

DOI: [10.7242/1999-6691/2019.12.2.16](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2019.12.2.16)

УДК 519.6:531.33

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВСКИПАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

В.С. Сузов

Южно-Уральский государственный университет (НИУ), Челябинск, Российская Федерация

Представлена новая модель вскипающей жидкости, построенная на базе ранее предложенной автором односкоростной двухтемпературной модели смеси, в которой учтены силы межфракционного взаимодействия. Жидкая фракция считается несжимаемой. Проведен характеристический анализ уравнений модели и выявлена их гиперболичность. Выведены дифференциальные соотношения вдоль характеристических направлений. Получена аналитическая формула для расчета скорости звука во вскипающей жидкости. Отмечено, что скорость звука в жидкости при учете фазовых превращений оказывается несколько меньшей, чем дает формула Вуда. Приведены расчетные формулы итерационного алгоритма узлового метода характеристик, с использованием которого рассчитано течение при распаде произвольного разрыва во вскипающей жидкости. В расчетах полагалось, что фазовый переход в процессе кипения происходит в условиях перегретого состояния, когда температура жидкости превышает температуру насыщения. Показано, что при учете фазового превращения концентрация пара в волне разгрузки значительно возрастает, а также наблюдается небольшое увеличение как скорости движения смеси, так и давления. Концентрация паровой фракции за фронтом ударного скачка уменьшается. Предложенная модель вскипающей жидкости может быть применена при моделировании процессов в случае разгерметизации технических устройств с перегретой жидкостью, а также для описания кавитационных явлений, имеющих место, например, на поздней стадии высокоскоростного взаимодействия жидких капель с твердой поверхностью.

Ключевые слова: вскипающая жидкость, гиперболическая модель, узловой метод характеристик

A HYPERBOLIC MODEL OF BOILING LIQUID

V.S. Surov

South Ural State University (NRU), Chelyabinsk, Russian Federation

A model of a boiling liquid is presented, built on the basis of the single-speed two-temperature generalized equilibrium model of a mixture previously proposed by the author, which takes into account the forces of interfractional interaction. The liquid fraction is assumed to be incompressible. A characteristic analysis of the model equations is carried out and their hyperbolicity is shown. Relations for characteristic directions and differential relations holding along them are derived. An analytical formula for calculating the speed of sound in a boiling liquid is obtained. It is noted that the speed of sound in a liquid, when phase transitions are taken into account, turns out to be slightly less than Wood's formula gives. Calculation formulas are given for the iterative nodal method of characteristics, which is used to calculate the flow during the decay of an arbitrary discontinuity in a boiling liquid without taking into account interfractional heat exchange. In the calculations, it has been assumed that the phase transition in the boiling process occurs under the conditions of a superheated state, when the temperature of the liquid exceeds the saturation temperature. It is shown that taking into account the phase transformation leads to a significant increase in the vapor concentration in the unloading wave, as well as to a slight increase in both the velocity of the mixture and the pressure. The concentration of the vapor fraction behind the front of the shock jump decreases.

Key words: boiling liquid, hyperbolic model, nodal method of characteristics

1. Введение

Взрывное вскипание жидкости, возникающее при резком падении давления, представляет практический и теоретический интерес в связи с возрастающими требованиями к обеспечению безопасности энергетических установок. Теоретические и экспериментальные работы по исследованию течений вскипающей жидкости описаны в [1]. Авторами [2]–[6] в рамках различных моделей численно исследовалось явление взрывного вскипания жидкости при снижении давления.

В статье представляется новая модель вскипающей жидкости, построенная на базе односкоростной обобщенно-равновесной (ОР) гиперболической двухтемпературной модели из [7]. Для упрощения вычислений жидкость полагается несжимаемой. Ранее ОР модель использовалась в расчетах течений вязких теплопроводных смесей, но вместо оригинальных законов Фурье и Стокса в нее вводились их релаксационные аналоги [8], [9]. Далее будет показано, что ОР модель также может быть приложена к исследованию течений при наличии фазовых превращений, при этом тип системы уравнений не меняется, она по-прежнему остается гиперболической. А это при интегрировании уравнений дает возможность прибегать к хорошо зарекомендовавшим себя численным методам решения гиперболических систем. В данной работе при интегрировании уравнений модели смеси применяется известный в газовой динамике узловой метод характеристик. Его суть состоит в переходе от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям, которые записываются вдоль характеристических направлений. Одномерный вариант метода, описанный в [10], обобщается на решение многомерных задач через процедуру расщепления по пространственным направлениям.

