

DOI: [10.7242/1999-6691/2019.12.4.39](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.39)

УДК 532.5:532.61

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АКСИАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ И ЧАСТОТЫ НА ТЕЧЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОЙ ЗОНЫ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

Т.П. Любимова^{1,2}, Я.Н. Паршакова¹, Р.В. Скуридин¹¹ *Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация*² *Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация*

Вибрационное воздействие на неоднородные среды является одним из механизмов управления процессами, происходящими в этих средах. Для гидродинамических систем вибрации могут сильно влиять на характер движения и форму поверхности раздела и приводить к поведению, которое значительно отличается от поведения в статических полях. В настоящей работе численно исследуются течения и деформации поверхности цилиндрической жидкой зоны, окруженной коаксиальным слоем газа. Сверху и снизу система ограничена параллельными твердыми пластинами, совершающими аксиальные вибрации с конечной амплитудой и частотой. Задача решается для условий невесомости. Цель работы состоит в исследовании и объяснении природы новых вибрационных явлений, наблюдаемых в экспериментах. Расчеты проводятся в рамках полной неосредненной постановки с использованием метода объема жидкости. Получены данные о мгновенных и средних полях скорости и мгновенной и средней форме поверхности раздела жидкость–газ при различных частотах и амплитудах вибраций. Показано, что аксиальные вибрации торцев генерируют волны на поверхности раздела, распространяющиеся внутрь к центру зоны. Поверхностными волнами индуцируется среднее течение, направленное вблизи поверхности раздела от колеблющихся пластин к центру жидкой зоны. Кроме того, при наличии вибраций вблизи твердых пластин возникает среднее течение в виде тороидальных вихрей с направлением движения от поверхности раздела к оси зоны. В условиях неоднородного нагрева вблизи поверхности раздела цилиндрической жидкой зоны формируется термокапиллярное течение, влияние вибраций на которое также изучается в статье. Показано, что вибрации приводят к подавлению интенсивности термокапиллярной конвекции.

Ключевые слова: жидкая зона, аксиальные вибрации, среднее течение, волны на поверхности раздела, прямое численное моделирование

NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF AXIAL VIBRATIONS OF FINITE AMPLITUDE AND FREQUENCY ON FLOWS AND MENISCUS DEFORMATIONS IN A LIQUID ZONE UNDER ZERO GRAVITY CONDITIONS

T.P. Lyubimova^{1,2}, Ya.N. Parshakova¹ and R.V. Skuridin¹¹ *Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation*² *Perm State University, Perm, Russian Federation*

Vibrational effect on heterogeneous systems is one of the mechanisms for controlling the processes occurred in these systems. For hydrodynamical systems, vibrations can greatly affect the type of flows and the shape of the interfaces, leading to the behavior that is significantly different from that in static fields. In this paper, the flows and interface deformations are studied numerically for a cylindrical liquid zone surrounded by a coaxial layer of gas. In vertical direction the system is bounded by the parallel rigid plates subjected to the axial vibrations of finite frequency and amplitude. The aim of the work is to study and explain the nature of new vibrational phenomena observed experimentally. The study is performed in the framework of a full non-average approach using the fluid volume method. The data are obtained on the instantaneous and average velocity fields and the instantaneous and average shape of the interface at various frequencies and amplitudes of vibrations. It is shown that the axial vibrations of the rigid plates induce the waves at the interface which propagate from the plates to the zone center. These waves generate an average flow with the direction near interface from the oscillating plates to the zone center. Additionally, vibrations generate an average flow near rigid plates in the form of toroidal vortices with the direction near rigid plates from interface to the zone axis.

Key words: liquid zone, axial vibrations, average flow, waves at the interface, direct numerical simulation

1. Введение

Вибрации — простое низкоэнергетическое средство управления поведением неоднородных жидкостей. Одним из важных проявлений их действия на жидкости является возникновение средних течений. Начало исследованиям индуцируемых вибрациями средних течений положила работа Релея [1], в которой изучалась генерация среднего течения в стоковом пограничном слое около твердой поверхности при возбуждении стоячей акустической волны в канале. Шлихтингом [2] на основе рассмотрения вязкого пограничного слоя около колеблющейся твердой поверхности получены эффективные граничные условия для касательной компоненты средней скорости на твердой границе. В работе Лонге–Хиггинса [3] исследовались средние течения около свободной поверхности за счет распространяющихся по поверхности одномерных волн. Обобщение результатов Лонге–Хиггинса на случай двумерных волновых полей произведено в [4].

