

DOI: [10.7242/1999-6691/2019.12.4.35](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.4.35)

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИНЫ С ПОМОЩЬЮ РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

Н.А. Юрлова¹, Д.А. Ошмарин¹, Н.В. Севодина¹, И.Е. Ковалев²¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация²Центральный аэродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Российская Федерация

Одно из направлений использования пьезоэлементов в современной технике связано с их применением для управления формой конструкции при действии на нее эксплуатационных нагрузок. Проблема изменения формы (геометрии) конструкции может быть вызвана, например, необходимостью минимизации перемещений на ее определенных участках, либо, наоборот, их максимизации с целью обеспечения стабильности формы при работе в реальных условиях. Благодаря наличию у пьезоматериалов обратного пьезоэффекта это возможно осуществить путем подачи на электродированные поверхности пьезоэлементов электрического напряжения заданной величины. Упругие конструкции с прикрепленными к их поверхностям упругими пьезоэлементами становятся электроупругими, и для реализации различных стратегий управления их механическим поведением необходимо сначала оценить возможности пьезоэлементов влиять на деформации, вызываемые внешними воздействиями различного типа. То есть пьезоэлементы должны обеспечивать контролируемое формоизменение, зависящее не только от характеристик их самих (размеров, физико-механических свойств материала, расположения), но и от параметров конструкции (ее геометрии, размеров, граничных условий, физико-механических характеристик) и действующих нагрузок. Влияние различных факторов на деформирование электроупругой конструкции при воздействии приложенного к пьезоэлементам электрического напряжения в данной работе устанавливалось численно, на основе математического моделирования, путем решения статической задачи электроупругости. Численная реализация осуществлялась методом конечных элементов в пакете прикладных программ ANSYS. Возможности использования пьезоэлементов для изменения формы конструкции при их различном количестве и разных вариантах размещения на поверхности продемонстрированы на примере консольно-защемленной пластинки.

Ключевые слова: пьезоэлементы, управление формой, деформирование, изгиб, кручение, численное моделирование

MODELING OF DEFORMATION OF A PLATE USING PIEZOELECTRIC ELEMENTS LOCATED ON ITS SURFACE

N.A. Iurlova¹, D.A. Oshmarin¹, N.V. Sevodina¹ and I.E. Kovalev²¹Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation²Central Aerohydrodynamic Institute named after prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russian Federation

One of the directions of using piezoelectric elements in modern technology is related to their use for controlling the shape of a structure under the influence of operational loads. A problem of change in the shape (geometry) of the structure can be caused, for example, by the need for minimization of displacements in certain regions which are induced by the impact of different types of loads, or vice versa, for maximization of displacements (in order to ensure the stability of the structural shape under operational loads, for example). Due to the presence of the inverse piezoelectric effect in the piezoelectric materials this problem can be solved by applying a predetermined voltage to the electrodes of the piezoelectric element. It is necessary to evaluate the ability of a piezoelectric element to influence the deformations of the object caused by external impact when using them in order to implement various structural mechanical behavior control strategies. This ability depends not only on the properties of a piezoelectric element (dimensions, material properties, location on the structure, etc.) and its structural characteristics (geometry, boundary conditions, material properties, etc.) but also on the operational loads of different kinds which impact a structure. One of the most convenient ways for estimating the influence of different factors on deformation of the structure under the electric voltage applied to piezoelectric elements is to use numerical modeling based on the finite element method. This modeling is performed on the basis of the well-known mathematical formulation of the static problem of electroelasticity. The possibilities of application of piezoelectric elements for changing the shape of an original object are shown by studying the examples where their number and location on a structure are varied. A cantilevered plate was considered as an object of study.

Key words: piezoelectric elements, shape control, deformation, bending, torsion, numerical modeling

1. Введение

Создание некоторых элементов космических аппаратов, таких как антенны и зонды, автоматизированных манипуляторов и других высокотехнологичных изделий нуждается в разработке высокоэффективных легких конструкций из-за строгих требований к весу. Легкие конструкции неотъемлемо обладают низким внутренним демпфированием, более высокой гибкостью, восприимчивы к колебаниям с длительным временем затухания и легко деформируемы под действием эксплуатационных нагрузок. Для оптимизации механического поведения таких конструкций с целью обеспечения наилучших эксплуатационных характеристик требуются подходящие средства управления, которые могли бы работать в автоматическом режиме. Это в свою очередь послужило толчком для развития идеи сделать такого рода конструкции способными к самоконтролю и самоуправлению.

Реализовать такую идею на практике оказалось возможным за счет создания и применения smart-технологий. Основной особенностью конструкций, сформированных на основе таких технологий, или smart-конструкций, является использование в них элементов, выполненных из функциональных материалов, которые способны изменять свои характеристики в зависимости от внешних условий и менять тем самым характеристики исходного объекта. В качестве таких материалов могут рассматриваться, например, сплавы с памятью формы, пьезоэлектрические материалы, магнитные жидкости и некоторые другие материалы. Элементы, изготовленные из них, могут выполнять в конструкции функции сенсоров, регистрирующих какие-либо ее параметры, или актуаторов, воздействующих на свойства конструкции требуемым образом. Наибольшее применение нашли пьезоэлектрические материалы в связи с их широким ассортиментом и достаточно большим диапазоном физико-механических характеристик (пьезокерамика, пьезополимеры и другие). Пьезоэлектрические материалы отличаются способностью генерировать электрическое поле при деформации (прямой пьезоэффект) и, наоборот, деформироваться под действием электрического поля (обратный пьезоэффект). Эти свойства делают их привлекательными для обеспечения возможностей управления как формой конструкции, так и колебаниями любой ее части без существенного увеличения ее веса.

Известно, что элементы из пьезоэлектрических материалов, объединенные с конструкциями, могут действовать как распределенные сенсоры и актуаторы и в состоянии наделять эти конструкции функциями самоконтроля и самоуправления. Способность самоконтроля у smart-конструкций открывает новые возможности коррекции формы и кривизны зеркал/антенн для высокой точности наведения или для поддержания желаемых форм гибких аэрокосмических структур [1, 2], демпфирования колебаний [3, 4], мониторинга состояния конструкций [5, 6], идентификации повреждений при эксплуатации и так далее. В обзорной статье Х. Иршика [2] описаны соответствующие приложения статического и динамического управления формой конструкций с помощью пьезоэлектрических актуаторов.

Некоторые фундаментальные проблемы, вытекающие из задачи управления формой конструкций, являются общими для статического и динамического случаев. Статическое управление формой гибких изделий с использованием пьезоэлектрических актуаторов имеет большое значение для множества прикладных областей, в особенности таких как робототехника, аэрокосмическая и авиационная промышленность [7–9]. При статическом управлении формой электроупругих конструкций основная цель состоит в подборе таких характеристик управляющего электрического воздействия для каждого пьезоэлектрического актуатора, чтобы получаемая при этом форма конструкции максимально соответствовала требуемой.

В силу того, что прямой и обратный пьезоэффекты не являются взаимно-обратимыми, для подачи на актуатор сигнала, необходимого, например, для восстановления исходной формы конструкции, требуется некоторым образом преобразовать сигнал, поступающий с сенсора. В связи с этим крайне важно понимать механизм работы именно обратного пьезоэффекта, то есть механического отклика пьезоэлемента на приложенное электрическое воздействие.

Одной из важных проблем, возникающих при применении пьезоактуаторов, является их правильное использование, позволяющее минимизировать их массо-габаритные характеристики и повышать производительность. Этих результатов можно добиться благодаря оптимальному выбору их расположения в конструкции, геометрии, количества и параметров материала.