2. Модель вскипающей жидкости

Уравнения, описывающие одномерное течение парожидкостной смеси при наличии фазовых превращений с несжимаемой дисперсной фракцией ($\rho_s^0 = \text{const}$) в дивергентной форме, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{st} \rho_{st}^0}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{st} \rho_{st}^0 u}{\partial x} &= J, & \frac{\partial \alpha_{st} \rho_{st}^0 u}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{st} (p + \rho_{st}^0 u^2)}{\partial x} &= f + Ju, \\ \frac{\partial \alpha_{st} \rho_{st}^0 e_{st}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{st} (\rho_{st}^0 e_{st} + p) u}{\partial x} &= fu + Je_s + Q, \\ \frac{\partial \alpha_s \rho_s^0}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_s \rho_s^0 u}{\partial x} &= -J, & \frac{\partial \alpha_s \rho_s^0 u}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_s (p + \rho_s^0 u^2)}{\partial x} &= -f - Ju, \\ \frac{\partial \alpha_s \rho_s^0 e_s}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_s (\rho_s^0 e_s + p) u}{\partial x} &= -fu - Je_s - Q. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь: t — время; u — скорость течения смеси; p — давление; α_k — объемная доля, где $k = st, s$ — указатель фракции, при этом индекс st обозначает пар, а индекс s — несжимаемую фракцию; J — интенсивность парообразования на единицу объема смеси; $e_k = \varepsilon_k + \frac{1}{2}u^2$ — полная удельная энергия k -й фракции; $\varepsilon_{st} = \varepsilon_{st}(p, \rho_{st}^0)$ и $\varepsilon_s = c_{v,s}\theta_s + \varepsilon_0$ — удельные внутренние энергии, где θ_s — температура дисперсной фракции, $c_{v,s}$ — ее теплоемкость; f — плотность силы межфракционного взаимодействия [7], которая заранее неизвестна и определяется в процессе интегрирования системы (1); Q — интенсивность теплообмена между фракциями на единицу объема смеси. Заметим, что если в (1) опустить силы межфракционного взаимодействия, то система теряет свойство гиперболичности.

После суммирования выражений соответствующих законов сохранения по составляющим смесь фракциям получим законы сохранения массы, импульса и энергии для смеси в целом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial (\rho e + p) u}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где $\rho = \alpha_{st} \rho_{st}^0 + \alpha_s \rho_s^0$ — плотность смеси, $e = \varepsilon + u^2/2$ и $\varepsilon = (\alpha_{st} \rho_{st}^0 \varepsilon_{st} + \alpha_s \rho_s^0 \varepsilon_s) / \rho$ — удельные полная и внутренняя энергии смеси. Уравнения (2) в квазилинейной форме имеют вид:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{D\varepsilon}{Dt} + p \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}$. Соответствующие законы сохранения для пара и жидкости запишутся как

$$\begin{aligned} \frac{D\rho_{st}}{Dt} + \rho_{st} \frac{\partial u}{\partial x} &= J, & \rho_{st} \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial \alpha_{st} p}{\partial x} &= f, & \rho_{st} \frac{D\varepsilon_{st}}{Dt} + \alpha_{st} p \frac{\partial u}{\partial x} &= Q + J(\varepsilon_s - \varepsilon_{st}), \\ \frac{D\rho_s}{Dt} + \rho_s \frac{\partial u}{\partial x} &= -J, & \rho_s \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial \alpha_s p}{\partial x} &= -f, & \rho_s \frac{D\varepsilon_s}{Dt} + \alpha_s p \frac{\partial u}{\partial x} &= -Q. \end{aligned}$$

