

DOI: [10.7242/1999-6691/2020.13.4.33](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.4.33)

УДК 532.517.4:536.252

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОТДАЧИ СТЕНКИ ТИТАНОВОГО РЕАКТОРА ПРИ ВОЗДУШНОМ ОХЛАЖДЕНИИ

Т.О. Карасев^{1,2}, А.С. Теймуразов², А.В. Перминов¹¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Работа посвящена численному изучению теплового режима поверхности реторты в аппарате для производства титана. Рассматривается задача сопряженного теплообмена между стенкой цилиндрической реторты и стенкой печи с нагревателями. Между стенками находится зазор, через который прокачивается воздух. Целью работы является получение оценок для температурного режима стенки реторты и коэффициента теплоотдачи с ее поверхности при различных режимах нагрева и охлаждения аппарата. Данные о распределении тепловых потоков на стенках реторты необходимы для расчета турбулентных конвективных течений жидкого магния внутри реторты, поскольку неоднородность температуры может оказывать существенное влияние на процессы, происходящие у нее внутри. Расчетная область состоит из твердых стенок, между которыми движется воздух. Математическая модель основывается на системе нестационарных уравнений Навье–Стокса в осесимметричной постановке с применением RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) подхода к описанию турбулентных полей. Модель позволяет наряду с механизмами вынужденной конвекции и теплопроводности учитывать также и радиационный теплообмен между двумя противоположными стенками. Изучаются четыре варианта нагрева, возможные при работе реактора. Получены оценки для необходимой скорости обдува, при которой удастся сохранять нагрев стенки реторты в рабочем диапазоне от 750 до 950°C во всех режимах. Показано, что температура вдоль исследуемого участка стенки реторты неоднородна. Для коэффициента теплоотдачи с боковой поверхности реторты построены зависимости от вертикальной координаты и проведено их сопоставление с известной формулой расчета коэффициента теплоотдачи от плоской бесконечной поверхности с постоянным тепловым потоком через нее. Установлено, что в обсуждаемом случае, который является более сложным, рассчитанные значения коэффициентов оказались близки к предсказываемым известными инженерными формулами значениям только в части исследованных режимов. Обнаружено, что в значительном диапазоне рассматриваемых параметров наблюдаются заметные отличия полученных зависимостей от упрощенных оценок. Наибольшая разница имеет место вблизи входа в канал, где градиенты температуры максимальны.

Ключевые слова: вынужденная конвекция, турбулентность, коэффициент теплоотдачи, RANS, численное моделирование, OpenFOAM

NUMERICAL STUDY OF HEAT TRANSFER COEFFICIENT OF TITANIUM REACTOR WALL AT AIR COOLING

T.O. Karasev^{1,2}, A.S. Teimurazov² and A.V. Perminov¹¹Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation²Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

This paper is concerned with a numerical study of the thermal regime of the retort surface in an apparatus for the production of titanium. The problem of conjugate heat transfer between the outer wall of a cylindrical retort and the wall of a furnace with heaters, with an air gap between them, is considered. The aim of the work is to obtain estimates for the temperature regime of the retort wall and its surface heat transfer coefficient at different heating and cooling regimes. Data on the distribution of heat flows on retort walls are needed to calculate the turbulent convective flows of liquid magnesium inside the retort, since the non-uniformity of temperature can have a significant impact on the processes occurring inside the retort. The computational domain consists of solid walls with moving air between them. The mathematical model is based on a system of axially symmetric non-stationary Navier–Stokes equations, and the RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) approach is used to describe turbulent fields. Along with the mechanisms of forced convection and thermal conductivity, the model also takes into account the radiation heat transfer between two opposite walls. Four heating modes representing different possible variants of the device operation are considered. Estimates have been obtained for the required blowing rate, which allows keeping retort walls in the working range from 750 to 950 °C in all modes. It is shown that the temperature along the considered wall section is essentially heterogeneous. Dependencies for the heat transfer coefficient at the side surface of the retort on the vertical coordinate are constructed. Comparison with known formulas for calculation of the heat transfer coefficient obtained for flat infinite surface with uniform heat flux is carried out. It has been established that, in the case under discussion which is more complex, the calculated coefficients are close to those predicted by the known engineering formulas only in part of the regimes examined in this study. In a large range of considered parameters, there are noticeable differences between the obtained dependencies and the simplified estimates; the greatest difference occurs near the channel entrance, where the temperature gradients reach their maximum.

Keywords: forced convection, turbulence, heat transfer coefficient, RANS, numerical simulation, OpenFOAM

1. Введение

Работа посвящена моделированию теплового режима реторты в аппарате восстановления титана методом Кролля [1, 2]. В настоящее время именно этот метод применяется практически на всех крупных титановых металлургических предприятиях. Аппарат восстановления состоит из печи с электрическими нагревателями и каналами для воздушного охлаждения, в которую устанавливается реторта (или реактор).

Печь снабжена также узлами подачи тетрахлорида титана и слива хлористого магния и приборами для регулирования процесса.

Реторта представляет собой цилиндрический сосуд радиусом до 1 м и высотой до 4 м, заполненный расплавленным магнием при температуре 850 °С. В ходе процесса сверху подается тетрахлорид титана, в результате чего на поверхности магния протекает экзотермическая реакция восстановления: $2\text{Mg} + \text{TiCl}_4 = \text{Ti} + 2\text{MgCl}_2 + \text{Q}$. При этом образуются губчатый титан и двуххлористый магний, опускающиеся на дно реторты [3, 4]. Процесс длится более двух суток. Пористый титановый блок постепенно растет и занимает в реторте все больший объем. При этом соль магния — побочный продукт реакции, скапливается в нижней части реторты и сливается с интервалом в несколько часов. Для того чтобы избежать перегрева, вызванного теплом от реакции, осуществляется воздушное охлаждение верхней части боковой поверхности реторты, для этого между стенками печи и реторты имеется зазор, через который прокачивается воздух. А чтобы предотвратить переохлаждение реторты, ее нижняя часть подогревается. Кольцевые нагреватели, установленные вдоль боковой поверхности печи, включаются в разных комбинациях в зависимости от режима работы аппарата и стадии процесса. В настоящее время до 5% производственных циклов выбраковываются вследствие нештатных ситуаций, вызванных локальным перегревом реторты, выходом титановой губки на поверхность магния, нарушением процесса осаждения хлористого магния. В последнем случае возникает так называемый режим «неделения», когда двуххлористый магний MgCl_2 , плотность которого близка к плотности магния, перестает осажаться на дно реторты, и процесс останавливается. Процесс восстановления и качество получаемой титановой губки существенно зависят от управления реакцией с помощью охлаждения и нагрева реторты, подачи тетрахлорида титана, слива хлористого магния. Однако из-за очень высоких рабочих температур, большой массы и размеров аппарата для производства титана проведение каких-либо измерений во время процесса крайне ограничено. Возможно только измерение температуры поверхности реторты в нескольких точках, поэтому процесс восстановления титана в значительной степени остается «черным ящиком». Этим обуславливается интерес к его численному исследованию.

Решение проблемы контроля над процессом восстановления титана приводит к необходимости выполнения работ в двух взаимосвязанных направлениях — к построению полной математической модели реактора и к поиску новых методик экспериментальных измерений в аппарате. Для определения уровня магния в реакторе и проверки, находится ли он в прямом контакте с TiCl_4 (при штатном протекании реакции), или его поверхность покрыта MgCl_2 (в нежелательном режиме «неделения»), предлагались бесконтактные индукционные методы [5]. Однако попытки их использования в реальном производстве показали, что они работают только на начальных стадиях реакции. Позднее разработан алгоритм восстановления уровня жидкого металла, основанный на измерениях характеристик магнитных полей, учитывающих наличие гарнисажа титановой губки с различной геометрией и электрической проводимостью [6].

