

DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.2.16

УДК 532.542, 53.082.2

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ВЫРАВНИВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКОСТИ В ГИДРОНИВЕЛИРЕ ПУТЁМ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

С.В. Лекомцев, Р.В. Цветков

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Измерительные системы на основе гидростатического нивелирования в идеальных условиях позволяют достичь микронной точности при определении вертикальных перемещений. Неоднородные и непостоянные во времени условия окружающей среды вносят значительный вклад в погрешность измерения. Одним из способов повышения точности результатов является выравнивание температуры жидкости в гидронивелире за счет её перемешивания перед проведением замеров. В данной работе оценивается возможность осуществления этой операции с помощью принудительной циркуляции жидкости. С этой целью решается модельная задача циркуляционного течения, создаваемого насосом в упрощённом аналоге гидронивелира, с учётом теплопередачи через стенку шланга. Динамика жидкости описывается усреднёнными по Рейнольдсу уравнениями Навье–Стокса, которые замыкаются моделью переноса сдвиговых напряжений Менгера. Получаемые аналитически значения коэффициентов теплоотдачи на боковой поверхности шланга уточняются на основе экспериментов при двух значениях расхода текущей воды. Изменение температуры находится из численного решения связанной задачи теплопереноса методом конечных объёмов. В тестовом примере, где две части гидронивелира располагаются в зонах с существенно отличающейся температурой, вычислена пространственная неоднородность температурного поля в зависимости от времени. Определена продолжительность перемешивания, достаточная для достижения близкого к однородному распределения температуры текущей жидкости в шланге при различных объёмах соединённого с гидронивелиром смесителя.

Предложенный подход будет полезным при использовании в реальных внешних условиях для подбора подходящих параметров работы: расхода насоса, времени перемешивания и объёма смесительного бака. Найденное путём расчёта поле температуры может служить основой для оценки достижимой точности измерительной системы.

Ключевые слова: гидростатический нивелир, смеситель, тепломассоперенос, теплоотдача

EVALUATION OF THE POSSIBILITY OF EQUALIZING THE FLUID TEMPERATURE IN A HYDROLEVELLING SYSTEM BY MIXING

S.V. Lekomtsev and R.V. Tsvetkov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

Measurement systems that are based on the hydrostatic leveling method in ideal conditions allow one to control vertical displacements with accuracy of the order of one micrometer. Heterogeneous and time-varying environmental conditions have a significant effect on the measurement error. One way to reduce it is to equalize the temperature of the fluid in a hydrostatic level by mixing liquid inside it before taking measurements. In this paper, it is estimated that this operation can be performed by modeling the fluid circulation process in a simplified analog of the hydrostatic level taking into account a heat transfer through the hose wall. The fluid dynamics is described by the Reynolds averaged Navier-Stokes equations, which are closed by the SST turbulence model. The given analytical estimates of heat transfer coefficients on the side surface of the hose are refined on the basis of experiments at two values of the flow rate of water flowing through the pipe. The evolution of the temperature field is found from the numerical solution of the conjugate heat transfer problem by the finite volume method. In the test example, in which two parts of the hydrostatic level are located in the areas with markedly different temperature, the heterogeneity of the temperature field at different times has been estimated. The mixing time sufficient to achieve a temperature close to the homogeneous distribution of the flowing fluid in the hydrostatic level is determined at different volumes of the mixer.

The proposed approach can be used under real external conditions for the selection of optimal parameters of the pump: flow rate, mixing time and mixing tank volume. The temperature field obtained in the calculation can serve as a basis for estimating the achievable accuracy of the measurement system.

Key words: hydrostatic level, mixer, heat and mass transfer

1. Введение

Измерительные системы на основе гидростатического нивелирования используются для контроля вертикальных перемещений и наклонов различных объектов [1–4]. По закону Паскаля под действием силы тяжести свободная поверхность жидкости в измерительных сосудах нивелира (датчиках) находится в одной плоскости. Изменение по вертикали расстояния от этой плоскости до различных точек на объекте исследования определяет величину поднятия или оседания его частей. В условиях, приближенных к идеальным, вертикальные перемещения можно узнать с микронной точностью [5]. Однако в реальных условиях эксплуатации при замерах возникает погрешность, обусловленная неоднородностью жидкости по причине различия характеристик окружающей среды вдоль нивелира. Как показано в работе [6], существенный вклад в погрешность измерения вносит градиент температуры в местах со сложной геометрий, где приходится прокладывать шланги. Компенсация погрешностей, обусловленных названными причинами, является проблемой. Так, например, необходимо контролировать

распределение температуры непрерывно по всей протяжённости гидронивелира. В связи с этим монтаж соединяющих датчики шлангов производят преимущественно на одном уровне, без подъёмов и спусков. Однако в стеснённых условиях такая возможность не всегда осуществима.

Одним из способов уменьшения погрешности является механическое выравнивание температуры и плотности жидкости за счет её перемешивания перед началом измерений [7]. Для реализации этой процедуры нивелир замыкается в кольцо, в которое встраивается насос. В течение его работы жидкость принудительно циркулирует по шлангу и переносит тепло. В результате применения такого приёма свойства жидкости становятся близкими к однородным.

При построении измерительной системы, основанной на принципе гидростатического нивелирования, необходимо оценивать степень температурной однородности жидкости и характерное время её достижения. Наряду с этим, определённый практический интерес представляют способы снижения времени выравнивания температуры с целью сокращения периодов между измерениями. В данной работе понимание того, что происходит в измерительной системе, предполагается осуществить с помощью математического моделирования процессов теплопереноса жидкости.

2. Математическая постановка задачи

Гидростатический нивелир представляет собой совокупность измерительных сосудов, соединённых между собой трубками. Для ускорения процессов перемешивания используем смесительный бак, заполненный жидкостью. Измерительные сосуды исключим из процесса перемешивания с помощью электромагнитных клапанов. В таком случае исходную систему можно заменить простым аналогом «шланг – смеситель».