Здесь $\rho_k = \alpha_k \rho_k^0$ — приведенная плотность k -й фракции. Учитывая равенства

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon_{st}}{Dt} &= \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial \rho_{st}^0} \frac{D\rho_{st}^0}{Dt}, & \frac{D\rho_{st}}{Dt} &= J + \frac{\rho_{st}}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}, \\ \frac{D\rho_{st}^0}{Dt} &= \frac{1}{\alpha_{st}} \left(\frac{\rho_s^0 - \rho_{st}^0}{\rho_s^0} J + \frac{\rho_{st}^0}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right), & \frac{D\alpha_{st}}{Dt} &= \frac{J}{\rho_s^0} - \frac{\alpha_s}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}, \end{aligned}$$

закон сохранения энергии для смеси в целом можно преобразовать к виду:

$$\frac{Dp}{Dt} - c^2 \frac{D\rho}{Dt} = \Pi,$$

где

$$c = \sqrt{\frac{p - \frac{(\rho_{st}^0)^2}{\alpha_{st}} \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial \rho_{st}^0}}{\rho \rho_{st}^0 \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial p}}}, \quad \Pi = \frac{\frac{Q + J(\varepsilon_s - \varepsilon_{st})}{\rho_{st}^0} - J \left(1 - \frac{\rho_{st}^0}{\rho_s^0} \right) \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial \rho_{st}^0}}{\alpha_{st} \frac{\partial \varepsilon_{st}}{\partial p}}. \quad (3)$$

Здесь c — скорость звука в смеси.

Таким образом, система уравнений модели жидкости при наличии в ней фазовых превращений в квазилинейной форме окончательно выглядит так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} &= \Pi, & \frac{\partial \rho_{st}^0}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_{st}^0}{\partial x} + G_{st} \frac{\partial u}{\partial x} &= I_{st}, \\ \frac{\partial \alpha_{st}}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha_{st}}{\partial x} + K_{st} \frac{\partial u}{\partial x} &= L_{st}, & \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_s}{\partial x} + Y_s \frac{\partial u}{\partial x} &= Z_s, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$G_{st} = \frac{\rho_{st}^0}{\alpha_{st}}, \quad I_{st} = J \frac{\rho_s^0 - \rho_{st}^0}{\alpha_{st} \rho_s^0}, \quad K_{st} = -\alpha_s, \quad L_{st} = \frac{J}{\rho_s^0}, \quad Y_s = \frac{p}{c_{v,s} \rho_s^0}, \quad Z_s = -\frac{Q}{\alpha_s c_{v,s} \rho_s^0}.$$

Корни характеристического уравнения системы (4) определяются из равенства:

$$\begin{vmatrix} \lambda - u & -\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda - u & -\frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho c^2 & \lambda - u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_{st} & 0 & \lambda - u & 0 & 0 \\ 0 & -K_{st} & 0 & 0 & \lambda - u & 0 \\ 0 & -Y_s & 0 & 0 & 0 & \lambda - u \end{vmatrix} = 0,$$

где $\lambda = dx/dt$, и все являются только действительными числами: $\lambda_{1,2} = u \pm c$, $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = u$.

Соотношения вдоль характеристических направлений $dx/dt = u \pm c$ системы (4) могут быть найдены из уравнения:

$$\begin{vmatrix} \lambda - u & -\rho & 0 & 0 & 0 & -u \frac{d\rho}{dt} - \rho \frac{du}{dt} \\ 0 & \lambda - u & -\frac{1}{\rho} & 0 & 0 & -u \frac{du}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} \\ 0 & -\rho c^2 & \lambda - u & 0 & 0 & \Pi - u \frac{dp}{dt} - \rho c^2 \frac{du}{dt} \\ 0 & -G_{st} & 0 & \lambda - u & 0 & I_{st} - u \frac{d\rho_{st}^0}{dt} - G_{st} \frac{du}{dt} \\ 0 & -K_{st} & 0 & 0 & \lambda - u & L_{st} - u \frac{d\alpha_{st}}{dt} - K_{st} \frac{du}{dt} \\ 0 & -Y_s & 0 & 0 & 0 & Z_s - u \frac{d\theta_s}{dt} - Y_s \frac{du}{dt} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая определитель, получаем:

