

DOI: [10.7242/1999-6691/2018.11.3.26](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.3.26)

УДК 532.5:556.18

## ВЛИЯНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ НА СМЕШЕНИЕ ВОД СЛИВАЮЩИХСЯ РЕК

Т.П. Любимова<sup>1,3</sup>, А.П. Лепихин<sup>2,3</sup>, Я.Н. Паршакова<sup>1</sup>, К. Гуальтьери<sup>4</sup>, С. Лэйн<sup>5</sup>, Б. Ру<sup>6</sup>

<sup>1</sup> *Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация*

<sup>2</sup> *Горный институт УрО РАН, Пермь, Российская Федерация*

<sup>3</sup> *Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация*

<sup>4</sup> *University of Napoli Federico II, Napoli, Italy*

<sup>5</sup> *Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Lausanne, Switzerland*

<sup>6</sup> *Aix-Marseille Université and Ecole Centrale Marseille, Marseille, France*

В настоящее время широко обсуждается наблюдаемое в ряде случаев значительное ослабление интенсивности поперечного перемешивания вод при слиянии крупных рек. Поскольку особенности смешения крупных водотоков имеют не только познавательный интерес, но и значительное хозяйственное значение, исследованию этой проблемы посвящено большое число работ. Эксплуатация водных ресурсов требует проведения на водных объектах мер по организации водопользования, которое может быть рациональным только при понимании происходящих в водоемах процессов. Для объяснения интересного и важного с точки зрения экологии «подавления» поперечного перемешивания предлагается весьма широкий спектр гипотез, вплоть до отрицания турбулентности в реках. Одним из возможных механизмов, вызывающих это явление, может быть поперечная циркуляция, проявляющаяся как вторичные течения второго рода по Прандтлю. Характерная скорость циркуляционных потоков очень мала и трудно поддается прямому инструментальному измерению, однако, по мнению авторов настоящей работы, циркуляционные потоки могут значительно затруднить поперечное перемешивание при слиянии. Выдвигаемая гипотеза апробирована в вычислительных экспериментах в рамках трехмерной постановки для размеров реального водного объекта – реки Кама, при впадении в нее реки Вишера. Расчеты показали, что при достаточно больших расходах на протяжении больших расстояний от места слияния воды рек практически не перемешиваются в горизонтальном направлении по всей глубине. Обнаружено, что ниже места слияния формируется двухвихревое течение, которое и служит причиной ослабления перемешивания; при этом движение жидкости в вихрях таково, что вблизи свободной поверхности она перемещается от берегов к середине русла.

*Ключевые слова:* слияние двух рек, вторичные течения, трехмерное численное моделирование, ослабление поперечного перемешивания

## INFLUENCE OF HYDRODYNAMIC REGIMES ON MIXING OF WATERS OF CONFLUENT RIVERS

T.P. Lyubimova<sup>1,3</sup>, A.P. Lepikhin<sup>2</sup>, Ya.N. Parshakova<sup>1</sup>, C. Gualtieri<sup>4</sup>, S. Lane<sup>5</sup> and B. Roux<sup>6</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Mining Institute UB RAS, Perm, Russian Federation*

<sup>3</sup> *Perm State University, Perm, Russian Federation*

<sup>4</sup> *University of Napoli Federico II, Napoli, Italy*

<sup>5</sup> *Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Lausanne, Switzerland*

<sup>6</sup> *Laboratoire Mécanique, Modélisation et Procédés Propres, Marseille, France*

At present, a significant weakening of the intensity of transverse mixing at the confluence of large rivers, which is observed in a number of cases, is widely discussed. Since the observed features of the confluence of large watercourses are not only of research interest, but also of significant economic importance associated with the characteristics of water management at these water bodies, a large number of works are devoted to their study. To explain this interesting phenomenon important from the point of view of ecology, a wide range of hypotheses is proposed, up to the negation of turbulence in rivers. One of the possible mechanisms for explaining the “suppression” of transversal mixing can be the presence of transverse circulation, manifested as Prandtl’s secondary flows of second kind. The characteristic velocity of these circulation flows is very small and difficult to measure directly, but they can significantly complicate the transverse mixing of the flow. In the present work, this hypothesis is tested on the basis of computational experiments in a three-dimensional formulation, performed for the configuration modeling of the Kama river at its confluence with the Vishera river. Calculations have shown that, at sufficiently large flow rates the two waters practically do not mix in the horizontal direction throughout the depth over long distances from the confluence. The reason for the weakening of transversal mixing is the formation of a two-vortex flow in the cross section below the confluence place. The fluid motion in vortices is such that, near the free surface, the fluid moves from the banks to the middle of the river.

*Keywords:* confluence of two rivers, secondary flows, three-dimensional numerical modeling, weakening of transverse mixing

### 1. Введение

Достаточно давно замечено, что размеры зон смешения при слиянии двух рек различаются даже при их относительно близких размерах [1]. Интерес к данной проблеме существенно вырос, когда стали широко доступны космоснимки, где эти эффекты весьма наглядны и доступны для первичного анализа [2].