Обзоры работ, посвященных проблеме оптимизации топологии конструкций с пьезоэлементами, представлены в публикациях [10–14]. Однако вопрос, как это сделать наилучшим образом для реализации управления поведением конструкции, до сих пор требует своего решения для каждой конкретной конструкции с учетом ее конечного применения.

На величину генерируемого электрического сигнала существенное влияние оказывает расположение пьезоэлементов как по отношению к конструкции, так и друг к другу [15, 16]. Влияние граничных условий, накладываемых на конструкцию при управлении ее формой, исследовано в работе [17] на примере балки с одним или двумя защемленными торцами.

Кроме того, необходимо обратить внимание на использование эффекта предварительного напряжения в конструкциях. Это может быть важно с точки зрения создания условий для управления их формой под действием эксплуатационных нагрузок. Однако, как правило, данная возможность исследователями не рассматривается. Поскольку создание предварительного напряжения представляет собой активацию собственного механического напряжения, то оно может использоваться в контексте способов управления формой, как отмечается в [18].

Особое внимание исследователей в последние годы [1, 2, 18–21] привлечено к оптимальному пространственному распределению управляющего электрического воздействия, приложенного к элементам из пьезоэлектрического материала для получения эффективного и точного управления формой конструкций.

В работе [19] отмечается, что для успешного управления формой конструкции должны быть определены следующие параметры: расположение актуатора, соответствующее поставленной цели, требуемый для этого размер пьезоэлемента, выполняющего роль актуатора, и величина прикладываемого управляющего электрического напряжения. Были определены оптимальные местоположения и длина

пъезоактуаторов, позволяющие добиться максимальных либо минимальных отклонений балки. Авторы показали, что существует оптимальное значение электрического напряжения, которое может быть приложено к актуаторам, зависящее от их длины и местоположения. В этой работе также продемонстрировано, что для более простых случаев нагружения, когда кривая отклонения является либо выпуклой, либо вогнутой для всей балки, достаточно одного актуатора. Однако для более сложных случаев нагрузки, при которой часть балки может изгибаться вниз, а часть — вверх, один актуатор с приложением электрического напряжения на данном ограниченном участке перестает быть эффективным. Численно, на примере пластины с двумя актуаторами, показано, что при их оптимальном размещении и приложении при этом противоположно направленных электрических полей, максимальный прогиб может быть существенно уменьшен. При сравнении полученных результатов в случаях использования одного актуатора либо двух актуаторов такой же длины наблюдалось уменьшение максимального отклонения на 174%.

Результаты исследования, представленного в [19], указывают на то, что оптимизация конфигураций пьезоэлементов с точки зрения геометрии и характеристик электрического поля является эффективным способом повышения производительности пьезоактуаторов и должна быть частью разработки адаптивных конструкций для технических приложений, имеющих ограничение на вес.

Следует отметить, что при рассмотрении балок [22] или пластин [23, 24] усилия исследователей направлены, как правило, на достижение их изгиба, и не принимается во внимание возможность получения закручивающего эффекта. При этом также не рассматривались варианты нестандартного расположения пьезоэлемента (в частности, под углом к осевой линии).

В настоящей работе на примере консольно-заземленной пластинки получены результаты, демонстрирующие влияние на деформацию конструкции различных вариантов расположения пьезоэлементов, их количества и подаваемого на них электрического напряжения различной полярности.

2. Математическая постановка задачи

Геометрической моделью реальных объектов в рассматриваемой работе является кусочно-однородное тело объемом $V = V_1 + V_2$, в котором объем $V_1 = \sum_{k=1}^N V_1^k$ состоит из N однородных электроупругих (пьезоэлектрических) элементов, а объем $V_2 = \sum_{l=1}^M V_2^l$ — из M однородных упругих элементов. Полную поверхность кусочно-однородного тела S , ограничивающую объем V , можно представить в виде суммы $S = S_u + S_\sigma + S_q + S_\varphi + S_{p0}$, включающей части поверхности, на которых заданы перемещения u_i^0 — S_u , поверхностные усилия p_i — S_σ , плотность зарядов q_s — S_q , электрический потенциал φ^0 — S_φ , и часть поверхности тела, не покрытую электродами (неэлектродированная поверхность) — S_{p0} .

На основе принципа возможных перемещений, дифференциальных уравнений Максвелла в квазистатическом приближении и соотношений линейной теории упругости формулируется вариационное уравнение равновесия в случае квазистатического деформирования кусочно-однородного электроупругого тела объемом V , находящегося под действием объемных f_i , и поверхностных p_i , сил [25–27]:

$$\sum_{n=1}^N \left(\int_{V_1^n} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i) dV - \int_{V_1^n} f_i \delta u_i dV \right) + \sum_{m=1}^M \left(\int_{V_2^m} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}) dV - \int_{V_2^m} f_i \delta u_i dV \right) = \int_{S_\sigma^n} p_i \delta u_i dS + \int_{S_\varphi^n} q_e \delta \varphi dS + \int_{S_\sigma^m} p_i \delta u_i dS. \quad (1)$$

В уравнении (1) приняты следующие обозначения: D_i , E_i — компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля; σ_{ij} — компоненты симметричного тензора напряжений Коши; ε_{ij} — компоненты тензора линейных деформаций; u_i — компоненты вектора перемещений; ρ_n и ρ_m — удельные плотности материалов n -й и m -й составляющих кусочно-однородного тела (соответственно материалов объемов V_1^n и V_2^m); S_σ^n и S_σ^m — соответственно части поверхностей объемов V_1^n и V_2^m , на которых заданы поверхностные усилия p_i ; S_φ^n — часть поверхности объема V_1^n , на которой задана поверхностная плотность зарядов q_s ; φ — электрический потенциал.

Связь между компонентами вектора перемещений и компонентами тензора деформаций описывается дифференциальными соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (2)$$

Для электрического поля выполняется условие потенциальности:

$$E_j = -\varphi_{,j}. \quad (3)$$

Замыкается система уравнений физическими соотношениями для электроупругих составляющих:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl}^n \varepsilon_{kl} - \beta_{ijk}^n E_k, \\ D_i &= \beta_{ijk}^n \varepsilon_{jk} + \varepsilon_{ik}^n E_k, \end{aligned} \quad (4)$$

и для упругих составляющих в случае изотропного материала [28, 29]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} &= 2G^{(m)} \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \theta \delta_{ij} \right), \\ \sigma &= B^{(m)} \theta, \end{aligned} \quad (5)$$

или анизотропного материала [28, 29]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^m \varepsilon_{kl}. \quad (6)$$

Здесь: C_{ijkl}^n, C_{ijkl}^m — компоненты тензоров упругих констант, $G^{(m)}, B^{(m)}$ — упругие сдвиговые и объемные модули, σ — среднее напряжение, θ — объемная деформация, β_{ijk}^n и ε_{ik}^n — компоненты тензоров пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов.

Единственность решения обеспечивается краевыми условиями. При постановке краевых задач электроупругости в каждой точке поверхности, ограничивающей тело, необходимо задать граничные условия на механические и на электрические переменные. Подведение и снятие электрической энергии с деформированного пьезоэлектрического тела осуществляется с помощью электродных покрытий, нанесенных на части его поверхности (электродированные поверхности). В дальнейшем полагаем, что электродные покрытия являются тонкими идеальными проводниками с пренебрежимо малой массой. Покрытие токопроводящим слоем части поверхности пьезоэлектрического тела делает ее эквипотенциальной, то есть на всей электродированной поверхности значение электрического потенциала одинаково.