Влияние высокочастотных касательных вибраций на форму и устойчивость поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей впервые изучалось в экспериментах Вольфа [5], который показал, что такие вибрации приводят к формированию квазистационарного волнового рельефа на поверхности раздела. Любимов и Черепанов [6] дали теоретическое описание этого явления на основе предложенного ими осредненного подхода, нашли условия возникновения рельефа и показали, что рельеф образуется вследствие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца осциллирующих встречных потоков, вызванных действием вибраций. Дальнейшие исследования выявили ориентирующий эффект вибраций, имеющий место в разных физических ситуациях [7, 8] и обнаруживающийся в том, что при увеличении интенсивности вибраций наступает изменение ориентации поверхности раздела: ее положение, первоначально касательное к направлению вибраций, меняется на перпендикулярное к направлению вибраций. Это обусловлено тем, что поверхности раздела, ориентированные перпендикулярно направлению вибраций, имеют минимальную эффективную энергию.

Поведение поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей под действием горизонтальных вибраций конечной частоты выполнено в работе [9] в рамках невязкого приближения. Обнаружено, что при конечных частотах вибраций, кроме неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, которая приводит к возникновению рельефа, наблюдается параметрическая неустойчивость, связанная с наличием у системы собственных колебаний. В работе [10] проведен численный анализ этой задачи с учетом вязкости. Рассматривались жидкости с одинаковыми вязкостями. Показано, что вязкость оказывает слабое влияние на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, но значительно влияет на параметрическую неустойчивость.

Работы [11–13] посвящены изучению влияния вибраций на течения и теплообмен при выращивании кристаллов из расплава методом плавающей зоны. В них на основе осредненного подхода изучены пульсационные и средние течения, индуцируемые высокочастотными аксиальными вибрациями одного или обоих торцев, и взаимодействие этих течений с термокапиллярным течением, являющимся следствием зависимости поверхностного натяжения от температуры. В настоящей работе численно методом объема жидкости исследуются течения и деформации поверхности жидкой зоны под действием аксиальных вибраций конечной амплитуды и частоты в условиях невесомости, а также их связь с термокапиллярным течением в жидкой зоне, нагреваемой с помощью кольцевого нагревателя.

2. Постановка задачи: математическая модель и параметры

Рассматривается цилиндрический жидкий мостик радиусом R_c и высотой L , окруженный коаксиальным слоем газа толщиной $R_{out} - R_c$ (Рис. 1). В вертикальном направлении жидкость и газ

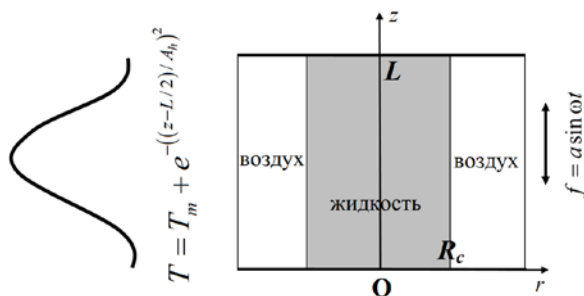


Рис. 1. Геометрия задачи

ограничены параллельными твердыми пластинами, совершающими осевые вибрации по закону $f = a \sin \omega t$ с конечной амплитудой a и круговой частотой $\omega = 2\pi f$ в одной фазе. Система нагревается с помощью кольцевого нагревателя, расположенного посередине зоны. Действие силы тяжести отсутствует.