Слияние рек — совершенно естественное природное явление. Однако в ряде случаев оно существенно отклоняется от традиционных представлений, что может иметь важные последствия для хозяйственного использования рассматриваемых водных объектов. Наблюдаются ситуации, когда происходит весьма интенсивное перемешивание вод, в то же время в других случаях сливающиеся водотоки на протяжении

десятков километров сохраняют свои свойства. Иногда в сливающемся потоке водные массы сохраняют высокую однородность по ширине потока, но одновременно им присуща неоднородность физических и химических характеристик по глубине.

В настоящей работе процесс слияния рассматривается на примере двух крупных рек, бассейны которых расположены на Западном Урале. Это реки Кама и Вишера. Хотя река Кама является официально самым большим притоком крупнейшей реки Европы Волги, при слиянии с рекой Вишерой она несколько уступает ей как по расходу воды, так и по возрасту речной долины. Средний годовой расход Камы выше ее слияния с Вишерой составляет примерно  $385 \text{ м}^3/\text{с}$  с характерным расходом в летний период около  $144 \text{ м}^3/\text{с}$ , средний годовой расход Вишеры — примерно  $508 \text{ м}^3/\text{с}$  с летним расходом около  $267 \text{ м}^3/\text{с}$ . Зона слияния расположена примерно в 300 км выше Камской ГЭС, то есть вне зоны подпора от данного гидротехнического сооружения. Характерный гидравлический уклон русла ниже слияния рек Кама и Вишера составляет 8 см на 1 км длины рассматриваемого участка. Оба водотока имеют достаточно близкие плотности воды, что связано с близостью их температурных режимов и минерализации воды. Для Камы минерализация составляет 80–100 мг/л, а для Вишеры — 140–180 мг/л. В связи с тем, что река Кама перед слиянием с Вишерой пересекает очень крупный болотный массив, она характеризуется повышенным содержанием органических веществ и железа, поэтому цвет воды в Каме более темный, чем в Вишере, что очень хорошо видно на космо- и аэроснимках.

Поперечное смешение в значительной мере обуславливается характером и структурой вторичных течений. В.М. Маккавеев в 1933 г [3], основываясь на работах В. Шмидта 1917, 1926 гг, [4], предположил, что перемешивание вод в реках происходит по схеме фиковской диффузии. В дальнейшем эта гипотеза получила значительное развитие и стала доминирующей в отечественной гидрологии [5]. Однако она не учитывает сложную структуру течений в русловых потоках, которая приводит к анизотропности диффузии. Д. Тейлор еще в 1953 г. в [6] обнаружил, что неравномерность поля осредненных скоростей потока может очень сильно влиять на характер распределения не только продольной, но и поперечной диффузии. Л. Прандтль [7] показал, что даже на прямолинейных участках, из-за неравномерного распределения касательных напряжений, могут возникать вторичные течения, получившие название «вторичные течения второго рода». Хотя скорости этих течений невелики и составляют ~1% от скорости осредненного продольного течения, они могут влиять на смешение потоков.

Как следует из материалов натурных наблюдений, ниже места слияния рек Кама и Вишера на протяжении, по крайней мере, 10 км сохраняется существенная неоднородность физических и химических характеристик по ширине потока, что подтверждается снимками из космоса.

Согласно простейшей К-модели диффузии характерный линейный масштаб можно оценить на основе соотношения:  $L = k v B^2 / D_{xx}$ , где  $k$  — некоторый эмпирический коэффициент, меньший единицы (согласно [8]  $k \approx 0,18$ ),  $x$  — горизонтальная координата, направленная поперек потока,  $v$ ,  $B$ ,  $D_{xx}$  — характерные для рассматриваемого участка водотока значения скорости, ширины и коэффициента поперечной дисперсии. Поперечная дисперсия, как известно, зависит от совокупности турбулентной и тейлоровской диффузии [8, 9]. Эти два типа диффузии имеют принципиально различную природу: если турбулентная диффузия определяется пульсациями поля скорости, то тейлоровская диффузия — неравномерностью осредненного поля скорости по сечению потока [6]. Применительно к речным потокам анализ тейлоровской диффузии впервые выполнен в работе [8].

В общем случае эффективный коэффициент поперечной дисперсии с учетом турбулентной и тейлоровской диффузии может быть описан соотношением  $D_{xx} \approx p_1 v_* B^\alpha H^{1-\alpha}$ , где  $v_*$  — динамическая скорость потока,  $H$  и  $B$  характерные значения глубины и ширины потока соответственно,  $p_1$  — эмпирическая постоянная,  $\alpha$  — определяющий параметр. Как правило,  $B/H \gg 1$ ,  $\alpha > 1$ . Подставляя последнее выражение в формулу для характерного линейного масштаба  $L$  и учитывая, что по определению  $v_* / v = \sqrt{g/C}$ , где  $C$  — коэффициент Шези, а  $g$  — ускорение силы тяжести, получаем:

$$L = k (\sqrt{g/C}) B^{2-\alpha} H^{\alpha-1} / p_1.$$

В соответствии с [8] для  $\alpha$  принимается значение 0,75. В то же время, согласно [9],  $\alpha \approx 1,378$ . Эти значения определяющего параметра не дают возможности объяснить причины наблюдаемого различия в размерах зон смешения при достаточно близких морфометрических показателях сливающихся водотоков в рамках К-диффузионного приближения.