Конвективный теплоперенос в металлотермическом реакторе, подверженном большим градиентам температуры, существенно влияет на протекание реакции. Изменение характера конвективного течения является одной из возможных причин возникновения режима «неделения». Знание структуры течений в реакторе на различных этапах процесса позволит сформировать поток металла таким образом, чтобы обеспечить наиболее устойчивое протекание реакции. Разработка математической модели, способной адекватно описать полный цикл работы реактора, связана с большими сложностями. Первые попытки оценить интенсивность конвективных течений в реакторе на основе численного моделирования конвекции магния в цилиндрическом сосуде для сильно заниженных значений числа Грасгофа предприняты еще 45 лет назад [7]. Численное моделирование конвекции магния в цилиндре для реалистичных значений управляющих параметров в стационарной осесимметричной постановке выполнено в [8]. Первый расчет в полной трехмерной постановке при реалистичных значениях чисел Грасгофа и Релея с использованием метода крупных вихрей (LES) для моделирования турбулентности осуществлен в [9]. Выявлено образование интенсивного турбулентного течения. В [10] рассмотрена задача сопряженного теплообмена в реторте со стальными стенками толщиной 5 см для трех вариантов нагрева и охлаждения при наличии и отсутствии титанового блока. Показано, что на разных стадиях процесса структуры конвективного течения принципиально различаются. Расчеты конвективных течений в реакторе восстановления титана с применением RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) моделей для моделирования турбулентности выполнены в [11]. Обнаружено, что результаты с использованием $k-\omega$ SST модели на относительно грубых сетках (0,825 млн ячеек) получаются качественно и количественно согласующимися с результатами LES расчетов на подробных сетках (3,7 млн ячеек). Это открыло возможность моделировать динамику процесса восстановления титана в целом и учитывать динамическое изменение условий нагрева и охлаждения в реакторе, а также идентифицировать одновихревые и двухвихревые крупномасштабные течения в реторте и переход между ними.

В работе [12] рассмотрен процесс осаждения соли магния, образующейся на поверхности магния в зоне реакции при наличии сильного конвективного течения. Интерес сосредоточен на начальных стадиях

процесса, поэтому вклад от пористой среды (титановой губки), которая также оседает на дно реактора, не учитывается. Численный код решал уравнения для двухфазного течения (Mg и $MgCl_2$). Показано, что соль магния оседает в каплях размерами $\sim 3\text{--}10$ см. Скорость капель ($\sim 18\text{--}30$ см/с, в зависимости от режима) выше, чем скорость конвективного течения (до 20 см/с). В [13] с помощью лабораторной установки (уменьшенного аналога реального реактора) экспериментально и численно исследовано конвективное течение над круглым нагревателем в верхней части вертикального цилиндра, заполненного жидким натрием. Создаваемое течение полагалось упрощенной моделью течения жидкого магния в реакторе.

Ранее (см. [9–12]) рассматривался только один элемент аппарата восстановления титана, а именно его реторта. При этом в качестве граничных условий для температуры на внешних границах реторты задавались постоянные тепловые потоки, моделирующие тепло от реакции и нагревателей и охлаждение с помощью воздуха. В реальности распределение тепловых потоков на стенках является значительно более сложным.

Целью данной работы является получение оценок для температурных режимов стенки реторты и коэффициента теплоотдачи с ее поверхности при различных способах нагрева и охлаждения аппарата. Для этого решается задача сопряженного теплообмена через зазор между внешней стенкой цилиндрической реторты и стенкой печи с нагревателями. В зазоре прокачивается воздух. Поскольку температуры внутри реактора высоки, существенный вклад в процессы теплообмена вносит передача тепла излучением. Построенная математическая модель наряду с механизмами вынужденной конвекции и теплопроводности позволяет учитывать также и радиационный теплообмен. Данное исследование даст возможность ответить на вопрос о том, насколько эффективным может быть охлаждение с помощью воздуха, и укажет пути оптимизации режимов нагрева и охлаждения реторты, чтобы обеспечить работу аппарата при сохранении температуры стенок реторты в рабочем диапазоне (от 750 до 950°C). После нахождения зависимостей коэффициента теплоотдачи от скорости потока для всех режимов нагрева, использованных в [9–12], можно будет задавать на стенках реторты не постоянные потоки тепла, а более реалистичные граничные условия третьего рода, в которые явно входит коэффициент теплоотдачи, зависящий от чисел Рейнольдса и Нуссельта.

Теплообмен при обтекании тел различной формы представляет значительный практический интерес для широкого круга инженерных задач и потому остается предметом активных исследований [14, 15]. Теоретически, численно и экспериментально получены зависимости коэффициента теплоотдачи от чисел Рейнольдса $Re = UL/\nu$ и Прандтля $Pr = \nu/\chi$ (здесь ν — кинематическая вязкость, χ — температуропроводность, U — характерная скорость) для множества частных случаев.

Коэффициент теплоотдачи также можно определить через число Нуссельта Nu [15]:

$$\alpha = \frac{\lambda}{L} Nu, \quad (1)$$

где L — характерный размер, λ — теплопроводность. Для случая обтекания изотермической бесконечной пластины при $0,6 < Pr < 60$ турбулентным потоком воздуха ($Re > 5 \cdot 10^5$) имеется эмпирическая формула для локального числа Нуссельта [14, 16]:

$$Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}, \quad (2)$$

где x — координата вдоль поверхности, используемая вместо L при расчете числа Re (отсчет ведется от начала нагреваемого участка). Формула (2) для случая $Pr = 1$, то есть когда скоростной и температурный пограничные слои совпадают, получается численно из решения уравнения для течения в пограничном слое [14].

Усредненное по длине пластины число Нуссельта определяется как

$$\overline{Nu}_L = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}. \quad (3)$$

Если, как в данной работе, вместо постоянной температуры на поверхности задан постоянный поток тепла, коэффициент в формуле (2) изменяется [17]:

$$Nu_x = 0,0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}. \quad (4)$$

В настоящей работе рассматривается более сложная система: движение воздуха между двумя нагретыми стенками в цилиндрическом зазоре аппарата. При этом температура стенок не только не постоянна (меняется по высоте), но и очень высока, что приводит к необходимости учета радиационного теплообмена между стенками. Поэтому вопрос применимости соотношений (1)–(4) остается открытым. Для того чтобы выяснить,

сохранится ли структура пограничного слоя той же, что описывается формулами (1)–(4), насколько в формулах будут отличаться значения коэффициентов, какой будет температура стенок при заданных потоках тепла и скоростях обдува, выполнено численное исследование, результаты которого приведены ниже.

2. Математическая постановка задачи

Задача решается в осесимметричной нестационарной постановке. Схематическое изображение аппарата восстановления титана в вертикальном сечении представлено на рисунке 1а. Цилиндрическая реторта, заполненная расплавленным магнием, помещена внутрь печи. Стенка печи содержит нагревательные элементы, обеспечивающие регулируемый поток тепла к стенке реторты. На поверхность расплавленного магния непрерывно с постоянной скоростью подается $TiCl_4$, в результате чего в верхней части реторты протекает экзотермическая химическая реакция, температура в верхней части реактора повышается. Для предотвращения перегрева применяется воздушное охлаждение боковой стенки реторты.