$$(u \pm c)(\rho c du \pm dp) = \pm \Pi dt. \quad (5)$$

Вдоль траектории $\lambda = u$ выполняются равенства

$$dp - c^2 d\rho = \Pi dt, \quad d\rho_{st}^0 - G_{st} \frac{d\rho}{\rho} = I_{st} dt, \quad d\alpha_{st} - K_{st} \frac{d\rho}{\rho} = L_{st} dt, \quad d\theta_s - Y_s \frac{d\rho}{\rho} = Z_s dt, \quad (6)$$

которые непосредственно следуют из системы (4).

В качестве калорического и термического уравнений состояния водяного пара воспользуемся следующими:

$$\varepsilon_{st} = \frac{(p + \gamma_{st} p_{st})(1 - \rho_{st}^0 b_{st})}{(\gamma_{st} - 1)\rho_{st}^0} + q_{st}, \quad \theta_{st} = \frac{(p + p_{st})(1 - \rho_{st}^0 b_{st})}{(\gamma_{st} - 1)\rho_{st}^0 c_{v, st}}, \quad (7)$$

где $\gamma_{st} = 1,47$, $p_{st} = 0$, $q_{st} = 2,077616 \cdot 10^6$ Дж/кг, $c_{v, st} = 0,955 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $b_{st} = 0$ [11]. Формула для вычисления скорости звука (3) в случае применения уравнений (7), то есть с учетом фазовых превращений, становится такой:

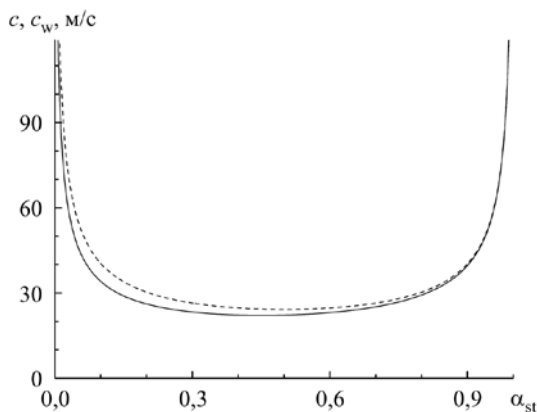


Рис. 1. Характер скорости звука в пароводяной смеси, вычисленной с учетом фазовых превращений – $c(\alpha_{st})$ (сплошная линия), и по формуле Вуда – $c_w(\alpha_{st})$ (штриховая линия)

$$c = \sqrt{\frac{p(\gamma_{st} + \alpha_s/\alpha_{st})}{\rho}}.$$

Рассчитанная по ней скорость звука $c(\alpha_{st})$ в пароводяной смеси ($\rho_s^0 = 1000$ кг/м³, $\theta_s = 293$ К) при нормальных условиях представлена на рисунке 1. Для сравнения приведена скорость $c_w(\alpha_{st})$, найденная по формуле Вуда [12]:

$$c_w = c_{st} \sqrt{\frac{\rho_{st}^0}{\alpha_{st} \rho}},$$

где $c_{st} = \sqrt{\frac{\gamma_{st}(p + p_{st})}{\rho_{st}^0(1 - b_{st}\rho_{st}^0)}}$. Из рисунка видно, что

скорость звука в жидкости при учете фазовых превращений оказывается несколько меньшей, чем дает формула Вуда.