Рассмотрим шланг с внутренним диаметром d_{in} , длиной L и толщиной стенки w , который через патрубки соединён обоими концами со смесительным баком объёмом V_m . Таким образом, имеем замкнутую систему (Рис. 1). Шланг проходит по зонам с повышенной (T_{hot}) и пониженной (T_{cold}) температурой. Предположим, что в начальный момент времени жидкость в системе неподвижна, и на соответствующих участках её температура составляет T_{hot} и T_{cold} , а в смесителе — T_m . Необходимо построить модель процесса циркуляции теплоносителя в нивелире с помощью насоса, обеспечивающего средний расход Q , и определить время, за которое будет достигнуто однородное по длине шланга (или близкое к нему) распределение температуры жидкости.

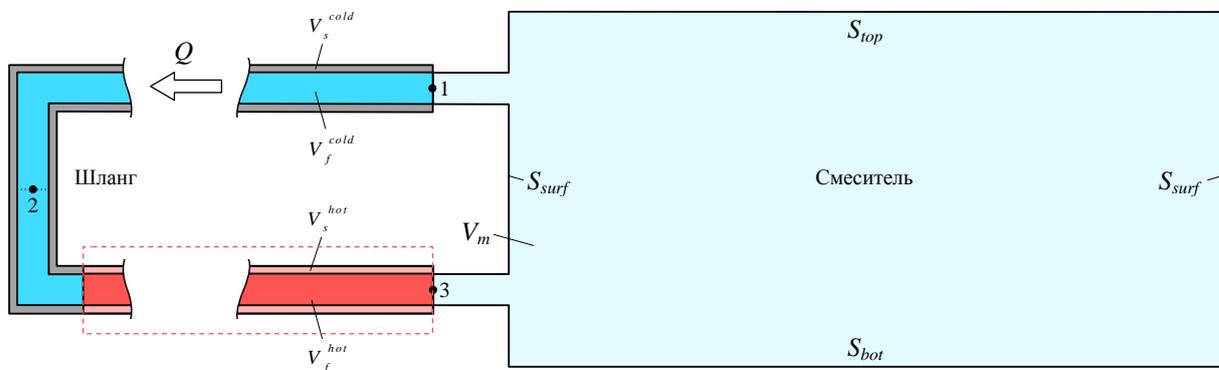


Рис. 1. Расчётная схема «шланг – смеситель» (пунктиром выделена зона с повышенной температурой; цифрами 1, 2 и 3 обозначены сечения, для которых в статье приводятся данные расчётов)

Возьмём в качестве теплоносителя воду. Зададим её движение по шлангу со скоростями, соответствующими числам Рейнольдса более 2900. В реальных условиях эксплуатации величина этого безразмерного критерия определяется минимально возможным расходом используемого насоса и ограничением по времени (перемешивание на низких скоростях будет долгим и неэффективным). Динамику жидкости опишем осреднёнными по Рейнольдсу уравнениями Навье–Стокса, в которых скорость, давление и температура представляются в виде суммы средней и пульсационной частей [8]. Например, компоненты вектора скорости $U = \{U_1, U_2, U_3\}^T$ выглядят так:

$$U_i = \bar{U}_i + u_i, \quad \bar{U}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U_i dt \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где \bar{U}_i, u_i — осреднённые по времени и пульсационные значения скорости, Δt — масштаб времени, большой по отношению к турбулентным пульсациям, но малый по сравнению с характерным временем, для которого решается задача.

Подставим представления вида (1) в систему уравнений Навье–Стокса, учитывая зависимость характеристик среды от температуры. При выводе уравнения неразрывности воспользуемся допущением о том, что пульсации плотности невелики. Аналогичные операции осреднения выполним для уравнения энергии, тогда окончательно получим [8]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{U}_i) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{p} + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u_i u_j} \right] + (\rho - \rho_0) g_i, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{H}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j \bar{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j h} \right], \quad (4)$$

$$d\bar{H} = C_p d\bar{T} + \frac{1}{\rho} \left[1 + \frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \right] d\bar{p}. \quad (5)$$

Здесь: t — время; ρ, λ, C_p, μ — плотность, коэффициент теплопроводности, удельная теплоёмкость при постоянном давлении, динамическая вязкость жидкости, зависящие от температуры T ; p — давление; H, h — энтальпия и её пульсация; g_i — компоненты вектора силы тяжести \mathbf{g} ; надчёркивание означает осреднение по времени.

Для замыкания системы уравнений (2)–(5) используем SST модель турбулентности (модель сдвиговых напряжений Ментера) [9]. Она представляет собой линейную комбинацию k - ε и k - ω моделей, основные соотношения которых базируются на концепции турбулентной вязкости, устанавливающей взаимосвязь напряжений Рейнольдса с градиентом средней скорости:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right). \quad (6)$$

где μ_t — турбулентная вязкость, которая не является свойством жидкости, а находится из решения, δ_{ij} — символ Кронекера, $k = 0,5 \overline{u_i^2}$ — кинетическая энергия турбулентности, ε — диссипация кинетической энергии, ω — удельная скорость диссипации кинетической энергии.

По аналогии с гипотезой турбулентной вязкости гипотеза градиентной диффузии позволяет выразить турбулентный поток $\overline{u_j h}$ скалярной величины H через градиенты средних значений \bar{H}

$$-\overline{\rho u_j h} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x_j}. \quad (7)$$

где Pr_t — турбулентное число Прандтля. С учётом выражений (6), (7) перепишем уравнения (3), (4):

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{p} + \frac{2}{3} \left(\rho k + (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] + (\rho - \rho_0) g_i. \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{H}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j \bar{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x_j} \right]. \quad (9)$$

В предложенной Ментером SST модели турбулентности расчёт течений в свободном потоке осуществляется с помощью уравнений k - ε модели, а в области вблизи стенок применяется модель k - ω [9]. Уравнения k - ε модели записываются так, чтобы вместо ε использовалось ω . Затем неизвестные величины k и ω определяются напрямую из решения дифференциальных уравнений

переноса. Приведём широко распространённую для обсуждаемой проблемы математическую постановку [10]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k \bar{U}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \rho P_k - \beta^* \rho k \omega + P_{kb}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{U}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 + P_{\omega b}. \quad (11)$$