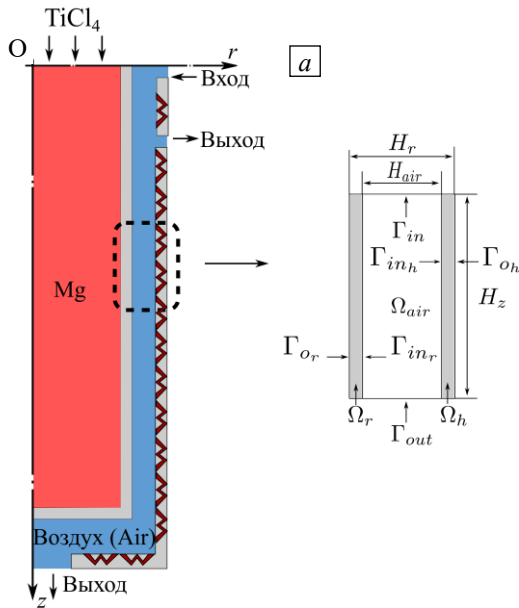


Рис. 1. Общая схема системы охлаждения реактора для производства титана (а); рассматриваемая часть системы – расчетная область (б); Γ_{o_r} – внутренняя поверхность реторты, Γ_{o_h} – внешняя граница печи; Γ_{in_r} , Γ_{in_h} – границы соприкосновения стенок реторты и печи с областью Ω_{air} ; Γ_{in} , Γ_{out} – границы входа и выхода воздуха в расчетную область

по сравнению с вкладом от вынужденной конвекции, поэтому в данной постановке тепловая конвекция не учитывается. Итак, уравнения движения воздуха имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \cdot ((\nu_{air} + \nu_t) \nabla \mathbf{U}), \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T = \nabla \cdot \left(\left(\frac{\nu_{air}}{Pr_{air}} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \nabla T \right) + S_{rad}, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (7)$$

Для определения температурного поля в твердых стенках (в областях Ω_r и Ω_h , см. Рис. 1б) решается нестационарное уравнение переноса тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\chi_{steel} \nabla T). \quad (8)$$

В уравнения (5)–(8) входят переменные и константы: t — время; \mathbf{U} — вектор скорости; P — давление; T — температура; ν_{air} — кинематическая вязкость воздуха; Pr_{air} — число Прандтля

В данной работе изучается распределение тепловых потоков внутри аппарата, температурный режим реторты и эффективность ее охлаждения воздушным потоком, который подается в верхнюю часть зазора между ретортой и стенкой печи (см. Рис. 1а). Для достижения поставленных целей нет необходимости рассматривать весь коаксиальный зазор, достаточно его части, а именно боковой поверхности стальной реторты с внутренним радиусом 0,75 м, внешней стенки печи и части воздушного зазора между ними (Рис. 1а, фрагмент, выделенный пунктирной линией). Детально, с обозначением границ, эта область высотой 0,5 м показана на рисунке 1б. Решается задача сопряженного теплопереноса в области размером $H_r = 0,205$ м, где Ω_r и Ω_h — стальные стенки, имеющие одинаковую толщину 0,025 м. Область Ω_r представляет собой боковую стенку реторты, а Ω_h — слой, моделирующий стальные нагревательные элементы печи, Ω_{air} — воздушный зазор размером $H_{air} = 0,155$ м.

Для описания движения воздуха в области Ω_{air} используются уравнения Навье–Стокса в случае несжимаемой среды. Приближение несжимаемости воздуха справедливо при скоростях движения, не превышающих 0,3 скорости звука. При скоростях обдува более 1 м/с вклад от тепловой конвекции мал

для воздуха; ν_t — турбулентная вязкость; Pr_t — турбулентное число Прандтля, χ_{steel} — температуропроводность стали, ∇ — оператор градиента; слагаемое S_{rad} в (6) отвечает за взаимодействие излучения со средой.

Поскольку воздух оптически прозрачен, перенос тепла между границами Γ_{in_r} и Γ_{in_h} (Рис. 1б) осуществляется не только за счет механизмов вынужденной конвекции и теплопроводности, но и за счет радиационного теплообмена. В рассматриваемой задаче важным является учет передачи тепловой энергии между твердыми стенками посредством излучения.

В общем случае передача излучением в анизотропной среде, обладающей свойствами поглощения, излучения и рассеяния, может быть описана с помощью сложного для решения интегрально-дифференциального уравнения [18]. Распространены два типа моделей излучения: диффузионные, в которых уравнением передачи излучения является уравнение диффузии, и модели, базирующиеся на трассировке лучей от поверхности к поверхности, то есть учитывающие направление излучения [19, 20]. Для решения практических задач разработана процедура, называемая P_n аппроксимацией. Она позволяет упростить исходное уравнение благодаря допущениям, принятым в рамках диффузионных моделей. В этой процедуре применяется метод сферических гармоник, основанный на использовании полиномов Лежандра [18, 20]. Уравнение переноса излучения сводится к эллиптическому уравнению в частных производных второго порядка с граничными условиями Робена (граничными условиями третьего рода). В исследуемом случае изотропной среды (воздуха) излучение также изотропно и близко к монохроматическому, поэтому можно прибегнуть к относительно простой модели P_1 , в которой достаточным является разложение полинома Лежандра до первого порядка. Тогда систему (5)–(8) дополнит уравнение для вычисления скалярной функции $G(\mathbf{r})$, определяющей полную интенсивность излучения:

$$\nabla \cdot \nabla G = \kappa(3\kappa + 3\sigma_s - \sigma_s A) [G - 4\sigma T^4], \quad (9)$$

и граничное условие Маршака [18, 21]:

$$\frac{\partial G}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} \frac{\kappa(3\kappa + 3\sigma_s - \sigma_s A)}{2(2 - \varepsilon_{\Gamma})} [G - 4\sigma T_{\Gamma}^4]. \quad (10)$$

В данной постановке модель учитывает свойства среды через коэффициенты в правой части (9), а именно: κ — коэффициент линейного поглощения (излучения), σ_s и A — коэффициенты изотропного и анизотропного рассеяния, ε_{Γ} — коэффициент излучения материала твердой поверхности, σ — постоянная Стефана–Больцмана.

В рамках модели P_1 в уравнении (6) появляется слагаемое S_{rad} , описывающее взаимодействие излучения со средой:

$$S_{rad} = \frac{k}{\rho C_p} (G - 4\sigma T^4). \quad (11)$$

Для воздуха без примесей коэффициенты κ , σ_s , A стремятся к нулю, тогда (9) преобразуется в уравнение эллиптического вида (уравнение Лапласа):

$$\nabla \cdot \nabla G = 0. \quad (12)$$

Вклад слагаемого S_{rad} в (6) мал, и его можно не учитывать. Перенос тепла на границах излучением определяется с помощью условия:

$$q_{rad} \Big|_{\Gamma} = \frac{\varepsilon_{\Gamma}}{2(2 - \varepsilon_{\Gamma})} [G_{\Gamma} - 4\sigma T_{\Gamma}^4]. \quad (13)$$

Для описания турбулентности используются двухпараметрические модели $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\omega SST$, относящиеся к подходу RANS (к уравнениям Навье–Стокса, осредненным по Рейнольдсу). Согласно ему к системе (5)–(8) добавляются два уравнения, обуславливаемые выбираемой моделью турбулентности: в случае модели $k-\varepsilon$ — это уравнение кинетической энергии пульсаций скорости k и уравнение скорости

диссипации энергии ε ; для модели $k-\omega$ вместо уравнения для ε применяется уравнение удельной скорости турбулентной диссипации ω (частота турбулентных пульсаций $\omega = \varepsilon/k$); в модели $k-\omega$ SST, являющейся гибридом моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$, полученной путем их суперпозиции, вводится эмпирическая функция, обеспечивающая расчет пристенных течений по уравнениям модели $k-\omega$ и ядра течения по уравнениям модели $k-\varepsilon$ [22].

В расчетах рассматриваются два различных варианта нагрева и охлаждения. В первом случае тепло выделяется только за счет химической экзотермической реакции мощностью $Q_r = 205$ кВт [3, 4, 8, 9], происходящей в области, заполненной жидким магнием, тепловая энергия от которой передается через внешнюю стенку реторты (Рис. 2а). Во втором случае на границе печи титанового реактора Γ_{Oh} дополнительно включены нагревательные элементы общей мощностью $Q_h = 329$ кВт (Рис. 2б). Подразумевается, что работает семь элементов мощностью по 47 кВт каждый [8, 9]

Условие для скорости входного потока задается в виде профиля турбулентного течения со средним значением $\bar{U} = \frac{1}{S_{in}} \int U ds$ на границе Γ_{in} , где S_{in} — полная площадь входного сечения. Вид профиля получен из численного решения одномерной задачи течения Пуазейля [23]. Продольная компонента скорости принимает значения $\bar{U}_z = 1, 5, 10, 15, 20$ м/с. На твердых границах полагаются условия прилипания ($U = 0$), на границе Γ_{out} — условие свободного истечения газа: $\partial U_z / \partial z = 0$.

