

DOI: [10.7242/1999-6691/2020.13.2.13](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.2.13)

УДК 519.6, 532.5

ОБРАБОТКА ДАННЫХ НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ЭКСПЕДИЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АЗОВСКОГО МОРЯ

А.И. Сухинов¹, А.М. Атаян¹, Ю.В. Белова¹, В.Н. Литвинов^{1,2}, А.В. Никитина^{3,4}, А.Е. Чистяков¹¹ Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация² Азово-Черноморский инженерный институт – филиал Донского ГАУ, Зерноград, Российская Федерация³ Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация⁴ ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокompьютеров», Таганрог, Российская Федерация

Описывается трёхмерная математическая модель гидродинамики, учитывающая процессы переноса солей и тепла в Азовском море и позволяющая получить трёхмерные поля скоростей водного потока, давления, плотности морской воды, солёности и температуры. Модель включает уравнения движения Навье–Стокса, уравнение неразрывности в случае переменной плотности, уравнения транспорта тепла и солей. Приведены граничные и начальные условия. Для аппроксимации по времени уравнения диффузии–конвекции–реакции использованы схемы с весами. Аппроксимация по пространственным переменным в задаче определения поля скорости движения водной среды выполнена методом баланса с учётом коэффициентов заполненности контрольных областей. Расчёт начальных распределений солёности и температуры, обладающих достаточной степенью гладкости в точках задания значений их полей, выполнен с применением уравнения Лапласа. Путём интерполяции и наложением границ области получены карты солёности и температуры Азовского моря. Исследованы стационарные режимы переноса тепла и солей. По результатам мониторинга водной акватории построены трёхмерные математические модели движения водной среды, предназначенные для прогнозирования возможных сценариев развития экосистемы Азовского моря, дающих возможность для изучения механизмов возникновения областей анаэробного заражения и принятия своевременных мер для их локализации. Для уточнения входных данных математической модели разработан и реализован алгоритм на основе фильтра Калмана, позволивший получить минимальную дисперсию несмещённой оценки состояния динамической системы. Перечислены элементы программного комплекса, с помощью которого можно моделировать гидродинамические процессы в мелководных водоёмах со сложными пространственными структурами течений, с транспортом солей и тепла.

Ключевые слова: математическое моделирование, гидродинамика, турбулентный обмен, мелководный водоём, фильтр Калмана, экспедиционные исследования

DATA PROCESSING OF FIELD MEASUREMENTS OF EXPEDITION RESEARCH FOR MATHEMATICAL MODELING OF HYDRODYNAMIC PROCESSES IN THE AZOV SEA

A.I. Sukhinov¹, A.M. Atayan¹, Y.V. Belova¹, V.N. Litvinov^{1,2}, A.V. Nikitina^{3,4} and A.E. Chistyakov¹¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation² Azov-Black Sea Engineering Institute of Don State Agrarian University, Zernograd, Russian Federation³ Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation⁴ Supercomputers and Neurocomputers Research Center, Taganrog, Russian Federation

This paper describes a three-dimensional mathematical hydrodynamic model capable of taking into account the processes of salt and heat transfer in the Azov Sea. The model allows obtaining three-dimensional fields of the vector of water flow rates, pressure, sea water density, salinity and temperature. The model is based on the equations of motion (Navier–Stokes), the continuity equation in the case of variable density, and the equations of heat and salt transport. The boundary and initial conditions are indicated. To approximate the equation of diffusion–convection–reaction in time, we analyzed the schemes with weights. The approximation of the problem of calculating the velocity field of the aquatic environment in terms of spatial variables was carried out on the basis of the balance method taking into account the occupancy ratios of the control areas. The stationary modes of the heat and salt transfer problem were investigated. The initial distribution of the salinity and temperature functions, which have a sufficient degree of smoothness at the points of setting the field values, was calculated using the Laplace equation. Using the interpolation algorithm and by superimposing the boundaries of the region, maps of salinity and temperature of the Sea of Azov were obtained. Based on the monitoring of the water area, three-dimensional mathematical models of the movement of the aquatic environment designed to predict possible scenarios for the development of the Azov Sea ecosystem were constructed in order to avoid the occurrence of anaerobic infection areas and take timely measures for their localization. The full-scale data obtained using different types of measuring instruments was used to develop observation models for prediction of the changes in hydrodynamic processes. A modified Kalman filter algorithm was applied to obtain unbiased minimum-variance state estimation for the dynamic system. A description is given of a software package that allows modeling hydrodynamic processes in shallow water bodies with complex spatial structures of currents, taking into account the transport of salts and heat.

Key words: mathematical modeling, hydrodynamics, turbulent exchange, shallow water, Kalman filter, expedition research

1. Введение

Реализация масштабных инженерных проектов, затрагивающих экологическое состояние водоёмов, требует его оперативного прогнозирования с целью снижения негативных воздействий на окружающую среду. В случае чрезвычайной ситуации в акватории водоёма требуется в ускоренном масштабе времени

предсказать развитие и возможные последствия происходящих гидродинамических процессов, что практически невозможно без численных методов и эффективных алгоритмов их реализации.

В работе предложен алгоритм обработки данных натурных экспериментов, полученных в ходе экспедиционных работ, нацеленных на изучение экологического состояния акватории Азовского моря. За основу взят фильтр Калмана. Обработанные натурные данные используются далее в комплексе взаимосвязанных математических моделей, включающем уравнения движения (Навье–Стокса), уравнение неразрывности для случая переменной плотности, а также уравнения транспорта солей и тепла.

Среди трудов российских учёных, посвящённых исследованию и прогнозу водных экосистем, следует выделить работы Марчука Г.И. [1], Матишова Г.Г. и Ильичёва В.Г. [2], Якушева Е.В. и Михайловского Г. Е. [3], Любимовой Т.П. и Паршаковой Я.Н. [4–7], Лепихина А.П. [4, 5, 7], и другие. Разработкой моделей, программных комплексов и информационных систем для мониторинга и прогнозирования состояния экосистем водных объектов занимаются целые научно-исследовательские центры и организации, однако существующие программные комплексы (SALMO, CHARISMA, «Mars3d», CHTDM, CARDINAL, PHOENICS, Экоинтегратор) имеют ряд недостатков, они не в полной мере отражают специфику прибрежных систем. Так, в них отсутствует учёт пространственно-неоднородного движения водной среды, недостаточна точность моделирования вихревых структур течений, рельефов берега и дна; получаемые решения неустойчивы при значительных (в 10–15 раз) перепадах глубин и изменении плотности водной среды [8–13].

В прибрежных системах Юга России в последнее десятилетие увеличилась частота наступления неблагоприятных и катастрофических явлений, к числу которых следует отнести: возникновение обширных зон гипоксии и сероводородного заражения в восточной части Азовского моря в 2001 г.; катастрофический шторм в ноябре 2006 г.; штормовые нагоны в 2007, 2014 гг., которые привели к человеческим жертвам и материальным потерям; обмеление Азовского моря и реки Дон в окрестностях города Таганрога (Ростовская область) в ноябре 2019 г., связанное с малым количеством осадков в бассейнах впадающих в Азовское море рек и сильным ветром, отгоняющим воду от побережья. Продолжается неблагоприятное перемещение донных отложений из устьевых районов реки Дон в западном направлении, вызывающее вытеснение традиционных видов флоры и фауны из восточной части Таганрогского залива, а также интенсивное цветение воды в заливе и размножение комара–звонца. Это далеко не полный перечень тех явлений и процессов, которые нуждаются в прогнозировании на основе взаимосвязанных моделей гидрофизики и биологической кинетики.

Одним из наиболее эффективных подходов к исследованию реальных гидродинамических процессов является в настоящее время математическое моделирование с применением данных дистанционного зондирования Земли. При этом актуальной остается проблема построения и практического использования эффективных методов вычислений, которые позволяли бы получать достаточно точное численное решение поставленных задач. Математическое моделирование природных систем, в том числе мелководных водоёмов, дополняет, а во многих случаях даёт возможность избежать дорогостоящих натурных экспериментов с реальной экосистемой.