Краевые условия формулируются в следующем виде:

$$u_i \Big|_{S=S_u^n} = u_i^0, \quad (7)$$

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{S=S_\sigma^n} = p_i, \quad (8)$$

$$\varphi \Big|_{S=S_\varphi^n} = \varphi_0. \quad (9)$$

Потенциал φ определяется с точностью до аддитивной постоянной, поэтому принимается, что на определенном участке электродированной поверхности задан нулевой потенциал, тогда φ_0 будет иметь смысл разности потенциалов.

Численная реализация поставленной задачи осуществлялась методом конечных элементов с использованием возможностей коммерческого пакета прикладных программ ANSYS [30].

Согласно методу конечных элементов уравнение равновесия электроупругого тела (1) можно преобразовать к следующему матричному виду:

$$\sum_{n=1}^N \left[\int_{V_1^n} (\delta \{\varepsilon_1\}^T [D_1^n] \{\varepsilon_1\}) dV - \int_{V_1^n} \delta \{u^{V_1^n}\}^T \{f_i\} dV \right] + \sum_{m=1}^M \left[\int_{V_2^m} (\delta \{\varepsilon_2\}^T [D_2^m] \{\varepsilon_2\}) dV - \right.$$

$$-\int_{V_2^m} \delta \{u^{V_2^m}\}^T \{f_m^{V_2}\} dV = \int_{S_\sigma^{V_1}} \delta \{u^{V_1}\}^T \{p_n^{V_1}\} dS + \int_{S_\sigma^{V_2}} \delta \{u^{V_2}\}^T \{p_m^{V_2}\} dS. \quad (10)$$

Здесь используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \{u^{V_k}\} &= \{u_1, u_2, u_3\}^T, & \{u^{V_2}\} &= \{u_1, u_2, u_3, \Phi\}^T, \\ \{\varepsilon_1\} &= \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}\}^T, & \{\varepsilon_2\} &= \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}, E_1, E_2, E_3\}^T, \\ \{\sigma_1\} &= \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}\}^T, & \{\sigma_2\} &= \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, D_1, D_2, D_3\}^T, \\ \{\rho_k\} &= \{\rho_k, \rho_k, \rho_k\}^T, & \{\rho\} &= \{\rho, \rho, \rho, 0\}^T. \end{aligned}$$

Для моделирования поведения электроупругих составляющих объема V_1 и упругих составляющих объема V_2 использовались 20-узловые объемные конечные элементы в виде тетраэдров с квадратичной аппроксимацией узловых неизвестных: в V_1 — элемент SOLID226, в V_2 — элемент SOLID186 из библиотеки пакета ANSYS. В каждом узле элемента SOLID226 присутствуют 4 узловых неизвестных: перемещения — u_i, v_i, w_i , и электрический потенциал; каждый узел элемента SOLID186 содержит 3 узловых перемещения: u_i, v_i, w_i .

Типовые процедуры метода конечных элементов приводят задачи, описываемые уравнением (10), к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Данные системы могут быть представлены для задачи о квазистатическом деформировании в матричном виде следующим образом:

$$[K]\{\delta\} = \{F\}. \quad (11)$$

С помощью приведенной математической постановки получены численные результаты, демонстрирующие возможность управления геометрией конструкции с помощью пьезоэлементов, к электродированным поверхностям которых приложен электрический потенциал.

3. Численные результаты

В качестве объекта исследования рассматривалась упругая изотропная прямоугольная консольно-защемленная пластина с размерами 500×60 мм, изготовленная из алюминия. Механические характеристики материала пластины: $E = 7,1 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,31$; $\rho = 2750$ кг/м³. Толщина пластинки принималась равной 0,5 мм. К поверхности пластины присоединялись пьезоэлементы размером 50×20×0,3 мм, выполненные из пьезокерамики ЦТС-19. Верхняя и нижняя поверхности пьезоэлементов были электродированы, ось поляризации совпадала с направлением нормали к электродированным поверхностям. Для расчетов полагалось, что материал пьезоэлементов является упругим. Его физико-механические характеристики были следующими: модули упругости $C_{11} = C_{22} = 13,9 \cdot 10^{10}$ Н/м², $C_{12} = 7,78 \cdot 10^{10}$ Н/м², $C_{13} = C_{23} = 7,43 \cdot 10^{10}$ Н/м², $C_{33} = 11,5 \cdot 10^{10}$ Н/м², $C_{44} = 3,06 \cdot 10^{10}$ Н/м², $C_{55} = C_{66} = 2,56 \cdot 10^{10}$ Н/м²; пьезоэлектрические коэффициенты $\beta_{31} = \beta_{32} = -5,2$ Кл/м², $\beta_{33} = 15,1$ Кл/м², $\beta_{32} = \beta_{61} = 12,7$ Кл/м²; диэлектрические коэффициенты $e_{11} = e_{22} = 6,45 \cdot 10^{-9}$ Ф/м, $e_{33} = 5,62 \cdot 10^{-9}$ Ф/м; плотность $\rho = 7700$ кг/м³; диэлектрическая проницаемость вакуума $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Данный материал выбран как наиболее типичный и нашедший наибольшее распространение и в теоретических, и в прикладных исследованиях.

В качестве иллюстрации возможностей управления геометрией конструкции исследовалось влияние на перемещения пластины в направлении, перпендикулярном к ее поверхности U_z , расположения пьезоэлементов, их количества, а также величины подаваемого на электродированные поверхности пьезоэлементов электрического напряжения.

Оценим влияние на значение перемещений U_z свободного торца пластины угла поворота пьезоэлемента относительно продольной оси симметрии пластины (α) при следующих вариантах расположения одного пьезоэлемента: его центр масс располагается на расстоянии 30 мм от защемленного края пластины (Рис. 1а); его центр масс находится в 70 мм (Рис. 1б) и 30 мм от свободного края (Рис. 1в).

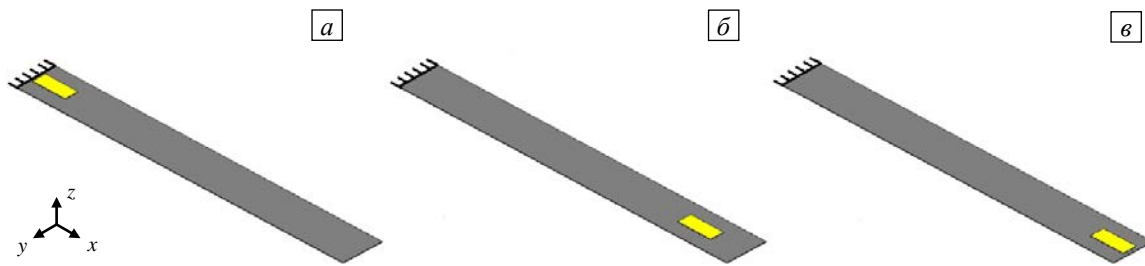


Рис. 1. Расчетные схемы для различных вариантов расположения пьезоэлемента на поверхности пластинки при $\alpha = 0$: вблизи от защемленного края (а); на разном расстоянии от свободного края (б), (в)

Нижняя электродированная поверхность пьезоэлемента заземлена (электрический потенциал на ней имеет нулевое значение), на верхней электродированной поверхности значение электрического потенциала равно 200 В. Полученные результаты представлены в таблице и на рисунке 2.

