в отличие от экспоненциальной модели РТТ. Конкретные формы диссипативных членов $\mathbf{H}(\mathbf{c})$ для обсуждаемых моделей приведены в таблице 1.

Таблица 1. Диссипативный член $\mathbf{H}(\mathbf{c})$ для некоторых моделей (в предположении $\xi = 0$)

	Форма диссипативного члена	Количество параметров вместе с линейными G и λ	Нелинейные параметры
Олдройда [28]	$(\mathbf{c}-\mathbf{I})$	2	–
Экспоненциальная РТТ [7]	$\exp[\zeta(\text{tr}\mathbf{c}-3)](\mathbf{c}-\mathbf{I})$	3	ζ
Леонова–Прокунина [4]	$\frac{b}{2}\left(\mathbf{c}^2 - \frac{\text{tr}\mathbf{c} - \text{tr}\mathbf{c}^{-1}}{3}\mathbf{c} - \mathbf{I}\right)$	4	ζ, ν
Гизекуса [3]	$\beta(\mathbf{c}-\mathbf{I})^2 + \mathbf{c} - \mathbf{I}$	3	β
Ром–Ром (РР) [5, 9]	$F_c\mathbf{c} - \mathbf{I}$	3	β
Расширенная Ром–Ром (ХРР) [8]	$\beta(\mathbf{c}-\mathbf{I})^2 + F_x\mathbf{c} - \mathbf{I}$	5	β, λ_s, q
Модифицированная Виноградова–Покровского (mVP) [6]	$\beta(\mathbf{c}-\mathbf{I})^2 + (1 + (\kappa - \beta)\text{tr}(\mathbf{c}-\mathbf{I})/3)(\mathbf{c}-\mathbf{I})$	4	κ, β

Также в таблице 1 используются обозначения: $\text{tr}\mathbf{A}$ — след матрицы/тензора \mathbf{A} ; β и κ — параметры наведенной анизотропии; $b = \exp\left[-\zeta\sqrt{\text{tr}\mathbf{c}-3}\right] + \frac{\text{sh}\left[\nu(\text{tr}\mathbf{c}-3)\right]}{\nu(\text{tr}\mathbf{c}-3)+1}$, где ζ и ν — вязкости исследуемого расплава (раствора) полимера; $F_x = 2\frac{\lambda}{\lambda_s}\exp\left[\frac{2}{q}(\mathbf{A}-1)\right]\left[\left(1-\frac{1}{\mathbf{A}}\right) + \left(\frac{1}{\mathbf{A}}\right)^2\left[1-\beta-\frac{\beta}{3}\text{tr}(\mathbf{c}^2-2\mathbf{c})\right]\right]$, $F_c = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{\mathbf{A}}}\right)\exp\left[\beta(\mathbf{A}-1)\right]$, где $\mathbf{A} = \sqrt{\text{tr}\mathbf{c}/3}$.

Из содержимого таблицы 1 можно сделать вывод, что большинство реологических определяющих соотношений имеют похожую структуру. Сами реологические модели различаются диссипативным членом $\mathbf{H}(\mathbf{c})$, и, несмотря на имеющиеся несоответствия, описывают такие наблюдаемые в экспериментах явления, как аномалия сдвиговой вязкости, градиентные зависимости первой и второй разностей сдвиговых напряжений, немонотонное (с переходом через максимум) убывание стационарной вязкости при одноосном растяжении. Как отмечается в [16], оценка размерных параметров G и λ выполняется достаточно легко, а значения нелинейных параметров приходится подбирать «вручную». В случае одного параметра это сделать несложно, но когда число параметров больше одного, в приложениях моделей к конкретным полимерным жидкостям могут возникать сложности [9, 16, 33, 34].

3. Моделирование в линейной вязкоупругости

Область линейной вязкоупругости является одной из наиболее изученных в теоретической и прикладной реологии [1–5, 35]. Традиционно исследование включает в себя формулировку уравнений для классических вязкоупругих тел Кельвина–Фойгта [36] и Максвелла [32] и анализ их поведения в простейших переходных режимах, к которым относятся: а) изменения деформации при заданном постоянном напряжении; б) изменения напряжения при заданной постоянной деформации или постоянной скорости деформации; в) периодическое деформирование по заданному гармоническому закону [1–5]. При этом сам анализ затруднений не вызывает, так как получающиеся уравнения (или их системы) — это обыкновенные линейные дифференциальные уравнения, допускающие аналитические решения.

Для более полного описания откликов сплошной среды на приложенные воздействия вводится понятие релаксационного спектра [1–3], который представляет собой дискретный набор времен релаксации и соответствующих им модулей упругости. Возникает задача определения компонент релаксационного спектра по результатам реологических измерений. Для времен релаксации и модулей упругости можно построить выражения, зависящие от номера релаксационного процесса, молекулярной массы и концентрации полимера. Расчеты по этим выражениям дают хорошее согласие с экспериментальными

данными, отвечающими режиму малых осциллирующих деформаций для образцов с различной молекулярной массой [3, 16, 34]. Число учитываемых релаксационных процессов может быть достаточно большим, порядка сотен. Тем не менее, это не приводит к трудностям при вычислениях, так как имеем дело с аналитическими выражениями. Однако при попытках обобщения результатов из области линейной вязкоупругости на нелинейные эффекты возникают проблемы [14]. В нелинейном случае уравнения достаточно сложны, требуется их численное решение. При большом числе релаксационных процессов это приводит к существенным затратам машинного времени. Поэтому в настоящее время актуальной является задача моделирования релаксационного спектра полимерных систем, когда число принимаемых во внимание релаксационных процессов конечно [37, 38].

Для учета нескольких релаксационных процессов в полимерной системе, как правило, переходят к многомодовому приближению реологической модели [12–18]. Таким образом, вопрос заключается в определении количества мод, которое будет достаточным при оценке построенных соотношений линейной вязкоупругости. Все параметры, входящие в реологическую модель, можно разделить на две группы: параметры, отвечающие за линейное вязкоупругое поведение системы, и параметры, отвечающие за нелинейные эффекты. Области линейной вязкоупругости соответствуют малые скорости деформации, при этом во многих реологических моделях выражения аналогичны [1, 2, 34] и могут содержать большое число слагаемых.

Соотношения для области линейной вязкоупругости легко получить из (1). Большинство многомодовых реологических моделей в тензорной форме в линейном по градиентам скорости приближении и с точностью до используемых обозначений представимо в виде [1, 11]:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 3 \sum_{\alpha} \frac{\eta_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} \mathbf{a}^{\alpha}, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{a}^{\alpha} + \frac{1}{\tau_{\alpha}} \mathbf{a}^{\alpha} = \frac{2}{3} \boldsymbol{\gamma}.$$

Здесь: $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор полных напряжений; p — гидростатическое давление; η_{α} и τ_{α} — наборы начальных значений сдвиговых вязкостей и времен релаксации учитываемых процессов ($\alpha = 1, 2, \dots, n$); \mathbf{a}^{α} — набор безразмерных симметричных тензоров второго ранга. Фактически эти уравнения являются многомодовым приближением модели Максвелла [2, 38].

В случае простого осциллирующего сдвигового течения компоненты тензора $\boldsymbol{\gamma}$ следующим образом связаны с амплитудой скорости сдвига v_{12}^* :

$$(\gamma_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & v_{12}^*/2 & 0 \\ v_{12}^*/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos \omega t,$$

где t — текущее время, ω — частота осцилляций. После подстановки этого выражения в (2) и решения полученных дифференциальных уравнений легко находятся выражения для частотных зависимостей компонент динамического модуля: модуля сдвига и модуля потерь, которые являются важными характеристиками линейной вязкоупругости и имеют следующий вид [1, 2, 14, 15]:

$$G'(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_{\alpha} \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}, \quad G''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}. \quad (3)$$

Для сравнения данных, вычисленных согласно выражениям (3), с известными из эксперимента обратимся к работам [33, 38], где исследовались реологические свойства расплава промышленного полиэтилена и приведены детали проведенных экспериментов. Значения реологических параметров g_{α} и τ_{α} возьмем из этих работ (см. Табл. 2). Необходимые величины η_{α} определим по формуле: $\eta_{\alpha} = g_{\alpha} \tau_{\alpha}$.

Таблица 2. Размерные реологические параметры g_{α} и τ_{α} для образца расплава полиэтилена LDPE Bralen

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g_{α} , Па	121440	35292,2	33442,9	19480,3	11923,4	5763,63	2574,63	800,865	213,412	34,6864
τ_{α} , с	0,00134	0,0052	0,02015	0,07804	30,23	1,17104	4,53626	17,5722	68,0695	263,681

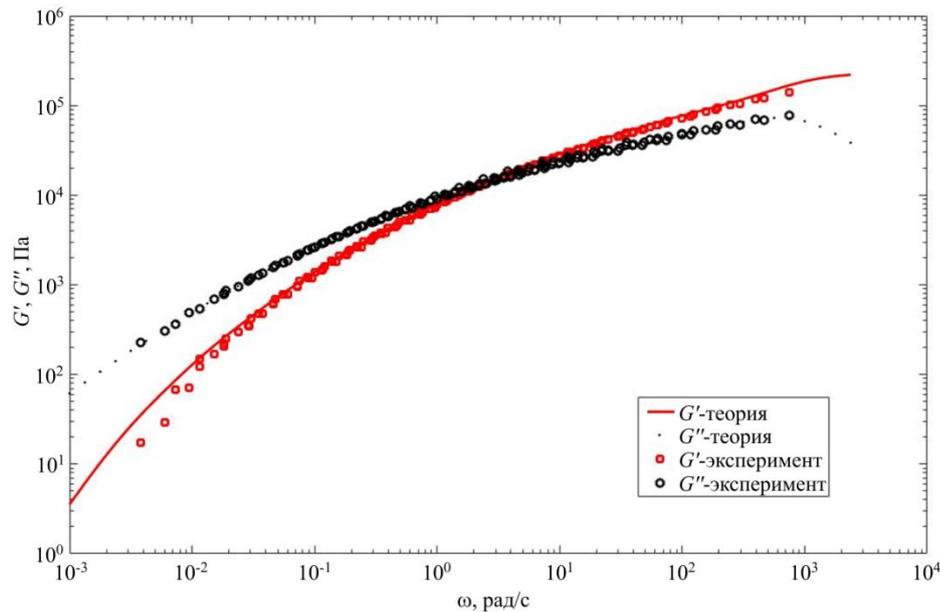


Рис. 1. К сравнению расчетных частотных зависимостей модуля упругости G' и модуля потерь G'' с экспериментальными данными для образца расплава полиэтилена LDPE Bralen

Результаты представлены на рисунке 1. Из рисунка видно, что выражения (3) описывают зависимости компонент динамического модуля в достаточно широком диапазоне частот воздействия.