Анализ существующих моделей и программных комплексов показал, что, наряду с перечисленными выше недостатками, они в ряде случаев не являются консервативными. Построению пространственно-трёхмерных консервативных моделей гидрофизических процессов в прибрежных системах и мелководных водоёмах, исследованию таких неблагоприятных явлений, как образование зон гипоксии, аноксии и заморных зон посвящены работы [14–18]. Их авторами разработаны подходы к расчёту коэффициента микротурбулентной диффузии в вертикальном направлении, а также программный комплекс AZOV3D. Комплекс AZOV3D использует пространственно-трёхмерные модели гидродинамики мелководных водоёмов (прибрежных систем), включающие: уравнения движения по всем трём координатным направлениям и учитывающие ветряное напряжение, трение о дно, сложные рельефы дна и береговой линии, силу Кориолиса, испарение и выпадение осадков, нелинейный характер микротурбулентного обмена по вертикальному направлению [14]. С помощью данного программного комплекса была выполнена реконструкция экстремального штормового нагона воды 23–24 сентября 2014 г. вблизи города Таганрога, когда при средней глубине залива 2 м подъём уровня составил более 4 м. Моделирование с использованием параллельного алгоритма, базирующегося на явных регуляризованных схемах гидродинамики [15], позволило с погрешностью 3–5% предсказать этот подъём.

В комплекс AZOV3D встроены программные блоки, отвечающие иерархическим гидробиологическим моделям, описывающим транспорт основных биологических веществ (соединений азота, фосфора и других), динамику фитопланктонных популяций, зоопланктона и некоторых видов промысловых рыб [16, 17]. Построены параллельные алгоритмы решения сеточных задач 3D гидродинамики, в которых применяются явные, регуляризованные по Четверушкину Б.М. схемы, и вследствие этого более чем в 70 раз, по сравнению с традиционными неявными схемами, ускоряется построение прогноза экстремального штормового нагона в Азовском море на сетках, включающих число расчётных узлов 10^7 и более [18].

2. Постановка модельной задачи

В основу разработанной модели расчёта трёхмерных полей скорости движения водной среды, температуры и солёности положена математическая модель гидродинамики мелководных водоёмов, учитывающая транспорт тепла и солей [19], в которую входят:

– уравнения движения Навье–Стокса

$$u'_t + uu'_x + vv'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (\mu w'_z)'_z + 2\Omega(v \sin \vartheta - w \cos \vartheta), \quad (1)$$

$$v'_t + uv'_x + vv'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (\mu w'_z)'_z + 2\Omega u \sin \vartheta, \quad (2)$$

$$w'_t + uw'_x + vv'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (\mu w'_z)'_z + 2\Omega u \cos \vartheta + g; \quad (3)$$

– уравнение неразрывности в случае переменной плотности

$$\rho'_t + (\rho u)'_x + (\rho v)'_y + (\rho w)'_z = 0; \quad (4)$$

– уравнение транспорта тепла

$$T'_t + uT'_x + vT'_y + wT'_z = (\mu T'_x)'_x + (\mu T'_y)'_y + (\mu T'_z)'_z + f_T; \quad (5)$$

– уравнение транспорта солей

$$S'_t + uS'_x + vS'_y + wS'_z = (\mu S'_x)'_x + (\mu S'_y)'_y + (\mu S'_z)'_z + f_S. \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) приняты обозначения: $\mathbf{V} = \{u, v, w\}$ — вектор скорости с компонентами u, v, w , направленными, соответственно, вдоль декартовых координат x, y, z ; P — полное гидродинамическое давление; S и T — солёность и температура водной среды; ρ — плотность водной среды; μ, ν — горизонтальная и вертикальная составляющие коэффициента турбулентного обмена; $\Omega = \Omega \cdot (\cos \vartheta \cdot \mathbf{j} + \sin \vartheta \cdot \mathbf{k})$ — угловая скорость вращения Земли; ϑ — широта места; g — ускорение свободного падения; f_T, f_S — источники тепла и соли (находятся на границе области); штрихи — дифференцирование по времени t или направлению x, y, z (в соответствии с нижним индексом). При этом из полного гидродинамического давления условно выделены две составляющие: функция давления столба жидкости и гидродинамическая часть [20]:

$$P(x, y, z, t) = p(x, y, z, t) + \rho_0 g z,$$

где p — гидростатическое давление невозмущённой жидкости, ρ_0 — плотность пресной воды при нормальных условиях (при 20°C); плотность имеет вид суммы

$$\rho = \tilde{\rho} + \rho_0,$$

где ρ_0 — плотность пресной воды при нормальных условиях, $\tilde{\rho}$ определяется уравнением, рекомендованным UNESCO [21]:

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_w + (8,24493 \cdot 10^{-1} - 4,0899 \cdot 10^{-3} T + 7,6438 \cdot 10^{-5} T^2 - 8,2467 \cdot 10^{-7} T^3 + 5,3875 \cdot 10^{-9} T^4) S + (-5,72466 \cdot 10^{-3} + 1,0227 \cdot 10^{-4} T - 1,6546 \cdot 10^{-6} T^2) S^{3/2} + 4,8314 \cdot 10^{-4} S^2, \quad (7)$$

где $\tilde{\rho}_w$ — плотность пресной воды, задаваемая полиномом

$$\tilde{\rho}_w = 999,842594 + 6,793952 \cdot 10^{-2} T - 9,095290 \cdot 10^{-3} T^2 + 1,001685 \cdot 10^{-4} T^3 - 1,120083 \cdot 10^{-6} T^4 + 6,536332 \cdot 10^{-9} T^5.$$

Уравнение (7) применимо в диапазоне: для солёности 0–42‰ и температуры от –2 до 40°C.

Система уравнений (1)–(6) в приложении к Азовскому морю рассматривалась при следующих граничных условиях:

– на входе (в устьях рек Дон и Кубань)

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1, \quad P'_n = 0, \quad T = T_1, \quad S = S_1;$$

– донная граница

$$\rho_v \mu (\mathbf{V}_\tau)'_n = -\boldsymbol{\tau}, \quad \mathbf{V}_n = 0, \quad P'_n = 0, \quad T'_n = 0, \quad S'_n = 0, \quad f_T = 0, \quad f_S = 0;$$

– боковая граница

$$(\mathbf{V}_\tau)'_n = 0, \quad \mathbf{V}'_n = 0, \quad P'_n = 0, \quad T'_n = 0, \quad S'_n = 0, \quad f_T = 0, \quad f_S = 0;$$

– верхняя граница

$$\rho_v \mu (\mathbf{V}_\tau)'_n = -\boldsymbol{\tau}, \quad w = -\omega - \frac{P'_n}{\rho g}, \quad P'_n = 0, \quad T'_n = 0, \quad S'_n = 0, \quad f_T = k_T (T_a - T), \quad f_S = \frac{\omega}{h_z - h_o} S;$$

– на выходе (во входе в Керченский пролив)

$$P'_n = 0, \quad \mathbf{V}'_n = 0, \quad T'_n = 0, \quad S'_n = 0, \quad f_T = 0, \quad f_S = 0.$$

Здесь: ω — интенсивность испарения жидкости; \mathbf{V}_n , \mathbf{V}_τ — нормальная и тангенциальная составляющие вектора скорости; ρ — плотность водной среды; ρ_v — плотность взвеси примесей; T_a — температура атмосферы; k_T — коэффициент передачи тепла между атмосферой и водной средой; h_z — шаг по глубине; $h_o = \omega \tau$ — толщина слоя жидкости, который испаряется за время τ ; $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_x, \tau_y, \tau_z\}$ — вектор тангенциального напряжения, который (рассчитывается по формулам:

– для свободной поверхности $\boldsymbol{\tau} = \rho_a C d_s |\mathbf{w}| \mathbf{w}$, где \mathbf{w} — вектор скорости ветра относительно воды, ρ_a — плотность атмосферы, $C d_s$ — безразмерный коэффициент поверхностного сопротивления, который зависит от скорости ветра и находится в диапазоне 0,0016–0,0032 [13];

– для дна $\boldsymbol{\tau} = \rho C d_b |\mathbf{V}| \mathbf{V}$, где $C d_b = g k_R^2 / h^{1/3}$, при этом k_R — групповой коэффициент шероховатости в формуле Мэннинга (изменяется в диапазоне 0,025–0,2), в процессе моделирования использовалось его значение 0,025, обусловленное преимущественным покрытием дна Азовского моря илистыми отложениями, $h = H + \eta$ — глубина акватории, H — глубина до невозмущённой поверхности, η — высота свободной поверхности относительно геоида (уровня моря).

В таблице 1 представлены данные о водном балансе Азовского моря.