3. Методика численного счета и результаты вычислений

Для численного интегрирования уравнений (4) применялся узловый метод характеристик. При его использовании достаточно найти значения искомым величин в узле (x_k, t_{n+1}) по их известным значениям в узлах, находящихся на n -м временном слое. Реализуется следующая итерационная процедура. Полагается, что на «нулевой» итерации ($v = 0$) значения искомым переменных в точке (x_k, t_{n+1}) совпадают с их значениями в точке (x_k, t_n) , при этом характеристические направления $dx/dt = u$, $dx/dt = u \pm c$ аппроксимируются выражениями:

$$x_k - x_C^v = u^v \Delta t, \quad x_k - x_L^v = (u^v + c^v) \Delta t, \quad x_k - x_R^v = (u^v - c^v) \Delta t,$$

где $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Точки пересечения характеристических направлений с прямой $t = t_n$ (Рис. 2) определяются соотношениями:

$$x_L^v = x_k - (u^v + c^v) \Delta t, \quad x_C^v = x_k - u^v \Delta t, \quad x_R^v = x_k - (u^v - c^v) \Delta t. \quad (8)$$

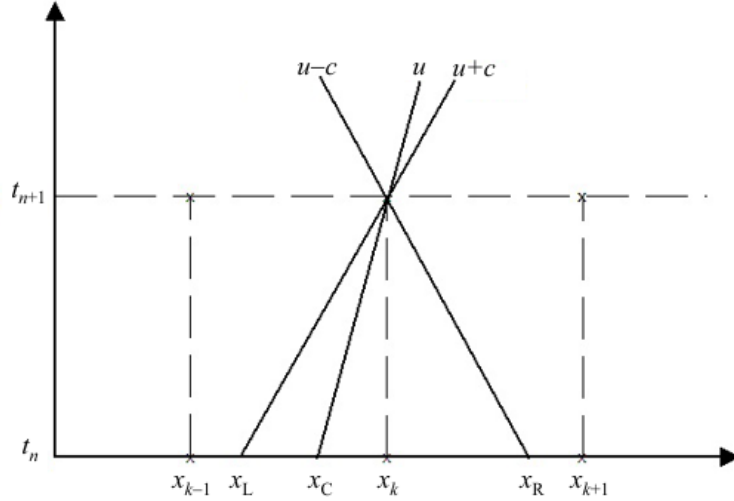


Рис. 2. Расчетная схема для узлового метода характеристик

Параметры $(\rho, u, p, \rho_{st}^0, \alpha_{st}, \theta_s)^{(0)}$ в точках $(x_L, x_C, x_R)^{(0)}$ находятся интерполяцией по их известным значениям в узлах x_{k+1}, x_k, x_{k-1} . Перепишем соотношения (5), (6) в конечно-разностном виде:

$$\begin{aligned}
 p^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - p^v(x_L, t_n) + (\rho c)_L^v (u^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - u^v(x_L, t_n)) &= \left(\frac{\Pi}{u+c} \right)_L^v \Delta t, \\
 p^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - p^v(x_C, t_n) - (c^2)_C^v (\rho^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \rho^v(x_C, t_n)) &= \Pi^v(x_C, t_n) \Delta t, \\
 (\rho_{st}^0)^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - (\rho_{st}^0)^v(x_C, t_n) - \left(\frac{G_{st}}{\rho} \right)_C^v (\rho^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \rho^v(x_C, t_n)) &= I^v(x_C, t_n) \Delta t, \\
 \alpha_{st}^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \alpha_{st}^v(x_C, t_n) - \left(\frac{K_{st}}{\rho} \right)_C^v (\rho^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \rho^v(x_C, t_n)) &= L^v(x_C, t_n) \Delta t, \\
 \theta_s^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \theta_s^v(x_C, t_n) - \left(\frac{Y_s}{\rho} \right)_C^v (\rho^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - \rho^v(x_C, t_n)) &= Z_s^v(x_C, t_n) \Delta t, \\
 p^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - p^v(x_R, t_n) - (\rho c)_R^v (u^{v+1}(x_k, t_{n+1}) - u^v(x_R, t_n)) &= \left(\frac{\Pi}{u-c} \right)_R^v \Delta t.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Решая систему (9) при $v=0$ относительно переменных $(\rho, u, p, \rho_{st}^0, \alpha_{st}, \theta_s)^{(1)}$, получим уточненные значения искомых функций в точке (x_k, t_{n+1}) . Затем по этим данным из выражений (8) вычислим новые координаты $(x_L, x_C, x_R)^{(1)}$, которыми, в свою очередь, воспользуемся для определения $(\rho, u, p, \rho_{st}^0, \alpha_{st}, \theta_s)^{(2)}$ из (9), где необходимо положить $v=1$. Описанный итерационный процесс продолжаем вплоть до достижения сходимости.