4. Многомодовая модифицированная реологическая модель Виноградова–Покровского

Учет множественности времен релаксации — одна из важных задач реологии полимеров. Применение многомодового приближения необходимо даже при рассмотрении динамики разбавленных растворов монодисперсных полимеров [31, 36–41], что объясняется структурой полимерной молекулы, напоминающей длинную цепочку. Согласно расчетам, время релаксации моды уменьшается пропорционально квадрату ее номера, то есть носит «раузовский» характер. Но, как известно [1, 2, 34], чем выше концентрация полимерного раствора, тем больше перепутаны и сцеплены между собой молекулы–цепочки. Динамика такой системы значительно усложняется [1, 2], поскольку формируются дополнительные «длинномасштабные», взаимодействия между сегментами макромолекулы. В результате в системе возникают «сверхмедленные» релаксационные процессы, а в выражении для тензора напряжений появляются новые слагаемые [35, 36, 40–42].

Если же полимер полидисперсный или разветвленный, важность учета множества времен релаксации особенно возрастает. При этом характер зависимостей времени релаксации каждого процесса отклоняется от «раузовского» и становится более сложным. В связи с этим особенно актуальным становится выбор надежной и в то же время достаточно простой модели для описания реологии концентрированных полимеров. В рамках мезоскопического подхода молекула полимера представляется, например, в виде бусинок (сегментов макромолекулы), соединенных упругими пружинками. Характеристиками такой системы будут коэффициент трения бусинок и равновесные размеры макромолекулярного клубка. При изучении динамики концентрированных растворов и расплавов полимеров модель необходимо дополнить параметрами, учитывающими перепутанность макромолекул или их «зацепления».

Одной из таких моделей является модифицированная реологическая модель Виноградова–Покровского [12–15, 42–44] или mVP модель [46–48]. В этой модели коэффициент трения бусинки есть тензор, учитывающий наведенную потоком анизотропию, определяемую размерами и формой макромолекулярных клубков. Многомодовое обобщение модели Виноградова–Покровского содержится в работах [13, 47] и определяется выражениями:

$$\sigma = -p\mathbf{I} + 3 \sum_{\alpha} \frac{\eta_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} \left(\mathbf{a}^{\alpha} - \frac{1}{3} (\text{tr } \mathbf{a}^{\alpha}) \mathbf{I} \right), \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{a}^{\alpha} - \nabla \mathbf{v} \mathbf{a}^{\alpha} - \mathbf{a}^{\alpha} \nabla \mathbf{v}^T + \frac{1 + (\kappa - \beta) \text{tr } \mathbf{a}^{\alpha}}{\tau_{\alpha}} = \frac{2}{3} \gamma - \frac{3\beta_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} \mathbf{a}^{\alpha} \mathbf{a}^{\alpha}.$$

Здесь: p — гидростатическое давление; σ — тензор напряжений полимерной системы; $\nabla \mathbf{v}$ — тензор градиентов скорости; α — порядковый номер моды; n — количество учитываемых релаксационных мод

или процессов; \mathbf{a}^α — симметричный тензор анизотропии, соответствующий вкладу релаксационной моды с номером α ; $\text{tr} \mathbf{a}^\alpha$ — след безразмерного тензора дополнительных напряжений \mathbf{a}^α ; η_α — коэффициент сдвиговой вязкости моды с номером α ; τ_α — время релаксации моды с номером α .

В многомодовом обобщении зависимость параметров наведенной анизотропии β_α и κ_α от $\text{tr} \mathbf{a}^\alpha$ определяется выражениями [46, 47]:

$$\beta_\alpha (\text{tr} \mathbf{a}^\alpha) = \frac{f_\alpha + p_\alpha \text{tr} \mathbf{a}^\alpha}{1 + \sqrt{p_\alpha \text{tr} \mathbf{a}^\alpha}}, \quad \kappa_\alpha = 1, 2 \beta_\alpha. \quad (5)$$

Видно, что модель (4), (5) отличается от используемой в [12–15, 37] формой представления наведенной анизотропии. Сначала предполагалось [6, 12, 14, 15, 43], что β и κ являются постоянными и их значения не зависят от молекулярной массы и концентрации полимера. В дальнейшем (см. [13]) при записи многомодовой аппроксимации модели было сделано предположение, что эти параметры связаны с первым инвариантом тензора дополнительных напряжений отличающимися от (5) соотношениями:

$$\beta_\alpha (\text{tr} \mathbf{a}^\alpha) = \frac{f_\alpha + p_\alpha \text{tr} \mathbf{a}^\alpha}{1 + p_\alpha \text{tr} \mathbf{a}^\alpha}, \quad \kappa_\alpha = 1, 2 \beta_\alpha. \quad (6)$$

Как показали расчеты, выражения (6) хотя и обеспечивают немонотонную (с переходом через максимум) зависимость стационарной вязкости при одноосном растяжении от скорости растяжения, но неверно предсказывают ее асимптотическое поведение. Согласно (6), стационарная вязкость при одноосном растяжении с ростом скорости растяжения выходит на стационарное значение, а при использовании предложенных в [46] выражений (5) она, после перехода через максимум, убывает, что лучше согласуется с экспериментальными данными [16, 31, 37, 38]. Так как теперь имеем дело с новой версией mVP модели, то возникает необходимость повторного расчета вискозиметрических функций с учетом выражений (5), что будет сделано в следующем разделе статьи. Таким образом, модель (4), (5) включает наборы четырех параметров: η_α , τ_α , f_α , p_α , значения которых следует выбирать, исходя из экспериментальных данных.

С целью выбора параметров в режиме одноосного растяжения проанализировано влияние каждой конкретной моды. Зависимость стационарной вязкости разбивалась на отдельные участки, на каждом из которых определялись значения параметров f_α и p_α [13, 48]. Это исследование показало, что f_α и p_α являются монотонными функциями номера моды α , а их можно описать как

$$f_\alpha = \frac{B}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2}, \quad p_\alpha = \frac{P}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2}. \quad (7)$$

Здесь α_0 — это параметр, который управляет монотонным или немонотонным характером зависимости f_α и p_α от номера моды α . Следуя работе [46], выберем $\alpha_0 = 1,5$. Использование представления (5) позволяет уменьшить число нелинейных параметров реологической модели до двух — B и P . При этом номер моды α , как и для большинства многомодовых обобщений реологических соотношений [49–52], нельзя напрямую связать с молекулярными характеристиками полимера. Следовательно, приемлемость соотношений (5) должна оцениваться по результатам сопоставления расчетных данных с экспериментальными.

5. Вискозиметрические функции при простом сдвиге и одноосном растяжении

В выражении (7) введены новые параметры — B и P . В работе [13] выполнена оценка их влияния на стационарную сдвиговую вязкость и на вязкость при одноосном растяжении и показано, что стационарная вязкость при растяжении является немонотонной функцией скорости сдвига: значение ее максимума растет при уменьшении параметра B . Однако при $P=0$ функция приобретает монотонный характер. Следовательно, значения параметров B и P существенно сказываются на виде зависимостей стационарной сдвиговой вязкости от скорости сдвига и стационарной вязкости при растяжении. Подбором значений этих параметров можно получить достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных кривых [33, 38].

Для образца полиэтилена Bralen во всех дальнейших расчетах по модели (4), (5) выбраны значения: параметров $B=0,95$, $P=0,005$, $\alpha_0=1,5$; они найдены по выражению (7), дающему более надежный результат, чем ранее примененный в [13] интуитивный подбор. Размерные параметры η_α и τ_α представлены в таблице 1.

Как показано на рисунке 2, модель (4), (5) достаточно точно описывает градиентные зависимости вязкости при простом сдвиге и одноосном растяжении. В частности, хорошо виден немонотонный характер зависимости элонгационной вязкости $\lambda(\varepsilon) = (\sigma_{11} - \sigma_{22})/\varepsilon$, а также эффект аномалии сдвиговой вязкости, $\eta(v_{12}) = \sigma_{12}/v_{12}$, где ε — скорость растяжения, а v_{12} — скорость сдвига. При этом выполняется правило Кокса–Мерца [2, 45], согласно которому (при условии $v_{12} = \omega$) комплексная вязкость, измеренная в эксперименте SAOS, и установившаяся вязкость сдвига могут быть объединены:

$$\eta(v_{12}) = |\eta^*(\omega)| = \sqrt{(G'(\omega))^2 + (G''(\omega))^2} / \omega.$$

На рисунке 3 представлены результаты расчетов установления сдвиговой вязкости в образце из промышленного полимерного материала Bralen и для сравнения приведены экспериментальные данные, а соответствующие им нестационарные зависимости первой разности нормальных напряжений содержит рисунок 4.