Таблица 1. Водный баланс Азовского моря

Водные источники (стоки)	Интенсивность источников, м ³ /с
Гирла, Свиное, Кривое и Богдан	+82
Гирло* Песчаное	+199
Гирло Мериновое	+105
Гирло Мокрая Кутерьма	+185
Гирло Кутерьма	+424
Гирла Мертвый Донец и Средняя Кутерьма	+390
Кубань	+923
Черное море	–1587
Сиваш	–115
Испарение	–606

*Гирло (от укр. гирло) – название рукавов и проток в дельтах крупных рек, впадающих в Чёрное и Азовское моря

Система уравнений (1)–(6) решалась при следующих начальных условиях

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0, \quad T = T_0, \quad S = S_0.$$

Для расчёта начального распределения функций солёности и температуры, обладающих достаточной степенью гладкости в точках задания значений их полей, использовалось уравнение, применяемое при решении уравнения Лапласа для получения повышенного порядка точности:

$$\Delta\varphi - \Delta^2\varphi \cdot h^2/12 = 0, \quad (8)$$

где $\varphi \in \{S, T\}$, h — характерное расстояние между задаваемыми значениями соответствующего поля φ .

3. Метод решения задачи гидродинамики

Согласно методу определения поправки к давлению, исходная модель гидродинамики разбивалась на три подзадачи [22, 23].

Подзадача 1 представлялась уравнением диффузии–конвекции–реакции, при помощи которого вычислялись компоненты поля скорости водного потока на промежуточном временном слое:

$$\frac{\tilde{u} - u}{\tau} + u\tilde{u}'_x + v\tilde{u}'_y + w\tilde{u}'_z = (\mu\tilde{u}'_x)'_x + (\mu\tilde{u}'_y)'_y + (v\tilde{u}'_z)'_z + 2\Omega(v \sin \vartheta - w \cos \vartheta), \quad (9)$$

$$\frac{\tilde{v} - v}{\tau} + u\tilde{v}'_x + v\tilde{v}'_y + w\tilde{v}'_z = (\mu\tilde{v}'_x)'_x + (\mu\tilde{v}'_y)'_y + (v\tilde{v}'_z)'_z - 2\Omega u \sin \vartheta, \quad (10)$$

$$\frac{\tilde{w} - w}{\tau} + u\tilde{w}'_x + v\tilde{w}'_y + w\tilde{w}'_z = (\mu\tilde{w}'_x)'_x + (\mu\tilde{w}'_y)'_y + (v\tilde{w}'_z)'_z + 2\Omega u \cos \vartheta + g((\rho_0/\rho) - 1), \quad (11)$$

Следует отметить, что слагаемое $g((\rho_0/\rho) - 1)$ описывает плавучесть (силу Архимеда). Многочисленными экспериментами по моделированию движения среды в мелководных водоёмах, подобных Азовскому морю, установлено, что данное слагаемое вносит незначительный вклад в решение задачи, и им можно пренебречь.

Для аппроксимации уравнения диффузии–конвекции–реакции по времени использовались схемы с весами. Здесь $\tilde{u} = \sigma\tilde{u} + (1 - \sigma)u$, $\sigma \in [0, 1]$ — вес схемы.

Подзадача 2 — расчёт распределения давлений, базировался на уравнении Пуассона:

$$p''_{xx} + p''_{yy} + p''_{zz} = \frac{\hat{\rho} - \rho}{\tau^2} + \frac{(\hat{\rho}\tilde{u})'_x}{\tau} + \frac{(\hat{\rho}\tilde{v})'_y}{\tau} + \frac{(\hat{\rho}\tilde{w})'_z}{\tau}. \quad (12)$$

Значение поля скорости водного потока на верхней границе (поверхности водоёма) задавалось следующим образом: $w = -\omega - p'_t/(\rho g)$. При данном условии уравнение (12) принимало вид:

$$\left(\frac{p'_t}{\tau g h_z} \right)_k = \frac{1}{2} (p''_{xx} + p''_{yy})_k + \frac{p_{k+1} - p_k}{h_z^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\rho} - \rho}{\tau^2} + \frac{(\hat{\rho}\tilde{u})'_x}{\tau} + \frac{(\hat{\rho}\tilde{v})'_y}{\tau} \right) - \frac{(\hat{\rho}\tilde{w})_{k+1/2} + \hat{\rho}_k \omega}{\tau h_z},$$

где k — индекс расчётной сетки по вертикальному координатному направлению.

В качестве начального приближения для данной задачи использовались результаты её решения по упрощённой гидростатической модели, что значительно сократило время счёта.

Подзадача 3 заключалась в определении скоростей водного потока на следующем временном слое по явным формулам:

$$\frac{\hat{u} - \tilde{u}}{\tau} = -\frac{1}{\rho} p'_x, \quad \frac{\hat{v} - \tilde{v}}{\tau} = -\frac{1}{\rho} p'_y, \quad \frac{\hat{w} - \tilde{w}}{\tau} = -\frac{1}{\rho} p'_z,$$

где u , \tilde{u} , \hat{u} — поля скоростей на предыдущем, промежуточном и текущем слоях по времени соответственно, ρ , $\hat{\rho}$ — поля плотностей воды на предыдущем и текущем слоях по времени.

Расчётная область вписывалась в границы параллелепипеда. Для программной реализации трёхмерной математической модели гидродинамики наносилась равномерная сетка, ячейки которой характеризовались параметром $o_{i,j,k}$ — степенью «заполненности». В общем случае степень заполненности ячейки (i, j, k) связана с давлением водного столба на её дно и рассчитывалась согласно выражению [15]:

$$o_{i,j,k} = \frac{P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k} + P_{i,j-1,k} + P_{i-1,j-1,k}}{4\rho gh_z}$$

Аппроксимация по пространственным переменным в задаче расчёта поля скорости движения водной среды выполнена методом баланса с учётом коэффициентов заполненности контрольных областей.

4. Обработка данных натуральных измерений

Исследования проводились в 17 станциях в центрально–восточной части Азовского моря на научно-исследовательском судне «Денеб» Южного научного центра РАН (Рис. 1). В процессе реализации расчётов структуры течений в водоёмах с различной батиметрией самой большой проблемой была параметризация процесса турбулентного обмена. Поскольку именно турбулентная структура течения водного потока определяет интенсивность и характер протекания таких процессов, как транспорт наносов и перенос различных загрязняющих примесей, размыв дна. От механизмов турбулентного перемешивания зависит способность потока к самоочищению, его переносная способность. В ходе экспедиции с помощью акустического доплеровского измерителя течений Acoustic Doppler Current Profiler WHS600 Sentinel (зонда ADCP) получены данные о пульсациях скоростей водного потока в некоторых точках мелководных систем; выполнен ряд исследований на различных горизонтах водоёма; проведены анализы батиметрических проб. Таблица 2 содержит значения концентрации растворённого кислорода на станциях маршрута движения судна.

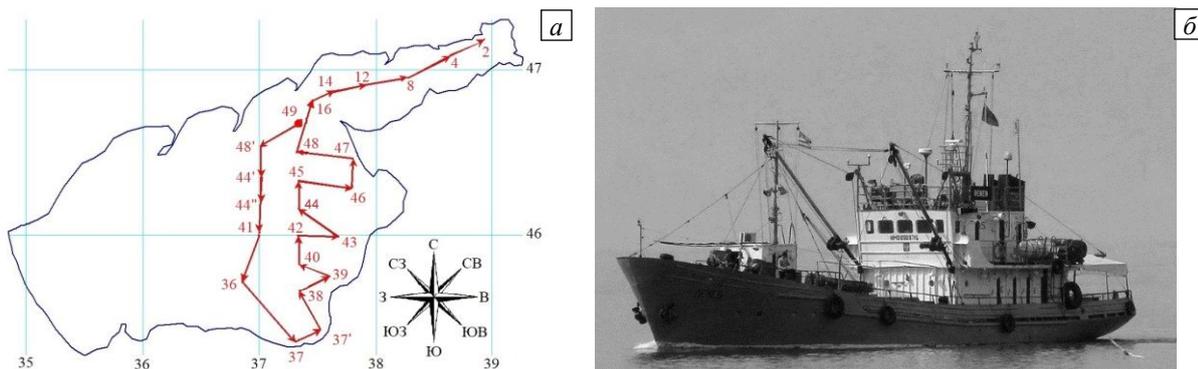


Рис. 1. Маршрут экспедиции в Азовском море и номера станций (а); научно-исследовательское судно «Денеб» (б)

Таблица 2. Концентрация кислорода, растворённого в Азовском море

Номер станции	Координаты станции	Результаты замеров			
		H , м	O_2 , мг/л		
1 (49)	46° 39, 569' С, 37° 20, 743' В	H , м	0	4	11,5
		O_2 , мг/л	9,02	8,53	5,32
2 (48')	46°29,725' С, 36°59,786' В	H , м	0	6	12
		O_2 , мг/л	12,69	13,03	0,66
3 (44')	46° 19, 693' С, 36° 59, 683' В	H , м	0	6	12
		O_2 , мг/л	5,75	4,94	0,61
12 (42)	45° 59, 906' С, 37° 20, 128' В	H , м	0	5,5	11
		O_2 , мг/л	9,21	9,87	1,41

Значения температуры, солёности и плотности измерялись при помощи зонда Sea Bird Electronics 19 Plus. На рисунке 2 приведены профили их распределения по глубине в указанных точках.