В системе отсчета, связанной с колеблющимися торцами, система уравнений, описывающих течения и теплообмен в жидкой и газовой фазах, записывается следующим образом:

$$\rho_q \left(\frac{\partial \mathbf{v}_q}{\partial t} + \mathbf{v}_q \cdot \nabla \mathbf{v}_q \right) = -\nabla p_q + \mu_q \Delta \mathbf{v}_q - \rho_q a \omega^2 \mathbf{j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_q}{\partial t} + (\mathbf{v}_q \cdot \nabla) T_q = \chi_q \Delta T_q, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_q = 0. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{v}_q — скорость, T_q — температура, p_q — давление, ρ_q — плотность, μ_q — динамическая вязкость, \mathbf{j} — единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций, χ_q — коэффициент температуропроводности, индекс $q = 1, 2$ обозначает номер фазы ($q = 1$ — жидкость, $q = 2$ — газ).

На внешних твердых границах системы считаются выполненными условия прилипания и заданы распределения температуры, соответствующие создаваемым кольцевым нагревателям:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \bar{v}_1 = \bar{v}_2 = 0, \quad T_1 = T_2 = T_m + e^{-(L/(2A_h))^2}, \\ z = L: \quad \bar{v}_1 = \bar{v}_2 = 0, \quad T_1 = T_2 = T_m + e^{-(L/(2A_h))^2}, \\ r = R_{out}: \quad \bar{v}_1 = \bar{v}_2 = 0, \quad T_2 = T_m + e^{-((z-L/2)/A_h)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь: A_h — характерный размер кольцевого нагревателя; T_m — температура плавления расплава.

На поверхности раздела $r = \zeta(\varphi, z)$ задаются условия непрерывности температуры, теплового потока и скорости, условия баланса нормальных и тангенциальных напряжений и кинематическое условие:

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial \mathbf{n}} = \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial \mathbf{n}}, \quad T_1 = T_2, \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2, \quad (p_1 - p_2)\mathbf{n}_i = (\sigma_{ik}^{(1)} - \sigma_{ik}^{(2)})n_k + \gamma n_i \operatorname{div} \mathbf{n}, \quad (2)$$

$$(\sigma_{n\tau}^{(1)} - \sigma_{n\tau}^{(2)}) = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla_\tau T, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \zeta = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{e}_r. \quad (3)$$

Здесь: \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности раздела, направленный в сторону легкой фазы; γ — коэффициент поверхностного натяжения; $\sigma_{ik}^q = \mu_q (\partial v_{q,i} / \partial x_k + \partial v_{q,k} / \partial x_i)$ — тензор вязких напряжений, \mathbf{e}_r — вектор, направленный вдоль радиуса жидкого мостика.

Постановку задачи целесообразно записать в цилиндрической системе координат, ограничившись рассмотрением осесимметричных решений. Уравнения примут вид:

– для радиальной компоненты скорости u_q

$$\rho_q \frac{\partial u_q}{\partial t} + \frac{\rho_q}{r} \frac{\partial}{\partial z} (r v_q u_q) + \frac{\rho_q}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_q^2) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu_q}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[r \left(\frac{\partial u_q}{\partial z} + \frac{\partial v_q}{\partial r} \right) \right] + \frac{2\mu_q}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_q}{\partial r} \right) - 2\mu_q \frac{u_q}{r^2}; \quad (8)$$

– для аксиальной компоненты скорости v_q

$$\rho_q \frac{\partial v_q}{\partial t} + \frac{\rho_q}{r} \frac{\partial}{\partial z} (r v_q^2) + \frac{\rho_q}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_q v_q) = -\frac{\partial p_q}{\partial z} + \frac{2\mu_q}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial v_q}{\partial z} \right) + \frac{\mu_q}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\partial v_q}{\partial r} + \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) \right] - \omega^2 \rho_q f; \quad (9)$$

– уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T_q}{\partial t} + (\mathbf{v}_q \cdot \nabla) T_q = \chi_q \Delta T_q; \quad (10)$$

– уравнение непрерывности

$$\frac{\partial u_q}{\partial r} + \frac{\partial v_q}{\partial z} + \frac{u_q}{r} = 0. \quad (11)$$

На оси симметрии $r = 0$ зададим условия симметрии:

$$u_1 = 0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0.$$

Для численного решения задачи использовался метод объема жидкости (VOF), в котором описание многофазных потоков, как взаимопроникающих континуумов, включает в себя понятие фазовых объемных долей. Объемы фракций представляют собой пространство, занимаемое каждой фазой, и законы сохранения массы и импульса выполняются для каждой фазы отдельно.