Первый вариант тепловых граничных условий — ТГУ-1 (см. Рис. 2а), моделирует ситуацию, когда тепловой поток поступает в систему только за счет полной мощности Q_r экзотермической реакции. В этом случае нагрев происходит с границы Γ_{Or} , внешняя граница печи Γ_{Oh} теплоизолирована:

$$q_{\Gamma_{Or}} = \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{Or}} = \frac{Q_r}{S_1} = 15,13 \text{ кВт/м}^2, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{Oh}} = 0,$$

где λ_{steel} — теплопроводность стали. Для вычисления потока тепла через границу рассматриваемого фрагмента реторты (Рис. 1б) используется полная площадь внутренней поверхности реторты $S_1 = 13,55 \text{ м}^2$ (Рис. 1а) и полная мощность реакции Q_r .

Второй вариант — ТГУ-2 (Рис. 2б), соответствует режиму, когда дополнительно включены нагреватели печи. Тепловая энергия поступает в систему с границ Γ_{Or} и Γ_{Oh} с разной интенсивностью:

$$q_{\Gamma_{Or}} = \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{Or}} = \frac{Q_r}{S_1} = 15,13 \text{ кВт/м}^2, \quad q_{\Gamma_{Oh}} = \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{Oh}} = \frac{Q_h}{S_2} = 17,91 \text{ кВт/м}^2,$$

где $S_2 = 18,37 \text{ м}^2$ — площадь стенки печи, на которой расположены нагреватели.

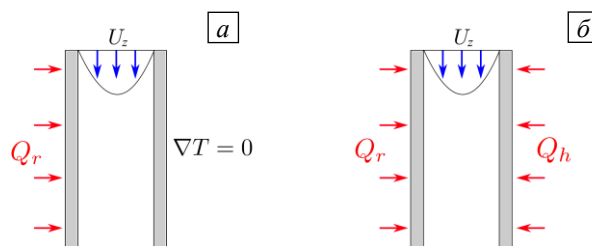


Рис. 2. Схема распределения тепловых потоков при различных тепловых граничных условиях: ТГУ-1 – нагрев только левой боковой поверхности реторты в результате экзотермической реакции общей мощностью Q_r (а); ТГУ-2 – нагрев обеих границ, на правой границе работают нагревательные элементы общей мощностью Q_h (б)

Согласно ТГУ-1 и ТГУ-2 тепло от реакции распределяется по всей поверхности реторты равномерно. Однако в реальности в верхней части реторты тепла отдается больше, а в нижней меньше. Для того чтобы получить оценку сверху для максимального нагрева и максимальной температуры реактора, рассматриваются также условия, при которых поток в систему с внешней границы Γ_{Or} составляет: $q_{\Gamma_{Or}} = 87 \text{ кВт/м}^2$. Эти условия называются, соответственно, ТГУ-1' и ТГУ-2' и подразумевают, что все

тепло Q_r рассеивается через боковую поверхность высотой 0,5 м. При этом условия на Γ_{Oh} остаются неизменными.

На внутренних границах расчетной области, то есть на поверхностях соприкосновения воздуха с твердыми стенками, задание условий в явном виде не требуется, на границах с сопряженным теплообменом вычислительная процедура обеспечивает равенство тепловых потоков и температур:

$$\lambda_{steel} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{in_r} \cup \Gamma_{in_h}} = \left(\lambda_{air} \frac{\partial T}{\partial n} + q_{rad} \right) \Big|_{\Gamma_{in_r} \cup \Gamma_{in_h}},$$

$$T_{steel} \Big|_{\Gamma_{in_r} \cup \Gamma_{in_h}} = T_{air} \Big|_{\Gamma_{in_r} \cup \Gamma_{in_h}}.$$

Воздух, двигаясь от границы Γ_{in} до выхода из системы Γ_{out} , забирает тепло от твердых стенок и нагревается. В зависимости от того, на какой высоте реактора берется исследуемый участок теплового зазора, средняя температура прокачиваемого через него воздуха будет различной. От средней температуры в выделенном объеме зависят теплофизические свойства воздуха, которые в значительной мере определяют эффективность охлаждения стенок. Для выяснения влияния средней температуры воздуха на коэффициент теплоотдачи выполнены отдельные серии расчетов для двух случаев средней температуры: $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ (на участке в верхней части реторты, куда подается наружный воздух) и $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$ (на участке в нижней части реторты, уже значительно прогретом). Физические свойства воздуха при данных средних температурах приведены в таблице 1 [24]. Физические характеристики металла, из которого состоят твердые стенки, содержит таблица 2 [25].

Таблица 1. Физические параметры воздуха при различных температурах

Название, обозначение, размерность	25°C	250°C
Плотность ρ_0 , кг/м ³	1,205	0,674
Кинематическая вязкость ν_0 , м ² /с	15,06·10 ⁻⁶	40,6·10 ⁻⁶
Удельная теплоемкость C_p , Дж/(кг·К)	1005	1037
Число Прандтля Pr	0,703	0,677

Таблица 2. Физические параметры стали

Название, обозначение, размерность	Значение при 850°C
Плотность ρ_0 , кг/м ³	7700
Коэффициент теплопроводности λ_{steel} , Вт/(м·К)	26
Теплоемкость C , Дж/(кг·К)	596

Расчеты выполнены в свободно распространяемом пакете программ с открытым исходным кодом OpenFOAM-extend 4.0. Применялся решатель для задач сопряженного теплообмена *conjugateHeatFoam*. Дискретизация областей Ω_r , Ω_h и Ω_{air} проводилась по методу конечных объемов (КО). Расчетная сетка для Ω_{air} содержала 100 КО вдоль оси z и 120 КО вдоль оси r . Плотность КО увеличивалась вблизи твердых границ. Минимальный линейный размер ячейки равнялся $4,21 \cdot 10^{-4}$ м в радиальном направлении. Для твердых областей Ω_r и Ω_h расчетные сетки имели идентичный вид и содержали 20×100 КО в каждом блоке с минимальным линейным размером $4,18 \cdot 10^{-4}$ м. Система уравнений (5)–(7) решалась согласно алгоритму PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) [26]. Слагаемые с временной производной дискретизировались по неявной схеме Эйлера, диффузионные слагаемые — по схеме с центральными разностями *linear*. Конвективные слагаемые вычислялись по схеме первого порядка точности *upwind*. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на каждом шаге алгоритма коррекции давления осуществлялось с помощью метода сопряженных градиентов PCG (Preconditioned Conjugate Gradient) с предобуславливателем DIC (с неполным разложением Холецкого). Для полей скорости, температуры, кинетической энергии пульсаций, диссипации энергии и скорости турбулентной диссипации применялся метод бисопряженных градиентов PBiCG (Preconditioned Biconjugate Gradient Method) с предобуславливателем DILU (с диагональным неполным разложением LU). Для решения вспомогательной задачи нахождения турбулентного профиля скорости на входной границе Γ_{in} использовался решатель *boundaryFoam*. Расчеты производились на суперкомпьютере «Тритон» в ИМСС УрО РАН (г. Пермь).

Для выбора оптимальной для данной задачи модели турбулентности выполнена серия расчетов с использованием моделей турбулентности $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и $k-\omega SST$. Построены профили распределения коэффициента теплоотдачи α вдоль стенки реторты Γ_{in} для всех рассматриваемых ТГУ при $\bar{U}_z = 10$ м/с, $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$. Проведено сопоставление расчетных профилей друг с другом и с профилями α , полученными по эмпирической формуле (4). Результаты показаны на рисунке 3. Видно, что при «умеренном» потоке тепла (ТГУ-1 и ТГУ-2) профили, определяемые с привлечением моделей $k-\omega$ и $k-\omega SST$ и по формуле (4), близки; при увеличенном потоке тепла (ТГУ-1' и ТГУ-2') различия становятся более заметными. При модели $k-\omega$ наблюдается завышение значений α . Для оценки вклада той или иной модели турбулентности в результаты численных расчетов на рисунке 3 представлены также данные вычислений с отключенным моделированием турбулентности. «Выключение» моделей турбулентности дает заниженные значения α . Таким образом, выбор оптимальной модели для описания турбулентности следует делать в каждом конкретном случае и исходить из постановки задачи. Модель $k-\omega SST$, в теории, должна лучше описывать пограничный слой. И это подтверждается большим количеством практических расчетов [22]. В частности, в работе [11], посвященной моделированию турбулентной конвекции магния в реторте реактора для производства титана, делается аналогичный вывод. Учитывая его, а также факт, что результаты, полученные с использованием модели $k-\omega SST$, ближе остальных к значениям, рассчитанным по формуле (4) (см. соответствующие кривые), в качестве наиболее оптимальной для данной задачи выбрана модель $k-\omega SST$; все дальнейшие расчеты в работе выполнены на ее основе.