На основе натуральных данных о пульсациях скоростей водного потока в некоторых точках мелководных систем, полученных с помощью зонда ADCP, построен алгоритм фильтрации данных полей скоростей водного потока и создан соответствующий программный модуль. Для решения задачи фильтрации использовался двухэтапный алгоритм Калмана (Рис. 3).

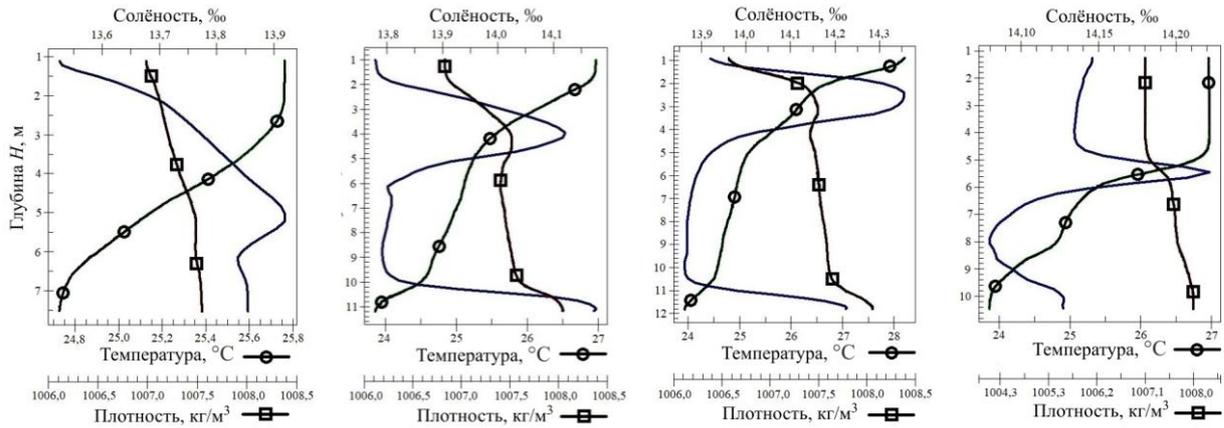


Рис. 2. Профили температуры, солёности и плотности в точках 1, 2, 3, 12

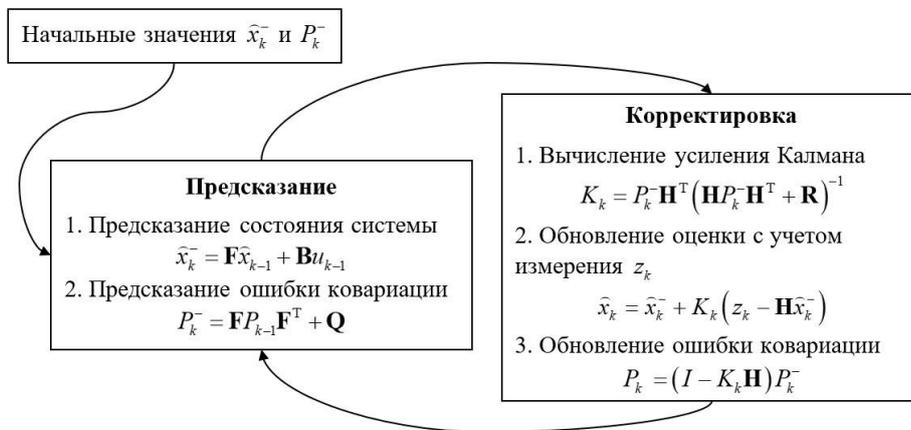


Рис. 3. Алгоритм адаптивного фильтра Калмана с начальными значениями [24]

Алгоритм фильтра Калмана составляют уравнения [24]

$$x_k = \mathbf{F}x_{k-1} + \mathbf{B}u_{k-1} + w_{k-1}, \quad z_k = \mathbf{H}x_k + v_k.$$

При этом: x_k — компоненты вектора состояния (переменные динамической системы в момент времени k), u_k — компоненты вектора, управляющего входом; \mathbf{F} — матрица, описывающая изменения состояния системы; \mathbf{B} — управляющая матрица для вектора воздействия; w_k — компоненты вектора шума процесса с ковариационной матрицей \mathbf{Q} ; z_k — компоненты вектора изменений; \mathbf{H} — матрица преобразования; v_k — компоненты вектора изменения шума для каждого наблюдения в векторе изменений с матрицей ковариации \mathbf{R} .

После реализации первого этапа — вычисления оценок состояния, определялись их соответствующие ошибки:

$$e_k^- \equiv x_k - \hat{x}_k^-, \quad e_k \equiv x_k - \hat{x}_k,$$

где e_k^- и e_k — априорная и апостериорная ошибки оценивания.

Уравнение для апостериорной оценки \hat{x}_k представляется как линейная комбинация априорной оценки \hat{x}_k^- и разности между фактическим измерением z_k и прогнозом измерения $\mathbf{H}\hat{x}_k^-$:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \mathbf{H}\hat{x}_k^-),$$

где K_k — компоненты матрицы усиления размерности, необходимые для минимизации апостериорной ошибки ковариации. Значения компонент K_k находятся так:

$$K_k = P_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} P_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1},$$

где $P_k^- = \mathbf{E} [e_k^- e_k^{-T}]$ выражается через априорную матрицу ковариации ошибки \mathbf{E} .

Второй этап отвечает за уточнение результата, рассчитанного на фазе предсказания при помощи соответствующих натуральных измерений, полученных с погрешностью измерительного прибора, и на их основе корректируется прогноз путём решения уравнений обновления измерения. Значения компонент матриц ковариаций \mathbf{R} и \mathbf{Q} подбирались специальным образом: \mathbf{R} — исходя из погрешности измерения прибора (среднеквадратичного отклонения), \mathbf{Q} — исходя из требуемого уровня фильтрации.

Как правило, ковариация шума измерений становится известной до применения фильтра. Определение ковариации ошибки шума измерений в большинстве случаев является практической задачей, так как в любой момент необходимо быть готовым для зондирования текущего состояния процесса.

Диагностирование проводилось по вертикали до дна и начиналось от ближней зоны чувствительности ADCP зонда, то есть нижней границы диапазона профилирования, указанного в технической документации. Профилограф работает на доплеровском эффекте, передает акустический сигнал на фиксированной частоте и принимает отраженный на неоднородностях водной среды сигнал в расположенной под излучателем толще водного столба. Изучено влияние изменения значений коэффициента вертикального турбулентного обмена на содержание растворённого кислорода в придонном слое мелководного водоёма. Примерно на глубине 3 м и ниже коэффициент вертикального турбулентного обмена близок к нулю, что означает пониженный турбулентный обмен по вертикали в данной области и объясняет явление гипоксии в придонном слое центрально-восточной части Азовского моря в летний период. Исходными данными для решения поставленной задачи являлись: количество элементов разрешения (по глубине их число составляло 128), шаг измерения по глубине (был взят 10 см), период измерений (равнялся 1 с), количество измерений на каждой станции (менялось в пределах от 200 до 1000).

Рисунок 4 демонстрирует пример работы программы, предназначенной для устранения зашумлённости измеренных экспедиционных данных поля скорости водного потока. За счёт применения фильтра Калмана разброс данных и амплитуда колебаний заметно снижаются, что в свою очередь позволяет более адекватно оценивать информацию, полученную в ходе натуральных экспериментов. При приложении к конкретной задаче фильтр Калмана может быть использован для уменьшения шумов натуральных данных о полях скорости течений водной среды.