Проблема значительно глубже. Она заключается в некорректности использования К-модели для описания рассматриваемых процессов. Как известно, согласно данной модели турбулентный поток параметризуется. В достаточно строгой постановке соотношение  $L \sim k (\sqrt{g/C}) B^{2-\alpha} H^{\alpha-1} / p_1$  применимо в случае, если масштабы осреднения  $L_0 \gg L_p$ , где  $L_p$  — характерный масштаб турбулентных пульсаций. В рассматриваемой задаче неравенство  $L_0 \gg L_p$  не выполняется, и поэтому нет оснований для априорной

пригодности К-модели диффузии. В связи с этим актуальным становится рассмотрение альтернативных моделей взаимодействия водотоков. Одна из таких моделей обсуждается в настоящей работе.

В современной литературе имеются работы по исследованию особенностей слияния рек с разными характеристиками. Так, в работах [10, 11] приведен случай слияния рек, когда приток небольшой глубины, порядка полуметра, под уклоном стекает в основной канал. При этом приток характеризуется наличием взвешенного осадка, в то время как основной поток является практически однородным. Показано, что в результате слияния с притоком, содержащим большое количество грубого осадка, уменьшается площадь основного потока ниже по течению от места слияния. Это вызывает ускорение основного потока, что способствует более быстрому переносу осадка.

Изучению слияния мелководных рек (с глубиной, варьирующейся от 0 до 3 м) с потоками той же скорости и плотности посвящена работа [12]. Представлены результаты моделирования турбулентного потока и визуализация вихрей, которые образуются на границе объединения вод двух рек.

В работах авторов настоящей статьи [13–15] проведено трехмерное численное моделирование гидродинамических режимов крупных водных объектов с учетом плотностной стратификации. Разработанный и апробированный математический аппарат в данной работе применяется к исследованию механизма слияния крупнейших рек Пермского края — Камы и Вишеры, для проверки адекватности выдвинутой альтернативной модели взаимодействия водотоков.

## 2. Постановка задачи

В качестве водного объекта, на примере которого исследовались механизмы формирования поперечной циркуляции, рассматривалась зона слияния рек Вишеры и Камы (Рис. 1). Характерной особенностью этих рек является достаточная близость величин их расходов. В то же время их воды существенно различаются по оптической плотности, что значительно упрощает наблюдение процессов их смешения.

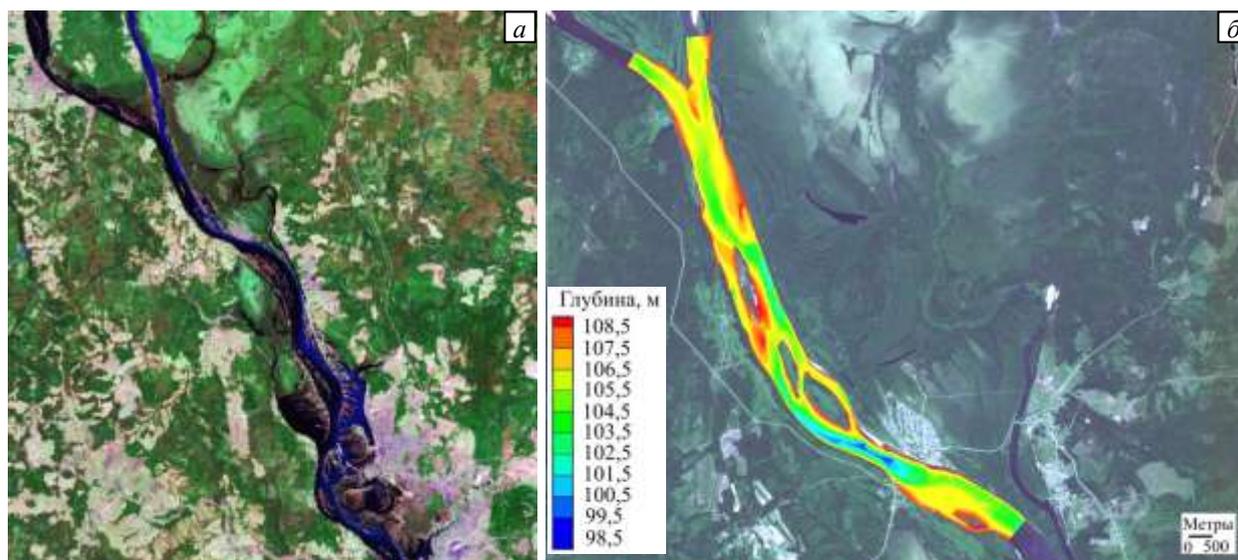


Рис. 1. Картографические представления места слияния рек Кама и Вишера (а), морфометрия (б)

Для выяснения механизма смешивания потоков в районе слияния рек проведены расчеты для модельной конфигурации в случае двух рек, характеризующихся такими же пространственными размерами, что и реки Кама и Вишера, но с прямолинейными участками русла и постоянной глубиной (Рис. 2).