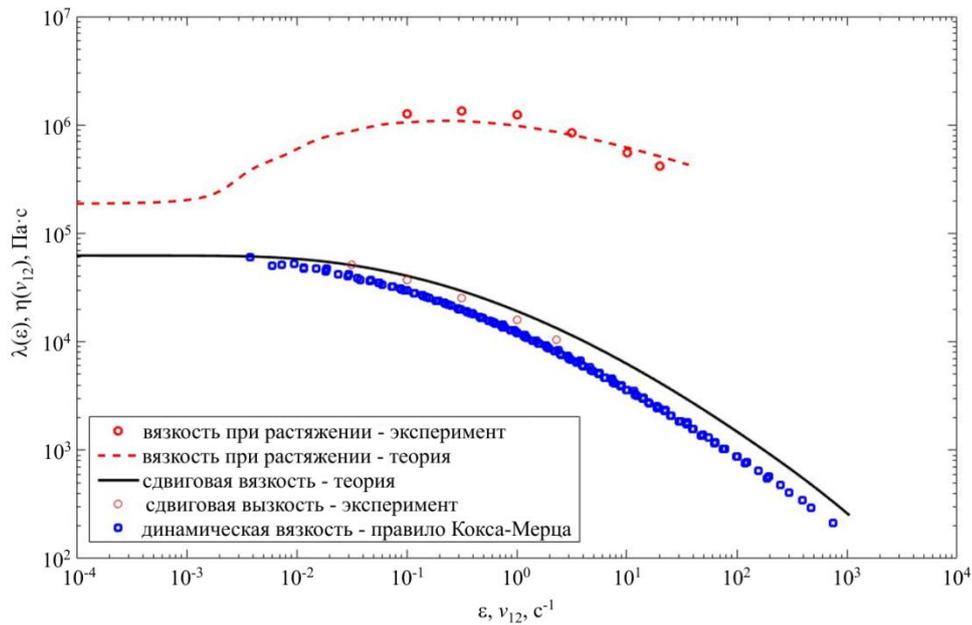


Рис. 2. К сравнению вычисленных градиентных зависимостей стационарной вязкости при растяжении и простом сдвиге с экспериментальными данными

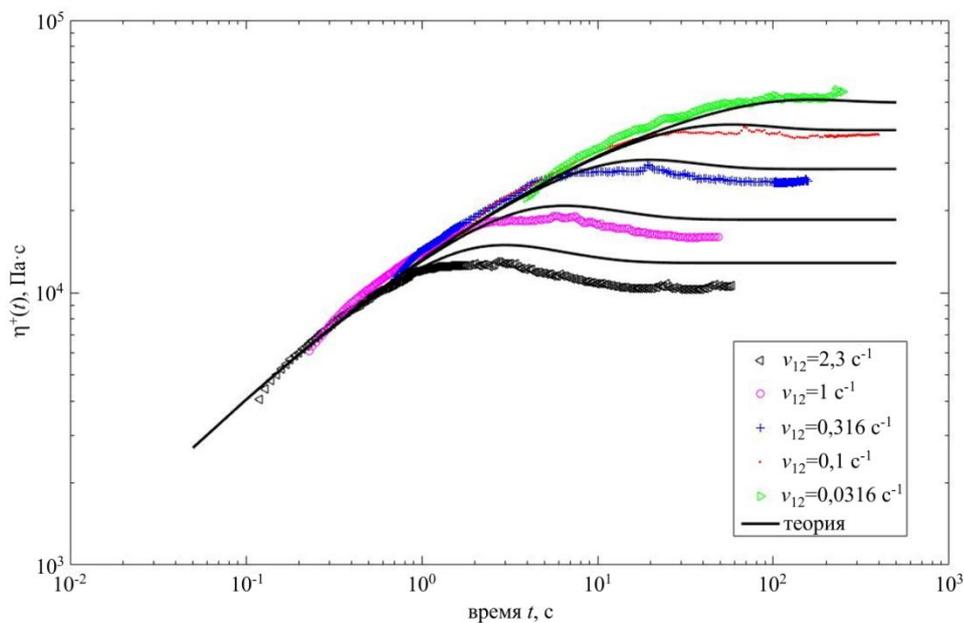


Рис. 3. Зависимости сдвиговой вязкости от времени при различных значениях скорости сдвига: расчет (сплошные линии) и эксперимент (символы)

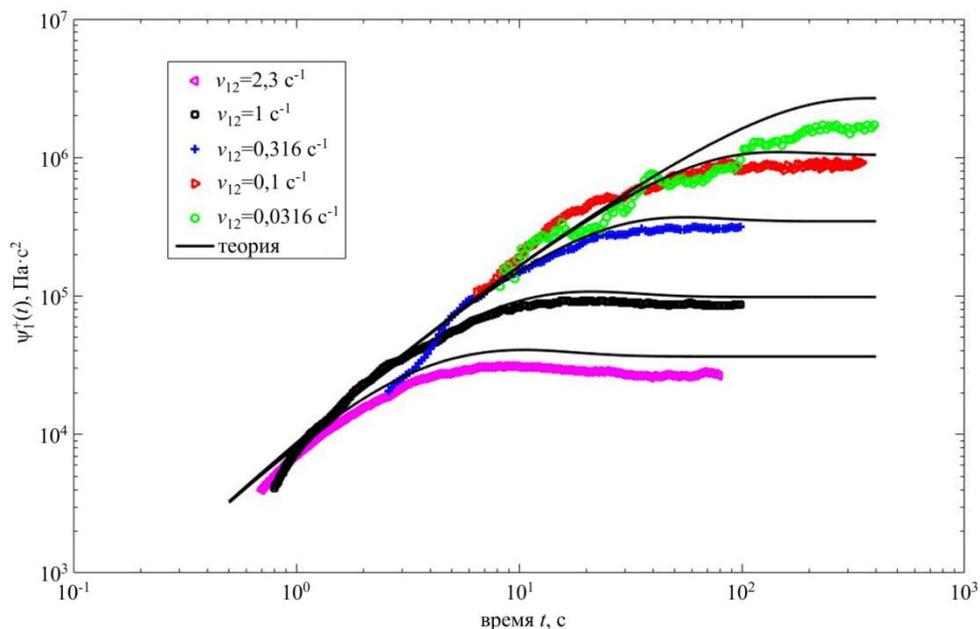


Рис. 4. Зависимости первой разности нормальных напряжений от времени при различных значениях скорости сдвига: расчет (сплошные линии) и эксперимент (символы)

Результаты расчетов для временных зависимостей установления вязкости при одноосном растяжении показаны на рисунке 5. Монотонно возрастая, кривые выходят на плато. Можно заметить, что чем выше скорость растяжения, тем быстрее вязкость достигает предельного значения. На начальном этапе деформирования расчетные кривые хорошо согласуются с графиками, построенными по экспериментальным данным, однако затем на экспериментальных кривых наблюдается резкое падение, что при длительном растяжении можно связать с разрушением образцов. Стоит отметить, что этот недостаток присутствует и при других реологических моделях [3, 5, 47].

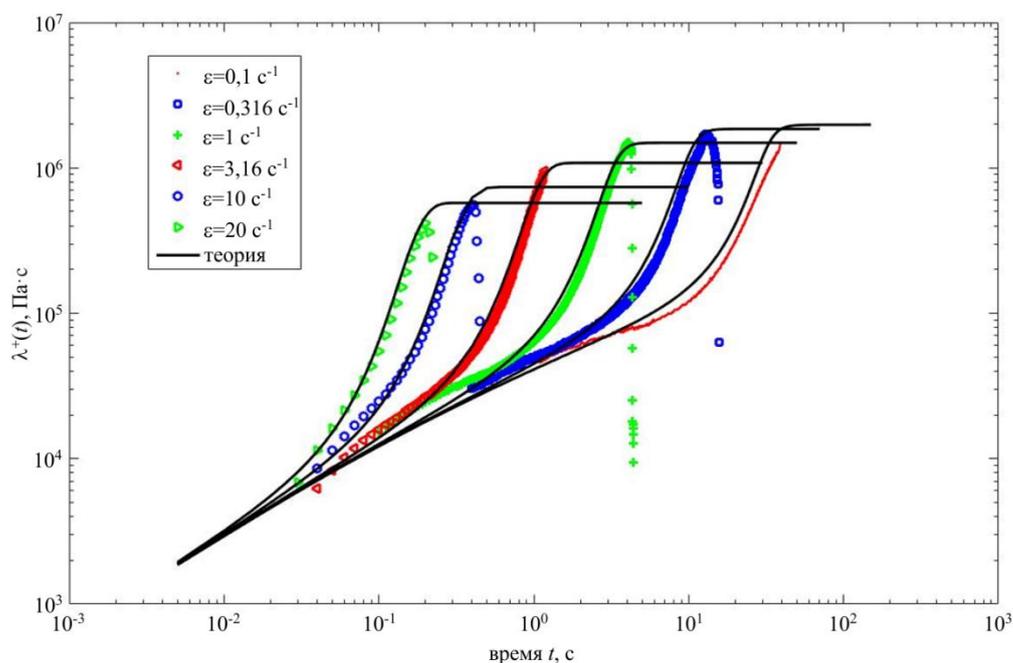


Рис. 5. Зависимости установления вязкости в условиях одноосного растяжения при различных значениях скорости растяжения: расчет (сплошные линии) и эксперимент (символы)

Для сравнения модифицированной модели Виноградова–Покровского (4), (5) с другими известными реологическими моделями были рассмотрены результаты работ [11, 16, 33, 48], в которых полученные экспериментальные зависимости сопоставляются с расчетными по модифицированной модели Леонова–Прокунина [4], «Ром–Ром» модели [5] и модели ХРР [8]. Анализ данных показал, что прогностическая способность модели, описываемой соотношениями (4), (5), лучше, чем у моделей

Леонова–Прокунина и «Ром–Ром», и близка к модели ХРР. При этом стоит отметить существенно возросшую точность предсказаний по сравнению с одномодовым приближением модели mVP [6, 14–15].