Таблица. Максимальные значения U_z^{\max} в зависимости от угла поворота пьезоэлемента относительно продольной оси симметрии пластины при различных вариантах его расположения

α , град	Вариант расположения пьезоэлемента		
	Рис. 1а	Рис. 1б	Рис. 1в
	U_z^{\max} , мм		
0	0,925	0,124	0,056
30	0,844	0,120	0,060
45	0,758	0,109	0,056
60	0,674	0,096	0,050
90	0,586	0,074	0,036

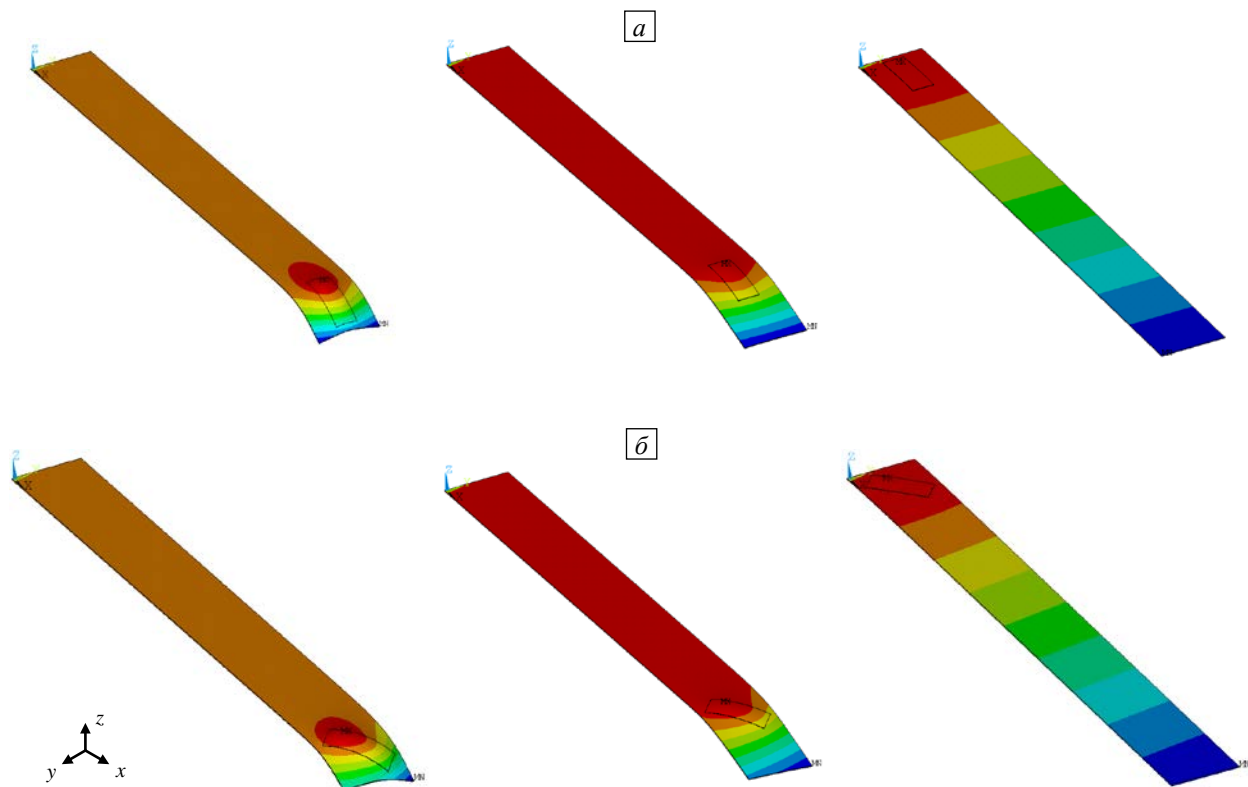


Рис. 2. Распределение перемещений U_z в зависимости от варианта расположения центра масс пьезоэлемента при различных значениях угла α , град: 0 (а); 45 (б); 90 (в)

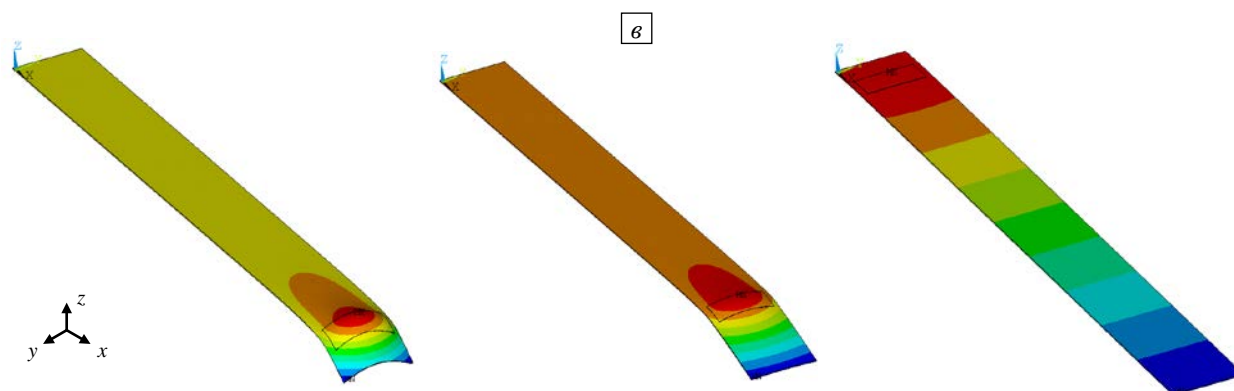


Рис. 2. Продолжение

Анализируя картины распределения перемещений U_z , приведенные на рисунке 2, можно констатировать, что:

- размещение пьезоэлемента в области заделки позволяет наиболее эффективно использовать его для изменения формы рассматриваемой конструкции, поскольку при таком его расположении достигаются максимальные значения перемещений свободного края пластины;
- чем дальше от заделки находится пьезоэлемент, тем больший эффект закручивания поперечного сечения наблюдается при изменении его ориентации (угла поворота) относительно осей симметрии пластины.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что с помощью смещения пьезоэлемента вдоль оси симметрии пластины можно управлять величиной поперечного изгиба пластины, а с помощью угла поворота пьезоэлемента по отношению к продольной оси симметрии пластины (α) формировать ее закручивание.

Далее рассмотрим возможность управления геометрией конструкции за счет размещения нескольких пьезоэлементов. В данном разделе будет показано, каким образом можно изменить форму исходного объекта в зависимости от количества нанесенных на поверхность объекта пьезоэлементов и различных комбинаций управляющего воздействия (подаваемого на пьезоэлементы электрического сигнала).

Первая серия численных экспериментов проведена при двух пьезоэлементах. Пьезоэлементы располагались на одинаковом расстоянии от краев пластины параллельно друг другу и были ориентированы длинной стороной вдоль продольной оси симметрии пластины. Центры масс обоих пьезоэлементов находились на расстоянии 30 мм от заделки. На оба пьезоэлемента подавался электрический сигнал $\varphi_1 = \varphi_2 = +200$ В. Здесь φ_1 и φ_2 — разности потенциалов, подаваемые соответственно на первый и на второй пьезоэлементы. При этом наблюдался чистый изгиб, но величина прогиба U_z составила 1,3 мм, что в 1,4 раза больше, чем при использовании одного пьезоэлемента.

В дальнейших расчетах конфигурация расположения пьезоэлементов оставалась такой же, как в предыдущей серии, но варьировались характеристики управляющего электрического воздействия. Для расчетов данной серии было принято, что сигналы, подаваемые на каждый из пьезоэлементов, имеют разную полярность (на один пьезоэлемент подавался положительный электрический потенциал, на второй — отрицательный).

На рисунке 3 показаны картины деформирования при подаче на пьезоэлементы следующих комбинаций управляющих сигналов: электрический потенциал на первом пьезоэлементе оставался неизменным и равным $\varphi_1 = +200$ В; на второй пьезоэлемент последовательно подавался электрический потенциал, равный -200 В (Рис. 3а), -199 В (Рис. 3б), -195 В (Рис. 3в), -170 В (Рис. 3г); -150 В (Рис. 3д).