Для иллюстрации применения представленной выше численной процедуры рассмотрена задача Римана при следующих значениях параметров на момент времени $t=0$: «слева» от контактного разрыва ($x < 25$) $p_L = 0,7$ МПа, $u_L = 0$, $(\alpha_{st})_L = 0,15$, $\theta_{sL} = 440$ К; «справа» от него ($x > 25$) $p_R = 0,3$ МПа, $u_R = 0$, $(\alpha_{st})_R = 0,3$, $\theta_{sR} = 408,8$ К. Остальные параметры имели значения: $\rho_s^0 = 1000$ кг/м³, $c_{v,s} = 4,15 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\varepsilon_0 = 1,2381 \cdot 10^6$ Дж/кг [13]. Межфракционный теплообмен не учитывался, то есть считалось, что $Q = 0$. Температура насыщения $\theta_N(p)$ определялась по формуле:

$$\theta_N(p) = \theta_{..} - \frac{\theta_{..}}{\ln(p/p_{..})},$$

где $p_{..} = 20,2 \cdot 10^9$ Па, $\theta_{..} = 4200$ К, $\theta_{..} = 31$ К. Интенсивность фазового перехода вода-пар находилась из соотношения:

$$J = \beta \alpha_s (\theta_s - \theta_N(p)).$$

В расчетах полагалось, что фазовый переход в процессе кипения происходит в условиях перегретого состояния, когда температура жидкости превышает температуру насыщения: $\theta_s - \theta_N(p) > \Delta\theta$, где $\Delta\theta$ — перегрев жидкости. При распаде разрыва формируется течение с ударной волной, движущейся вправо, и волной разрежения, перемещающейся влево.