Здесь: $\beta^* = 0,09$; каждый из коэффициентов — $\sigma_{k3}, \sigma_{\omega 3}, \alpha_3, \beta_3$, вычисляется по формуле $\phi_3 = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$, где F_1 — стыковочная функция, а параметрами ϕ_1 и ϕ_2 являются коэффициенты k - ω и k - ε моделей, соответственно, $\sigma_{k1} = 1,176$, $\sigma_{\omega 1} = 2$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 0,075$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0,856$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$; слагаемые P_{kb} , $P_{\omega b}$ и P_k учитывают влияние силы тяжести и генерацию кинетической энергии вязкими силами

$$P_{kb} = -\frac{\mu_t}{\rho \sigma_p} g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}, \quad P_{\omega b} = \frac{\omega}{k} [(\alpha_3 + 1) C_3 \max(P_{kb}, 0) - P_{kb}],$$

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \left(3\mu_t \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} + \rho k \right),$$

где турбулентное число Шмидта $\sigma_p = 1$, коэффициент диссипации $C_3 = 1$, а ω зависит от ε согласно формуле: $\omega = \varepsilon / (\beta^* k)$. При этом турбулентная вязкость μ_t связана с кинетической энергией турбулентности k и удельной скоростью её диссипации ω соотношением

$$\mu_t = \rho \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, |\bar{S}| F_2)},$$

включающим F_2 — вторую стыковочную функцию, $|\bar{S}|$ — модуль тензора скоростей деформаций, вычисленный для осреднённого поля скоростей:

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right).$$

Генерация кинетической энергии ограничена сверху:

$$P_k = \min \left(\mu_t |\bar{S}|^2, 10 \rho k \omega \right).$$

Наибольшая техническая сложность заключается в выборе стыковочных функций, с помощью которых осуществляется автоматическое переключение с одной модели турбулентности на другую. В общем случае они вычисляются с учётом расстояния y до обтекаемой поверхности и локальных характеристик течения [9]:

$$F_1 = \text{th}(\arg_1^4), \quad F_2 = \text{th}(\arg_2^2),$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho k \sigma_{\omega 2}}{C D_{k\omega} y^2} \right], \quad \arg_2 = \max \left(\frac{2 \sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \quad C D_{k\omega} = \max \left(2 \rho \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right).$$

При моделировании процесса циркуляции жидкости в рассматриваемой системе необходимо учесть не только перенос тепла текущей средой, но и теплопередачу через стенку шланга. Основная сложность заключается в задании на его внутренней поверхности коэффициента теплоотдачи, который будет зависеть

от времени и координат. Очевидным выходом из сложившейся ситуации является решение связанной задачи теплопроводности. Для этого будем считать шланг твёрдым телом, не деформирующимся под действием температурной и гидродинамической нагрузок, и найдём в нём распределение тепла из уравнения:

$$\frac{\partial (\rho^s C_p^s)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda^s \frac{\partial T_s}{\partial x_j} \right), \quad \mathbf{x} \in V_s, \quad (12)$$

где ρ^s , C_p^s , λ^s — плотность, удельная теплоёмкость и коэффициент теплопроводности материала шланга.

На границе контакта текущей жидкости и шланга $S_{in} = V_f \cap V_s$ потребуем выполнения равенства потоков тепла и температуры

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \lambda^s \frac{\partial T_s}{\partial n}, \quad T = T_s, \quad \mathbf{x} \in S_{in}. \quad (13)$$

В итоге получим связанную систему уравнений (2), (5), (8)–(13), решение которой должно удовлетворять принятым граничным и начальным условиям:

– скорость жидкости на стенках шланга и смесительного бака равна нулю (условие прилипания):

$$\mathbf{U} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in S_{in} \cup S_m; \quad (14)$$

– на внешней поверхности шланга S_{out} имеет место теплообмен с окружающей средой (излучение не учитывается):

$$-\lambda^s \frac{\partial T_s}{\partial n} = \alpha (T_s - T_{amb}), \quad \mathbf{x} \in S_{out}. \quad (15)$$

Здесь: T_{amb} — температура воздуха в помещении (или его части); α — коэффициент теплоотдачи, который в большинстве случаев меняется в широких пределах и зависит как от качества обработки поверхности, так и от характеристик окружающей объект среды, состояния пограничного слоя, режима течения. Если потребуется учёт прохождения шлага по зонам с повышенной и пониженной температурой, то условие (15) примет вид:

$$\begin{aligned} -\lambda^s \frac{\partial T_s}{\partial n} &= \alpha (T_s - T_{hot}), \quad \mathbf{x} \in S_{out}^{hot}, \\ -\lambda^s \frac{\partial T_s}{\partial n} &= \alpha (T_s - T_{cold}), \quad \mathbf{x} \in S_{out}^{cold}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $S_{out} = S_{out}^{hot} \cup S_{out}^{cold}$, а S_{out}^{hot} , S_{out}^{cold} — внешние поверхности участков шланга V_s^{hot} и V_s^{cold} , находящихся в тёплой и холодной зонах соответственно (см. Рис. 1);

– смесительный бак вместе с патрубками считается теплоизолированным, поэтому

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \mathbf{x} \in S_m = S_{top} \cup S_{bot} \cup S_{surf}; \quad (17)$$

– насос, приводящий жидкость в движение, представляется посредством задания среднего по сечению шланга массового расхода Q

$$\rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = \frac{Q}{\int_{S_2} dS}, \quad \mathbf{x} \in S_2. \quad (18)$$

На практике не вся подводимая к насосу энергия идёт на движение жидкости. Часть её тратится на нагрев элементов самого насоса и протекающей через него воды, а при использовании непогружного насоса значительная часть тепла рассеивается в окружающий воздух. В постановке, использованной в

данной статье, все эти потери не учитываются.