Вычисления проводились для участка протяженностью 11 км. Расчетная область включала участки рек протяженностью 1 км до места слияния, и участок протяженностью 10 км вниз по течению от места слияния. Ширина русел рек до места слияния считалась одинаковой и равной 250 м, ширина русла вниз по течению от места слияния принималась равной 500 м. Глубина рек полагалась постоянной на всем рассматриваемом участке и равной 8 м. Исследовалась зависимость скорости поперечного перемешивания от расходов воды в смешивающихся реках, характерных для различных сезонных периодов. Расчетная сетка в горизонтальном направлении состояла из четырехугольных ячеек с характерным линейным размером 10 м, равномерно распределенных по всей длине (Рис. 2). По вертикали сетка содержала 20 узлов, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, а общее число узлов сетки было равным 1 400 000.

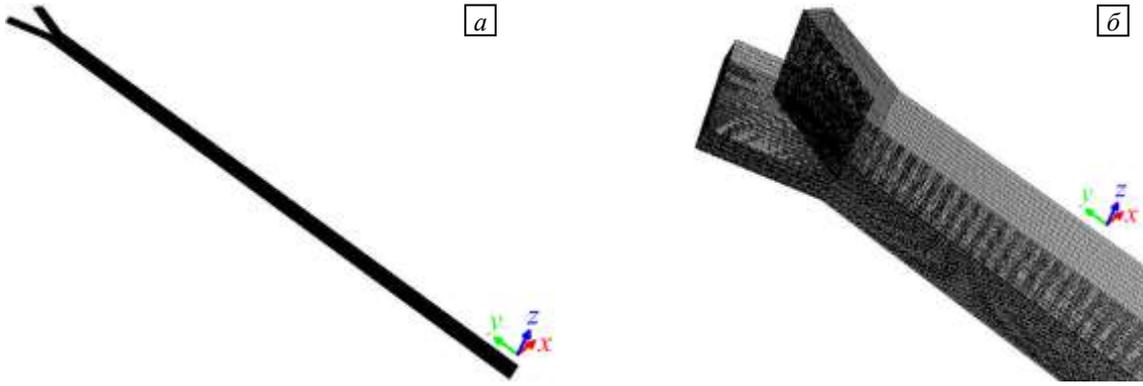


Рис. 2. Расчетная область (а) и фрагмент расчетной сетки (б); для лучшей визуализации вертикальный размер увеличен в 100 раз

### 3. Вычислительный эксперимент

Численное моделирование осуществлялось в рамках трехмерного подхода. Расчеты проводились при помощи пакета вычислительной гидродинамики ANSYS Fluent с использованием  $k-\varepsilon$  модели, описывающей турбулентные пульсации. Задача решалась в рамках нестационарного изотермического подхода.

Постановка задачи включала следующие уравнения:

– уравнения движения в тензорной форме

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \delta_{ij} \right] + \rho g_i; \end{aligned} \quad (2)$$

– уравнения для турбулентной кинетической энергии и скорости ее диссипации

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) приняты обозначения:  $\rho$  — плотность жидкости в потоке;  $v_i$  — компоненты вектора скорости ( $i = 1, 2, 3$ );  $\mu$  — кинематическая вязкость;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера; турбулентная вязкость  $\mu_t$  является функцией турбулентной кинетической энергии  $k$  и скорости ее диссипации  $\varepsilon$ :  $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ ;  $C_\mu$  — константа;  $g_i$  — ускорение силы тяжести;  $G_k = \mu_t S^2$  — генерация турбулентной кинетической энергии за счет среднего градиента скорости;  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  — норма тензора средней скорости деформации,  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$ ;  $\text{Pr}_t$  — турбулентное число Прандтля;  $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$  — константы.

Для оценки эффективности применения  $k-\varepsilon$  модели турбулентности были проведены тестовые расчеты с использованием модели более высокого порядка — модели напряжений Рейнольдса, в которой решались семь дополнительных уравнений для напряжений Рейнольдса. Установлено, что отличие в данных, полученных по этим моделям, составляет не более 5%, в связи с чем для дальнейшего исследования использовалась  $k-\varepsilon$  модель.

Примесь считалась пассивной, и ее концентрация  $c$  служила индикатором границы смешения рек, плотность полагалась постоянной, не зависящей от минерализации воды:  $\rho = \rho_{\text{const}} = 1000,196 \text{ кг/м}^3$ . Для учета ее переноса решалось соответствующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} c) = -\nabla \cdot \mathbf{J} . \quad (5)$$

Здесь:  $\nabla$  — оператор набла;  $\mathbf{J}$  — вектор диффузионного потока примеси, определяемый выражением

$$\mathbf{J} = -\rho (D_m + D_t) \nabla c , \quad (6)$$

где  $D_m$  — коэффициент молекулярной диффузии,  $D_t$  — эффективный коэффициент турбулентной диффузии, связанный с турбулентной вязкостью  $\mu_t$  соотношением  $D_t = (\mu_t / \rho) / Sc_t$ , здесь  $Sc_t$  — турбулентное число Шмидта.