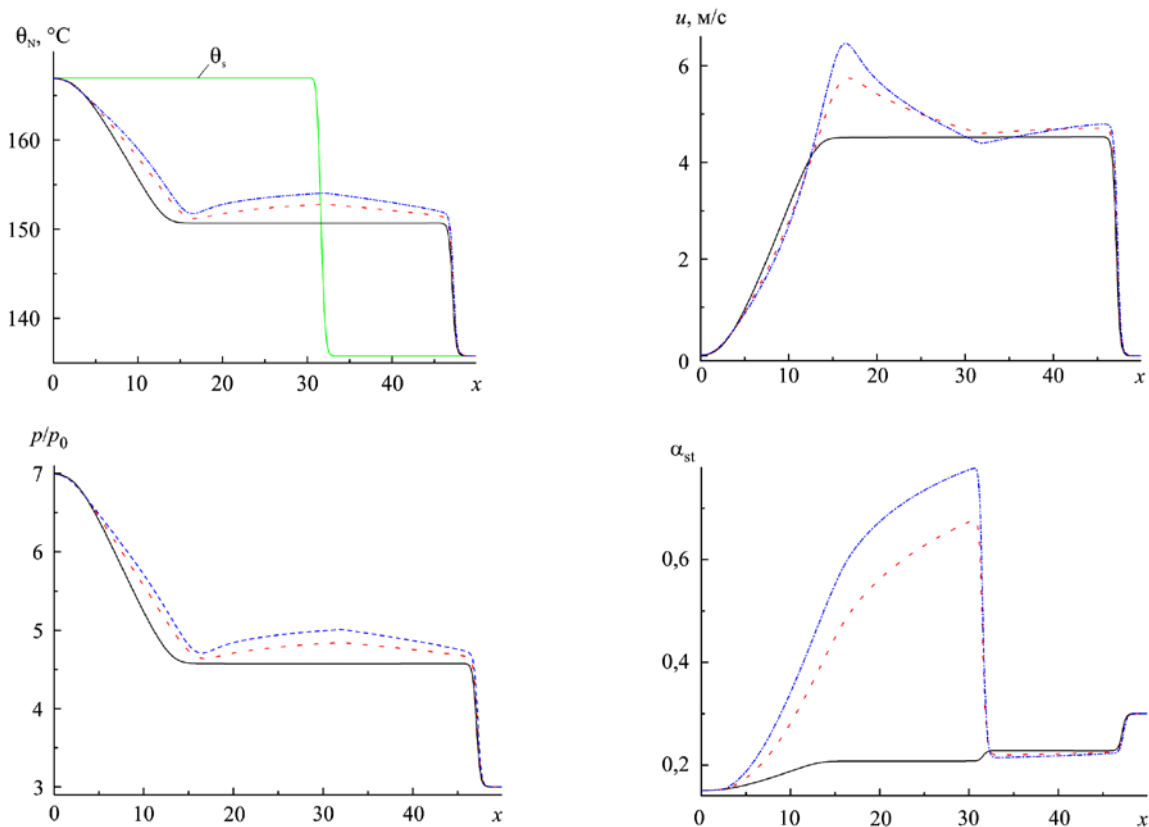


Рис. 3. Зависимости параметров при распаде произвольного разрыва к моменту времени $t = 0,35$ с без учета фазового превращения ($\beta = 0$ – сплошные линии), при его наличии ($\beta = 0,5$ – штриховые линии и $\beta = 1,0$ – штрихпунктирные линии)

На рисунке 3 представлены результаты численных расчетов течения паровоздушной смеси, образовавшейся к моменту времени $t = 0,35$ с, выполненные как при учете парообразования ($\beta = 0,5; 1,0$; $\Delta\theta = 1\text{K}$), так и при его отсутствии ($\beta = 0$). Расчеты осуществлены на сетке из 500 узлов. Как видно из рисунков, интенсивное парообразование происходит в области жидкости, расположенной слева от контактной границы вода–пар, где температура жидкости превышает температуру насыщения. Учет фазового превращения приводит к значительному росту концентрации пара в волне разгрузки, а также к небольшому увеличению и скорости движения смеси, и давления. Концентрация паровой фракции за фронтом ударного скачка уменьшается. Отметим также, что температура жидкой фракции θ_s в рассматриваемом временном интервале практически не меняется, поскольку не учитывался межфракционный теплообмен.

4. Заключение

В работе представлена модель вскипающей жидкости, базирующаяся на законах сохранения массы, импульса и энергии, записанных для каждого из составляющих смесь компонентов, в которой учтен фазовый переход из жидкой фракции в паровую. Показана гиперболичность уравнений модели вскипающей жидкости. Из характеристического анализа уравнений модели получено аналитическое выражение для скорости перемещения малых возмущений во вскипающей жидкости. Описан итерационный метод интегрирования уравнений модели, основанный на узловом методе характеристик, с использованием которого исследована задача Римана во вскипающей жидкости. Обнаружен значительный рост концентрации пара в волне разгрузки, существенно меняющий динамику течения смеси.