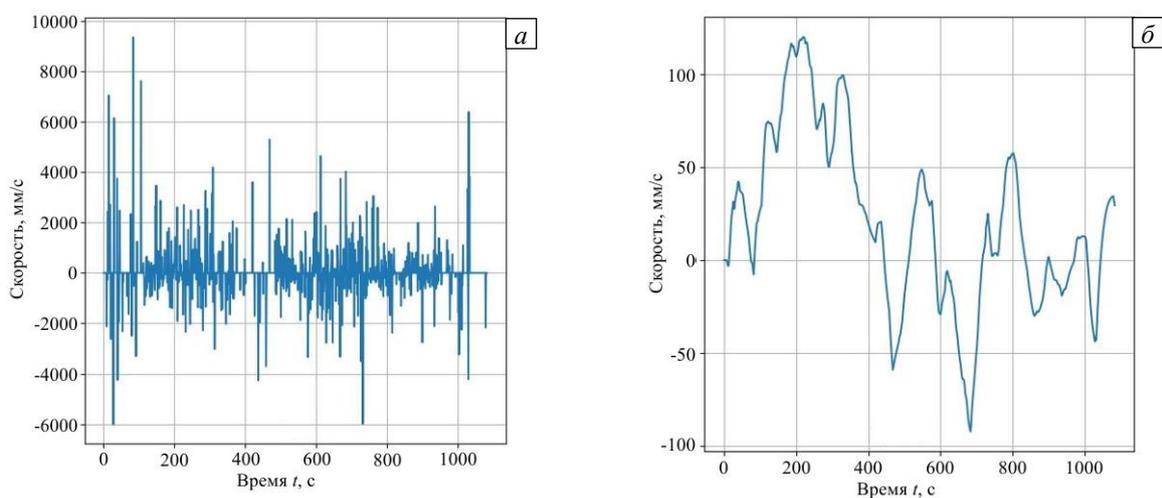


Рис. 4. Применение фильтра Калмана для устранения зашумленности данных: исходные данные с погрешностью измерительного прибора (а), данные после алгоритма фильтрации (б)

Рисунок 5 демонстрирует результат работы программного обеспечения, предназначенного для устранения зашумлённости экспедиционных измерений, на примере одной из составляющих вектора скорости водного потока. Цветом выделена скорость водного потока в мм/с в соответствии с приведённой цветовой шкалой.

Турбулентность рассчитывается непосредственно из уравнений Навье–Стокса и находится при численном моделировании естественным путём, если вертикальное разрешение сетки позволяет воспроизвести все механизмы вплоть до вязкой диссипации с очень мелкими вихрями. Таким образом, при больших вертикальных размерах сеток — аналогов исследуемых областей, подавляются механизмы вертикального турбулентного обмена, что означает необходимость выбора достаточно малых масштабов

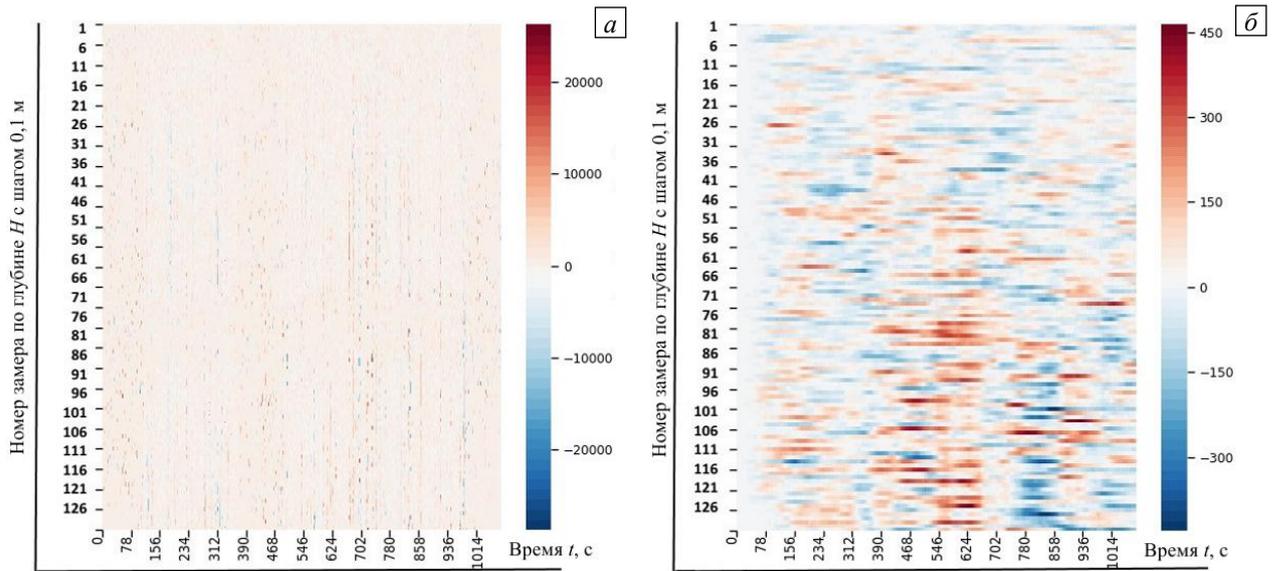


Рис. 5. Применение фильтра Калмана для устранения зашумлённости данных для скорости в двумерном случае: данные с погрешностью измерительного прибора (а), данные после алгоритма фильтрации (б)

вертикального разрешения. В этом состоит идея подсеточной модели Д. Смагоринского, в которой также к молекулярной вязкости добавляется турбулентная вязкость. Турбулентная вязкость определяется через длину смешения, которая соответствует размеру малых вихрей: $\nu \sim \varepsilon^{1/3} \cdot \Delta^{4/3}$, где ε — среднее значение скорости диссипации энергии турбулентности, приходящейся на единицу объёма, где Δ — характерный масштаб сетки.

Турбулентную вязкость можно выразить по-другому: $\nu = C_s^2 \Delta^2 \bar{s}^{1/2}$. Здесь: C_s — безразмерная эмпирическая константа (константа Смагоринского), значение которой определяется из расчёта процесса затухания однородной изотропной турбулентности, и оно должно обеспечивать соответствие экспериментальным измерениям; \bar{s} — скорость диссипации: $\bar{s} = 2\bar{s}_{ij} \cdot \bar{s}_{ij}$, где \bar{s}_{ij} — осредненный тензор скоростей деформации, $\bar{s} \sim \varepsilon^{2/3} \Delta^{4/3}$.

Выполненные численные эксперименты на основе данных замеров во всех точках на пути экспедиции позволили получить распределение коэффициента вертикального турбулентного обмена в Азовском море. На рисунке 6 приведена информация в четырёх характерных точках.

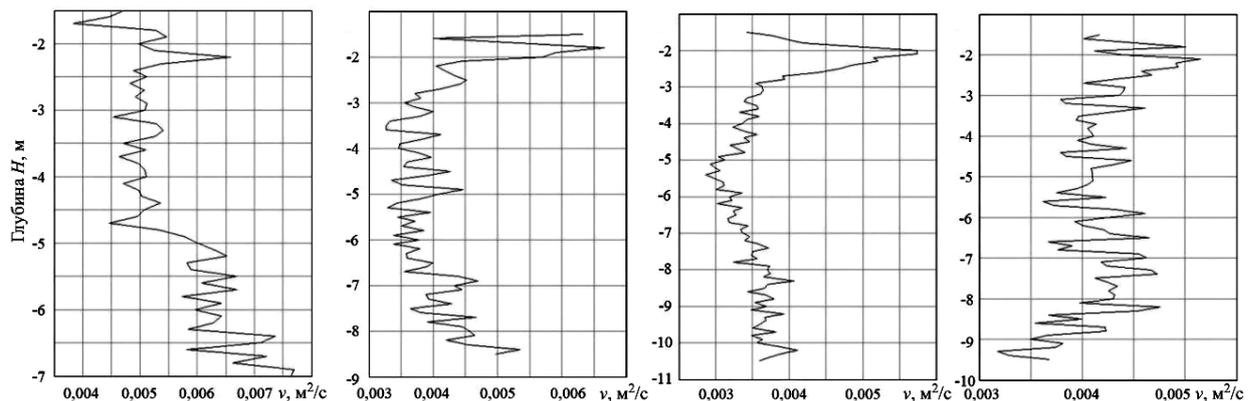


Рис. 6. Характер коэффициента вертикального турбулентного обмена в точках 1, 2, 3, 12

Разработанное программное обеспечение позволило обработать большой объём данных натуральных наблюдений движения и параметров водной среды в акватории Азовского моря, который был получен в ходе экспедиционных исследований с использованием гидрофизического зонда ADCP. Основываясь на результатах анализа экспедиционных измерений, проведённых авторами, можно утверждать, что в центрально-восточной части существует область, в которой происходят заморные явления биоты (массовая гибель исторически сложившейся совокупности всех живых организмов, обитающих на данной территории). Причем появление этой области носит сезонный характер.