Уравнения (1)–(6) дополнялись следующими граничными условиями:

– нижняя и боковые границы расчетной области, имитирующие, соответственно, речное дно и берега рек, считались твердыми, на них ставились условия прилипания и непроницаемости для вещества

$$v_1 = v_2 = v_3 = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial n} = 0 ; \quad (7)$$

– верхняя граница области, соответствующая свободной поверхности жидкости, полагалась недеформируемой; на ней считались выполненными условия отсутствия нормальной компоненты скорости, касательных напряжений и потока примеси

$$(\mathbf{v} \mathbf{n}) = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x_z} + \frac{\partial v_z}{\partial x_x} = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x_z} + \frac{\partial v_z}{\partial x_y} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial \mathbf{n}} = 0 ; \quad (8)$$

– на выходе из вычислительной области ставились условия баланса массы и нулевой поток диффузии для всех переменных потока;

– на входах в расчетную область брались одинаковые, постоянные по всему сечению, скорости основного потока  $V_{j=1,2}$ , имеющие одну ненулевую компоненту, и фоновые концентрации примеси в реках

$$\begin{aligned} \text{усло}_1 : \quad v_1^2 + v_2^2 = V_1^2, \quad v_3 = 0, \quad c = C_1, \\ \text{усло}_2 : \quad v_1^2 + v_2^2 = V_2^2, \quad v_3 = 0, \quad c = C_2. \end{aligned} \quad (9)$$

В качестве начальных условий задачи (1)–(9) во внутренних узлах расчетной области задавались фоновая концентрация примеси  $C_{\text{eff}} = 0$ , распределенная однородно, и постоянная скорость основного течения  $\mathbf{v} = 0$ .

Значения параметров  $Pr_t$ ,  $Sc_t$ ,  $G_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$ ,  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\epsilon$  брались следующими [16]:  $Pr_t = 0,85$ ;  $Sc_t = 0,7$ ;  $C_{1\epsilon} = 1,44$ ;  $C_{2\epsilon} = 1,92$ ;  $C_\mu = 0,09$ ;  $\sigma_k = 1,0$ ;  $\sigma_\epsilon = 1,3$ . Кинематическая вязкость принималась равной  $\mu = 9,34 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициент молекулярной диффузии  $D = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Для пространственной дискретизации уравнений использовалась схема второго порядка точности. Временная эволюция моделировалась по явной схеме второго порядка.

#### 4. Результаты вычислительного эксперимента

Получены векторные поля скорости и поля концентрации примеси в нескольких поперечных сечениях (на различных расстояниях от места слияния рек). Расчеты показали, что воды рек после слияния при достаточно больших расходах практически не перемешиваются в горизонтальном направлении по всей глубине на протяжении больших расстояний (Рис. 3). Такое поведение ниже места слияния объясняется формированием в поперечном сечении двухвихревого течения (Рис. 4а). Движение жидкости в вихрях таково, что вблизи свободной поверхности жидкость перемещается от берегов к середине русла. С удалением от зоны слияния интенсивность вторичных вихрей понижается (Рис. 4б), наблюдается размытие границы раздела.

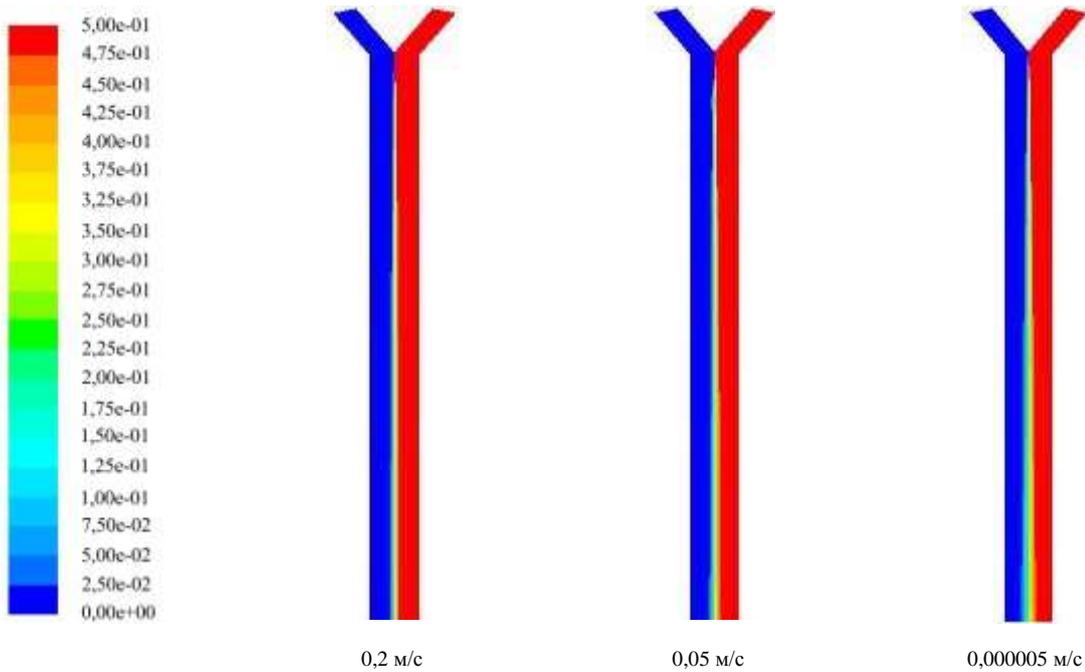


Рис. 3. Поля концентрации примеси на нижней границе расчетной области при различных скоростях сливающихся рек; протяженность русла после слияния 10 км; пространственный масштаб вдоль русла рек уменьшен в два раза