Пусть α — объемная доля жидкости в ячейке, которая определяется следующим образом: если $\alpha = 0$, то ячейка заполнена воздухом, $\alpha = 1$ — ячейка заполнена жидкостью. Свойства, которые необходимо находить из уравнений движения, зависят от количества вещества разных фаз в каждом контрольном объеме. Например, в двухфазной системе, состоящей из воздуха (*air*) и жидкости (*fluid*), при нахождении

объемной доли жидкости плотность в каждой ячейке рассчитывается по формуле:
 $\rho = \alpha_{air} \rho_{air} + (1 - \alpha_{air}) \rho_{fluid}$.

Уравнение объемной доли не решается для жидкой фазы; объемная доля жидкой фазы вычисляется исходя из соотношения: $\alpha_{fluid} + \alpha_{air} = 1$. Определение положения границы между фазами осуществляется путем решения уравнения непрерывности для объемной доли одной фазы. Для этой фазы уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \alpha = 0. \quad (12)$$

На твердых границах задаются фиксированные значения объемных долей жидкости и воздуха, что соответствует условию фиксированной линии контакта:

$$\begin{aligned} z = 0, L: \quad 0 < r < R_c: \quad \alpha_{fluid} = 1, \quad \alpha_{air} = 0, \\ r > R_c: \quad \alpha_{fluid} = 0, \quad \alpha_{air} = 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Численные эксперименты проводились с помощью пакета прикладных программ ANSYS Fluent. Поскольку анализ ограничивался осесимметричными режимами, то применялась 2ddp версия пакета. Использовалась неявная схема второго порядка по времени. Для лучшего разрешения сетка сгущалась вблизи поверхности раздела и твердых границ. Определение параметров расчетной сетки, оптимальных с точки зрения точности вычислений и затрат машинного времени, осуществлялось с помощью тестовых расчетов на разных сетках. На основании установленных результатов была выбрана базовая расчетная сетка 100×100 .

Воздействие вибраций моделировалось посредством введения периодически изменяющейся объемной силы. Поля средней скорости и других средних величин вычислялись путем осреднения функций в течение трех периодов вибраций. Получены численные данные о средних и мгновенных полях скорости и средней и мгновенной форме поверхности мостика при различных частотах и амплитудах вибраций. На период вибраций приходилось 10000 шагов расчетного времени. Это было обусловлено сходимостью решения методом VOF при наличии большого поверхностного натяжения. Поскольку коэффициент поверхностного натяжения жидких металлов является значительным, решение сходится только при выборе шага по времени не более 10^{-5} с. Для разрешения стоксового пограничного слоя пространственная сетка сгущалась вблизи границы раздела так, что на пограничный слой приходилось не менее 5 узлов. Минимальный шаг сетки составлял $2 \cdot 10^{-3}$ см, максимальный — $1 \cdot 10^{-2}$ см.

3. Результаты численного моделирования для случая изотермической жидкой зоны

Расчеты проводились для жидкой зоны радиусом $R_c = 0,5$ см и высотой $L = 1$ см и параметров жидкости, соответствующих выращиванию кристалла кремния, у которого плотность $\rho = 2,53$ г/см³, динамическая вязкость $\mu = 8,855 \times 10^{-3}$ г/(см·с), коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 720$ дин/см. Параметры вибраций варьировались. Для изотермического случая решались уравнения (1) и (3) при граничных условиях (6) и (7) без слагаемого, включающего температуру.