Также сравнение расчетных данных, приведенных на рисунках 2–5 и взятых из работы [13], рассчитанных в соответствии с формулами (6), приводит к выводу, что вискозиметрические функции различаются незначительно. При этом, как отмечено выше, предпочтительнее использовать соотношения (5), так как они правильно описывают поведение элонгационной вязкости при больших скоростях растяжения [49].

Так как изучение вискозиметрических функций не позволяет сделать окончательный выбор в пользу конкретной реологической модели, то имеет смысл обратиться к другим типам сдвиговых течений. Это может быть высокоамплитудное сдвиговое деформирование [9–12, 17–24] или наложение малых осциллирующих колебаний на простое сдвиговое течение [25–29].

6. Высокоамплитудное сдвиговое деформирование

На основании приведенных в разделах 3–5 результатов расчетов и их сравнения с экспериментальными данными можно сделать вывод о возможности применения модели (4), (5) в качестве начального приближения при прогнозировании нелинейных и вязкоупругих свойств текучих полимерных сред, обладающих линейной или разветвленной структурой [13, 47, 48]. Вычисления по модели (4), (5) осуществлены с привлечением метода Рунге–Кутты и встроенных подпрограмм среды MATLAB.

Рассмотрим процесс деформации, подчиняющийся гармоническому закону: $\gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t)$, где γ_0 — заданная амплитуда, ω — частота колебаний. При такой деформации тензор градиентов скорости имеет только одну ненулевую компоненту: $v_{12}(t) = \gamma_0 \omega \cos(\omega t)$.

Результаты моделирования на основе уравнений (4), (5) показывают, что если деформация начинается из состояния покоя ($\sigma_{ik}(0) = 0$), то колебания в полимере достаточно быстро приобретают периодический характер. Теоретические зависимости, полученные на промежутке времени $10\tau_0$, представлены на рисунке 6. При малой амплитуде колебаний наблюдается прямая пропорциональность возникающих в системе сдвиговых напряжений величине деформации, то есть отклик материала представляет собой правильную гармонику. В случае колебаний с большой амплитудой полимерная среда уже не обладает таким свойством, характер временной зависимости сдвигового напряжения становится более сложным. Эти результаты подтверждаются экспериментальными данными (см, например, [10]).

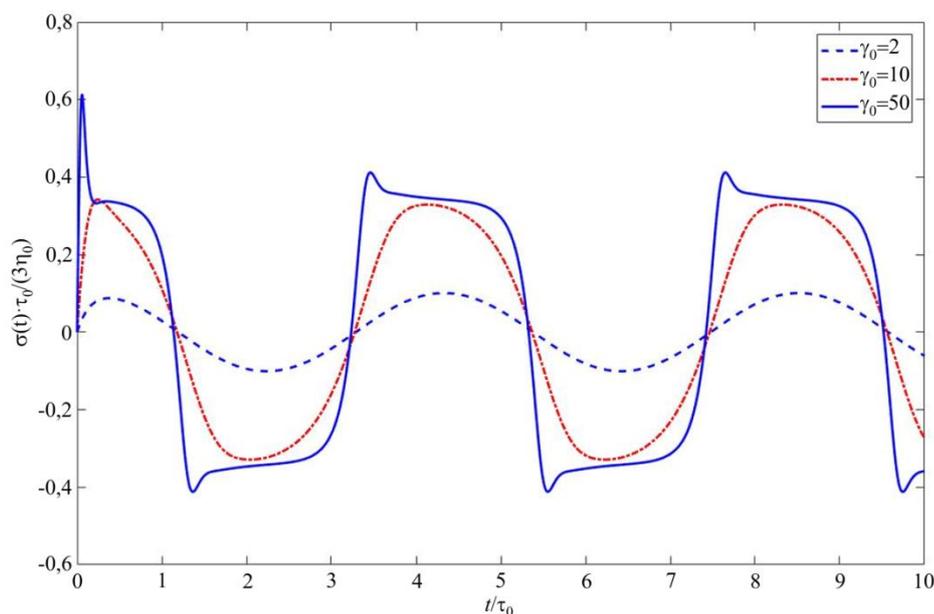


Рис. 6. Зависимости от времени напряжения при простом сдвиге для различных значений амплитуды деформирования

Изучению воздействия периодических деформаций на полимерную систему посвящено множество публикаций (см. списки цитирования в [10, 11, 47, 49]). Например, в работе [11] представлены результаты экспериментального исследования периодических деформаций с большой амплитудой (от 50% до 4000%) и частотой $\omega = 0,2$ Гц для концентрированного (с массовой концентрацией 5%) раствора полиэтиленоксида в диметилсульфоксиде. Детали эксперимента изложены в [11].

Для выполнения расчетов использовалось одномодовое приближение модели (4), (5). В ходе моделирования периодических деформаций с малой амплитудой сначала были найдены оптимальные

значения параметров: $\tau_0 = 0,21$ с, $\eta_0 = 2,76$ Па·с, $\beta_0 = (0,037 + p_0 \operatorname{tr}(a)) / (1 + \sqrt{p_0 \operatorname{tr}(a)})$, $p_0 = 0,003$, а далее, с учетом этих значений, — теоретические зависимости для деформаций с большими амплитудами, которые сравнивались с экспериментальными кривыми [11].

Для графического представления результатов построены фигуры Лиссажу, то есть фазовые портреты зависимости напряжения от деформации при различных амплитудах и частотах (Рис. 7). Для большей наглядности выполнена нормализация (текущие значения отнесены к максимальным) как сдвиговых напряжений, так и скорости сдвига. Видно, что при небольших амплитудах деформации для фигур Лиссажу характерна форма, близкая к эллипсовидной, в то время как при увеличении амплитуды на них начинают образовываться «углы» и даже возможны перегибы, что хорошо согласуется с данными экспериментов.

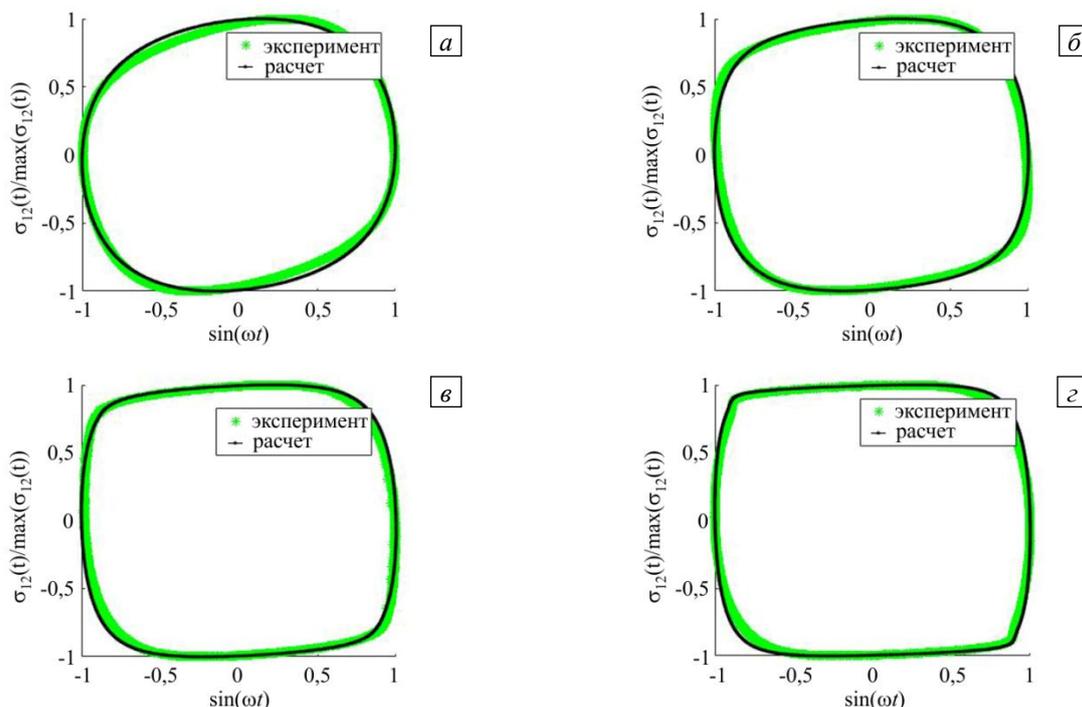


Рис. 7. Расчетные и экспериментальные фигуры Лиссажу для зависимости сдвигового напряжения от деформации; относительные амплитуды деформации равны соответственно: 5 (а), 10 (б), 20 (в), 40 (г)

Исходя из полученных результатов, можно сделать следующие выводы:

- чем больше амплитуда гармонических колебаний, тем сильнее проявляются свойства нелинейности отклика исследуемого материала на приложенное воздействие [11];
- модифицированная модель Виноградова–Покровского (4), (5) способна с хорошей точностью описывать реологию текучих полимерных сред в режиме периодической деформации с большой амплитудой.