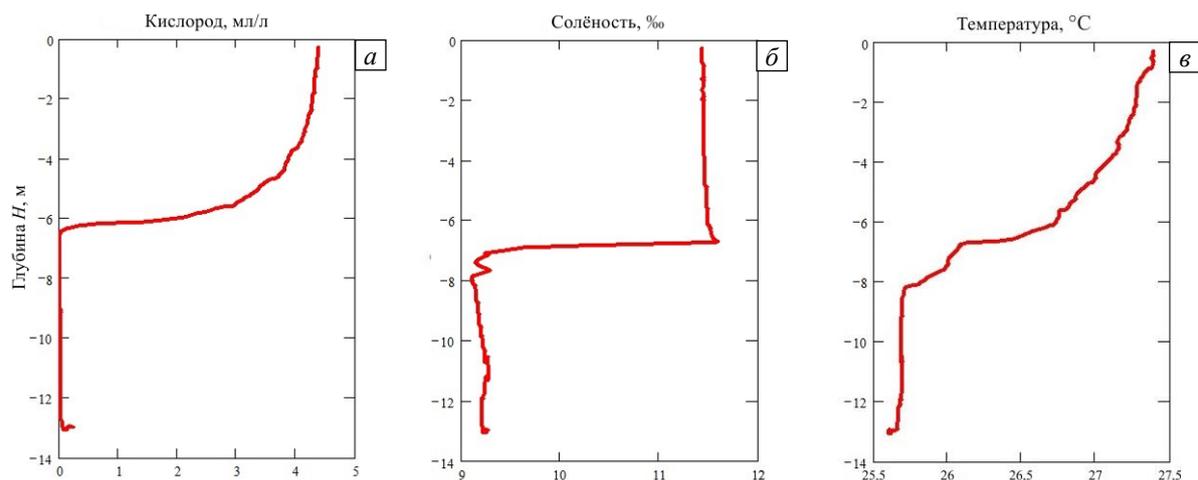


Рис. 7. Профили растворённого кислорода (а), солёности (б) и температуры (в) в зависимости от глубины

На рисунке 7 представлены результаты натурных измерений температуры, солёности и растворённого кислорода, установленные при помощи гидрофизического зонда Sea Bird Electronics 19 Plus на одной из экспедиционных станций. Из рисунка видно, что содержание кислорода на глубине более 6,5 метров близко к нулю. На данной станции наблюдалось явление аноксии, которое периодически (не каждый год), преимущественно в летний период возникает в Азовском море и сопровождается катастрофическими последствиями: массовой гибелью рыбы на обширной территории. Механизмы образования аноксии для мелководных и глубоководных морей различны. В Азовском море аноксия — результат вихревой структуры течений: вихри являются «природными ловушками» для взвешенных веществ; органика, попадая в «захват» постепенно опускается на дно данного района и образует органический осадок. Вследствие своей мелководности в летний период Азовское море хорошо прогревается, и запускается процесс разложения органики на дне водоёма с выделением сероводорода, который вступает в реакцию с растворённым кислородом.

5. Описание программного комплекса и результаты численных экспериментов

При решении задачи обработки гидрологической информации получены изолинии солёности и температуры в поверхностном слое. Для этого применен алгоритм распознавания. Далее с помощью алгоритма интерполяции и путём наложения границ области составлены карты солёности и температуры Азовского моря (Рис. 8).

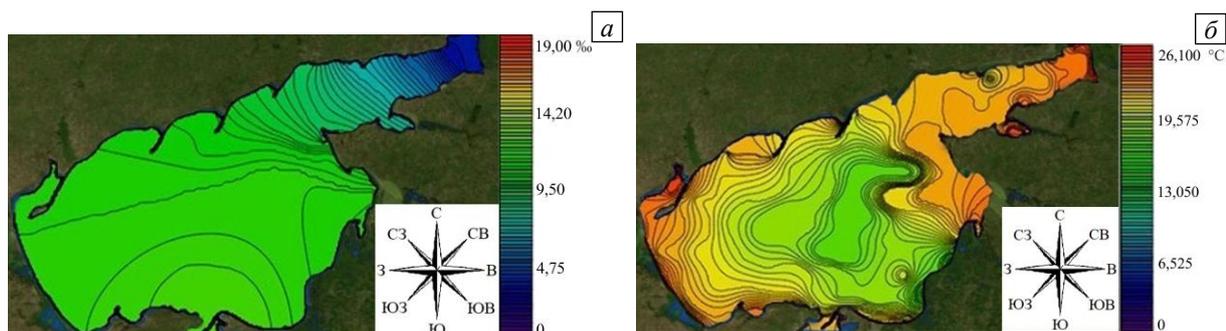


Рис. 8. Восстановленные поля солёности (а) и температуры (б) Азовского моря

В результате проведённых исследований разработан программный комплекс, позволяющий более точно изображать гидродинамические процессы, транспорт солей и тепла в мелководных водоёмах, подобных Азовскому морю, со сложными пространственными структурами течений в условиях уменьшения пресноводного стока реки Дон, увеличения стока высокосолёных вод озера Сиваш и фильтрации вод солёных озёр на северо-востоке Крыма. В программной реализации математических моделей учитывалась сила Кориолиса, ветровые течения и трение о дно, турбулентный обмен, испарение, стоки рек, а также сложная геометрия дна и береговой линии. Расчётная область соответствовала физическим размерам Азовского моря: длина равнялась 355 км, ширина 233 км, шаг по пространству в горизонтальном направлении составлял 1000 м, временной интервал 30 суток.

Для реконструкции экологической катастрофы была построена трёхмерная математическая модель, описывающая гидрофизические процессы, происходящие в мелководных водоёмах. На рисунке 9 приведены результаты численного моделирования движения водной среды (водные потоки) в акватории Азовского моря на основе программного комплекса «AZOV3d». В восточной части Азовского моря можно наблюдать область с вихревой структурой течений (с природными ловушками), в которой может находиться достаточно большое количество отмершей органики, ранее вовлеченной в движение водотока. Предположительно, данные явления привели к экологической катастрофе в июле 2001 года в Азовском море, когда на площади более 1000 км² возникла зона анаэробного (сероводородного) заражения и наблюдалась массовая гибель икhtiофауны. Видно, что на мелководье водные потоки направлены преимущественно по ветру. В глубоководных участках, вследствие разности уровней водной среды в толще водоёма, поток направлен против ветра. Для изучения полей течений в Азовском море удобно использовать интегральную характеристику:
$$U = \int_{\eta}^H u dz .$$

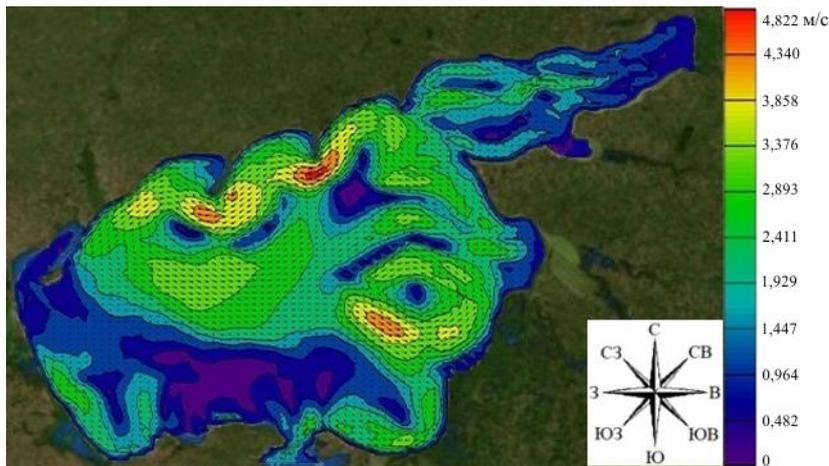


Рис. 9. Результаты математического моделирования движения водной среды (водные потоки) при скорости ветра 5 м/с, дующего в восточном направлении

Проведены комплексные экспедиционные измерения параметров водной среды в акватории Азовского моря и Таганрогского залива для обновления баз данных многолетних наблюдений о состоянии их водной среды. На рисунке 10 приведены профили горизонтальных составляющих вектора скорости водного потока (тонкая линия — результаты численных экспериментов, толстая линия — натурных измерений). Относительное отклонение расчётных гидрофизических параметров, полученных в результате моделирования и натурных опытов, находится в пределах от 15 до 20%. Дальнейшее повышение точности модели осложнено тем, что результаты натурных экспериментов при одних и тех же условиях по некоторым параметрам могут значительным образом отличаться от среднего значения.