На рисунке 2 представлена эволюция мгновенной формы поверхности раздела за половину периода вибраций для частоты вибраций 50 Гц и амплитуды 0,015 см. Как видно, в этом случае на поверхности раздела возникает одна волна. За один период вибраций волна пробегает от одной ограничивающей твердой пластины до другой. Красным цветом показан расплав, синим — воздух. Приведена половина жидкого мостика, поскольку решается осесимметричная задача. Для конечных частот деформации имеют одинаковую структуру и незначительно отличаются по величине.

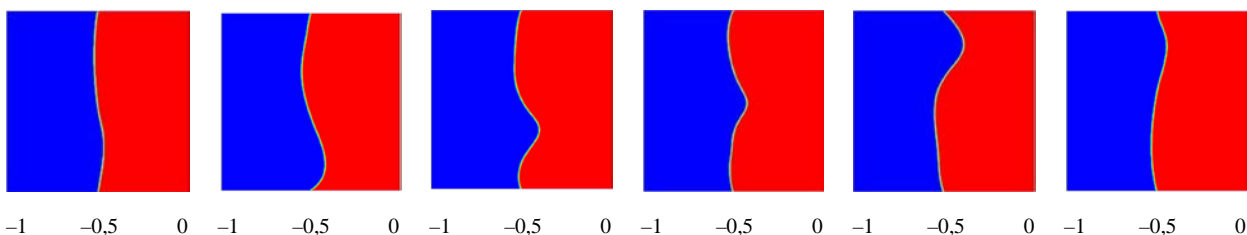


Рис. 2. Эволюция мгновенной формы границы раздела в течение половины периода вибраций для амплитуды вибраций 0,15 мм и частоты вибраций 50 Гц

На рисунке 3 представлены векторные поля средней скорости и средняя форма поверхности раздела для амплитуды вибраций 0,15 мм и различных значений частоты вибраций. Показана часть вычислительной области, занятая жидкостью, так как движение в газе очень слабое. Длина стрелок соответствует абсолютному значению скорости. При частоте вибраций 100 Гц средняя деформация поверхности раздела является наименьшей по сравнению с частотами 10 и 50 Гц. Среднее течение представляет собой генерируемые волнами тороидальные вихри большого размера и интенсивности с направлением движения жидкости вблизи поверхности раздела от твердых пластин к центру зоны и небольшие вихри, расположенные вблизи твердых пластин в окрестности оси зоны, эти вихри обязаны своим происхождением шлихтинговскому механизму возникновения среднего течения. Среднее течение в этих вихрях вблизи пластин направлено от области с большей энергией пульсаций (от поверхности раздела) к области с меньшей энергией (к оси зоны). С увеличением частоты вибраций течение становится более интенсивным, шлихтинговские вихри подавляются вихрями поверхностно-волнового происхождения.

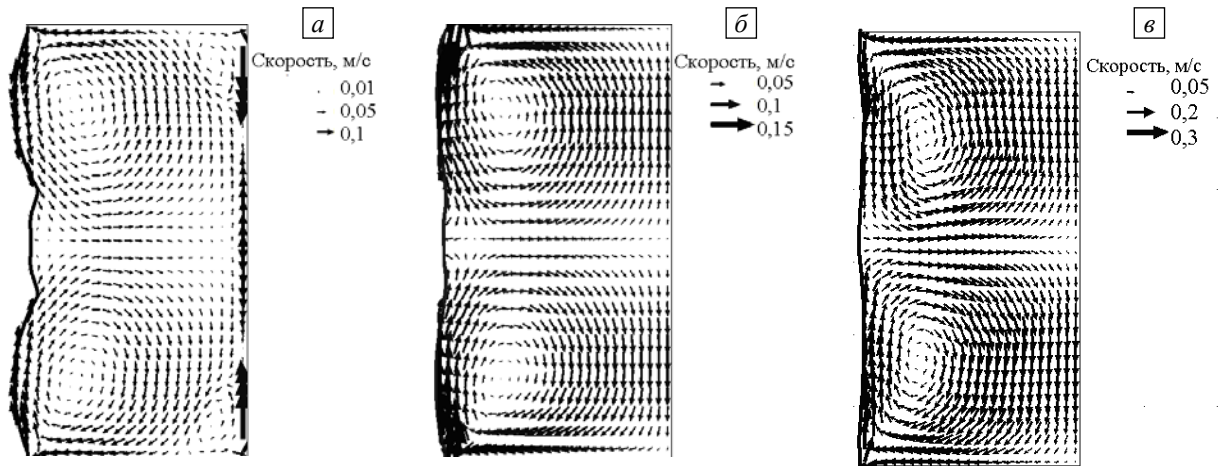


Рис. 3. Векторные поля средней скорости и средней деформация поверхности раздела для амплитуды вибраций $a = 0,15$ мм и различной частоты вибраций f , Гц: 10 (а), 50 (б) и 100 (в)