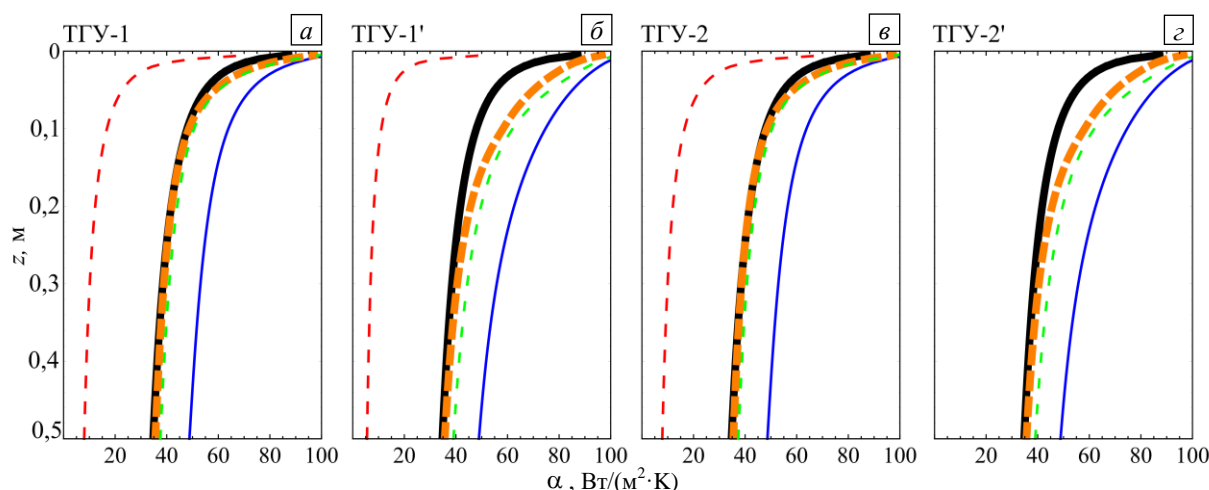


Рис. 3. Профили коэффициента теплоотдачи вдоль границы Γ_{in} , полученные по эмпирической зависимости (4) (—), в расчетах: без модели турбулентности (---), по модели $k-\varepsilon$ (—), по модели $k-\omega$ (---), по модели $k-\omega SST$ (---) для всех рассматриваемых ТГУ при $\bar{U}_z = 10$ м/с, $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$

3. Результаты

Выполнены расчеты для средних скоростей потока воздуха на входе в коаксиальный зазор $\bar{U}_z = 1, 5, 10, 15, 20$ м/с и всех вариантов ТГУ со свойствами воздуха, отвечающими средним температурам $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ и $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$. На рисунке 4 приведены профили скорости \bar{U}_z на входе в канал Γ_{in} , соответствующие разным скоростям обдува; они не зависят от ТГУ. Профиль скорости вдоль канала меняется слабо, а близость значений скорости на входе в зазор и на выходе из него говорит о том, что входной профиль турбулентного течения рассчитан правильно.

На рисунке 5 представлены профили температуры вдоль координаты r на середине длины канала $z = 0, 25$ м для различных ТГУ. Здесь приведены профили температуры только для случая $\bar{U} = 10$ м/с, поэтому значения температуры могут выходить за пределы допусков. Выбор оптимальных скоростей будет обоснован ниже, а данный рисунок лишь показывает, каковы различия рассматриваемых вариантов нагрева в равных условиях. На рисунках 5а–в видно, насколько отличаются результаты при наличии и отсутствии учета теплообмена между стенками с помощью излучения. При ТГУ-1, когда тепло поступает только изнутри реторты (Рис. 5а), теплообмен между стенкой реторты (расположена слева) и стенкой печи (расположена справа) отсутствует. Стенка реторты охлаждается только воздухом, а внешняя стенка печи не нагревается и принимает температуру входного воздушного потока. Это приводит к тому, что левая

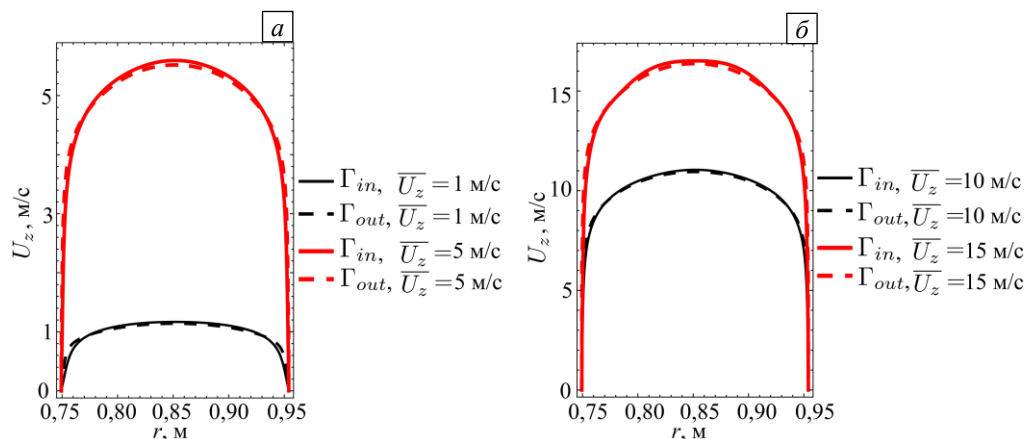


Рис. 4. Профили скорости на входе Γ_{in} и выходе Γ_{out} из расчетной области при $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ и разных скоростях обдува

стенка перегревается, что особенно проявляется при увеличенном потоке тепла (ТГУ-1', Рис. 5б). Такие результаты не соответствуют реальности: в аппарате для производства титана настолько высокие температуры не достигаются. Если же модель излучения P_l в расчете активна, то учитывается, что часть тепла от стенки реторты передается внешней стенке печи Ω_n , в результате температура стенки Ω_r понижается. Разница в значениях температур на стенке реторты между этими случаями может достигать сотен градусов (см. сплошные и штриховые линии на Рис. 5). При ТГУ-2 (Рис. 5в) и использовании модели излучения температуры на нагреваемых стенках «выравниваются». Следовательно, для корректного моделирования теплообмена в реакторе необходимо учитывать передачу тепла излучением. Все дальнейшие результаты приведены с активной моделью P_l . В наиболее теплонагруженных случаях (ТГУ-1' и ТГУ-2', Рис. 5б, г) температуры стенок значительно выше, чем при ТГУ-1 и ТГУ-2 (Рис. 5а, в), и появляется потребность в более эффективном охлаждении. Также температура в стенках существенно отличается в зависимости от того, какова средняя температура набегающего воздуха. В каких-то случаях скорость обдува $\bar{U}_z = 10$ м/с может оказаться избыточной, а в других, наоборот, недостаточной, поэтому далее режимы обдува варьируются.