В начальный момент времени полагаем, что жидкость находится в состоянии покоя под действием гидростатического давления, то есть

$$U(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in V_f \cup V_m, \quad (19)$$

$$p(\mathbf{x}, 0) = p_{ref} + \rho_0 g y, \quad \mathbf{x} \in V_f \cup V_m, \quad (20)$$

а распределение температуры следующее:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{x}, 0) &= T_m, & \mathbf{x} \in V_m; \\ T(\mathbf{x}, 0) &= T_{hot}, & \mathbf{x} \in V_f^{hot}; \\ T(\mathbf{x}, 0) &= T_{cold}, & \mathbf{x} \in V_f^{cold}; \\ T_s(\mathbf{x}, 0) &= T_{hot}, & \mathbf{x} \in V_s^{hot}; \\ T_s(\mathbf{x}, 0) &= T_{cold}, & \mathbf{x} \in V_s^{cold}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $p_{ref} = 101325$ Па, $V_s = V_s^{hot} \cup V_s^{cold}$, $V_f = V_f^{hot} \cup V_f^{cold}$.

Зависимости характеристик воды от температуры приняты согласно справочным данным [11] и аппроксимируются полиномом

$$MP(T) = \sum_{m=0}^4 P_m T^m, \quad (22)$$

где P_m — коэффициенты, приведённые в Таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты полинома (22) для различных характеристик воды в диапазоне температур 0–100°C

MP	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
c_p , Дж/(кг °C)	$4,21752 \times 10^3$	-3,08704	$8,15239 \times 10^{-2}$	$-8,70824 \times 10^{-4}$	$3,64219 \times 10^{-6}$
λ , Вт/(м °C)	$5,60119 \times 10^{-1}$	$1,96541 \times 10^{-3}$	$-7,43590 \times 10^{-6}$	0	0
ρ , кг/м ³	$9,99892 \times 10^2$	$2,04118 \times 10^{-2}$	$-5,89452 \times 10^{-3}$	$1,54040 \times 10^{-5}$	0

Численное решение системы уравнений (2), (5), (8)–(12) вместе с граничными и начальными условиями (14)–(21) осуществлено в пакете ANSYS CFX 18.1 с помощью метода конечных объёмов (МКО), согласно которому изменение физической величины в центре ячейки расчётной сетки связывается с потоками этой величины через грани ячейки [12, 13]. Интегральные формулировки законов сохранения массы, импульса, энергии записываются для небольшого контрольного объёма, а их дискретный аналог получается суммированием по всем граням объёма потоков массы, импульса и энергии, вычисленных по каким-либо квадратурным формулам.

3. Определение коэффициента теплоотдачи

Усреднённое по поверхности значение коэффициента теплоотдачи α определим из выражения для числа Нуссельта по формулам М.А. Михеева из работы [14], в которой используются критериальные уравнения для ламинарного и переходного к турбулентному режиму течений воздуха вблизи горизонтальных труб:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_{amb}}{R_0}, \quad (23)$$

где R_0 — характерный размер, λ_{amb} — коэффициент теплопроводности окружающей среды (воздуха), Nu — усреднённое число Нуссельта, которое определяется соотношением:

$$Nu = 0,54 Ra^{1/4}, \quad (24)$$

Здесь: Ra , Pr , Gr — критерии Релея, Прандтля и Грасгофа соответственно ($Ra = Gr \cdot Pr$, $Gr = \frac{g R_0^3}{\nu_{amb}^2} \beta \Delta T$); g — ускорение свободного падения; ν_{amb} , β — кинематическая вязкость и коэффициент объёмного расширения воздуха; ΔT — характерная разность температур. Критерий Прандтля Pr принимается по справочным данным из [11] для текучей среды при определяющей температуре воздуха T_{amb} . В расчётах характерным размером выступает наружный диаметр шланга d_{out} .

Вычисленное с помощью формул (23), (24) значение коэффициента теплоотдачи используется в модели как начальное приближение, поскольку в большинстве случаев аналитическая формула не отражает реальных условий эксплуатации. Уточнение величины α осуществляется путём проведения установочного эксперимента, заключающегося в следующем. Берётся шланг ($d_{in} = 12,5$ мм, $L = 70,33$ м, $w = 3$ мм, $d_{out} = 18,5$ мм) без смесительного бака и по нему запускается холодная вода со средним расходом $Q = 39,6$ г/с. На протяжении всего процесса осуществляется мониторинг температуры жидкости с помощью датчиков, расположенных в точках 1–3 на расстоянии 0, 48 и 70,33 м от начала шланга (см. Рис. 1). Кроме этого, дополнительно контролируется температура воздуха в помещении T_{amb} . В начальный момент времени полагается, что шланг и жидкость внутри него однородно нагреты ($T = T_{hot} = 22,1$ °C).

Полученные экспериментальные данные изображены на рисунке 2 (сплошные линии). Каждую из зависимостей $T_2(t)$ и $T_3(t)$ можно условно поделить на три участка, имеющих свои характерные особенности. На первом из них холодная жидкость ещё не достигла датчика, поэтому его температура постоянна. Длина этого отрезка определяется скоростью течения (расходом) и расстоянием до точки измерения. Плавный экспоненциальный спад на втором участке обусловлен тем, что холодная вода заместила горячую, но оставшееся тепло в шланге не даёт температуре воды измениться мгновенно. Кривизна и длительность этого интервала зависит от характеристик материала шланга (ρ^s , C_p^s , λ^s). Последний, третий, отрезок характеризует теплообмен с окружающей средой. Из представленных результатов видно, что при $t > 800$ с значения T_2 и T_3 незначительно меняются во времени, и процесс становится стационарным. В этом случае наибольший практический интерес представляет разность температур ΔT , которая определяет нагрев воды в шланге. При среднем по сечению расходе $Q = 39,6$ г/с в момент времени $t = 1000$ с имеем $\Delta T_3 = T_3 - T_1 = 2,1$ °C, $\Delta T_2 = T_2 - T_1 = 1,4$ °C.