Изменение значения модуля аксиальной компоненты скорости со временем для амплитуды вибраций 0,15 мм и частоты вибраций 50 Гц представлено на рисунке 4. Видно, что сначала интенсивность течения в жидкой зоне возрастает, затем имеет место уменьшение скорости течения и выход на стационарный колебательный режим.

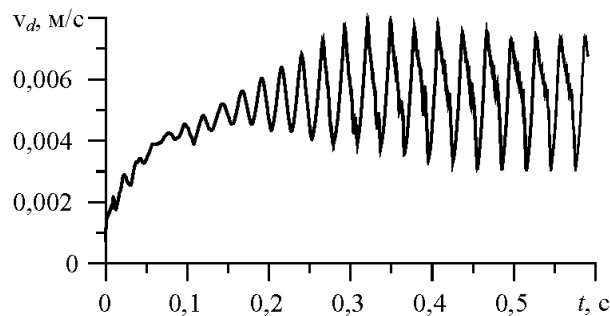


Рис. 4. Изменение модуля аксиальной компоненты скорости в выделенной точке расчетной области для амплитуды вибраций $a = 0,15$ мм и частоты вибраций $f = 50$ Гц

4. Результаты численного моделирования деформаций поверхности раздела и течений для случая жидкой зоны, нагреваемой с помощью кольцевого нагревателя

Также выполнено прямое численное моделирование жидкой зоны для случая ее нагрева с помощью кольцевого нагревателя, расположенного в центральной части (см. граничные условия (4)). Получены численные данные о мгновенных и средних скоростях и температуре и мгновенной и средней формах поверхности раздела. В отсутствие вибраций за счет поверхностного натяжения, зависящего от температуры, в жидкости возникает термокапиллярное течение (см. Рис 5а, на котором приведено векторное поле скорости в отсутствие вибраций). Это течение имеет вид двух тороидальных вихрей,

расположенных вблизи поверхности раздела, и направлено так, что жидкость движется вблизи поверхности раздела от центра зоны к твердым пластинам.

При воздействии аксиальных вибраций с частотой 10 Гц, амплитудой 0,15 мм (Рис. 5б) интенсивность термокапиллярного течения уменьшается. Это связано с тем, что индуцированное вибрациями среднее течение состоит из двух тороидальных вихрей, которые перемещаются противоположно термокапиллярному течению. В итоге интенсивность результирующего течения при этих параметрах уменьшается примерно в два раза.

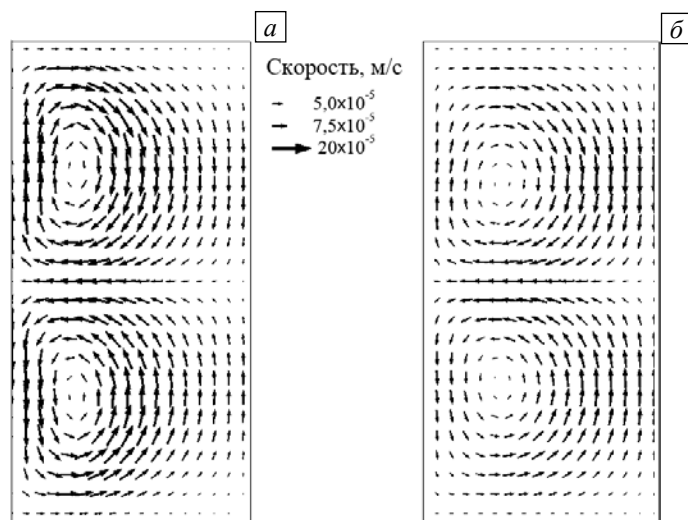


Рис. 5. Средние течения в неизотермической жидкой зоне в отсутствие вибраций (а) и при наличии аксиальных вибраций с частотой $f = 10$ Гц, амплитудой $a = 0,15$ мм (б)