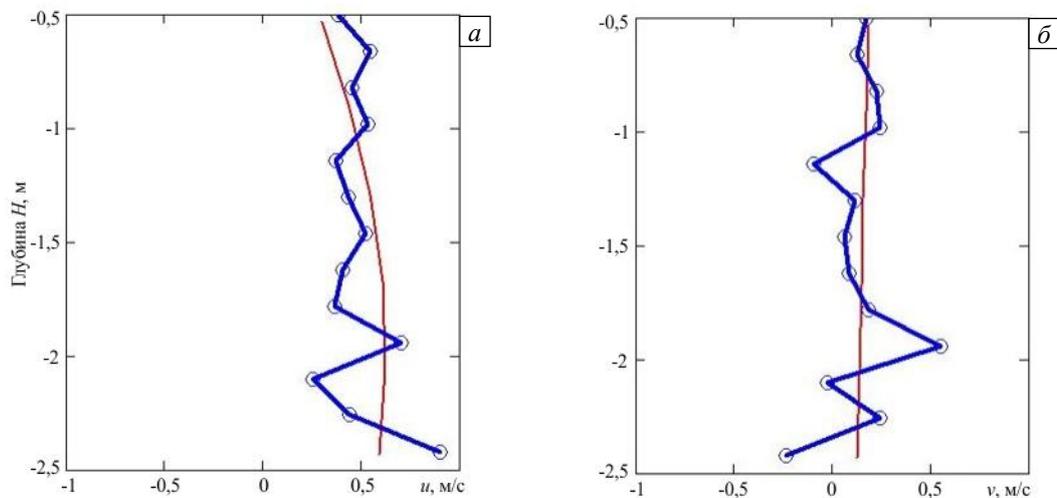


Рис. 10. Профили горизонтальных компонент вектора скорости: u – составляющая, направленная с запада на восток (а); v – составляющая, направленная с севера на юг (б)

На основе мониторинга водной акватории построены трёхмерные математические модели гидродинамических процессов, предназначенные для прогнозирования возможных сценариев развития экосистемы Азовского моря, необходимые для изучения механизмов возникновения областей анаэробного заражения и принятия своевременных мер для их локализации.

6. Выводы

Предложенная модель гидродинамических процессов в мелководных водоёмах позволяет определить поля трёхмерного вектора скорости водного потока, давления, плотности морской воды, солёности, температуры. На мелководье большое влияние на характер течений оказывает геометрия дна водоёма. При разработке моделей гидродинамики мелководных водоёмов использовались результаты экспедиционных измерений. Производились замеры скоростей течения водного потока с помощью зонда ADCP, показывающего мгновенные значения вертикального профиля скорости водного потока. При настройке прибора задавались: шаг по вертикали, количество измерений по вертикали, частота измерений. Для фильтрации натуральных данных применялся алгоритм Калмана. Сопоставление результатов моделирования и натуральных измерений коэффициента вертикального турбулентного обмена на различных горизонтах водоёма позволило сделать вывод о том, что расчётные данные о турбулентных процессах в мелководных водоёмах на основе подсеточной модели турбулентности Смагоринского лучше всего согласуются с натурными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-07-00623).

Литература

1. Марчук Г.И., Каган Б.А. Динамика океанских приливов. Л.: Гидрометеоздат, 1983. 359 с.
2. Матишов Г.Г., Ильичев В.Г. Об оптимальной эксплуатации водных ресурсов. Концепция внутренних цен // ДАН. 2006. Т. 406, № 2. С. 249-251. (English version <https://doi.org/10.1134/S1028334X06010211>)
3. Yakushev E.V., Mikhailovsky G.E. Mathematical modeling of the influence of marine biota on the carbon dioxide ocean-atmosphere exchange in high latitudes // Air-Water Gas Transfer. Selected papers from the Third Int. Symp. / Ed. V. Jaehne, E.C. Monahan. Hanau: AEON Verlag Studio, 1995. P. 37-48.
4. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Гуальтьери К., Лэйн С.Н., Ру Б. Влияние гидродинамических режимов на смешение вод сливающихся рек // Вычисл. мех. сплош. сред. 2018. Т. 11, № 3. С. 354-361. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.3.26>
5. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н. Численное моделирование отведения высокоминерализованных сточных вод в водные объекты с целью усовершенствования конструкций выпускных устройств // Вычисл. мех. сплош. сред. 2019. Т. 12, № 4. С. 427-434. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.36>
6. Любимова Т.П., Паршакова Я.Н. Моделирование распространения тепловых загрязнений в крупных водных объектах // Вода и экология: проблемы и решения. 2019. № 2(78). С. 92-101. <https://doi.org/10.23968/2305-3488.2019.24.2.92-101>
7. Parshakova Ya.N., Lyubimova T.P., Lyakhin Yu.S., Lepikhin A.P. Computer simulation of thermal processes in water bodies under different hydrometeorological conditions // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. Vol. 1163. 012034. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1163/1/012034>
8. Oliger J., Sundstorm A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary value problems in fluid dynamics // SIAM J. Appl. Math. 1978. Vol. 35. P. 419-446.
9. Marchesiello P., McWilliams J.C., Shchepetkin A. Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models // Ocean Model. 2001. Vol. 3. P. 1-20. [https://doi.org/10.1016/S1463-5003\(00\)00013-5](https://doi.org/10.1016/S1463-5003(00)00013-5)
10. Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А., Пелиновский Е.Н. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 271 с.
11. Андросов А.А., Вольцингер Н.Е. Пролиты мирового океана. Общий подход к моделированию. СПб.: Наука, 2005. 188 с.
12. Tran J.K. A predator-prey functional response incorporating indirect interference and depletion // Verh. Internat. Verein Limnol. 2008. Vol. 30. P. 302-305.
13. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Coastal hydrodynamics in a windy lagoon // Comput. Fluid. 2013. Vol. 77. P. 24-35. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.02.003>
14. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Матем. моделирование. 2011. Т. 23, № 3. С. 3-21. (English version <https://doi.org/10.1134/S2070048211050115>)
15. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Шишени А.В., Тимофеева Е.Ф. Предсказательное моделирование прибрежных гидрофизических процессов на многопроцессорной системе с использованием явных схем // Матем. моделирование. 2018. Т. 30, № 3. С. 83-100. (English version <https://doi.org/10.1134/S2070048218050125>)
16. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е., Семенов И.С. Математическое моделирование условий формирования заморозов в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе // Выч. мет. программирование. 2013. Т. 14, № 1. С. 103-112.
17. Sukhinov A., Isayev A., Nikitina A., Chistyakov A., Sumbaev V., Semenyakina A. Complex of models, high-resolution schemes and programs for the predictive modeling of suffocation in shallow waters // Parallel Computational

- Technologies. PCT 2017 / Ed. L. Sokolinsky, M. Zymbler. Springer, 2017. P. 169-185. https://doi.org/10.1007/978-3-319-67035-5_13
18. Сухинов А.И., Проценко Е.А., Чистяков А.Е., Шретер С.А. Сравнение вычислительных эффективностей явной и неявной схем для задачи транспорта наносов в прибрежных водных системах // Выч. мет. программирование. 2015. Т. 16, № 3. С. 328-338. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v16r332>
 19. Гуцин В.А., Семенякина А.А., Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Никитина А.В. Модель транспорта и трансформации биогенных элементов в прибрежной системе и ее численная реализация // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2018. Т. 58, № 8. С. 120-137. <https://doi.org/10.31857/S004446690002007-8>
 20. Белоцерковский О.М., Опарин А.М., Четкин В.М. Турбулентность. Новые подходы. М.: Наука, 2003. 286 с.
 21. Fofonoff N.P., Millard Jr. R.C. Algorithms for the computation of fundamental properties of seawater. Unesco, 1983. 53 p. <http://hdl.handle.net/11329/109>
 22. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: URSS, 2009. 246 с.
 23. Коновалов А.Н. Метод скорейшего спуска с адаптивным попеременно-треугольным переобусловливателем // Дифференциальные уравнения. 2004. Т. 40, № 7. С. 953-963. (English version <https://doi.org/10.1023/B:DIEQ.0000047032.23099.e3>)
 24. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // J. Basic Eng. 1960. Vol. 82. P. 35-45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
 25. Фильтр Калмана – Введение [Электронный ресурс] URL: <https://baumanka.pashinin.com/IU2/sem11/Фильтр%20Калмана/Проги/калман/Фильтр%20Калмана%20—%20Введение%20%20%20Хабрахабр.html> (дата обращения: 25.06.2020).