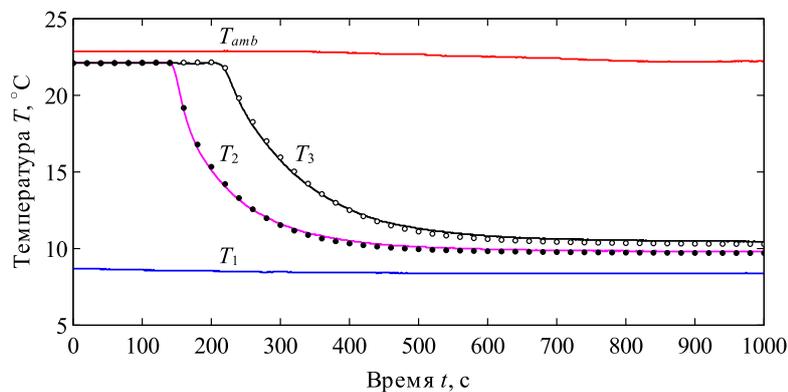


Рис. 2. Изменение температуры во времени: сплошные линии – экспериментальные данные, символы – расчёт в ANSYS CFX

Дополнительно был проведён эксперимент при $Q = 87,2$ г/с (графики не представлены в статье), в котором при установившемся режиме теплопередачи получены следующие значения: $\Delta T_3 = 1,4$ °C, $\Delta T_2 = 0,9$ °C.

При формулировке математической модели описанного выше эксперимента можно использовать уравнения из раздела 2, если опустить в них все слагаемые, содержащие компоненты вектора силы тяжести g_i , положить $V_s = V_s^{hot}$, $V_f = V_f^{hot}$, $V_m = \emptyset$ и потребовать выполнения следующих граничных и начальных условий:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_1(t), \quad t > 0, \quad \mathbf{x} \in S_1, \quad (25)$$

$$T(\mathbf{x}, 0) = T_{hot}, \quad \mathbf{x} \in V_f, \quad (26)$$

$$T_s(x, 0) = T_{hot}, \quad x \in V_s.$$

На рисунке 2 для сравнения символами изображены результаты, полученные в пакете ANSYS CFX для $Q = 39,6$ г/с при $\alpha = 7$ Вт/м². В выражениях (25) и (15) зависимости $T_1(t)$ и $T_{amb}(t)$ взяты из экспериментальных данных, приведённых на рисунке 2. Коэффициент теплоотдачи α , входящий в уравнения (15) или (16), подбирался таким образом, чтобы обеспечивалось наилучшее согласование эксперимента и численного расчёта на всём временном интервале. Для $Q = 87,2$ г/с уточнённое значение α составило 10,4 Вт/м².

4. Численные результаты

Рассмотрим ситуацию, когда одна половина шланга проходит по зоне с повышенной температурой ($T_{hot} = 23$ °С), а другая часть — по холодной зоне с $T_{cold} = 8$ °С. Исследуем процесс циркуляции жидкости в этой системе, если начальная температура воды в смесителе составляет $T_m = 15,5$ °С. Наибольший практический интерес здесь представляет оценка времени перемешивания τ , достаточного для достижения однородного (или близкого к нему) распределения температуры текущей по шлангу среды при различном объёме цилиндрического бака v_m (Таблица 2).

Таблица 2. Геометрические размеры смесителя в форме цилиндра

Вариант расчёта	Высота, мм	Диаметр, мм	v_m , л	v_m/v_s
I	116,8	233,5	5,00	0,5795
II	140,1	280,1	8,63	1,0000
III	176,5	352,9	17,26	2,0000

Изменение температуры во времени в точках 1–3 (см. Рис. 1), расположенных в начале, в середине и в конце шланга, приведено на рисунке 3 для $Q = 87,2$ г/с и $v_m = 8,63$ л. Рисунок свидетельствует, что значения T_1, T_2, T_3 практически не меняются при $t > 250$ с, а разность температур остаётся почти постоянной и не превышает 0,4 °С. Причиной этого является нагрев и охлаждение текущей среды по мере продвижения её по шлангу большой длины, расположенному в зонах с переменной окружающей температурой T_{amb} .

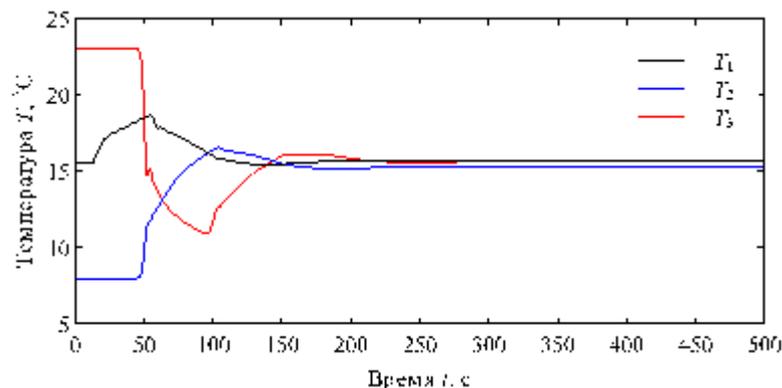


Рис. 3. Изменение температуры во времени в разных точках шланга при $v_m = 8,63$ л и $Q = 87,2$ г/с

На рисунке 4 показано поле температуры в смесителе в разные моменты времени. Видно, что горячая вода поступает в смеситель и постепенно вытесняет холодную. На перемешивание жидкости внутри бака уходит какое-то время, по истечении которого температура в точке 1 начнёт изменяться. По рисунку 3 (кривая T_1) можно определить, что задержка составляет 15 с, и она растёт вместе с увеличением объёма смесителя и составляет примерно 9 и 19 секунд для баков ёмкостью 5,00 и 17,26 л соответственно. Полная смена жидкости в шланге происходит за 98 с. После двух циклов температура внутри бака становится практически однородной (см. Рис. 4).