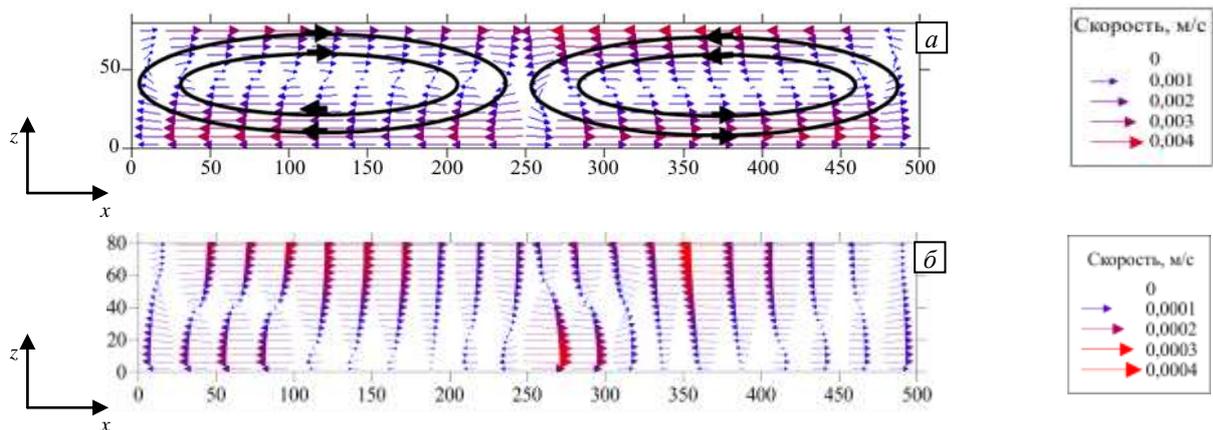


Рис. 4. Структура вторичного течения в поперечном сечении для скорости течения вод сливающихся рек 0,2 м/с на различных расстояниях от места слияния, м: 700 (а), 10000 (б); для лучшей визуализации вертикальный размер сетки увеличен в 10 раз

Так, при скорости течения вод сливающихся рек 0,2 м/с максимальная скорость поперечного течения на расстоянии 200 м от места слияния составляет 0,04 м/с, на расстоянии 700 м — 0,004 м/с., а при скорости течения вод сливающихся рек 0,05 м/с максимальная скорость поперечного течения на расстоянии 200 м от места слияния равняется 0,001 м/с, на расстоянии 700 метров — 0,0004 м/с. Это приводит к тому, что при малых расходах воды в реках размыв границы между потоками наблюдается на меньших расстояниях от места слияния (Рис. 5).

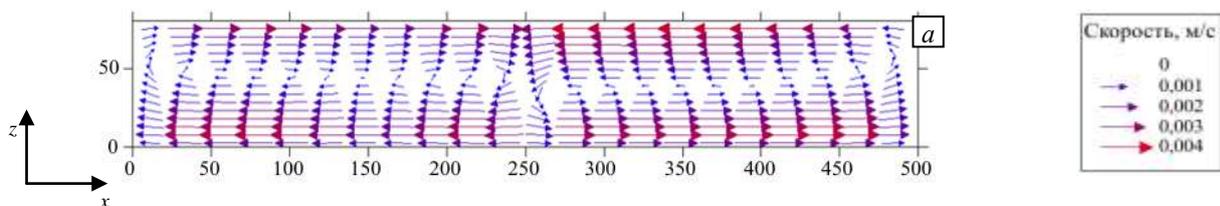


Рис. 5. Векторные поля скорости в вертикальном сечении вод сливающихся рек на расстоянии 700 м от места слияния при различных скоростях, м/с: 0,2 (а); 0,05 (б); 0,000005 (в); для лучшей визуализации вертикальный размер сетки увеличен в 10 раз