7. Суперпозиция осциллирующего и сдвигового течений

В разделах 3–6 рассмотрено поведение полимерных жидкостей при осциллирующих сдвиговых деформациях и при простом сдвиге и одноосном растяжении. Также процессы, в которых участвуют жидкости со сложной структурой, при сдвиговом деформировании могут характеризоваться наличием стационарной и осциллирующей деформаций одновременно. Такие процессы широко распространены в различных областях, например, 3D-печать, нанесение покрытий при переработке полимеров, коагуляция крови, которая влияет на образование и функционирование тромбов [51]. Может показаться, что их изучение требует решения полной гидродинамической задачи, однако сначала можно ограничиться случаем, когда градиенты скорости являются комбинацией простого сдвига и осцилляций, а ненулевая компонента тензора градиентов скорости имеет вид:

$$v_{12}(t) = \gamma_1 + \gamma_0 \omega \cos(\omega t).$$

Это соответствует суперпозиции течения простого сдвига и вынуждающих колебаний в параллельных направлениях. Исходными характеристиками служат скорость стационарного сдвига γ_1 и относительная амплитуда синусоидальных колебаний γ_0 . Пусть τ_0 — максимальное время релаксации полимерной

системы. При $\gamma_0 \ll \tau_0 \gamma_1$ реализация таких течений с экспериментальной точки зрения не вызывает затруднений [25–30]. По полученным данным строятся частотные зависимости компонент динамического модуля сдвига при различных значениях γ_1 . Однако интерес представляет ситуация, когда скорость γ_0 сопоставима с величиной $\tau_0 \gamma_1$ или превосходит ее.

Изучим поведение нелинейного отклика полимерной системы на основе одномодовой версии модели mVP (4), (5). Так как экспериментальные данные для этого случая найти не удалось, то для проведения расчетов возьмем следующие параметры модели [47]: $\tau_0 = 1$ с; $\beta_0 = (0,2 + p_0 \text{tr}(\mathbf{a})) / (1 + \sqrt{p_0 \text{tr}(\mathbf{a})}) = 0,2$; $p_0 = 0,005$; $\omega = 1$. Значение η_0 не требуется, так как будем рассматривать зависимость безразмерной величины $\sigma_{12}^+(t) \tau_0 / (3\eta_0)$ от безразмерного времени t/τ_0 при вариациях параметров γ_1 и γ_0 .

При деформации внешним периодически изменяющимся во времени воздействием полимерная система переходит из состояния покоя в стационарное состояние, характеризующееся накопленными касательными напряжениями, и вблизи этого состояния совершает вынужденные колебания. Если скорость стационарного сдвига является фиксированной ($\gamma_1 = \text{const}$) амплитуда вынужденных колебаний нелинейно зависит от относительной амплитуды вынуждающего воздействия. При этом с ростом амплитуды форма вынужденных колебаний отклоняется от регулярной гармоники, причем несимметрично (Рис. 8).

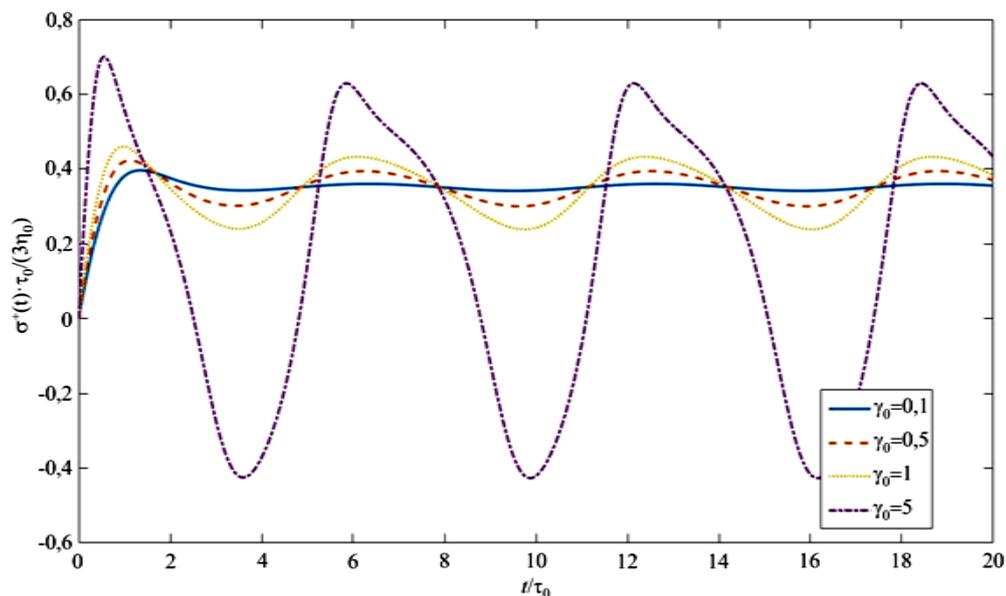


Рис. 8. Влияние относительной амплитуды вынуждающих колебаний γ_0 на зависимость напряжения сдвига от времени при $\beta_0 = 0,2$; $p_0 = 0,005$ и фиксированной стационарной скорости сдвига $\gamma_1 = 2 \text{ с}^{-1}$

В случае, когда относительная амплитуда вынуждающих колебаний зафиксирована ($\gamma_0 = \text{const}$), а скорость стационарного смещения переменна, кривые зависимостей напряжений от времени располагаются одна над другой, и при малых скоростях стационарного смещения амплитуда вынужденных колебаний не меняется, а при больших скоростях стационарного смещения она уменьшается. В начале процесса вынужденных колебаний наблюдается задержка в движении полимера, что хорошо видно на графиках. Затем этот процесс колебаний переходит в установившийся с равномерным периодом и постоянной амплитудой.

При малых значениях скорости стационарного сдвига характер напряжений близок к синусоиде. С увеличением γ_1 синусоида начинает изгибаться плавно и выравниваться. При довольно больших значениях γ_1 и малом значении амплитуды вынуждающих колебаний γ_0 график становится почти прямолинейным и параллельным оси абсцисс (Рис. 9а).

Также рассмотрено влияние на напряжения сдвига изменения скорости стационарного сдвига в диапазоне 0 до 50. На рисунках 9б, в показаны графики для средних и больших значений амплитуды вынуждающих колебаний. Приведенные кривые демонстрируют наличие переходного, а затем устойчивого процесса. Однако между фрагментами (б) и (в) наблюдаются существенные отличия.

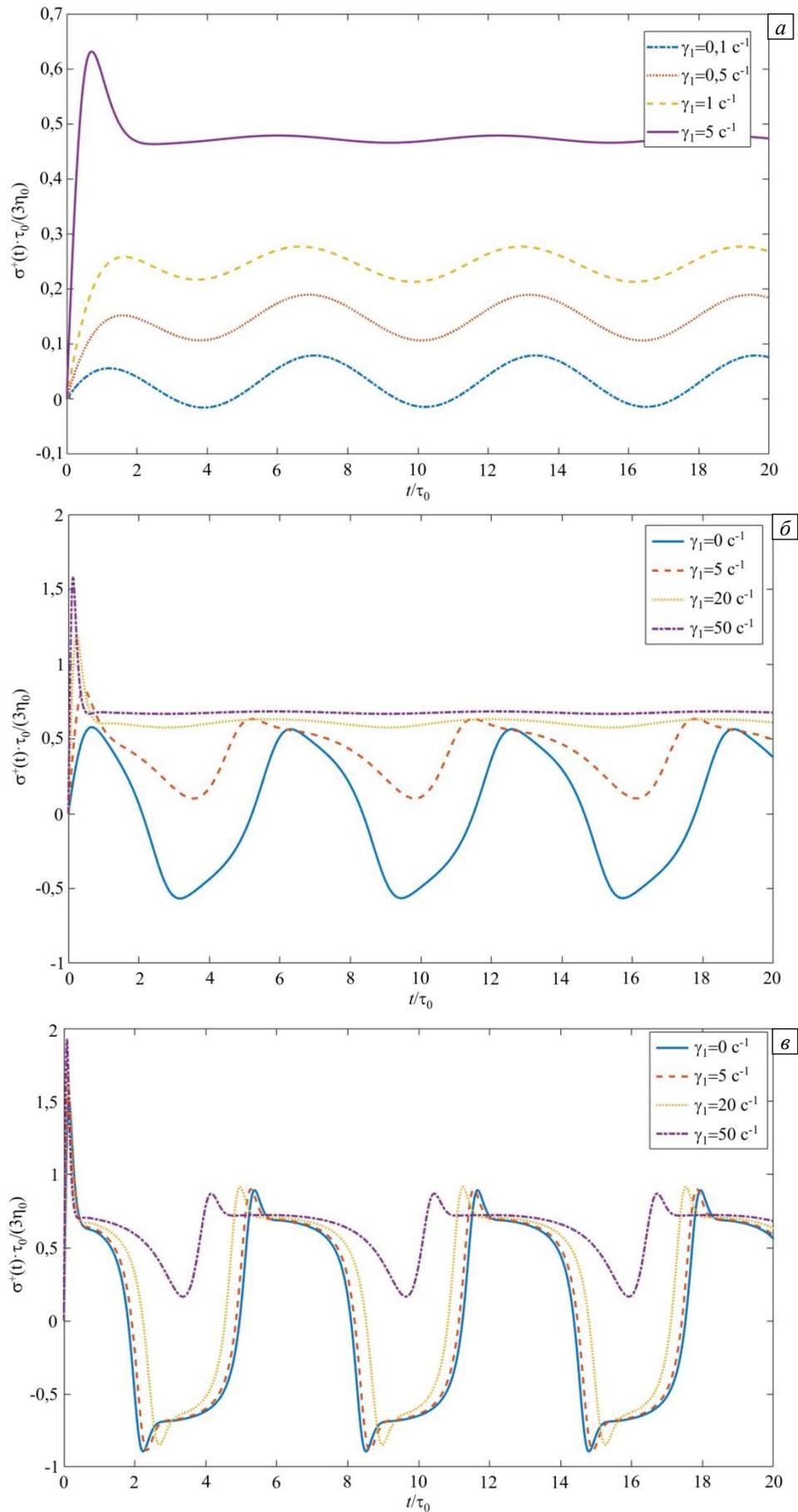


Рис. 9. Влияние величины стационарной скорости сдвига γ_1 на зависимость напряжения от времени при $\beta_0 = 0,2$; $p_0 = 0,005$ и малой ($\gamma_0 = 0,2$) (а), средней ($\gamma_0 = 5$) (б) и высокой ($\gamma_0 = 50$) (в) амплитуде вынуждающих колебаний

Так, чем меньше амплитуда вынуждающих колебаний, тем ближе к оси абсцисс располагаются пики кривых напряжений и менее выражен переходный процесс. По мере увеличения скорости стационарного сдвига $\dot{\gamma}_1$ графики начинают изгибаться, но, в отличие от рисунков 8 и 9а, гораздо меньше похожи на синусоиды. В то же время, чем выше амплитуда вынуждающих колебаний γ_0 и выше скорость стационарного сдвига $\dot{\gamma}_1$, тем существеннее деформируются кривые.