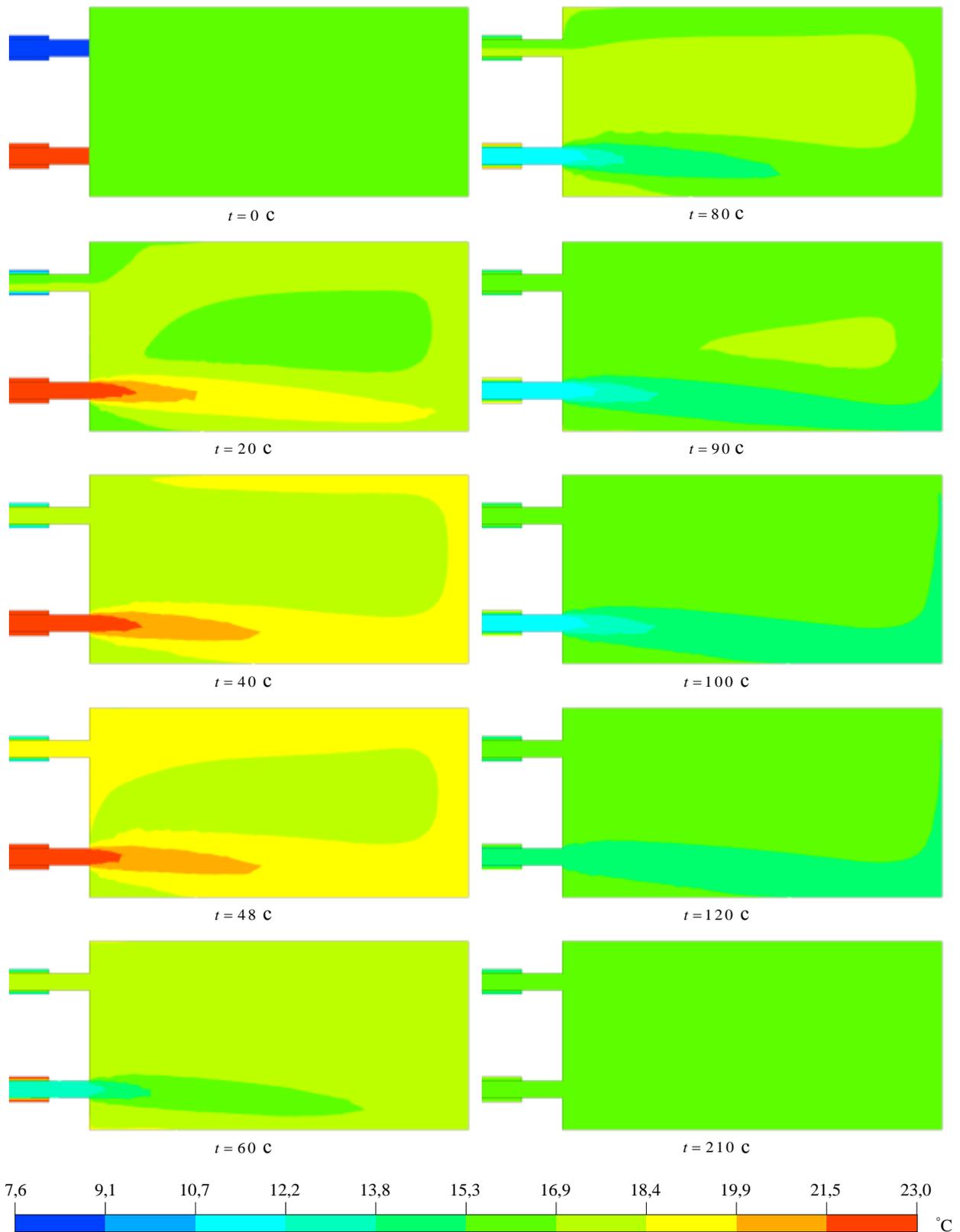


Рис. 4. Поле температуры в плоскости симметрии смесителя в разные моменты времени для $v_m = 8,63$ л и $Q = 87,2$ г/с

Сравним эффективность смесителей различных объёмов. В качестве критерия выберем время перемешивания τ — минимальное значение t , для которого выполняется условие

$$\Delta T_{avg} - \varepsilon_{avg} \leq \Delta T_{max} \leq \Delta T_{avg} + \varepsilon_{avg}, \quad \forall t \geq \tau; \quad (27)$$

$$\Delta T_{max} = \max_{V_s} T - \min_{V_s} T.$$

Здесь ε_{avg} характеризует отклонение величины ΔT_{max} от её среднего значения ΔT_{avg} и может составлять разную долю от ΔT_{max} в начальный момент времени. Для рассматриваемого случая при относительном отклонении в 1% абсолютное значение ε_{avg} составляет 0,15 °С.

Из рисунков 5, 6а видно, что с увеличением ёмкости смесительного бака колебания разности температур ΔT_{max} не только затухают быстрее, но и имеют меньшую амплитуду. После выхода на стационарный (или квазистационарный) режим во всех трёх случаях достигается одинаковое значение ΔT_{max} , равное 0,39 °С. Найденное по выражению (27) время перемешивания τ составляет 148, 211 и 275 с для $V_m = 17,26; 8,63; 5,00$ л, соответственно. При малых объёмах бака ($V_m/V_s < 1$) жидкость из шланга полностью заменяет воду в смесителе спустя некоторое время. Это затрудняет перемешивание и приводит к увеличению τ . На рисунке 6б представлены аналогичные результаты, полученные при меньшем расходе жидкости. В этом случае период и амплитуда колебаний величины ΔT_{max} возрастают, в вследствие чего время перемешивания увеличивается до следующих значений: 725, 591 и 616 с.

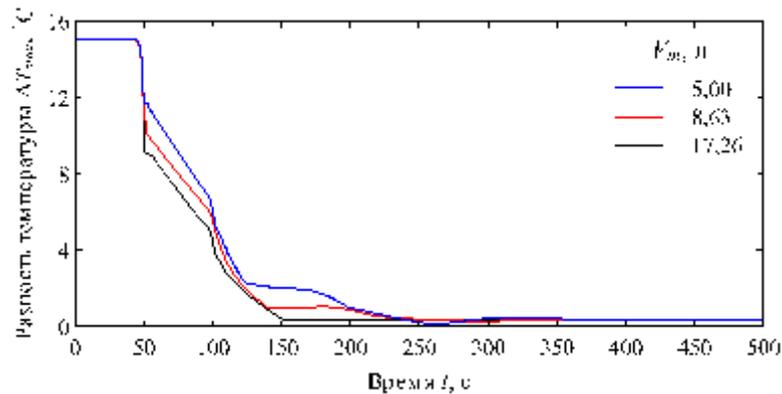


Рис. 5. Изменение разности температур ΔT_{max} во времени для различных объёмов смесительного бака при $Q = 87,2$ г/с