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что в случае использования двух пьезоэлементов подача на них электрического сигнала разной полярности позволяет добиться различной степени закручивания пластины. При этом, в зависимости от соотношения величин сигналов, можно управлять как углом закрутки, так и положением оси кручения.

В случае смещения пьезоэлементов относительно заделки, но при сохранении их положения относительно друг друга также появляется закручивание в некоторой локальной области в окрестности пьезоэлемента (Рис. 3е, параметры управляющего сигнала равнялись $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -200$ В).

В следующей серии расчетов два пьезоэлемента первоначально располагались параллельно друг другу, центры масс отстояли от заделки на 30 мм. Затем один элемент оставался на месте, а второй смещался вдоль его продольной оси симметрии, параллельной продольной оси симметрии пластины. При этом в качестве управляющего сигнала на пьезоэлементы подавался электрический потенциал разной полярности, но одинаковый по модулю: $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -200$ В.

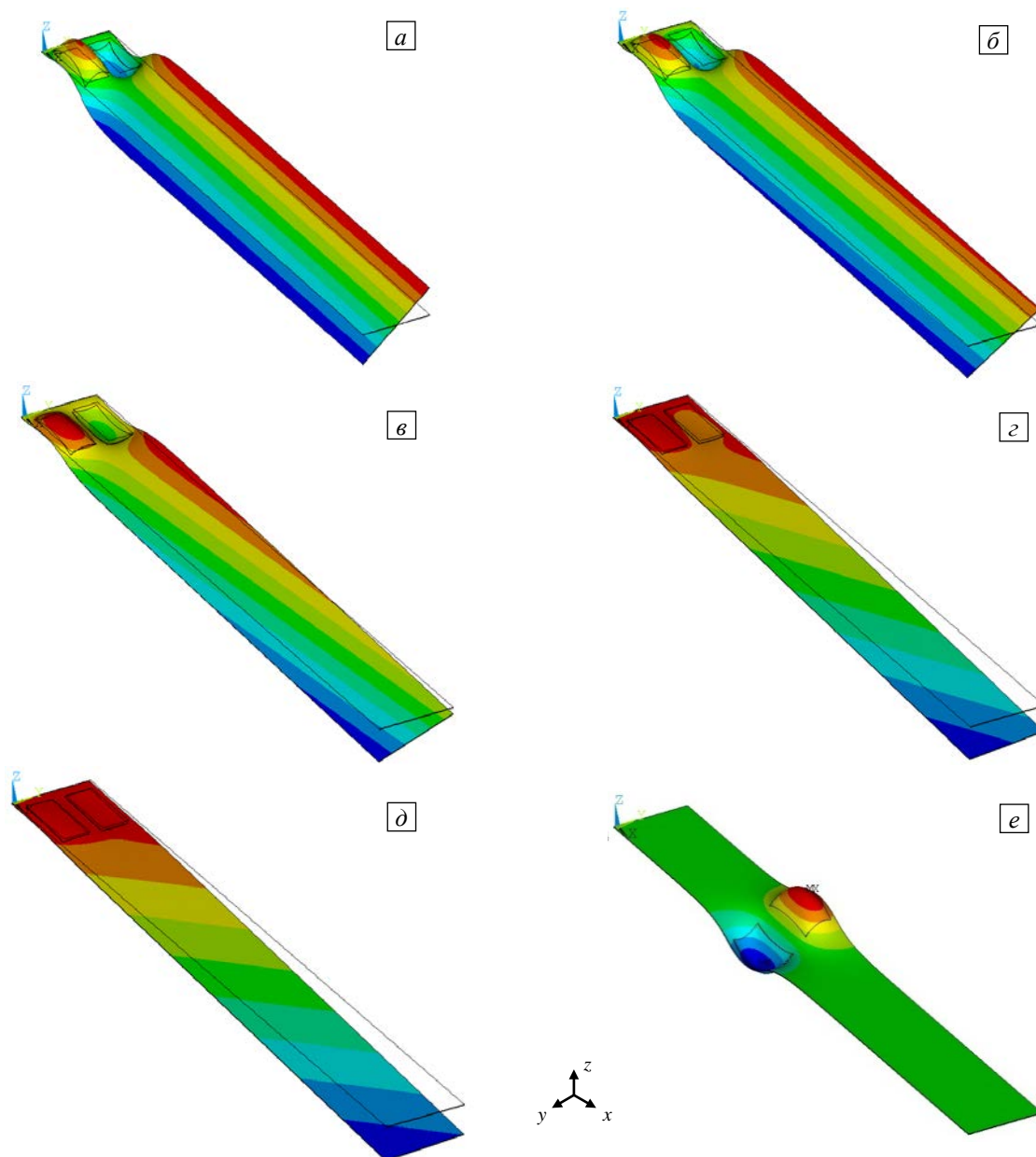


Рис. 3. Картины деформирования пластины при подаче на пьезоэлементы следующих управляющих сигналов: $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -200$ В (а); $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -199$ В (б); $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -195$ В (в); $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -170$ В (г); $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -150$ В (д), при этом центры масс пьезоэлементов смещены на 30 мм от заделки (а–д); $\varphi_1 = +200$ В, $\varphi_2 = -200$ В, центры масс пьезоэлементов смещены на 200 мм от заделки (е)

На рисунке 4 приведены картины деформирования пластины для трех вариантов расположения относительно заделки второго пьезоэлемента: его центр масс отстоит от заделки на 80 мм (Рис. 4а); на 130 мм (Рис. 4б); на 250 мм (Рис. 4в). Представленные картины деформирования позволяют сделать вывод о том, что в случае, когда пьезоэлементы не параллельны друг другу и на них подается электрический сигнал разной полярности, но одинаковый по модулю, образуется более сложная форма деформированной конструкции, которая является комбинацией изгиба и кручения.

Выполненная серия численных экспериментов показала, что при использовании нескольких пьезоэлементов за счет их различного расположения можно получать более сложные формы деформированной конструкции.

Рассмотрим на примере генерирование форм поперечного изгиба пластинки с применением трех и пяти пьезоэлементов, которые расположены друг за другом на продольной оси пластинки. На рисунке 5 приведены картины деформирования пластины при использовании для управления формой трех пьезоэлементов. Управляющий сигнал задавался следующим образом: $\varphi_1 = \varphi_3 = +100$ В (элементы 1 и 3), $\varphi_2 = -200$ В (элемент 2). В результате для данного варианта получен локальный прогиб в середине пластины.