References

1. Marchuk G.I., Kagan B.A. *Dinamika okeanskikh prilivov* [Ocean tide dynamics]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1983. 359 p.
2. Matishov G.G., Il'ichev V.G. Optimal utilization of water resources: The concept of internal prices. Dokl. Earth Sc., 2006, vol. 406, pp. 86-88. <https://doi.org/10.1134/S1028334X06010211>
3. Yakushev E.V., Mikhailovsky G.E. Mathematical modeling of the influence of marine biota on the carbon dioxide ocean-atmosphere exchange in high latitudes. *Air-Water Gas Transfer. Selected papers from the Third Int. Symp.*, ed. B. Jaehne, E.C. Monahan. Hanau: AEON Verlag Studio, 1995. P. 37-48.
4. Lyubimova T.P., Lepikhin A.P., Parshakova Ya.N., Gualt'eri C., Lane S.N., Roux B. Influence of hydrodynamic regimes on mixing of waters of confluent rivers. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2018, vol. 11, no. 3, pp. 354-361. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.3.26>
5. Lyubimova T.P., Lepikhin A.P., Parshakova Ya.N. Numerical simulation of wastewater discharge into water objects to improve discharge devices. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2019, vol. 12, no. 4, pp. 427-434. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.36>
6. Lyubimova T.P., Parshakova Ya.N. Modeling propagation of thermal pollution in large water bodies. *Voda i ekologiya: problemy i resheniya – Water and ecology*, 2019, no. 2(78), pp. 92-101. <https://doi.org/10.23968/2305-3488.2019.24.2.92-101>
7. Parshakova Ya.N., Lyubimova T.P., Lyakhin Yu.S., Lepikhin A.P. Computer simulation of thermal processes in water bodies under different hydrometeorological conditions. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, vol. 1163, 012034. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1163/1/012034>
8. Oliger J., Sundstorm A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary value problems in fluid dynamics. *SIAM J. Appl. Math.*, 1978, vol. 35, pp. 419-446.
9. Marchesiello P., McWilliams J.C., Shchepetkin A. Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models. *Ocean Model.*, 2001, vol. 3, pp. 1-20. [https://doi.org/10.1016/S1463-5003\(00\)00013-5](https://doi.org/10.1016/S1463-5003(00)00013-5)
10. Vol'tsinger N.E., Klevannyi K.A., Pelinovskiy E.N. *Dlinnovolnovaya dinamika pribrezhnoy zony* [The long-wave dynamics of the coastal zone]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1989. 271 p.
11. Androsov A.A., Vol'tsinger N.E. *Prolivy mirovogo okeana. Obshchiy podkhod k modelirovaniyu* [Straits of the oceans. General approach to modeling]. St. Petersburg, Nauka, 2005. 188 p.
12. Tran J.K. A predator-prey functional response incorporating indirect interference and depletion. *Verh. Internat. Verein Limnol.*, 2008, vol. 30, pp. 302-305.
13. Alekseenko E., Roux B., Sukhinov A., Kotarba R., Fougere D. Coastal hydrodynamics in a windy lagoon. *Comput. Fluid.*, 2013, vol. 77, pp. 24-35. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.02.003>
14. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Alekseenko E.V. Numerical realization of three-dimensional model of hydrodynamics for shallow water basins on high-performance system. *Math. Models Comput. Simul.*, 2011, vol. 3, pp. 562-574. <https://doi.org/10.1134/S2070048211050115>
15. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Shishenya A.V., Timofeeva E.F. Predictive modeling of coastal hydrophysical processes in multiple-processor systems based on explicit schemes. *Math. Models Comput. Simul.*, 2018, vol. 10, pp. 648-658. <https://doi.org/10.1134/S2070048218050125>
16. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenov I.S. Mathematical modeling of the formation of suffocation conditions in shallow basins using multiprocessor computing systems. *Vych. met. programirovaniye – Numerical Methods and Programming*, 2013, vol. 14, no. 1, pp. 103-112.
17. Sukhinov A., Isayev A., Nikitina A., Chistyakov A., Sumbaev V., Semenyakina A. Complex of models, high-resolution schemes and programs for the predictive modeling of suffocation in shallow waters. *Parallel Computational Technologies. PCT 2017*, ed. L. Sokolinsky, M. Zymbler. Springer, 2017. P. 169-185. https://doi.org/10.1007/978-3-319-67035-5_13

18. Sukhinov A.I., Protsenko E.A., Chistyakov A. E., Shreter S.A. Comparison of computational efficiency of explicit and implicit schemes for the sediment transport problem in coastal zones. *Vych. met. programmirovaniye – Numerical Methods and Programming*, 2015, vol. 16, no. 3, pp. 328-338. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v16r332>
19. Gushchin V.A., Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A. A model of transport and transformation of biogenic elements in the coastal system and its numerical implementation. *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2018, vol. 58, pp. 1316-1333. <https://doi.org/10.1134/S0965542518080092>
20. Belotserkovskiy O.M., Oparin A.M., Chechetkin V.M. *Turbulentnost'. Novyye podkhody* [Turbulence. New approaches]. Moscow, Nauka, 2003. 286 p.
21. Fofonoff N.P., Millard Jr. R.C. *Algorithms for the computation of fundamental properties of seawater*. Unesco, 1983. 53 p. <http://hdl.handle.net/11329/109>
22. Samarskiy A.A., Vabishchevich P.N. *Chislennyye metody resheniya zadach konveksii-diffuzii* [Numerical methods for solving convection-diffusion problems]. Moscow, URSS, 2009. 246 p.
23. Konovalov A.N. The steepest descent method with an adaptive alternating-triangular preconditioner. *Differential Equations*, 2004, vol. 40, pp. 1018-1028. <https://doi.org/10.1023/B:DIEQ.0000047032.23099.e3>
24. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *J. Basic Eng.*, 1960, vol. 82, pp. 35-45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
25. Kalman Filter – Introduction [Electronic resource] URL: [https://baumanka.pashinin.com/IU2/sem11/Filtr%20 Calmana /Progi/calman/ Filtr %20 Calmana %20—%20Vvedenie%20%20%20Khabrakhabr.html](https://baumanka.pashinin.com/IU2/sem11/Filtr%20Calmana/Progi/calman/Filtr%20Calmana%20—%20Vvedenie%20%20%20Khabrakhabr.html) (accessed 25 June 2020).

Поступила в редакцию 27.04.2020; после доработки 28.06.2020; принята к опубликованию 03.07.2020

Сведения об авторах

Сухинов Александр Иванович, чл.-корр. РАН, дфмн, проф., Донской государственный технический университет (ДГТУ), 344000, г. Ростов-на-Дону, Площадь Гагарина, 1; e-mail: sukhinov@gmail.com

Атаян Ася Михайловна, б/с, асс., ДГТУ; e-mail: atayan24@mail.ru

Белова Юлия Валерьевна, б/с, асс., ДГТУ; e-mail: yvbelova@yandex.ru

Литвинов Владимир Николаевич, ктн, доц., Азово-Черноморский инженерный институт – филиал Донского государственного аграрного университета Донского ГАУ), 347740, г. Зерноград, ул. Ленина, 21; e-mail: LitvinovVN@rambler.ru

Никитина Алла Валерьевна, дтн, проф., Южный федеральный университет, (ЮФУ), 344000, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42; e-mail: nikitina.vm@gmail.com

Чистяков Александр Евгеньевич, дфмн, проф., ДГТУ; e-mail: cheese_05@mail.ru