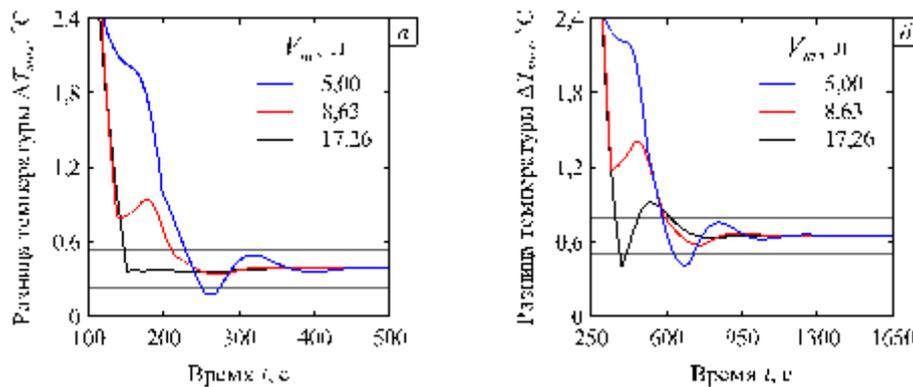


Рис. 6. Изменение разности температур ΔT_{max} для различных объёмов смесительного бака и расходах Q , г/с: 87,2 (а); 39,6 (б)

В целях сокращения продолжительности расчёта исключим смесительный бак из модели и заменим его виртуальным аналогом, в котором перемешивание жидкости происходит мгновенно. Изменение температуры в баке за малое время Δt определим как

$$T_1(t + \Delta t) = T_m(t) + [T_3(t) - T_m(t)] \frac{Q \Delta t}{\rho V_m}. \quad (28)$$

Упрощение такого рода сводит исходную задачу к задаче течения жидкости в шланге, в котором температура на входе (граница s_1) связана с заранее неизвестной температурой на выходе (граница s_3). В пакете ANSYS CFX это условие реализуется в виде пользовательской функции, написанной на языке Fortran и откомпилированной в dll-библиотеку. Полученные с её помощью результаты приведены на рисунке 7 для значений $\varepsilon_{avg} = 0,5; 1,0; 2,0\%$ от ΔT_{max} в начальный момент времени. Резкие изломы

кривых обусловлены тем, что в процессе колебаний величина ΔT_{max} не вписывается в «окно» $\Delta T_{avg} \pm \varepsilon_{avg}$. Данная особенность наглядно продемонстрирована на рисунке 6, где параллельными горизонтальной оси линиями выделена зона, соответствующая $\varepsilon_{avg} = 1,0\%$. Достоверность упрощённой постановки подтверждается сравнением с результатами, вычисленными по модели, учитывающей наличие смесителя. Соответствующие значения τ обозначены на рисунке 7 чёрными маркерами. Представленные данные демонстрируют, что исключение бака из расчёта и замена его аналогом (28) приводит к завышению τ . Величина относительной погрешности не выходит за 7% при расходе $Q = 87,2$ г/с и достигает 24% при $Q = 39,6$ г/с. Это означает, что предложенное упрощение с приемлемой точностью может использоваться только при скоростях течения, обеспечивающих малое время протекания жидкости внутри бака. Исходя из анализа приведённых на рисунке 7 зависимостей, можно заключить, что при увеличении объёма смесителя время перемешивания сокращается. Наряду с этим существуют прямолинейные участки, где τ меняется в пределах $\pm 10\%$ относительно случая $V_m/V_s = 1$. Обнаруженную особенность следует принимать во внимание при проектировании системы «шланг – смеситель».

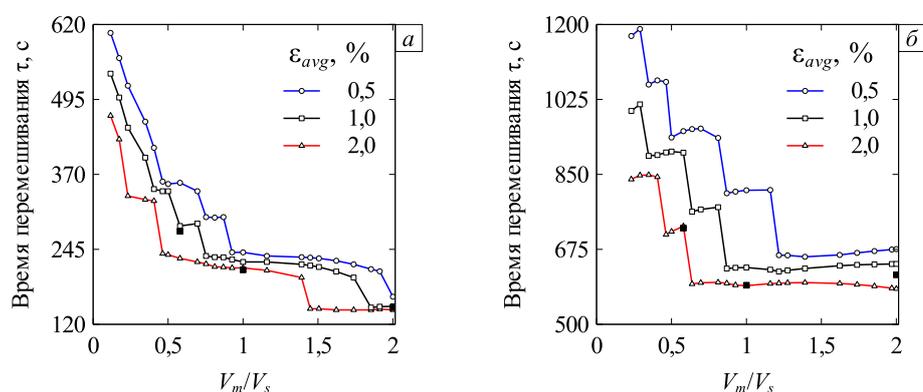


Рис. 7. Изменение времени перемешивания в зависимости от относительного объёма смесительного бака при различных значениях ε_{avg} и расходах Q , г/с: 87,2 (а); 39,6 (б)

5. Выводы

На основании анализа результатов численных исследований можно сделать вывод, что за счёт перемешивания однородное распределение температуры жидкости по длине протяжённого гидронивелира не достигается. Степень неоднородности и время перемешивания можно снизить, увеличив расход насоса. Расчёты рассмотренной системы «шланг – смеситель» показали, что для ускорения процесса выравнивания температуры жидкости следует использовать бак, объём которого сопоставим с объёмом шланга.

При проектировании измерительной системы численное моделирование следует осуществлять для распределения температуры вдоль шланга, соответствующего условиям реального помещения, где располагается гидронивелир. Таким образом можно подобрать подходящие параметры работы системы: производительность насоса, время перемешивания и объём смесительного бака. Полученное поле температуры может служить основой для проведения оценок достижимой точности измерительной системы, в том числе с помощью упрощённой гидравлической модели [6]. Кроме этого, данные результаты могут выступать в качестве начальных условий при решении задачи исследования эволюции температурной неоднородности жидкости в нивелире после завершения процесса перемешивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-48-590025-p_a).