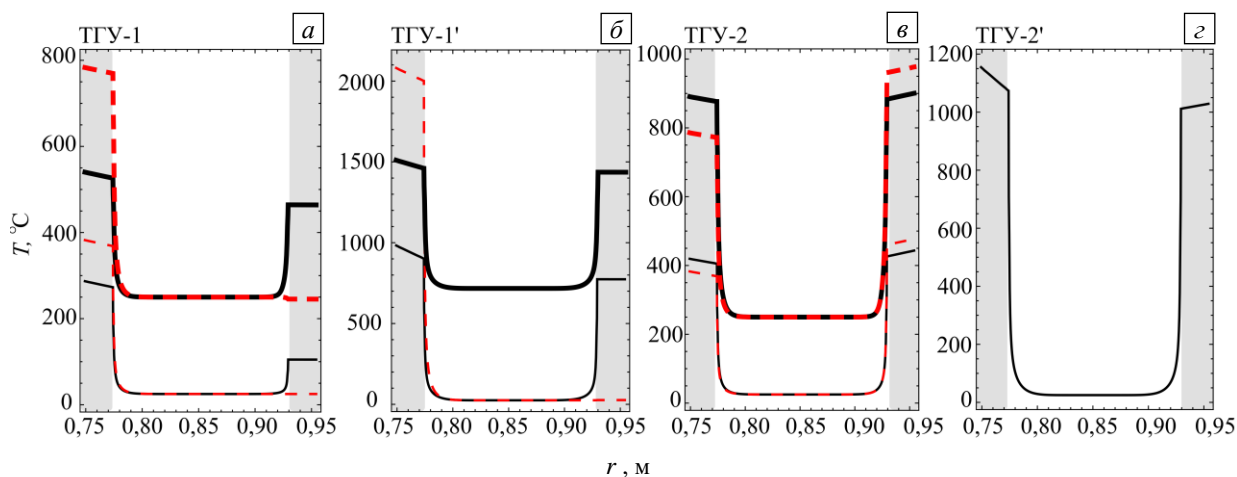


Рис. 5. Профили температуры для всех ТГУ при скорости продувки $\bar{U}_z = 10$ м/с на расстоянии $z = 0,25$ м от входной границы Γ_{in} при разных средних температурах воздуха с активной (— $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$, — $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$) и «выключенной» (--- $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$, --- $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$) моделью излучения; серым цветом выделены области, которые находятся внутри твердых стенок

Рисунок 6 демонстрирует распределение температуры по высоте внешней поверхности реторты, то есть на границе Γ_{in} , для различных скоростей обдува. Температура существенно меняется в зависимости от координаты z (в то время как формула (4) подразумевает ее постоянство). Вычисленные профили позволяют сделать выводы о том, какие скорости воздушного потока являются оптимальными для охлаждения и как избежать перегрева или чрезмерного охлаждения реактора. На рисунке 6 не приведена часть результатов, соответствующих очень высоким и очень низким температурам, поскольку рабочие значения лежат в диапазоне от 750 до 950°C. Профили температуры вдоль внешней границы стенки реторты Γ_{in} показывают, что температура рассматриваемого участка по высоте

существенно неоднородна: чем дальше точка границы от входа Γ_{in} , тем выше температура. В среднем разность между ее значениями в верхней и нижней частях канала длиной 0,5 м составляет около 50°C. Поскольку реальная реторта имеет высоту до 4 м, неоднородность температуры может оказывать существенное влияние на процессы, происходящие у нее внутри. В случае $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ при ТГУ-1 для приемлемого охлаждения стенки реторты достаточной является скорость обдува 1 м/с (Рис. 6а), более высокая скорость подачи воздуха приведет к ее сильному остыванию. Для ТГУ-1' подходит $\bar{U}_z = 10\text{ м/с}$ (Рис. 6б), для наиболее теплонагруженного режима ТГУ-2' нужна скорость $\bar{U}_z = 15\text{ м/с}$ (Рис. 6г). Если поступающий воздух имеет более высокую температуру (см. Рис. 6, $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$, штриховые линии), то требования по соблюдению скорости подачи воздуха должны быть еще более строгими.

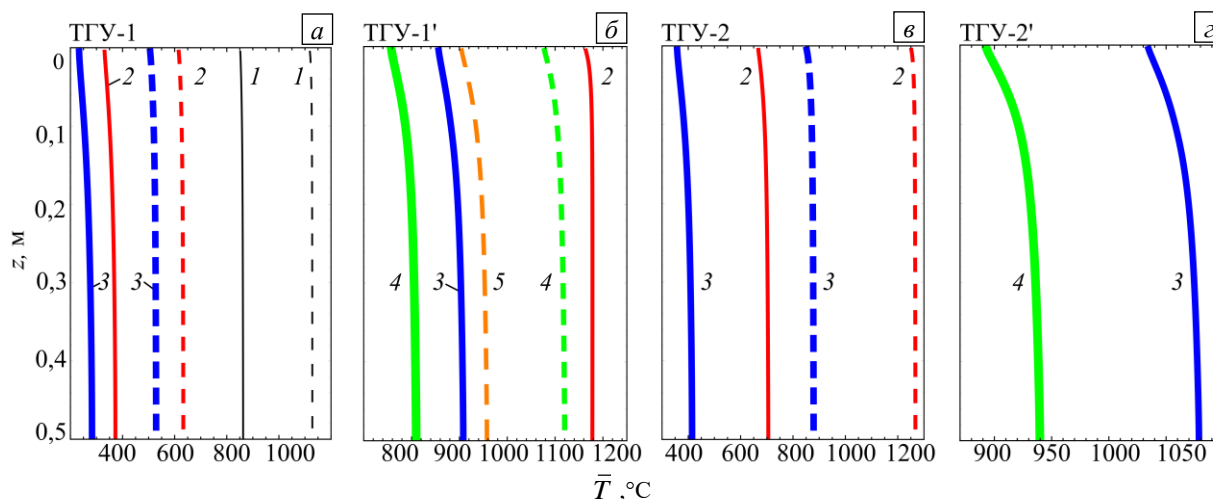


Рис. 6. Вертикальные профили температуры на внешней поверхности реторты Γ_{in} для различных ТГУ и скоростей подачи воздуха: — $\bar{U}_z = 1\text{ м/с}$ (1), — $\bar{U}_z = 5\text{ м/с}$ (2), — $\bar{U}_z = 10\text{ м/с}$ (3), — $\bar{U}_z = 15\text{ м/с}$ (4), — $\bar{U}_z = 20\text{ м/с}$ (5), а также для разных средних температур; сплошные линии — $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$, штриховые линии — $\bar{T} = 250^\circ\text{C}$

Профили коэффициента теплоотдачи α на внешней границе стенки реторты Γ_{in} , соответствующие различным режимам нагрева и обдува, представлены на рисунке 7. Приведены значения, полученные численно и рассчитанные по эмпирической формуле (4), которая получена для плоской бесконечной поверхности с постоянным тепловым потоком через нее. В рассматриваемом в данной работе более сложном случае при относительно малом нагреве (ТГУ-1 и ТГУ-2, $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$) значения α оказываются близкими к значениям, которые дает формула (4) (Рис. 7а, д). Однако по мере увеличения интенсивности нагрева и скорости обдува все сильнее проявляются различия, причем отклонения значений α происходят

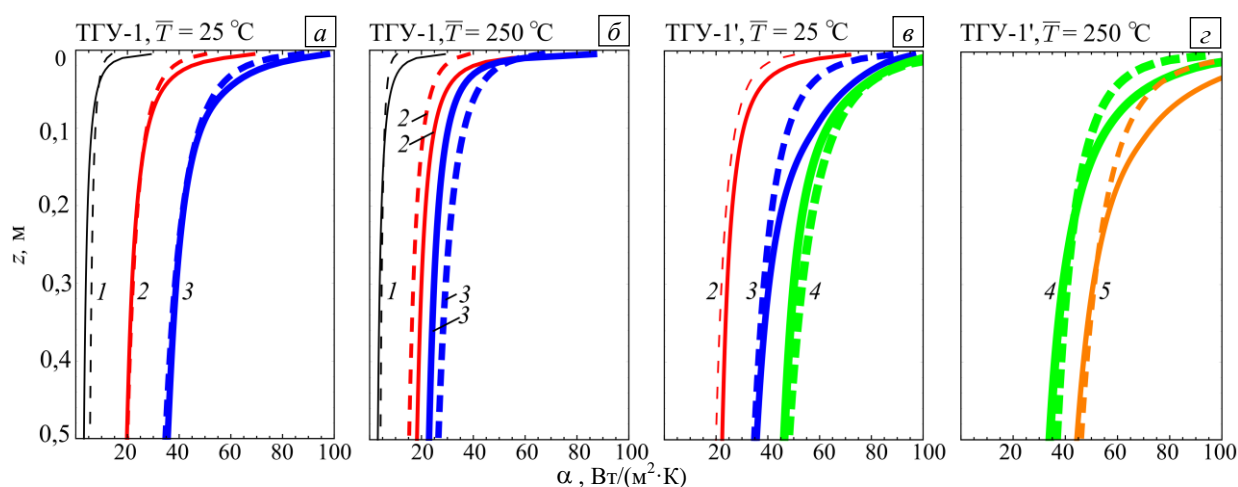


Рис. 7. Профили коэффициента теплоотдачи α вдоль боковой стенки Γ_{in} для различных ТГУ; сплошные линии — численный расчет, штриховые линии — расчет по эмпирической формуле (4)