5. Заключение

Численно исследованы деформации поверхности течения в цилиндрической жидкой зоне, окруженной коаксиальным слоем газа и ограниченной сверху и снизу параллельными твердыми пластинами, совершающими аксиальные вибрации конечной амплитуды и частоты в условиях невесомости. Расчеты проводились для параметров жидкости, соответствующих расплаву кремния. Получены численные данные о мгновенных и средних полях скорости и мгновенной и средней форме поверхности раздела при различных частотах и амплитудах вибраций.

Найдено, что вибрации пластин индуцируют на поверхности раздела волны, распространяющиеся от твердых пластин к центру зоны. В свою очередь поверхностные волны создают среднее течение, которое направлено вблизи поверхности раздела от колеблющихся пластин к центру зоны. Кроме того, под действием вибраций вблизи твердых пластин образуется среднее течение в виде тороидальных вихрей шлихтинговского происхождения с направлением движения от поверхности раздела к оси зоны. С увеличением частоты вибраций относительный вклад шлихтинговского механизма генерации среднего течения уменьшается, а вклад поверхностно-волнового механизма растет.

В случае нагрева зоны с помощью кольцевого нагревателя, расположенного в центре зоны, в жидкости возникает термокапиллярное течение в виде двух тороидальных вихрей, движущихся вблизи поверхности раздела от нагретого центра зоны к холодным твердым пластинам, то есть противоположно направлению среднего течения, индуцированного поверхностно-волновым механизмом генерации. Это делает перспективным использование аксиальных вибраций для подавления термокапиллярного течения и, в результате, улучшения свойств выращиваемых кристаллов.

Литература

1. *Strutt J.W. (Baron Rayleigh)*. The theory of sound. Macmillan, 1877. Vol. 1. 984 p.
2. *Schlichting H., Gersten K.* Boundary-layer theory. Springer, 2000. 817 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-85829-1>
3. *Longuet-Higgins M.S.* Mass transport in water waves // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.* 1953. Vol. 245. P. 535-581. <https://doi.org/10.1098/rsta.1953.0006>
4. *Gershuni G.Z., Lyubimov D.V.* Thermal vibrational convection. Wiley, 1998. 372 p.
5. *Wolf G.H.* The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // *Z. Physik.* 1969. Vol. 227. P. 291-300. <https://doi.org/10.1007/BF01397662>
6. *Любимов Д.В., Черепанов А.А.* О возникновении стационарного рельефа на поверхности раздела жидкостей в вибрационном поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 6. С. 8-13. (English version <https://doi.org/10.1007/BF02628017>)
7. *Любимов Д.В., Любимова Т.П.* Об одном методе сквозного счета для решения задач с деформируемой поверхностью раздела // *Моделирование в механике.* 1990. Т. 4(21), № 1. С. 136-140.

8. Lyubimov D.V., Cherepanov A.A., Lyubimova T.P., Roux B. Orienting effect of vibrations on interfaces // *C.R.Acad. Sci. Paris*. 1997. Vol. 325. Serie IIb. P. 391-396.
9. Любимов Д.В., Хеннер М.В., Шоц М.М. Об устойчивости поверхности раздела жидкостей при касательных вибрациях // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 3. С. 25-31. (English version <https://doi.org/10.1007/BF02698179>)
10. Khenner M.V., Lyubimov D.V., Belozeroва T.S., Roux B. Stability of plane-parallel vibrational flow in a two-layer system // *Eur. J. Mech. B Fluids*. 1999. Vol. 18. P. 1085-1101. [https://doi.org/10.1016/S0997-7546\(99\)00143-0](https://doi.org/10.1016/S0997-7546(99)00143-0)
11. Lyubimov D., Lyubimova T., Roux B. Mechanisms of vibrational control of heat transfer in a liquid bridge // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1997. Vol. 40. P. 4031-4042. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(97\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00053-7)
12. Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Skuridin R.V., Chen G., Roux B. Numerical investigation of meniscus deformation and flow in an isothermal liquid bridge subject to high-frequency vibrations under zero gravity conditions // *Comput. Fluid.* 2002. Vol. 31. P. 663-682. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(01\)00078-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(01)00078-0)
13. Lyubimova T.P., Scuridin R.V., Cröll A., Dold P. Influence of high frequency vibrations on fluid flow and heat transfer in a floating zone // *Cryst. Res. Technol.* 2003. Vol. 38. P. 635-653. <https://doi.org/10.1002/crat.200310078>