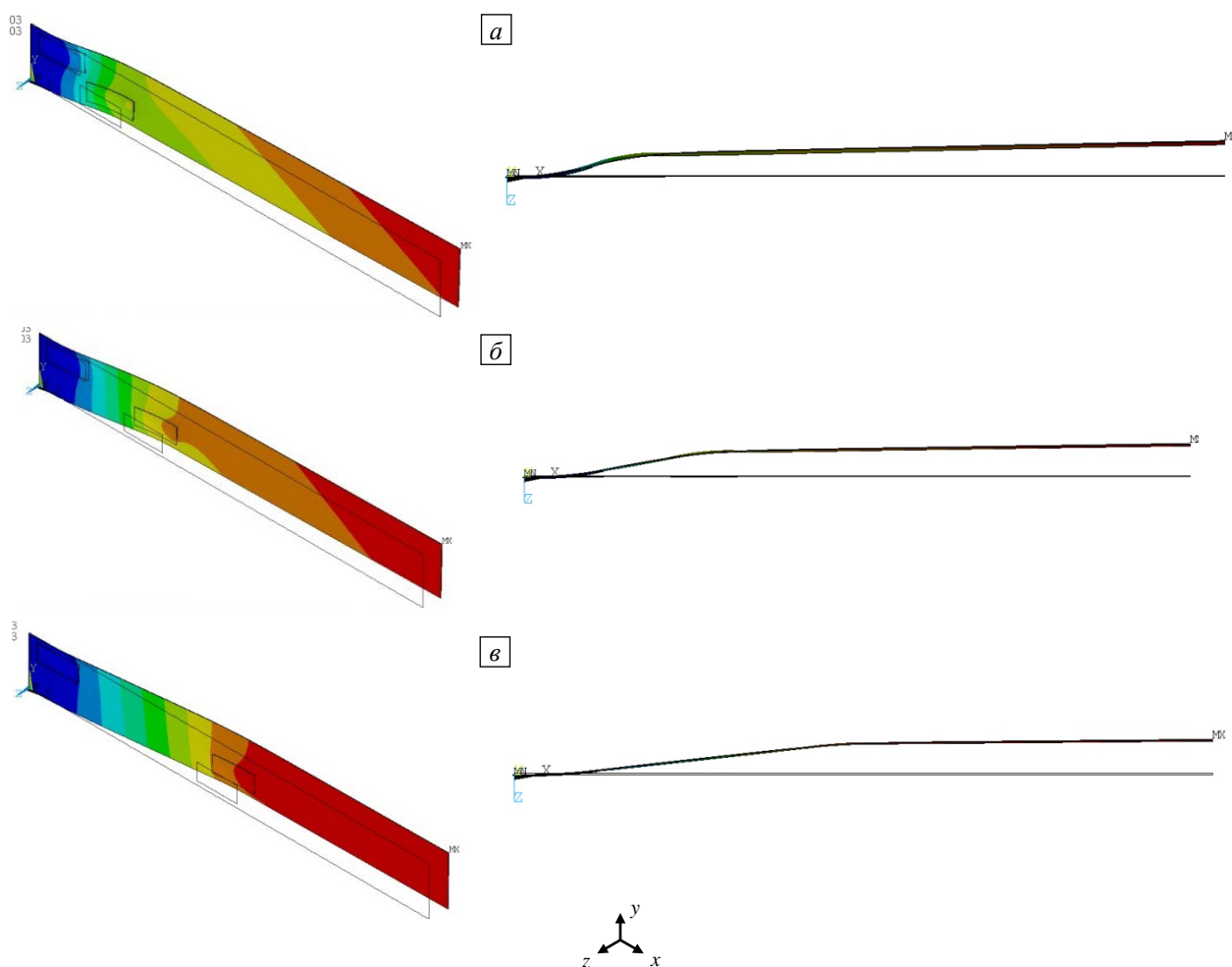


Рис. 4. Формы деформированной пластины и вид в плоскости (xz) при различных вариантах смещения одного из пьезоэлементов относительно к заделке, мм: 80 (а); 130 (б); 250 (в)

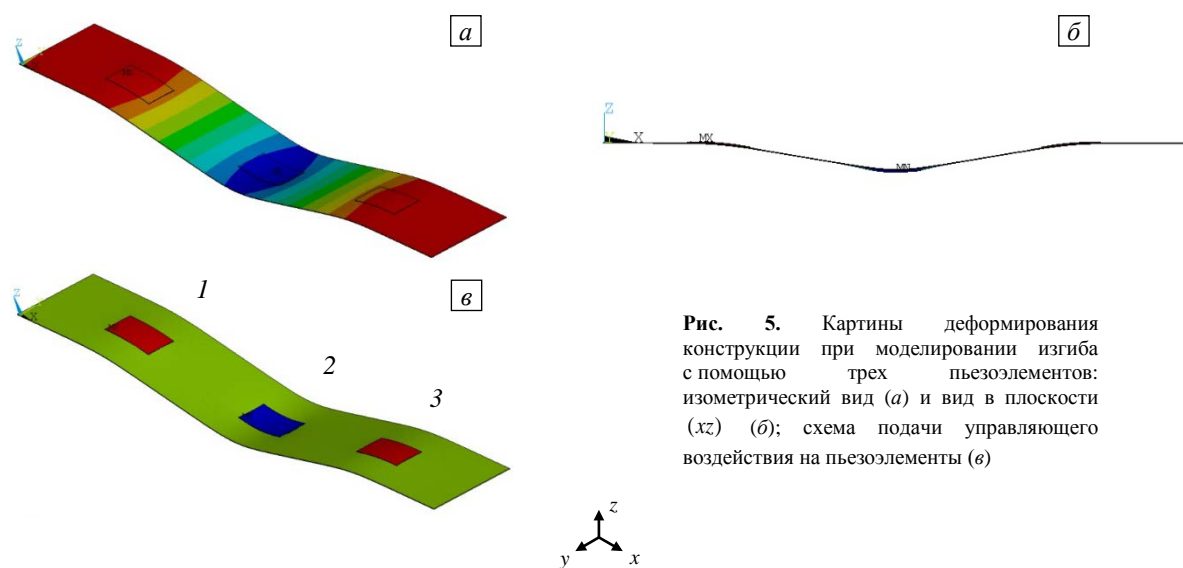


Рис. 5. Картины деформирования конструкции при моделировании изгиба с помощью трех пьезоэлементов: изометрический вид (а) и вид в плоскости (xz) (б); схема подачи управляющего воздействия на пьезоэлементы (в)

При использовании пяти пьезоэлементов ставилась цель получить два симметричных по перемещениям U_z участка пластины. В результате проведенных вычислительных экспериментов было установлено, что для получения требуемой формы на пьезоэлементы необходимо подавать управляющий сигнал со следующими характеристиками: $\varphi_1 = \varphi_5 = +100$ В, $\varphi_2 = \varphi_4 = -200$ В, $\varphi_3 = 200$ В. В результате получается картина изгиба пластинки, приведенная на рисунке 6.

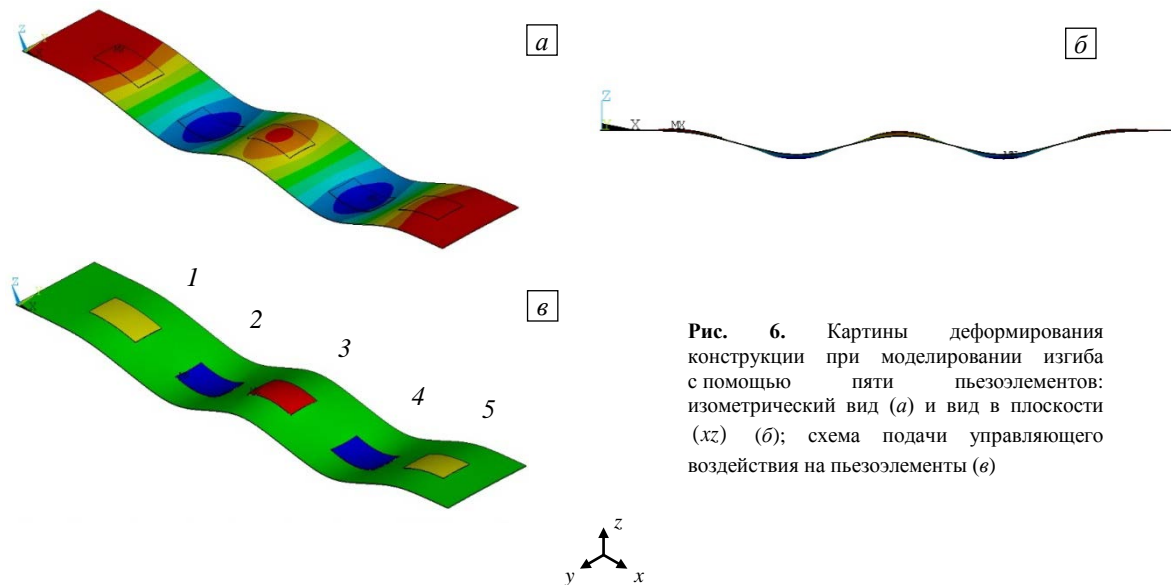


Рис. 6. Картины деформирования конструкции при моделировании изгиба с помощью пяти пьезоэлементов: изометрический вид (а) и вид в плоскости (xz) (б); схема подачи управляющего воздействия на пьезоэлементы (в)