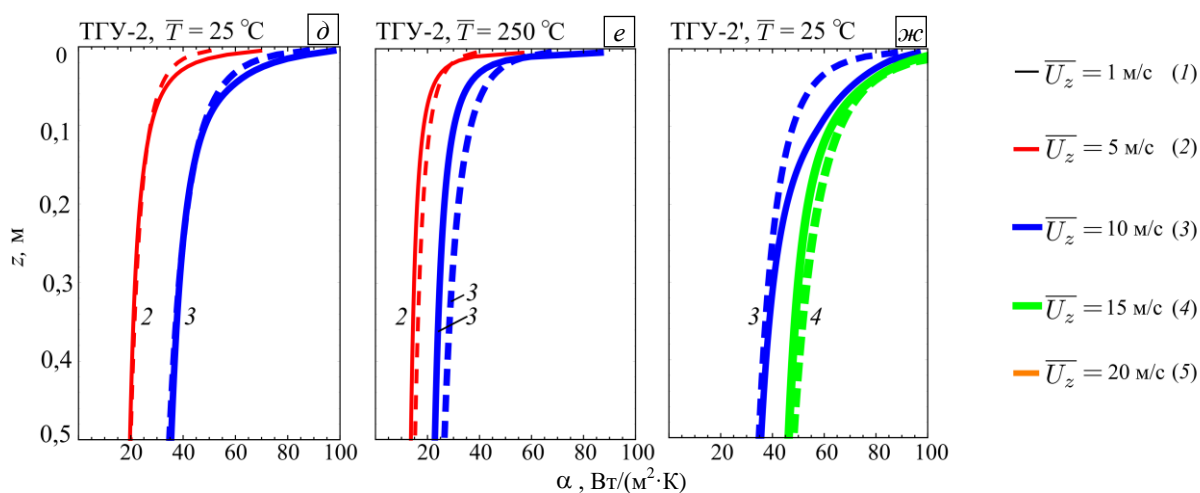


Рис. 7. Продолжение

как в большую, так и в меньшую сторону (Рис. 7б). При ТГУ-1' и ТГУ-2' с $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ и $\bar{U}_z = 15\text{ м/с}$ вновь наблюдается очень хорошее согласование численных и найденных по формуле (4) результатов (Рис. 7в, ж). В остальных случаях основные различия приходятся на область с z от 0 до 0,2 м, где установленная численно теплоотдача (Рис. 7в, з, ж) выше оценки по формуле (4).

Полученные зависимости коэффициента теплоотдачи вдоль стенок реторты при различных параметрах нагрева и охлаждения могут быть использованы в дальнейшем для построения уточненных, а значит, более реалистичных температурных граничных условий третьего рода в задаче расчета конвективного течения расплавленного металла внутри реторты [10]. Это позволит оценить структуру и интенсивность конвективных течений в реторте при различных режимах работы реактора.

4. Заключение

Разработанная модель позволяет рассчитать тепловые режимы стенки реторты аппарата для производства титана, внешней стенки печи и зазора с воздухом между ними по всей длине прямого вертикального участка высотой 0,5 м. Исследованы четыре варианта нагрева, возможные к реализации в процессе восстановления титана методом Кролля. В зависимости от того, в верхней или нижней части реактора располагается моделируемый участок, средняя температура воздуха в зазоре составляла $T = 25^\circ\text{C}$ или 250°C .

Получены оценки для необходимой скорости обдува, позволяющей сохранять стенки реторты в рабочем диапазоне температур (от 750 до 950°C) во всех режимах нагрева. Для наиболее интенсивного нагрева (ТГУ-2') эта скорость составляет 15 м/с , а для минимального нагрева (ТГУ-1) достаточно 1 м/с . Показано, что температура вдоль выбранного участка существенно неоднородна, в среднем разность между ее значениями в верхней и нижней его частях составляет около 50°C . Но если учесть, что реальная реторта имеет высоту до 4 м , то может оказаться, что неоднородность температуры существенно повлияет на процессы, происходящие внутри нее. Однако это выходит за рамки настоящего исследования и станет предметом изучения на следующем этапе, когда рассмотрению подвергнутся не отдельные части канала, а коаксиальный зазор в аппарате восстановления титана по всей его длине.

Для коэффициента теплоотдачи с боковой поверхности реторты построены зависимости от вертикальной координаты. Их применение в дальнейшем позволит задавать более близкие к реальным условия теплообмена на стенках реторты при моделировании турбулентной конвекции магния внутри нее. Проведено сопоставление значений коэффициента теплоотдачи, полученных в результате численных расчетов, со значениями, найденными по известной эмпирической формуле для плоской бесконечной поверхности с постоянным тепловым потоком через нее. Установлено, что результаты близки друг к другу только в части рассмотренных режимов нагрева и обдува. Обнаружено, что в значительном диапазоне использованных в расчетах параметров наблюдаются заметные отличия численных значений от упрощенных оценок, наибольшая разница имеет место вблизи входа в канал, где градиенты температуры максимальны.

Литература

1. Гармата В.А., Петрунько А.Н., Галицкий Н.В., Олесов Ю.Г., Сандлер Р.А. Титан. М.: Металлургия, 1983. 559 с.
2. Гармата В.А., Гуояницкий Б.С., Крамник В.Ю., Литкес Я.М., Серяков Г.В., Сучков А.Б., Хомяков П.П. Металлургия титана. М.: Металлургия, 1968. 643 с.
3. Сергеев В.В., Галицкий Н.В., Киселев В.П., Козлов В.М. Металлургия титана. М.: Металлургия, 1971. 320 с.