Предложенная модель может быть применена при моделировании процессов в случае разгерметизации технических устройств с перегретой жидкостью, а также, например, для исследования поздней стадии высокоскоростного взаимодействия жидких капель с твердой поверхностью.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. М.: Наука. 1987.
2. Гофман Г.В., Крошилин А.Е., Нигматулин Б.И. Нестационарное волновое истечение вскипающей жидкости из сосудов // ТВТ. 1981. Т. 19, № 6. С. 1240-1250.
3. Downar-Zapolski P., Bilicky Z., Bolle L., Franco J. The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow // Int. J. Multiphase Flow. 1996. Vol. 22. P. 473-483. [DOI](#)
4. Алексеев М.В., Лежнин С.И., Прибатулин Н.А., Сорокин А.Л. Генерация ударно-волновых и вихревых структур при истечении струи вскипающей воды // Т и А. 2014. Т. 21, № 6. С. 795-798. (English version [DOI](#))
5. Болотнова Р.Х., Бузина В.А., Галимзянов М.Н., Шагапов В.Ш. Гидродинамические особенности процессов истечения вскипающей жидкости // Т и А. 2012. Т. 19, № 6. С. 719-730.
6. Болотнова Р.Х., Бузина В.А. Пространственное моделирование нестационарной стадии истечения вскипающей жидкости из камер высокого давления // Вычисл. мех. сплош. сред. 2014. Т. 7, № 4. С. 343-352. [DOI](#)
7. Суров В.С. Односкоростная модель гетерогенной среды с гиперболическим адиабатическим ядром // ЖВММФ. 2008. Т. 48, № 6. С. 1111-1125. (English version [DOI](#))
8. Суров В.С. Гиперболическая модель односкоростной теплопроводной смеси с учетом межфракционного теплообмена // ТВТ. 2018. Т. 56, № 6. С. 975-985. [DOI](#)
9. Суров В.С. Гиперболическая модель односкоростной вязкой теплопроводной среды // ИФЖ. 2019. Т. 92, № 1. С. 202-214. (English version [DOI](#))
10. Суров В.С. Об одном варианте метода характеристик для расчета течений односкоростной многокомпонентной смеси // ИФЖ. 2010. Т. 83, № 2. С. 345-350. (English version [DOI](#))
11. Saurel R., Boivin P., Le Métayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows // Comput. Fluid. 2016. Vol. 128. P. 53-64. [DOI](#)
12. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М: Мир. 1972. 436 с.
13. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // ТВТ. 2011. Т. 49, № 2. С. 310-313. (English version [DOI](#))

References

1. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Vols. 1, 2. Moscow, Nauka, 1987.
2. Gofman G.V., Kroshilin A.E., Nigmatulin B.I. Nonsteady wave emission of effervescing liquid from vessels. *High Temp.*, 1981, vol. 19, pp. 897-905.
3. Downar-Zapolski P., Bilicky Z., Bolle L., Franco J. The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 1996, vol. 22, pp. 473-483. [DOI](#)
4. Alekseev M.V., Lezhnin S.I., Pribaturin N.A., Sorokin A.L. Generation of shockwave and vortex structures at the outflow of a boiling water jet. *T and A*, 2014, vol. 21, pp. 763-766. [DOI](#)
5. Bolotnova R.Kh., Buzina V.A., Galimzyanov M.N., Shagapov V.Sh. *Gidrodinamicheskiye osobennosti protsessov istecheniya vskipyayushchey zhidkosti* [Hydrodynamic features of efflux of boiling liquid]. *T i A – T and A*, 2012, vol. 19, no. 6, pp. 719-730.
6. Bolotnova R.Kh., Buzina V.A. Spatial modeling of the nonstationary processes of boiling liquid outflows from high pressure vessels. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 4, pp. 343-352. [DOI](#)
7. Surov V.S. One-velocity model of a heterogeneous medium with a hyperbolic adiabatic kernel. *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2008, vol. 48, pp. 1048-1062. [DOI](#)
8. Surov V.S. Hyperbolic model of a single-speed, heat-conductive mixture with interfractional heat transfer. *High Temp.*, 2018, vol. 56, pp. 890-899. [DOI](#)
9. Surov V.S. Hyperbolic model of a one-velocity viscous heat-conducting medium. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2019, vol. 92, pp. 196-207. [DOI](#)
10. Surov V.S. On a variant of the method of characteristics for calculating one-velocity flows of a multicomponent mixture. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2010, vol. 83, pp. 366-372. [DOI](#)
11. Saurel R., Boivin P., Le Métayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows. *Comput. Fluid.*, 2016, vol. 128, pp. 53-64. [DOI](#)
12. Wallis G.B. One-dimensional two-phase flow. McGraw-Hill Book Company, 1969. 408 p.
13. Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh. Wide-range equation of state of water and steam: Simplified form. *High Temp.*, 2011, vol. 49, pp. 303-306. [DOI](#)

Поступила в редакцию 29.03.2019; после доработки 20.05.2019; принята к опубликованию 20.05.2019

Сведения об авторе

Суров Виктор Сергеевич, дфмн, проф., Южно-Уральский государственный университет (ЮУрГУ), 454080, Челябинск, просп. Ленина, 76; e-mail: surovvictor@gmail.com