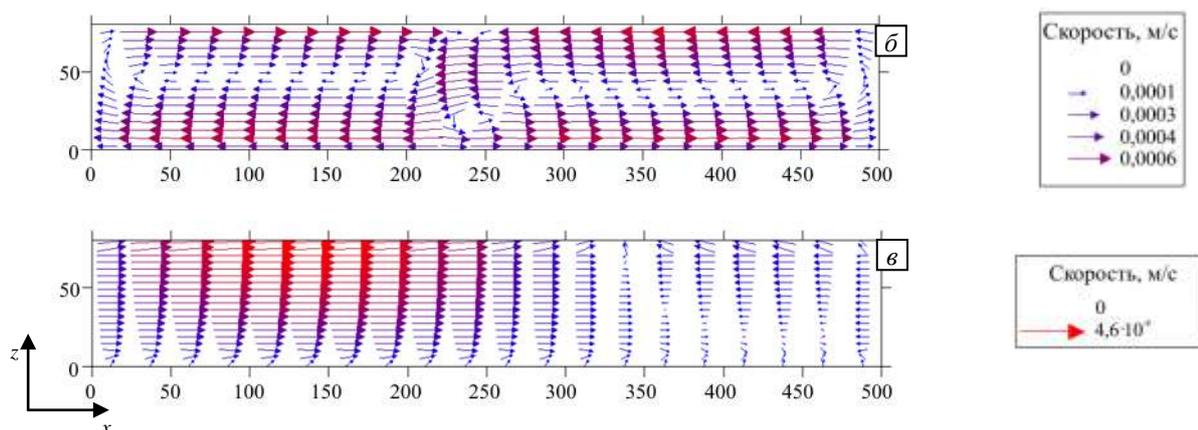


Рис. 5. Продолжение

## 5. Заключение

Работа посвящена изучению влияния гидродинамических режимов на процессы поперечного смешения вод при слиянии рек. Модельным «полигоном», на котором исследовались механизмы смешения, служила зона слияния рек Вишеры и Камы. Характерной особенностью этих водных объектов является достаточно близкие по величине расходы воды. В то же время их воды существенно различаются по оптической плотности, что значительно упрощает визуализацию процессов смешения. Место слияния рек находится выше крупнейшего в бассейне реки Волга водопользователя — горнопромышленного комплекса Соликамско-Березниковского промузла, разрабатывающего одно из крупнейших в мире Верхнекамское месторождение калийных и магниевых руд.

Трехмерное численное моделирование показало, что в зоне слияния двух рек с близкими плотностями и химическим составом вод могут формироваться устойчивые поперечные вторичные вихревые структуры. Несмотря на то, что интенсивность этого вторичного течения гораздо ниже, чем интенсивность продольного течения, оно может приводить к существенному ослаблению поперечного смешения. В то же время, если вторичные структуры не возникают, или их образование блокируется, то перемешивание вод сливающихся потоков происходит значительно интенсивней.

Таким образом, впервые в рамках вычислительного эксперимента в трехмерной постановке на модели с размерами реального крупного водного объекта удалось воспроизвести и визуализировать формирование так называемых вторичных течений второго рода, представляющих собой устойчивые поперечные вихревые структуры. Наличие данных структур позволяет объяснить значительное ослабление интенсивности поперечного перемешивания, наблюдаемого при слиянии ряда рек. Основными факторами образования вторичных структур являются особенности морфометрии рассматриваемого участка и его гидрологического режима.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-41-590005) и Министерства образования и науки Пермского края (соглашение № С-26/788).

## Литература

1. Аполлов Б.А. Учение о реках. М.: Изд-во МГУ, 1951. 522 с.
2. <https://www.tripadvisor.ru/ShowUserReviews-g303235-d5554183-r229755948> (дата обращения: 12.10.1018).
3. Маккавеев В.М. О распространении растворов в турбулентном потоке и о химическом методе измерения расхода // Зап. ГГИ. 1933. Т. X. С. 229-246.
4. Schmidt W. Der massenaustausch in freier luft und verwandte erscheinugen. Hamburg, 1926. 127 с.
5. Караушев А.В., Меерович Л.Н., Серков Н.К. Моделирование зон распространения неконсервативных загрязняющих веществ в водоемах // Труды ГГИ. 1982. Вып. 283. С. 116-125.
6. Taylor G. Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube // Proc. Roy. Soc. 1953. Vol. 219. No. 1137. P. 186-203. DOI
7. Прандтль Л. Гидроэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 576 с.
8. Fisher H.B. Dispersion predictions in natural streams // J. Sanitary Eng. Div. ABSE. 1968. Vol. 94. No. 5. P. 927-944.
9. Bansal M.K. Dispersion in natural streams // J. Hydr. Div. 1971. Vol. 97. No. 11. P. 1867-1886.
10. Best J.L. Sediment transport and bed morphology at river channel confluences // Sedimentology. 1988. Vol. 35. No. 3. P. 481-498. DOI
11. Leite Ribeiro M., Blanckaert K., Roy A.G., Schleiss A.J. Flow and sediment dynamics in channel confluences // J. Geophys. Res. 2012. Vol. 117. No. F1. F01035. DOI

12. Constantinescu G., Miyawaki Sh., Rhoads B., Sukhodolov A., Kirkil G. Structure of turbulent flow at a river confluence with momentum and velocity ratios close to 1: Insight provided by an eddy-resolving numerical simulation // *Water Resour. Res.* 2011. Vol. 47. No. 5. W05507. [DOI](#)
13. Лепихин А.П., Любимова Т.П., Паршакова Я.Н., Тиунов А.А. Численное моделирование разбавления и переноса высокоминерализованных рассолов в турбулентных потоках // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2010. Т. 3, № 4. С. 68-79. [DOI](#)
14. Lyubimova T., Lepikhin A., Konovalov V., Parshakova Ya., Tiunov A. Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers // *J. Hydrol.* 2014. Vol. 508. P. 328-342. [DOI](#)
15. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Циберкин К.Б. Численное моделирование инфильтрации жидких отходов из хранилища в прилегающие грунтовые воды и поверхностные водоёмы // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2015. Т. 8, № 3. С. 310-318. [DOI](#)
16. Launder B.E., Spalding D.B. *Lectures in mathematical models of turbulence.* London, England: Academic Press, 1972. 169 p.