4. Мальшин В.М., Завадовская В.Н., Пампушко Н.А. *Металлургия титана*. М.: Metallurgy, 1991. 208 с.
5. Халилов Р.И., Хрипченко С.Ю., Фрик П.Г., Степанов Р.А. Электромагнитные измерения уровня жидкого металла в замкнутых объемах // *Измерительная техника*. 2007. № 8. С. 41-44. (English version <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0163-7>)
6. Krauter N., Eckert S., Gundrum T., Stefani F., Wondrak T., Frick P., Khalilov R., Teimurazov A. Inductive system for reliable magnesium level detection in a titanium reduction reactor // *Metall. Mater. Trans. B*. 2018. Vol. 49. P. 2089-2096. <https://doi.org/10.1007/s11663-018-1291-y>
7. Тарунин Е.Л., Шихов В.М., Юрков Ю.С. Свободная конвекция в цилиндрическом сосуде при заданном тепловом потоке на верхней границе // *Гидродинамика*. 1975. Вып. 6. С. 85-98.
8. Цаплин А.И., Нечаев В.Н. Численное моделирование неравновесных процессов тепломассопереноса в реакторе для получения пористого титана // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2013. Т. 6, № 4. С. 483-490. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2013.6.4.53>
9. Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Численное исследование конвекции расплавленного магния в аппарате восстановления титана // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2015. Т. 8, № 4. С. 433-444. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.4.37>
10. Teimurazov A., Frick P., Stefani F. Thermal convection of liquid metal in the titanium reduction reactor // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2017. Vol. 208. 012041. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/208/1/012041>
11. Карасев Т.О., Теймуразов А.С. Моделирование турбулентной конвекции жидкого магния в аппарате восстановления титана в рамках подходов RANS и LES // *Вычисл. мех. сплош. сред*. 2019. Т. 12, № 4. С. 353-365. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.30>
12. Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F. Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 891. 012076. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/891/1/012076>
13. Khalilov R., Kolesnichenko I., Teimurazov A., Mamykin A., Frick P. Natural convection in a liquid metal locally heated from above // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2017. Vol. 208. 012044. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/208/1/012044>
14. Широков М.Ф. *Физические основы газодинамики*. М.: Физматгиз, 1958. 341 с.
15. *Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление*. М.: Энергоатомиздат, 1990. 368 с.
16. Федоров В.К. Инженерный метод расчета конвективного теплообмена при безотрывном обтекании тел газовым потоком // *ИФЖ*. 1965. Т. 8, № 2. С. 198-203. (English version <https://doi.org/10.1007/BF00829051>)
17. Bergman T.L., Lavine A.S., Incropera F.P., DeWitt, D.P. *Introduction to Heat Transfer*, 6th Edition. John Wiley & Sons. 2011. 962 p.
18. Modest M.F. The improved differential approximation for radiative heat transfer in multi-dimensional media // *J. Heat Transfer*. 1990. Vol. 112. P. 819-821. <https://doi.org/10.1115/1.2910468>
19. Howell J.R. *A catalog of radiation configuration factors*. McGraw-Hill, 1982. 243 p.
20. Howell J.R., Menguc M.P., Siegel R. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Taylor & Francis, 2015. 1016 p. <https://doi.org/10.1201/b18835>
21. Marshak R.E. Note on the spherical harmonics method as applied to the Milne problem for a sphere // *Phys. Rev.* 1947. Vol. 71. P. 443-446. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.71.443>
22. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.* 1994. Vol. 32. P. 1598-1610. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
23. Pope S.B. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000. 771 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>
24. Богданов С.Н., Бурицев С.И., Иванов О.П., Курьянова А.В. *Холодильная техника. Кондиционирование воздуха. Свойства веществ*. Справочник. СПб.: СПбГАХИПТ, 1999. 320 с.
25. *Физические величины. Справочник* / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
26. Issa R.I. Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting // *J. Comput. Phys.* 1985. Vol. 62. P. 40-65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9)

References

1. Gartmata V.A., Petrun'ko A.N., Galitskiy N.V., Olesov Yu.G. Sandler R.A. *Titan* [Titanium]. Moscow, Metallurgiya, 1983. 559 p.
2. Gartmata V.A., Guoyanitskiy B.S., Kramnik V.Yu., Lipkes Ya.M., Seryakov G.V., Suchkov A.B., Khomyakov P.P. *Metallurgiya titana* [Titanium metallurgy]. Moscow, Metallurgiya, 1968. 643 p.
3. Sergeev V.V., Galitskiy N.V., Kiselev V.P., Kozlov V.M. *Metallurgiya titana* [Titanium metallurgy]. Moscow, Metallurgiya, 1971. 320 p.
4. Mal'shin V.M., Zavadovskaya V.N., Pampushko N.A. *Metallurgiya titana* [Titanium metallurgy]. Moscow, Metallurgiya, 1991. 208 p. Mal'shin V.M., Zavadovskaya V.N., Pampushko N.A. *Metallurgiya titana*
5. Khalilov R.I., Khripchenko S.Yu., Frick P.G., Stepanov R.A. Electromagnetic measurements of the level of a liquid metal in closed volumes. *Meas. Tech.*, 2007, vol. 50, pp. 861-866. <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0163-7>
6. Krauter N., Eckert S., Gundrum T., Stefani F., Wondrak T., Frick P., Khalilov R., Teimurazov A. Inductive system for reliable magnesium level detection in a titanium reduction reactor. *Metall. Mater. Trans. B*, 2018, vol. 49, pp. 2089-2096. <https://doi.org/10.1007/s11663-018-1291-y>
7. Tarunin E.L., Shihov V.M., Yurkov Yu.S. Svobodnaya konvektsiya v tsilindricheskom sosude pri zadannom teplovom potoke na verkhney granitse [Free convection in a cylindrical vessel at a given heat flux at the upper boundary]. *Gidrodinamika – Hydrodynamics*, 1975, no. 6, pp. 85-98.
8. Tsaplin A.I., Nechaev V.N. Numerical modeling of non-equilibrium heat and mass transfer processes in a reactor for the production of porous titanium. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 4, pp. 483-490. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2013.6.4.53>

9. Teimurazov A.S., Frick P.G. Numerical study of molten magnesium convection in the apparatus for titanium reduction. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 4, pp. 433-444. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.4.37>
10. Teimurazov A., Frick P., Stefani F. Thermal convection of liquid metal in the titanium reduction reactor. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2017, vol. 208, 012041. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/208/1/012041>
11. Karasev T.O., Teimurazov A.S. Modeling of liquid magnesium turbulent convection in the titanium reduction apparatus using RANS and LES approaches. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2019, vol. 12, no. 4, pp. 353-365. <https://doi.org/https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.30>
12. Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F. Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, vol. 891, 012076. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/891/1/012076>
13. Khalilov R., Kolesnichenko I., Teimurazov A., Mamykin A., Frick P. Natural convection in a liquid metal locally heated from above. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2017, vol. 208, 012044. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/208/1/012044>
14. Shirokov M.F. *Fizicheskiye osnovy gazodinamiki* [Physical foundations of gas dynamics]. Moscow, Fizmatgiz, 1958. 341 p.
15. Kutateladze S.S. *Teploperedacha i gidrodinamicheskoye soprotivleniye* [Heat transfer and hydrodynamic resistance] Moscow, Energoatomizdat, 1990. 368 p.
16. Fedorov V.K. An engineering method of calculating convective heat transfer for a body in an attached gas flow. *J. Eng. Phys.*, vol. 8, pp. 130-134. <https://doi.org/10.1007/BF00829051>
17. Bergman T.L., Lavine, A.S., Incropera F.P., DeWitt, D.P. *Introduction to Heat Transfer*, 6th Edition. John Wiley & Sons. 2011. 962 p.
18. Modest M.F. The improved differential approximation for radiative heat transfer in multi-dimensional media. *J. Heat Transfer*, 1990, vol. 112, pp. 819-821. <https://doi.org/10.1115/1.2910468>
19. Howell J.R. *A catalog of radiation configuration factors*. McGraw-Hill, 1982. 243 p.
20. Howell J.R., Menguc M.P., Siegel R. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Taylor & Francis, 2015. 1016 p. <https://doi.org/10.1201/b18835>
21. Marshak R.E. Note on the spherical harmonics method as applied to the Milne problem for a sphere. *Phys. Rev.*, 1947, vol. 71, pp. 443-446. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.71.443>
22. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 1994, vol 32, pp. 1598-1610. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
23. Pope S.B. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000. 771 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>
24. Bogdanov S.N., Burtsev S.I., Ivanov O.P., Kupriyanova O.P. *Kholodil'naya tekhnika. Konditsionirovaniye vozdukh. Svoystva veshchestv. Spravochnik* [Refrigeration equipment. Air conditioning. Properties of substances. Handbook]. St. Petersburg, SPbGAKhPT, 1990. 320 p.
25. Grigor'yev I.S., Meylikhov E.Z. (eds.) *Fizicheskie velichiny. Spravochnik* [Physical quantities. Handbook]. Moscow, Energoatomizdat, 1991. 1232 p.
26. Issa R.I. Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput. Phys.*, 1985, vol. 62, pp. 40-65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9)

Поступила в редакцию 19.11.2020; после доработки 28.11.2020; принята к опубликованию 28.11.2020

Сведения об авторах

Карасев Тимофей Олегович, асп., Пермский национальный исследовательский университет (ПНИПУ), 614990, г. Пермь, Комсомольский пр-т, 29; e-mail: karasev.t@icmm.ru

Теймуразов Андрей Сергеевич, кфмн, нс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: tas@icmm.ru

Перминов Анатолий Викторович, дфмн, проф., ПНИПУ; e-mail: perminov1973@mail.ru