8. Заключение

Работа содержит обзор современного состояния в области мезоскопического моделирования течений растворов и расплавов полимеров различного строения. Продемонстрировано, что большинство широко используемых в настоящее время реологических определяющих соотношений имеют, с точностью до некоторой диссипативной функции, одинаковую структуру. Авторами предложена новая версия модифицированной реологической модели Виноградова–Покровского (4), (5), на основе которой рассмотрены линейные и нелинейные эффекты при одновременном воздействии простого сдвига и одноосного растяжения на образец из промышленного полиэтилена. Расчеты по авторской модели выполнены методом Рунге–Кутты с помощью встроенных подпрограмм вычислительной среды MATLAB. Показано, что новая модель с адекватной точностью описывает частотные зависимости компонент динамического модуля сдвига и переходные процессы при установлении напряжений в сдвиговом течении и одноосном растяжении. Экспериментальные данные для расплава полиэтилена, с которыми проведено сравнение, взяты из литературных источников.

На основе предложенной модели (4), (5) изучено поведение нелинейного вязкоупругого отклика полимерного материала при больших периодических деформациях (LAOS). Результаты расчетов фазовых траекторий в координатах «нормализованные сдвиговые напряжения–нормализованные деформации» сопоставлены с экспериментальными данными, полученными для раствора полиэтиленоксида в диметилсульфоксиде. Нелинейный характер поведения полимерного образца обнаруживает себя в искажении вязкоупругого отклика материала на синусоидальные колебания. При этом кривые сдвиговых напряжений уже не выглядят как правильные гармоники, поскольку на переднем фронте отклика имеет место «ступенька», а коэффициент пропорциональности между амплитудой напряжений и амплитудой сдвига не есть константа: он является убывающей функцией сдвиговой амплитуды.

При рассмотрении наложения осциллирующего сдвигового течения на простой сдвиг показано, что и здесь наблюдается искажение вязкоупругого отклика, но, в отличие от LAOS деформирования, искривление верхней и нижней полуволн отклика происходит по-разному. Нижняя полуволна более сглажена, а характерная «ступенька» присуща лишь верхней полуволне. Так как в этом случае экспериментальные данные не найдены, то следует надеяться, что результаты данной работы послужат стимулом для экспериментаторов, работающих в области изучения нелинейных вязкоупругих свойств растворов и расплавов полимеров.

Новая версия mVP модели — (4), (5), не противоречит экспериментальным данным и с приемлемой для практики точностью описывает стационарные и нестационарные зависимости вискозиметрических функций при одновременном воздействии на полимер простого сдвига и одноосного растяжения. Эта модель позволяет получить более адекватную картину при больших скоростях растяжения и демонстрирует высокую точность при LAOS деформировании, что может служить основой для исследования на ее основе более сложных с реологической точки зрения течений, например, при наложении осциллирующего сдвигового течения на простой сдвиг или течений в областях со сложной геометрией.

Литература

1. Pokrovskii V.N. The mesoscopic theory of polymer dynamics. Springer, 2010. 256 p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-2231-8>
2. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепция, методы, приложения. СПб.: Профессия, 2007. 560 с.
3. Giesekus H. A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 1982. Vol. 11. P. 69-109. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(82\)85016-7](https://doi.org/10.1016/0377-0257(82)85016-7)
4. Leonov A.I. Analysis of simple constitutive equations for viscoelastic liquids // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 1992. Vol. 42. P. 323-350. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(92\)87017-6](https://doi.org/10.1016/0377-0257(92)87017-6)
5. Inkson N.J., McLeish T.C.B., Harlen O.G., Groves D.J. Predicting low density polyethylene melt rheology in elongational and shear flows with “pom-pom” constitutive equations // J. Rheol. 1999. Vol. 43. P. 873-896. <https://doi.org/10.1122/1.551036>
6. Алтухов Ю.А., Головичева И.Э., Пышнограй Г.В. Молекулярный подход в динамике линейных полимеров: теория и численный эксперимент // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 1. С. 3-13. (English version <https://doi.org/10.1007/BF02698779>)
7. Thien N.P., Tanner R.I. A new constitutive equation derived from network theory // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 1977. Vol. 2. P. 353-365. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(77\)80021-9](https://doi.org/10.1016/0377-0257(77)80021-9)
8. Verbeeten W.M.H., Peters G.W.M., Baaijens F.P.T. Differential constitutive equations for polymer melts: The extended Pom-Pom model // J. Rheol. 2001. Vol. 45. P. 823-843. <https://doi.org/10.1122/1.1380426>

9. Bishko G., McLeish T.C.B., Harlen O.G., Larson R.G. Theoretical molecular rheology of branched polymers in simple and complex flows: The Pom-Pom model // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 2352-2355. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.2352>
10. Ильин С.О., Малкин А.Я., Куличихин В.Г. Применение метода высокоамплитудных гармонических воздействий для анализа свойств полимерных расплавов в нелинейной области механического поведения // *Высокомолекулярные соединения. Серия А.* 2014. Т. 56, № 1. С. 99-112. <https://doi.org/10.7868/S2308112014010039>
11. Zelenkova J., Pivokonsky R., Filip P. Two ways to examine differential constitutive equations: Initiated on steady or initiated on unsteady (LAOS) shear characteristics // *Polymers.* 2017. Vol. 9. 205. <https://doi.org/10.3390/polym9060205>
12. Кошелев К.Б., Пышнограй Г.В., Толстых М.Ю. Моделирование трехмерного течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением // *Изв. РАН. МЖГ.* 2015. № 3. С. 3-11. (English version <https://doi.org/10.1134/S0015462815030011>)
13. Мерзликina Д.А., Пышнограй Г.В., Пивоконский Р., Филип П. Реологическая модель для описания вискозиметрических течений расплавов разветвленных полимеров // *ИФЖ.* 2016. Т. 89, № 3. С. 643-651. (English version <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1423-7>)
14. Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // *ИФЖ.* 2005. Т. 78, № 5. С. 55-61. (English version <https://doi.org/10.1007/s10891-006-0009-1>)
15. Pyshnograï G.V., Gusev A.S., Pokrovskii V.N. Constitutive equations for weakly entangled linear polymers // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2009. Vol. 164. P. 17-28. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2009.07.003>
16. Pivokonsky R., Filip P., Pyshnograï G. On the reduction of nonlinear parameters in the eXtended Pom-Pom differential constitutive model // *Acta Technica.* 2018. Vol. 63. P. 1-15.
17. MacDonald I.F., Marsh B.D., Ashare E. Rheological behavior for large amplitude oscillatory shear motion // *Chem. Eng. Sci.* 1969. Vol. 24. P. 1615-1625. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(69\)80101-6](https://doi.org/10.1016/0009-2509(69)80101-6)
18. Onogi S., Masuda T., Matsumoto T. Nonlinear behavior of viscoelastic materials. I. Disperse systems of polystyrene solution and carbon black // *Trans. Soc. Rheol.* 1970. Vol. 14. P. 275-294. <https://doi.org/10.1122/1.549190>
19. Dodge J.S., Krieger I.M. Oscillatory shear of nonlinear fluids. I. Preliminary investigation // *Trans. Soc. Rheol.* 1971. Vol. 15. P. 589-601. <https://doi.org/10.1122/1.549236>
20. Matsumoto T., Segawa Y., Warashina Y., Onogi S. Nonlinear behavior of viscoelastic materials. II. The method of analysis and temperature dependence of nonlinear viscoelastic functions // *Trans. Soc. Rheol.* 1973. Vol. 17. P. 47-62. <https://doi.org/10.1122/1.549319>
21. Komatsu H., Mitsui T., Onogi S. Nonlinear viscoelastic properties of semisolid emulsions // *Trans. Soc. Rheol.* 1973. Vol. 17. P. 351-364. <https://doi.org/10.1122/1.549285>
22. Tee T.T., Dealy J.M. Nonlinear viscoelasticity of polymer melts // *Trans. Soc. Rheol.* 1975. Vol. 19. P. 595-615. <https://doi.org/10.1122/1.549387>
23. Cho K.S., Hyun K., Ahn K.H., Lee S.J. A geometrical interpretation of large amplitude oscillatory shear response // *J. Rheol.* 2005. Vol. 49. P. 747-758. <https://doi.org/10.1122/1.1895801>
24. Klein C., Venema P., Sagis L., van der Linden E. Rheological discrimination and characterization of carrageenans and starches by Fourier transform-rheology in the non-linear viscous regime // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2008. Vol. 151. P. 145-150. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2008.01.001>
25. Simmons J.M. Dinamic modulus polyisobutylene solutions in superposed steady shear flow // *Rheol. Acta.* 1968. Vol. 7. P. 184-188. <https://doi.org/10.1007/BF01982380>
26. Файтельсон Л.А., Якобсон Э.Э. Составляющие комплексного модуля при периодическом сдвиге текущей вязкоупругой жидкости // *МКМ.* 1981. № 2. С. 277-286. (English version <https://doi.org/10.1007/BF01039136>)
27. Siddiqui A.M., Hayat T., Asghar S. Periodic flows of a non-Newtonian fluid between two parallel plates // *Int. J. Non Lin. Mech.* 1999. Vol. 34. P. 895-899. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(98\)00063-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00063-8)
28. Vermant J., Walker L., Moldenaers P., Mewis J. Orthogonal versus parallel superposition measurements // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1998. Vol. 79. P. 173-189. [https://doi.org/10.1016/S0377-0257\(98\)00105-0](https://doi.org/10.1016/S0377-0257(98)00105-0)
29. Wong C.M., Isaev A.I. Orthogonal superposition of small and large amplitude oscillations upon steady shear flow of polymer fluids // *Rheol. Acta.* 1989. Vol. 28. P. 176-189. <https://doi.org/10.1007/BF01356978>
30. Oldroyd J.G. On the formulation of rheological equations of state // *Proc. R. Soc. Lond. A.* 1950. Vol. 200. P. 523-541. <https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0035>
31. Leonov A.I., Prokunin A.N. Nonlinear phenomena in flows of viscoelastic polymer fluids. Chapman and Hall, 1994. 475 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-1258-1>
32. Maxwell J.C. IV. On the dynamical theory of gases // *Phil. Trans. R. Soc.* 1867. Vol. 157. P. 49-88. <https://doi.org/10.1098/rstl.1867.0004>
33. Pivokonsky R., Zatloukal M., Filip P. On the predictive/fitting capabilities of the advanced differential constitutive equations for branched LDPE melts // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2006. Vol. 135. P. 58-67. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2006.01.001>
34. Покровский В.Н. Динамика слабосвязанных линейных макромолекул // *УФН.* 1992. Т. 162, № 5. С. 87-121. (English version <https://doi.org/10.1070%2FPU1992v035n05ABEH002236>)
35. Soulages J., Schweizer T., Venerusa D.C., Kröger M., Öttinger H.C. Lubricated cross-slot flow of a low density polyethylene melt // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2008. Vol. 154. P. 52-64. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2008.02.007>
36. Thomson W.W. On the elasticity and viscosity of metals // *Proc. R. Soc. Lond.* 1865. Vol. 14. P. 289-297.
37. Pyshnograï G., Merzlikina D., Filip P., Pivokonsky R. Mesoscopic single and multi-mode rheological models for polymeric melts viscometric flows description // *WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer.* 2018. Vol. 13. P. 49-65.
38. Abbasi M., Ebrahimi N.G., Nadali M., Esfahani M.K. Elongational viscosity of LDPE with various structures: employing a new evolution equation in MSF theory // *Rheol. Acta.* 2012. Vol. 51. P. 163-177. <https://doi.org/10.1007/s00397-011-0572-z>