References

1. Strutt J.W. (Baron Rayleigh). *The theory of sound*. Macmillan, 1877. Vol. 1. 984 p.
2. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-layer theory*. Springer, 2000. 817 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-85829-1>
3. Longuet-Higgins M.S. Mass transport in water waves. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.*, 1953, vol. 245, pp. 535-581. <https://doi.org/10.1098/rsta.1953.0006>
4. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. *Thermal vibrational convection*. Wiley, 1998. 372 p.
5. Wolf G.H. The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium. *Z. Physik*, 1969, vol. 227, pp. 291-300. <https://doi.org/10.1007/BF01397662>
6. Lyubimov, D.V., Cherepanov, A.A. Development of a steady relief at the interface of fluids in a vibrational field. *Fluid Dyn.*, 1986, vol. 21, pp. 849-854. <https://doi.org/10.1007/BF02628017>
7. Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. Ob odnom metode skvoznoho scheta dlya resheniya zadach s deformiruyemoy poverkhnost'yu razdela [About one end-to-end calculation method for solving problems with a deformable]. *Modelirovaniye v mekhanike*, 1990, vol. 4(21), no. 1, pp. 136-140.
8. Lyubimov D.V., Cherepanov A.A., Lyubimova T.P., Roux B. Orienting effect of vibrations on interfaces. *C.R.Acad. Sci. Paris*, 1997, vol. 325, serie IIb, pp. 391-396.
9. Lyubimov D.V., Khenner M.V., Shots M.M. Stability of a fluid interface under tangential vibrations. *Fluid Dyn.*, 1998, vol. 33, pp. 318-323. <https://doi.org/10.1007/BF02698179>
10. Khenner M.V., Lyubimov D.V., Belozeroва T.S., Roux B. Stability of plane-parallel vibrational flow in a two-layer system. *Eur. J. Mech. B Fluids*, 1999, vol. 18, pp. 1085-1101. [https://doi.org/10.1016/S0997-7546\(99\)00143-0](https://doi.org/10.1016/S0997-7546(99)00143-0)
11. Lyubimov D., Lyubimova T., Roux B. Mechanisms of vibrational control of heat transfer in a liquid bridge. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1997, vol. 40, pp. 4031-4042. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(97\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00053-7)
12. Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Skuridin R.V., Chen G., Roux B. Numerical investigation of meniscus deformation and flow in an isothermal liquid bridge subject to high-frequency vibrations under zero gravity conditions. *Comput. Fluid.*, 2002, vol. 31, pp. 663-682. [https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(01\)00078-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(01)00078-0)
13. Lyubimova T.P., Scuridin R.V., Cröll A., Dold P. Influence of high frequency vibrations on fluid flow and heat transfer in a floating zone. *Cryst. Res. Technol.*, 2003, vol. 38, pp. 635-653. <https://doi.org/10.1002/crat.200310078>

Поступила в редакцию 23.12.2019; после доработки 26.12.2019; принята к опубликованию 26.12.2019

Сведения об авторах

Любимова Татьяна Петровна, дфмн, проф., зав. лаб., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; e-mail: lyubimovat@mail.ru

Паршакова Янина Николаевна, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; e-mail: parshakova@icmm.ru

Скуридин Роберт Владиславович, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; e-mail: skuridin@rambler.ru