## References

1. Apollov B.A. *Ucheniye o rekakh* [The doctrine of the rivers]. M.: Moscow State University, 1951. 522 p.
2. <https://www.tripadvisor.ru/ShowUserReviews-g303235-d5554183-r229755948> (accessed 12 October 2018).
3. Makkaveyev V.M. O rasprostraneniі rastvorov v turbulentnom potoke i o khimicheskom metode izmereniya raskhoda [On the distribution of solutions in the turbulent flow and the chemical method of measuring the flow. *Zap. GGI – Notes of the State Hydrological Institute*, 1933, vol. X, pp. 229-246.
4. Schmidt W. *Der massenaustausch in freier luft und verwandte erscheinungen* [The mass exchange in the open air and related phenomena]. Hamburg, 1926. 127 c.
5. Karashev A.V., Meyerovich L.N., Serkov N.K. Modelirovaniye zon rasprostraneniya nekonservativnykh zagryaznyayushchikh veshchestv v vodoyemakh [Modeling of distribution zones of non-conservative pollutants in water bodies]. *Trudy GGI – Works of the State Hydrological Institute*, 1982, iss. 283, pp. 116-125.
6. Taylor G. Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. *Proc. Roy. Soc.*, 1953, vol. 219, no. 1137, pp. 186-203. [DOI](#)
7. Prandtl' L. *Gidromekhanika* [Hydromechanics]. Izhevsk: Regul'yarnaya i khaoticheskaya dinamika, 2000. 576 p.
8. Fisher H.B. Dispersion predictions in natural streams. *J. Sanitary Eng. Div. ABSE*, 1968, vol. 94, no. 5, pp. 927-944.
9. Bansal M.K. Dispersion in natural streams. *J. Hydr. Div.*, 1971, vol. 97, no. 11, pp. 1867-1886.
10. Best J.L. Sediment transport and bed morphology at river channel confluences. *Sedimentology*, 1988, vol. 35, no. 3, pp. 481-498. [DOI](#)
11. Leite Ribeiro M., Blanckaert K., Roy A.G., Schleiss A.J. Flow and sediment dynamics in channel confluences. *J. Geophys. Res.*, 2012, vol. 117, no. F1, F01035. [DOI](#)
12. Constantinescu G., Miyawaki Sh., Rhoads B., Sukhodolov A., Kirkil G. Structure of turbulent flow at a river confluence with momentum and velocity ratios close to 1: Insight provided by an eddy-resolving numerical simulation. *Water Resour. Res.*, 2011, vol. 47, no. 5, W05507. [DOI](#)
13. Lepikhin A.P., Lyubimova T.P., Parshakova Ya.N., Tiunov A.A. Numerical modeling of dilution and transport of highly mineralized brines in turbulent flows. *Vycisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2010, vol. 3, no. 4, pp. 68-79. [DOI](#)
14. Lyubimova T., Lepikhin A., Konovalov V., Parshakova Ya., Tiunov A. Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers. *J. Hydrol.*, 2014, vol. 508, pp. 328-342. [DOI](#)
15. Lyubimova T.P., Lepikhin A.P., Parshakova Ya.N., Tsiberkin K.B. Numerical modeling of liquid-waste infiltration from storage facilities into surrounding groundwater and surface-water bodies. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2016, vol. 57, no. 7, pp. 58-66. [DOI](#)
16. Launder B.E., Spalding D.B. *Lectures in mathematical models of turbulence.* London, England: Academic Press, 1972. 169 p.

Поступила в редакцию 04.09.2018; опубликована в электронном виде 22.10.2018

## Сведения об авторах

Любимова Татьяна Петровна, дфмн, проф., зав. лаб., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; e-mail: lyubimovat@mail.ru

Лепихин Анатолий Павлович, дгн, проф., зав. лаб., Горный институт УрО РАН (ГИ УрО РАН), 614007, Пермь, ул. Сибирская, д. 78а; e-mail: lepihin49@mail.ru

Паршакова Янина Николаевна, кфмн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: parshakova@icmm.ru

Карло Гуальтьери (Gualtieri Carlo), PhD, проф., Университет Неаполя им. Федерико II, Наполи, Италия (University of Napoli Federico II, Department of Civil, Architectural and Environmental Engineering (DICEA), Italy), Via Claudio 21, 80125, Napoli, Italy; e-mail: carlo.gualtieri@unina.it

Стюарт Николас Лэйн (Stuart Nicholas Lane), PhD, проф., дир., Институт динамики поверхности Земли, Университет Лозанны, Швейцария (Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Switzerland), CH-1015 Lausanne, Switzerland; e-mail: stuart.lane@unil.ch

Ру Б., д. математ. наук (Франция), проф., Университет Экс-Марсель и Высшая центральная школа Марселя, Марсель, Франция (Aix-Marseille Université and Ecole Centrale Marseille, Marseille, France), M2P2 UMR7340 Centrale Marseille Plot 6 38 rue Joliot-Curie 13451 Marseille, France; e-mail: broux@L3M.univ-mrs.fr