39. Покровский В.Н., Пышнограй Г.В. Простые формы определяющего уравнения концентрированных растворов и расплавов полимеров как следствие молекулярной теории вязкоупругости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 1. С. 71-77. (English version <https://doi.org/10.1007/BF01050113>)
40. Алтухов Ю.А., Гусев А.С., Пышнограй Г.В., Коселев К.Б. Введение в мезоскопическую теорию текучих полимерных систем. Барнаул: АлтГПА, 2012. 121 с.
41. Пышнограй Г.В., Покровский В.Н., Яновский Ю.Г., Карнет Ю.Н., Образцов И.Ф. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения // ДАН. 1994. Т. 339, № 5. С. 612-615.
42. Leonov A.I. A brief introduction to the rheology of polymeric fluids. Coxmoor Publishing Company, 2008. 257 p.
43. Головичева И.Э., Зинович С.А., Пышнограй Г.В. Влияние молекулярной массы на сдвиговую и продольную вязкость линейных полимеров // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 154-160. (English version <https://doi.org/10.1007/BF02465279>)
44. Rouse P.E. A theory of the linear viscoelastic properties of dilute solutions of coiling polymers // J. Chem. Phys. 1953. Vol. 21. P. 1272-1280. <https://doi.org/10.1063/1.1699180>
45. Graessley W.W. The entanglement concept in polymer phenology. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1974. 182 p. <https://doi.org/10.1007/BFb0031036>
46. Макарова М.А., Малыгина А.С., Пышнограй Г.В., Рудаков Г.О. Моделирование реологических свойств расплавов полиэтиленов при их одноосном растяжении // Вычисл. мех. сплош. сред. 2020. Т. 13, № 1. С. 73-82. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.1.6>
47. Пышнограй Г.В., Черпакова Н.А., Ал Joda H.N.A. Особенности нелинейного поведения раствора полимера при больших периодических деформациях // ИФЖ. 2020. Т. 93, № 3. С. 637-645. (English version <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02159-8>)
48. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И. Влияние режимов течения на расслоение сдвигового потока жидкости с немонотонной кривой течения // ПМТФ. 2019. Т. 60, № 1. С. 27-36. <https://doi.org/10.15372/PMTF20190104>
49. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И., Пышнограй Г.В. Течение нелинейной упруговязкой жидкости в плоском канале под действием заданного градиента давления // Вычисл. мех. сплош. сред. 2010. Т. 3, № 2. С. 55-69. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2010.3.2.17>
50. Curtis D.J., Badiei N., Holder A., Claypole J., Deganello D., Brown M.R., Lawrence M.J., Evans P.A., Williams P.R., Hawkins K. Assessment of the stress relaxation characteristics of critical gels formed under unidirectional shear flow by controlled stress parallel superposition rheometry // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2015. Vol. 222. P. 227-233. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.12.004>
51. Altukhov Yu.A., Pokrovskii V.N., Pyshnograi G.V. On the difference between weakly and strongly entangled linear polymer // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2004. Vol. 121. P. 73-86. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2004.05.001>
52. Rolón-Garrido V.H., Pivokonsky R., Filip P., Zatloukal M., Wagner M.H. Modelling elongational and shear rheology of two LDPE melts // Rheol. Acta. 2009. Vol. 48. P. 691-697. <https://doi.org/10.1007/s00397-009-0366-8>

References

1. Pokrovskii V.N. *The mesoscopic theory of polymer dynamics*. Springer, 2010. 256 p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-2231-8>
2. Malkin A.Ya., Isaev A.I. *Reologiya: kontseptsiya, metody, prilozheniya* [Rheology: concepts, methods, applications]. St. Petersburg, Profession, 2007. 560 p.
3. Giesekus H. A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1982, vol. 11, pp. 69-109. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(82\)85016-7](https://doi.org/10.1016/0377-0257(82)85016-7)
4. Leonov A.I. Analysis of simple constitutive equations for viscoelastic liquids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1992, vol. 42, pp. 323-350. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(92\)87017-6](https://doi.org/10.1016/0377-0257(92)87017-6)
5. Inkson N.J., McLeish T.C.B., Harlen O.G., Groves D.J. Predicting low density polyethylene melt rheology in elongational and shear flows with “pom-pom” constitutive equations. *J. Rheol.*, 1999, vol. 43, pp. 873-896. <https://doi.org/10.1122/1.551036>
6. Altukhov Yu.A., Golovicheva I.E., Pyshnograi G.V. Molecular approach in linear polymer dynamics: Theory and numerical experiment. *Fluid Dyn.*, 2000, vol. 35, pp. 1-9. <https://doi.org/10.1007/BF02698779>
7. Thien N.P., Tanner R.I. A new constitutive equation derived from network theory. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1977, vol. 2, pp. 353-365. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(77\)80021-9](https://doi.org/10.1016/0377-0257(77)80021-9)
8. Verbeeten W.M.H., Peters G.W.M., Baaijens F.P.T. Differential constitutive equations for polymer melts: The extended Pom-Pom model. *J. Rheol.*, 2001, vol. 45, pp. 823-843. <https://doi.org/10.1122/1.1380426>
9. Bishko G., McLeish T.C.B., Harlen O.G., Larson R.G. Theoretical molecular rheology of branched polymers in simple and complex flows: The Pom-Pom model. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 79, pp. 2352-2355. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.2352>
10. Ilyin S.O., Malkin A.Ya., Kulichikhin V.G. Application of large amplitude oscillatory shear for the analysis of polymer material properties in the nonlinear mechanical behavior. *Polym. Sci. Ser. A.*, 2014, vol. 56, pp. 98-110. <https://doi.org/10.1134/S0965545X14010039>
11. Zelenkova J., Pivokonsky R., Filip P. Two ways to examine differential constitutive equations: Initiated on steady or initiated on unsteady (LAOS) shear characteristics. *Polymers*, 2017, vol. 9, 205. <https://doi.org/10.3390/polym9060205>
12. Koshelev K.B., Pyshnograi G.V., Tolstykh M.Yu. Modeling of the three-dimensional flow of polymer melt in a convergent channel of rectangular cross-section. *Fluid Dyn.*, 2015, vol. 50, pp. 315-321. <https://doi.org/10.1134/S0015462815030011>
13. Merzlikina D.A., Pyshnograi G.V., Pivokonskii R., Filip P. Rheological model for describing viscometric flows of melts of branched polymers. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2016, vol. 89, pp. 652-659. <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1423-7>
14. Gusev A.S., Makarova M.A., Pyshnograi G.V. Mesoscopic equation of state of polymer systems and description of the dynamic characteristics based on it. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2005, vol. 78, pp. 892-898. <https://doi.org/10.1007/s10891-006-0009-1>