4. Заключение

В настоящей работе на примере консольно-защемленной пластинки продемонстрировано влияние на ее деформацию пьезоэлементов при разных вариантах их расположения по отношению к основной конструкции и друг к другу, а также прилагаемого к ним электрического потенциала различной величины. Показано, что в зависимости от сочетания данных факторов могут формироваться изгиб, кручение и сложное деформированное состояние, являющееся комбинацией изгиба с кручением.

Данные исследования могут быть полезными как при реализации формоизменения конструкции, для обеспечения стабильности геометрии при действии различных нагрузок, так и при реализации активных стратегий управления динамическим поведением конструкций путем формирования предварительного напряженного состояния, приводящего к изменению формы колебаний конструкции на заданных модах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-41-590007_p-a).

Литература

1. *Koconis D.B., Kollar L.P., Springer G.S.* Shape control of composite plates and shells with embedded actuators. II. Desired shape specified // *J. Compos. Mater.* 1994. Vol. 28. P. 262-285. <http://dx.doi.org/10.1177/002199839402800305>
2. *Irschik H.* A review on static and dynamic shape control of structures by piezoelectric actuation // *Eng. Struct.* 2002. Vol. 24. P. 5-11. [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(01\)00081-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00081-5)
3. *Lin C.Y., Crawley E.F., Heeg J.* Open and closed loop results of a strain-actuated active aeroelastic wing // *J. Aircraft.* 1996. Vol. 33. P. 987-994. <http://dx.doi.org/10.2514/3.47045>
4. *Zhang S., Schmidt R., Qin X.* Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm // *Chin. J. Aeronaut.* 2015. Vol. 28. P. 305-313. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cja.2014.12.005>
5. *Ambrose T.P., Houston D.R., Fuhr P.L., Devino E.A., Werner M.P.* Shoring systems for construction load monitoring // *Smart Mater. Struct.* 1994. Vol. 3. P. 26-34. <http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/3/1/005>
6. *Soh C.K., Tseng K.K.H., Bhalla S., Gupta A.* Performance of smart piezoceramic transducers in health monitoring of RC bridge // *Smart Mater. Struct.* 2000. Vol. 9. P. 533-542. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/4/317>
7. *Chaudhry Z., Rogers C.A.* Bending and shape control of beams using SMA actuators // *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 1991. Vol. 2. P. 581-602. <http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9100200410>
8. *Suleman A., Crawford C., Costa A.P.* Experimental aeroelastic response of piezoelectric and aileron controlled 3D wing // *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 2002. Vol. 13. P. 75-83. <http://dx.doi.org/10.1177/104538902761402477>
9. *Mabe J., Calkins F., Butler G.* Boeing's variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction // 47th AIAA/ASME /ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Newport, Rhode Island, May 01-04, 2006. Art. № 2006-2142. <http://dx.doi.org/10.2514/6.2006-2142>
10. *Sigmund O., Maute K.* Topology optimization approaches. A comparative review // *Struct. Multidisc. Optim.* 2013. Vol. 48. P. 1031-1055. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-013-0978-6>
11. *Deaton J.D., Grandhi R.V.* A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000 // *Struct. Multidisc. Optim.* 2014. Vol. 49. P. 1-38. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-013-0956-z>
12. *Remouchamps A., Bruyneel M., Fleury C., Grihon S.* Application of a bi-level scheme including topology optimization to the design of an aircraft pylon // *Struct. Multidisc. Optim.* 2011. Vol. 44. P. 739-750. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-011-0682-3>
13. *Zhu J.H., Zhang W.H., Xia L.* Topology optimization in aircraft and aerospace structures design // *Arch. Computat. Methods Eng.* 2016. Vol. 23. P. 595-622. <http://dx.doi.org/10.1007/s11831-015-9151-2>

14. Iurlova N.A., Matveenko V.P., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlov M.A. Layout optimization of piezoelectric elements with external electric circuits in smart constructions based on solution of the natural vibrations problem // Proc. of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. ECCOMAS 2016, Crete Island, Greece, June 5-10, 2016. Vol. 1. P. 1920-1929.
15. Crawley E.F., Louis J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures // AIAA J. 1987. Vol. 25. P. 1373-1385. <https://doi.org/10.2514/3.9792>
16. Oshmarin D.A., Iurlov M.A., Sevodina N.V., Iurlova N.A. On the optimal location of several piezoelectric elements on the structure surface // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 581. 012013. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/581/1/012013>
17. Foutsitzi G.A., Gogos C.G., Hadjigeorgiou E.P., Stavroulakis G.E. Actuator location and voltages optimization for shape control of smart beams using genetic algorithms // Actuators. 2013. Vol. 2. P. 111-128. <https://doi.org/10.3390/act2040111>
18. Gaudenzi P., Fantini E., Koumoussis V.K., Gantes C.J. Genetic algorithm optimization for the active control of a beam by means of PZT actuators // J. Intell. Mater. Syst. Struct. 1998. Vol. 9. P. 291-300. <https://doi.org/10.1177/1045389X9800900407>
19. Bruch J.Jr.C., Sloss J.M., Adali S., Sadek I.S. Optimal piezo-actuator locations/lengths and applied voltage for shape control of beams // Smart Mater. Struct. 2000. Vol. 9. P. 205-211. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/2/311>
20. Nguyen Q., Tong L. Shape control of smart composite plate with non-rectangular piezoelectric actuators // Compos. Struct. 2004. Vol. 66. P. 207-214. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.04.039>
21. Koconis D.B., Kollar L.P., Springer G.S. Shape control of composite plates and shells with embedded actuators. II. Desired shape specified // J. Compos. Mater. 1994. Vol. 28. P. 262-285. <https://doi.org/10.1177/002199839402800305>
22. Barboni R., Mannini A., Fantini E., Gaudenzi P. Optimal placement of PZT actuators for the control of beam dynamics // Smart Mater. Struct. 2000. Vol. 9. P. 110-130. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/1/312>
23. Ip K.-H., Tse P.-C. Optimal configuration of a piezoelectric patch for vibration control of isotropic rectangular plates // Smart Mater. Struct. 2001. Vol. 10. P. 395-403. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/2/401>
24. Sun D., Tong L. Modal control of smart shells by optimizing discretely distributed piezoelectric transducers // Int. J. Solid. Struct. 2001. Vol. 38. P. 3281-3299. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(00\)00224-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00224-9)
25. Партон В.З., Курдюяцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1988. 471 с.
26. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Электротермовязкоупругость. Киев: Наук. думка, 1988. 319 с.
27. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. Киев: Наук. думка, 1990. 228 с.
28. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
29. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
30. Iurlova N.A., Sevodina N.V., Oshmarin D.A., Iurlov M.A. Algorithm for solving problems related to the natural vibrations of electro-viscoelastic structures with shunt circuits using ANSYS data // International Journal of Smart and Nano Materials. 2019. Vol. 10. P. 156-176. <https://doi.org/10.1080/19475411.2018.1542356>