Литература

1. Chen Z.J., Zhang N.N., Zhang X.W. Settlement monitoring system of pile-group foundation // J. Cent. South Univ. Technol. – 2011. – Vol. 18, no. 6. – P. 2122-2130. DOI
2. Volk J., Hansen S., Johnson T., Jostlein H., Kiper T., Shiltsev V., Chuprya A., Kondaurov M., Medvedko A., Parkhomchuk V., Singatulin S., Stetler L., Van Beek J., Fratta D., Roberts J., Wang H. Hydrostatic level sensors as high precision ground motion instrumentation for Tevatron and other energy frontier accelerators // J. Instrum. – 2012. – Vol. 7. – P01004. DOI
3. Yin Z.Z. Application of hydrostatic leveling system in metro monitoring for construction deep excavation above shield tunnel // Appl. Mech. Mater. – 2013. – Vols. 333-335. – P. 1509-1513. DOI
4. Shardakov I.N., Shestakov A.P., Tsvetkov R.V., Yepin V.V. The hydrostatic level method for continuous monitoring of building foundations // Solid State Phenom. – 2016. – Vol. 243. – P. 105-111. DOI
5. Meier E., Geiger A., Ingensand H., Licht H., Limpach P., Steiger A., Zwysig R. Hydrostatic levelling system: measuring at the system limits // J. Appl. Geodes. – 2010. – Vol. 4, no. 2. – P. 91-102. DOI

6. Tsvetkov R.V., Yepin V.V., Shestakov A.P. Numerical estimation of various influence factors on a multipoint hydrostatic leveling system // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2017. – No. 208. – 012046. DOI
7. Гусев Г.Н., Епин В.В., Цветков Р.В. О некоторых проблемах измерительных систем на основе гидростатического нивелирования при долговременных измерениях // Вестник ПНЦ. – 2017. – № 4. – С. 70-76.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
9. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. – 1994. – Vol. 32, no 8. – P. 1598-1605. DOI
10. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 18.1. – 2017. – 364 p.
11. Краснощечков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче. – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
12. Eymard R., Gallouët T., Herbin R. The finite volume method // Handbook of Numerical Analysis, Vol. 7 / Ed. P.G. Ciarlet, J.L. Lions. – Elsevier, 2000. – P. 713-1018. DOI
13. Аникеев А.А., Молчанов А.М., Янышев Д.С. Основы вычислительного теплообмена и гидродинамики: учебное пособие. – М.: URSS, 2010. – 152 с.
14. Бухмиров В.В. Расчёт коэффициента конвективной теплоотдачи (основные критериальные уравнения). – Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2007. – 39 с.

References

1. Chen Z.J., Zhang N.N., Zhang X.W. Settlement monitoring system of pile-group foundation. *J. Cent. South Univ. Technol.*, 2011, vol. 18, no. 6, pp. 2122-2130. DOI
2. Volk J., Hansen S., Johnson T., Jostlein H., Kiper T., Shiltsev V., Chupyr A., Kondarov M., Medvedko A., Parkhomchuk V., Singatulin S., Stetler L., Van Beek J., Fratta D., Roberts J., Wang H. Hydrostatic level sensors as high precision ground motion instrumentation for Tevatron and other energy frontier accelerators. *J. Instrum.* 2012, vol. 7, P01004. DOI
3. Yin Z.Z. Application of hydrostatic leveling system in metro monitoring for construction deep excavation above shield tunnel. *Appl. Mech. Mater.*, 2013, vols. 333-335, pp. 1509-1513. DOI
4. Shardakov I.N., Shestakov A.P., Tsvetkov R.V., Yepin V.V. The hydrostatic level method for continuous monitoring of building foundations. *Solid State Phenom.*, 2016, vol. 243, pp. 105-111. DOI
5. Meier E., Geiger A., Ingensand H., Licht H., Limpach P., Steiger A., Zwysig R. Hydrostatic levelling system: measuring at the system limits. *J. Appl. Geodes.*, 2010, vol. 4, no. 2, pp. 91-102. DOI
6. Tsvetkov R.V., Yepin V.V., Shestakov A.P. Numerical estimation of various influence factors on a multipoint hydrostatic leveling system. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2017, no. 208, 012046. DOI
7. Gusev G.N., Epin V.V., Tsvetkov R.V. О некоторых проблемах измерительных систем на основе гидростатического нивелирования при долговременных измерениях [On some problems of measuring systems based on hydrostatic leveling for long-term measurements]. *Vestnik PNC – Perm Scientific Center Journal*, 2017, no. 4, pp. 70-76.
8. Loitsianskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow, Drofa, 2003. 840 p.
9. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598-1605. DOI
10. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 18.1, 2017, xvi+348 p.
11. Krasnoshchekov E.A., Sukomel A.S. *Zadachnik po teploperedache* [Book of problems in heat transfer]. Moscow, Energiia, 1980. 288 p.
12. Eymard R., Gallouët T., Herbin R. The finite volume method. *Handbook of Numerical Analysis*, Vol. VII, ed. P.G. Ciarlet, J.L. Lions. Elsevier, 2000. Pp. 713-1018. DOI
13. Anikeev A.A., Molchanov A.M., Ianyshv D.S. *Osnovy vychislitel'nogo teploobmena i gidrodinamiki: uchebnoe posobie* [Fundamentals of computational heat transfer and fluid dynamics: a tutorial]. Moscow, URSS, 2010. 152 p.
14. Bukhmirov V.V. *Raschet koeffitsienta konvektivnoi teplootdachi (osnovnyye kriterial'nyye uravneniya)* [Calculation of the coefficient of convective heat transfer (basic criterial equations)]. Ivanovo, Izdatel'stvo IGEU, 2007. 39 p.

Поступила в редакцию 18.04.2018; опубликована в электронном виде 05.07.2018

Сведения об авторах

Лекомцев Сергей Владимирович, нс, кфмн, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Акад. Королёва, 1; e-mail: lekomtsev@icmm.ru

Цветков Роман Валерьевич, нс, ктн, ИМСС УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Акад. Королёва, 1; e-mail: flower@icmm.ru