15. Pyshnograï G.V., Gusev A.S., Pokrovskii V.N. Constitutive equations for weakly entangled linear polymers. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2009, vol. 164, pp. 17-28. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2009.07.003>
16. Pivokonsky R., Filip P., Pyshnograï G. On the reduction of nonlinear parameters in the eXtended Pom-Pom differential constitutive model. *Acta Technica*, 2018, vol. 63, pp. 1-15.
17. MacDonald I.F., Marsh B.D., Ashare E. Rheological behavior for large amplitude oscillatory shear motion. *Chem. Eng. Sci.*, 1969, vol. 24, pp. 1615-1625. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(69\)80101-6](https://doi.org/10.1016/0009-2509(69)80101-6)
18. Onogi S., Masuda T., Matsumoto T. Nonlinear behavior of viscoelastic materials. I. Disperse systems of polystyrene solution and carbon black. *Trans. Soc. Rheol.*, 1970, vol. 14, pp. 275-294. <https://doi.org/10.1122/1.549190>
19. Dodge J.S., Krieger I.M. Oscillatory shear of nonlinear fluids. I. Preliminary investigation. *Trans. Soc. Rheol.*, 1971, vol. 15, pp. 589-601. <https://doi.org/10.1122/1.549236>
20. Matsumoto T., Segawa Y., Warashina Y., Onogi S. Nonlinear behavior of viscoelastic materials. II. The method of analysis and temperature dependence of nonlinear viscoelastic functions. *Trans. Soc. Rheol.*, 1973, vol. 17, pp. 47-62. <https://doi.org/10.1122/1.549319>
21. Komatsu H., Mitsui T., Onogi S. Nonlinear viscoelastic properties of semisolid emulsions. *Trans. Soc. Rheol.*, 1973, vol. 17, pp. 351-364. <https://doi.org/10.1122/1.549285>
22. Tee T.T., Dealy J.M. Nonlinear viscoelasticity of polymer melts. *Trans. Soc. Rheol.*, 1975, vol. 19, pp. 595-615. <https://doi.org/10.1122/1.549387>
23. Cho K.S., Hyun K., Ahn K.H., Lee S.J. A geometrical interpretation of large amplitude oscillatory shear response. *J. Rheol.*, 2005, vol. 49, pp. 747-758. <https://doi.org/10.1122/1.1895801>
24. Klein C., Venema P., Sagis L., van der Linden E. Rheological discrimination and characterization of carrageenans and starches by Fourier transform-rheology in the non-linear viscous regime. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2008, vol. 151, pp. 145-150. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2008.01.001>
25. Simmons J.M. Dynamic modulus polyisobutylene solutions in superposed steady shear flow. *Rheol. Acta*, 1968, vol. 7, pp. 184-188. <https://doi.org/10.1007/BF01982380>
26. Faitel'son L.A., Yakobson É.É. Components of the complex modulus during the periodic shear flow of a viscoelastic fluid. *Mech. Compos. Mater.*, 1981, vol. 17, pp. 193-202. <https://doi.org/10.1007/BF01039136>
27. Siddigui A.M., Hayat T., Asghar S. Periodic flows of a non-Newtonian fluid between two parallel plates. *Int. J. Non Lin. Mech.*, 1999, vol. 34, pp. 895-899. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(98\)00063-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00063-8)
28. Vermant J., Walker L., Moldenaers P., Mewis J. Orthogonal versus parallel superposition measurements. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1998, vol. 79, pp. 173-189. [https://doi.org/10.1016/S0377-0257\(98\)00105-0](https://doi.org/10.1016/S0377-0257(98)00105-0)
29. Wong C.M., Isaev A.I. Orthogonal superposition of small and large amplitude oscillations upon steady shear flow of polymer fluids. *Rheol. Acta*, 1989, vol. 28, pp. 176-189. <https://doi.org/10.1007/BF01356978>
30. Oldroyd J.G. On the formulation of rheological equations of state. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1950, vol. 200, pp. 523-541. <https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0035>
31. Leonov A.I., Prokunin A.N. *Nonlinear phenomena in flows of viscoelastic polymer fluids*. Chapman and Hall, 1994. 475 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-1258-1>
32. Maxwell J.C. IV. On the dynamical theory of gases. *Phil. Trans. R. Soc.*, 1867, vol. 157, pp. 49-88. <https://doi.org/10.1098/rstl.1867.0004>
33. Pivokonsky R., Zatloukal M., Filip P. On the predictive/fitting capabilities of the advanced differential constitutive equations for branched LDPE melts. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2006, vol. 135, pp. 58-67. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2006.01.001>
34. Pokrovskii V.N. Dynamics of weakly-coupled linear macromolecules. *Sov. Phys. Usp.*, 1992, vol. 35, pp. 384-399. <https://doi.org/10.1070%2FPU1992v035n05ABEH002236>
35. Soulages J., Schweizer T., Venerusa D.C., Kröger M., Öttinger H.C. Lubricated cross-slot flow of a low density polyethylene melt. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2008, vol. 154, pp. 52-64. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2008.02.007>
36. Thomson W.W. On the elasticity and viscosity of metals. *Proc. R. Soc. Lond.*, 1865, vol. 14, pp. 289-297.
37. Pyshnograï G., Merzlikina D., Filip P., Pivokonsky R. Mesoscopic single and multi-mode rheological models for polymeric melts viscometric flows description. *WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 13, pp. 49-65.
38. Abbasi M., Ebrahimi N.G., Nadali M., Esfahani M.K. Elongational viscosity of LDPE with various structures: employing a new evolution equation in MSF theory. *Rheol. Acta*, 2012, vol. 51, pp. 163-177. <https://doi.org/10.1007/s00397-011-0572-z>
39. Pokrovsky V.N., Pyshnograï G.V. Simple forms of the defining equation of concentrated solutions and polymer melts as a consequence of the molecular theory of viscoelasticity. *Fluid Dyn.*, 1991, vol. 26, pp. 58-64. <https://doi.org/10.1007/BF01050113>
40. Altukhov Yu.A., Gusev A.S., Pyshnograï G.V., Koshelev K.B. *Vvedeniye v mezoskopicheskuyu teoriyu tekuchikh polimernykh sistem* [Introduction to the mesoscopic theory of fluid polymer systems]. Barnaul, AltGPA, 2012. 121 p.
41. Pyshnograï G.V., Pokrovsky V.N., Yanovsky Yu.G., Karnet Yu.N., Obraztsov I.F. Opredelyayushcheye uravneniye nelineynykh vyazkoprugikh (polimernykh) sred v nulevom priblizhenii po parametram molekulyarnoy teorii i sledstviya dlya sdviga i rastyazheniya [Constitutive equation of non-linear viscoelastic (polymer) media in nought approximation by parameter of molecular theory and conclusions for shear and extension]. *Dokl. Akad. Nauk*, 1994, vol. 339, no. 5, pp. 612-615.
42. Leonov A.I. *A brief introduction to the rheology of polymeric fluids*. Coxmoor Publishing Company, 2008. 257 p.
43. Golovicheva I.E., Zinovich S.A., Pyshnograï G.V. Effect of the molecular mass on the shear and longitudinal viscosity of linear polymers. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2000, vol. 41, pp. 347-352. <https://doi.org/10.1007/BF02465279>
44. Rouse P.E. A theory of the linear viscoelastic properties of dilute solutions of coiling polymers. *J. Chem. Phys.*, 1953, vol. 21, pp. 1272-1280. <https://doi.org/10.1063/1.1699180>
45. Graessley W.W. *The entanglement concept in polymer phenology*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1974. 182 p. <https://doi.org/10.1007/BFb0031036>

46. Makarova M.A., Malygina A.S., Pyshnograï G.V., Rudakov G.O. Modeling of rheological properties of polyethylene melts at their uniaxial tension. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2020, vol. 13, no. 1, pp. 73-82. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.1.6>
47. Pyshnograï G.V., Cherpakova N.A., Al Joda H.N.A. Special features of nonlinear behavior of a polymer solution on large periodic deformations. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2020, vol. 93, pp. 617-625. <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02159-8>
48. Kuznetsova Yu.L., Skul'skiy O.I. Effect of different flows on the shear branding of a liquid with a non-monotonic flow curve. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2019, vol. 60, pp. 22-30. <https://doi.org/10.1134/S0021894419010048>
49. Kuznetsova Yu.L., Skul'skiy O.I., Pyshnograï G.V. Pressure driven flow of a nonlinear viscoelastic fluid in a plane channel. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2010, vol. 3, no. 2, pp. 55-69. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2010.3.2.17>
50. Curtis D.J., Badieli N., Holder A., Claypole J., Deganello D., Brown M.R., Lawrence M.J., Evans P.A., Williams P.R., Hawkins K. Assessment of the stress relaxation characteristics of critical gels formed under unidirectional shear flow by controlled stress parallel superposition rheometry. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2015, vol. 222, pp. 227-233. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.12.004>
51. Altukhov Yu.A., Pokrovskii V.N., Pyshnograï G.V. On the difference between weakly and strongly entangled linear polymer. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2004, vol. 121, pp. 73-86. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2004.05.001>
52. Rolón-Garrido V.H., Pivokonsky R., Filip P., Zatloukal M., Wagner M.H. Modelling elongational and shear rheology of two LDPE melts. *Rheol. Acta*, 2009, vol. 48, pp. 691-697. <https://doi.org/10.1007/s00397-009-0366-8>

Поступила в редакцию 11.01.2021; после доработки 03.02.2021; принята к опубликованию 08.02.2021

Сведения об авторах

Лаас Александр Андреевич, асп., Алтайский государственный университет (АлГТУ), 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, д. 61, e-mail: aleksandr_laas@mail.ru

Макарова Мария Александровна, кфмн, доц., Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова (АлГТУ), 656038, г. Барнаул, пр. Ленина, д. 46; e-mail: maria_makarova_ka@mail.ru

Малыгина Анжела Сергеевна, б/с, студ., АлГТУ; e-mail: ma.malygina.98@mail.ru

Рудаков Глеб Олегович, б/с, асп., АлГТУ; e-mail: rarya_96@mail.ru

Пышнограй Григорий Владимирович, дфмн, проф., АлГТУ, АлГТУ; e-mail: pyshnograï@mail.ru