References

1. Koconis D.B., Kollar L.P., Springer G.S. Shape control of composite plates and shells with embedded actuators. II. Desired shape specified. *J. Compos. Mater.*, 1994, vol. 28, pp. 262-285. <http://dx.doi.org/10.1177/002199839402800305>
2. Irschik H. A review on static and dynamic shape control of structures by piezoelectric actuation. *Eng. Struct.*, 2002, vol. 24, pp. 5-11. [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(01\)00081-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00081-5)
3. Lin C.Y., Crawley E.F., Heeg J. Open and closed loop results of a strain-actuated active aeroelastic wing. *J. Aircraft*, 1996, vol. 33, pp. 987-994. <http://dx.doi.org/10.2514/3.47045>
4. Zhang S., Schmidt R., Qin X. Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm. *Chin. J. Aeronaut.*, 2015, vol. 28, pp. 305-313. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cja.2014.12.005>
5. Ambrose T.P., Houston D.R., Fuhr P.L., Devino E.A., Werner M.P. Shoring systems for construction load monitoring. *Smart Mater. Struct.*, 1994, vol. 3, pp. 26-34. <http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/3/1/005>
6. Soh C.K., Tseng K.K.H., Bhalla S., Gupta A. Performance of smart piezoceramic transducers in health monitoring of RC bridge. *Smart Mater. Struct.*, 2000, vol. 9, pp. 533-542. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/4/317>
7. Chaudhry Z., Rogers C.A. Bending and shape control of beams using SMA actuators. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 1991, vol. 2, pp. 581-602. <http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9100200410>
8. Suleman A., Crawford C., Costa A.P. Experimental aeroelastic response of piezoelectric and aileron controlled 3D wing. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 2002, vol. 13, pp. 75-83. <http://dx.doi.org/10.1177/104538902761402477>
9. Mabe J., Calkins F., Butler G. Boeing's variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction // 47th AIAA/ASME /ASCE/AHS/ASC Struct. Dyn. Mater. Conf. 14th AIAA/ASME/AHS Adapt. Struct. Conf. 7th, AIAA. 2006. Art. № 2006-2142. <http://dx.doi.org/10.2514/6.2006-2142>.
10. Sigmund O., Maute K. Topology optimization approaches. A comparative review. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2013, vol. 48, pp. 1031-1055. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-013-0978-6>
11. Deaton J.D., Grandhi R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2014, vol. 49, pp. 1-38. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-013-0956-z>
12. Remouchamps A., Bruyneel M., Fleury C., Grihon S. Application of a bi-level scheme including topology optimization to the design of an aircraft pylon. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2011, vol. 44, pp. 739-750. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-011-0682-3>
13. Zhu J.H., Zhang W.H., Xia L. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design. *Arch. Computat. Methods Eng.*, 2016, vol. 23, pp. 595-622. <http://dx.doi.org/10.1007/s11831-015-9151-2>

14. Iurlova N.A., Matveenko V.P., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlov M.A. *Proc. of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. ECCOMAS 2016, Crete Island, Greece, June 5-10, 2016. Vol. 1, pp. 1920-1929*
15. Crawley E.F., Louis J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAAJ*, 1987, vol. 25, pp. 1373-1385. <https://doi.org/10.2514/3.9792>
16. Oshmarin D.A., Iurlov M.A., Sevodina N.V., Iurlova N.A. On the optimal location of several piezoelectric elements on the structure surface. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2019, vol. 581, 012013. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/581/1/012013>
17. Foutsitzi G.A., Gogos C.G., Hadjigeorgiou E.P., Stavroulakis G.E. Actuator location and voltages optimization for shape control of smart beams using genetic algorithms. *Actuators*, 2013, vol. 2, pp. 111-128. <https://doi.org/10.3390/act2040111>
18. Gaudenzi P., Fantini E., Koumousis V.K., Gantes C.J. Genetic algorithm optimization for the active control of a beam by means of PZT actuators. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 1998, vol. 9, pp. 291-300. <https://doi.org/10.1177/1045389X9800900407>
19. Bruch J.Jr.C., Sloss J.M., Adali S., Sadek I.S. Optimal piezo-actuator locations/lengths and applied voltage for shape control of beams. *Smart Mater. Struct.*, 2000, vol. 9, pp. 205-211. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/2/311>
20. Nguyen Q., Tong L. Shape control of smart composite plate with non-rectangular piezoelectric actuators. *Compos. Struct.*, 2004, vol. 66, pp. 207-214. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.04.039>
21. Kocconis D.B., Kollar L.P., Springer G.S. Shape control of composite plates and shells with embedded actuators. II. Desired shape specified. *J. Compos. Mater.*, 1994, vol. 28, pp. 262-285. <https://doi.org/10.1177/002199839402800305>
22. Barboni R., Mannini A., Fantini E., Gaudenzi P. Optimal placement of PZT actuators for the control of beam dynamics. *Smart Mater. Struct.*, 2000, vol. 9, pp. 110-130. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/1/312>
23. Ip K.-H., Tse P.-C. Optimal configuration of a piezoelectric patch for vibration control of isotropic rectangular plates. *Smart Mater. Struct.*, 2001, vol. 10, pp. 395-403. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/2/401>
24. Sun D., Tong L. Modal control of smart shells by optimizing discretely distributed piezoelectric transducers. *Int. J. Solid. Struct.*, 2001, vol. 38, pp. 3281-3299. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(00\)00224-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00224-9)
25. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. *Elektromagnitoupругost' p'yezoelektricheskikh i elektroprovodnykh tel* [Electromagnetoelasticity of piezoelectric and electrically conductive bodies]. Moscow, Nauka, 1988. 471 p.
26. Karnaukhov V.G., Kirichok I.F. *Elektrotermovязкоупругост'* [Electrothermoviscoelasticity]. Kiev, Nauk. Dumka, 1988. 319 p.
27. Shul'ga N.A., Bolkisev A.M. *Kolebaniya p'yezoelektricheskikh tel* [Oscillations of piezoelectric bodies]. Kiev, Nauk. dumka, 1990. 228 p.
28. Lekhnitskiy S.G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela* [Theory of elasticity of an anisotropic body]. Moscow, Nauka, 1977. 416 p.
29. Lurie A.I. *Theory of Elasticity*. Springer, 2005. 1050 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-26455-2>
30. Iurlova N.A., Sevodina N.V., Oshmarin D.A., Iurlov M.A. Algorithm for solving problems related to the natural vibrations of electro-viscoelastic structures with shunt circuits using ANSYS data. *International Journal of Smart and Nano Materials*, 2019, vol. 10, pp. 156-176. <https://doi.org/10.1080/19475411.2018.1542356>

Поступила в редакцию 12.11.2019; после доработки 09.12.2019; принята к опубликованию 09.12.2019

Сведения об авторах

Юрлова Наталья Алексеевна, кфмн, доц., снс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), Пермь, 614018, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: yurlova@icmm.ru

Севодина Наталья Витальевна, ктн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: natsev@icmm.ru

Ошмарин Дмитрий Александрович, б/с, мнс, ИМСС УрО РАН; e-mail: oshmarin@icmm.ru

Ковалев Игорь Евгеньевич, дтн., проф., Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского (ЦАГИ), 140180, г. Жуковский, Московская обл., ул. Жуковского, 1; e-mail: igor.kovalev@tsagi.ru