

DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.2.14
УДК 621.039

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ВИНТОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Н.Г. Разуванов

Объединенный институт высоких температур (ОИВТ) РАН, Москва, Российская Федерация

Задачи гидродинамики и теплообмена в каналах с винтовым течением среды предлагается решать в винтовой системе координат. В частности, подобная задача рассматривается здесь для подъемного течения жидкого металла в обогреваемом кольцевом канале с винтовым ребром. Задача имеет отношение к теплообмену при обтекании тепловыделяющего элемента в активной зоне ядерного реактора с жидкометаллическим теплоносителем. В работе на языке тензорного анализа представлен вывод дифференциальных уравнений сохранения массы, импульса и энергии применительно к среде жидкого металла в криволинейных (винтовых) координатах. За основу взяты хорошо известные уравнения в цилиндрической системе, в которые предлагается добавить дополнительные члены, необходимые для перехода к винтовым координатам. Метод численного расчета в винтовой системе координат в значительной степени упрощает описание геометрии задачи, построение расчетной сетки, запись граничных условий, представление и последующую обработку результатов. В соответствии с предложенной методикой получены поля скорости, давления и температуры при турбулентном течении жидкого металла в кольцевом канале с винтовым ребром. Сравниваются данные двух вариантов определения теплообмена: в канале с прямым ребром и в канале с закрученным (винтовым) ребром. Проведенные исследования показывают существенное влияние закрутки ребра на характеристики течения и теплоотдачи. Наличие зазора между ребром и внешней трубой усиливает эффекты закрутки.

Ключевые слова: криволинейная система координат, дифференциальные уравнения сохранения, гидродинамика, теплообмен, жидкие металлы

SOLUTION OF THE CONVECTIVE HEAT TRANSFER PROBLEM IN A SCREW COORDINATE SYSTEM

N.G. Razuvanov

Joint Institute of High Temperatures RAS, Moscow, Russian Federation

The problems of hydrodynamics and heat transfer in a screw channel flow are considered in a screw coordinate system. In particular, we consider an upward flow of liquid metal in a heated annular channel with a screw edge. The problem is related to the heat exchange in the flow around the fuel cell in the active zone of a nuclear reactor with a liquid-metal coolant. Differential equations of mass, momentum and energy conservation for a liquid metal flow are written in terms of tensor variables for a curvilinear (screw) coordinate system. The well-known equations for the cylindrical system are taken as a basis. They are supplemented with additional terms which arise due the transition to the screw coordinate system. The method of numerical calculation in the helical coordinate system greatly simplifies the description of the geometry and boundary conditions, the construction of the computational grid, the representation and subsequent processing of the results. Numerical simulations of velocity, pressure and temperature fields in a turbulent flow of liquid metal in an annular channel with a screw edge are carried out. Two problems are studied numerically and compared: channels with straight and twisted (screw) edge. Analysis of the results revealed significant influence of the edge twist on the flow and heat transfer characteristics. The presence of a gap between the edge and the outer pipe enhances the twist effects.

Key words: curvilinear coordinate system, differential equations of continuous media, fluid dynamics, heat transfer, liquid metal

1. Введение. Постановка задачи

Рассматривается неизотермическое течение жидкого металла в кольцевом канале с ребром, перпендикулярным стенкам и закрученным винтом против часовой стрелки (Рис. 1). Внутренняя труба нагревается с постоянной плотностью теплового потока, как по длине, так и по периметру сечения. Между ребром и внешней трубой имеется зазор.

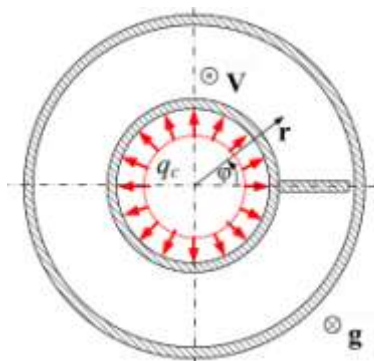


Рис. 1. Схема течения

В случае вертикального канала изучался теплообмен при подъемном течении жидкого металла, направленном навстречу вектору ускорения свободного падения \mathbf{g} . Экспериментально исследования выполнялись на уникальном ртутном стенде кафедры инженерной теплофизики Национального исследовательского университета «МЭИ» (Москва). Также задача моделировалась численно. Полученные результаты представлены в работах [1] и [2]. Они послужили материалом для двух кандидатских диссертаций. Обе работы, несомненно, являются новыми в исследовании теплоносителей из рода жидких металлов. Но поскольку данные эксперимента и численного решения оказались неоднозначными,

вопрос тождественности расчетной модели эксперименту остался неразрешенным.

Предлагаемая вниманию читателя работа содержит альтернативный вариант численного решения задачи теплообмена при течении в кольцевом канале с винтовым ребром в винтовой системе координат (ВСК) [3]. Несмотря на то, что винтовые течения в каналах нередко встречаются в технологическом и в энергетическом оборудовании [4, 5], модельные расчеты проводят, как правило, в декартовых координатах, в которых неудобно описывать геометрию криволинейных поверхностей. ВСК же дает очевидные преимущества: простоту геометрии расчетной области и удобство задания граничных условий. Используется структурированная расчетная сетка, элементы сетки не дробятся и совпадают с границами исследуемой области. Расчетная сетка может быть грубой и — по мере необходимости — сгущаться вблизи стенки. Применяется алгебраическая модель турбулентности, которая неплохо работает при моделировании течения жидкого металла в каналах. Все это увеличивает скорость расчета, а объем вычислений существенно уменьшает. Необходимо только записать систему уравнений и, при возможности, сформулировать допущения, упрощающие расчет.

Описание методики вывода уравнений в ВСК редко, но встречается в публикациях, например в [6]. Неоднозначность выбора базиса, громоздкость вычислений, сомнения в аккуратности математических выкладок ограничивают использование подобного подхода к решению задачи винтового течения. В данной работе, на взгляд автора, методика вывода уравнений наиболее ясная и понятная, удачно выбран базис и компактно записаны дополнительные слагаемые, которые необходимо добавить в уравнения, записанные в цилиндрической системе, чтобы перейти к ВСК. Представленная методика, в общем, позволяет вывести уравнения для любой криволинейной координатной системы. Пример расчета в ВСК и сравнение с аналогичными результатами в декартовых координатах подтверждают правильность как выкладок, проделанных автором, так и окончательных уравнений.

2. Вывод уравнений

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой среды — жидкого металла. Течение и теплообмен можно описать следующей системой дифференциальных уравнений в векторном виде:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{V} + \rho \mathbf{f}, \quad (2)$$

$$\rho C_p (\mathbf{V} \cdot \nabla)T = \lambda \Delta T. \quad (3)$$

Здесь: (1) — это уравнение неразрывности, закон сохранения массы жидкой среды; (2) — уравнения движения, закон сохранения импульса; (3) — уравнение для энергии, закон сохранения удельной энтальпии движущейся среды. При этом приняты обозначения: ρ — плотность, p — давление, μ — динамический коэффициент вязкости, λ — теплопроводность, C_p — теплоемкость среды, \mathbf{f} — вектор массовых сил (сила плавучести в данной задаче). В этих уравнениях дифференцирование по координатам представляется как оператор ∇ , дивергенция вектора скорости \mathbf{V} — как скалярное произведение $\nabla \cdot \mathbf{V}$, градиент скалярного поля температуры — как ∇T , лапласиан от скалярного поля температуры — как ΔT , лапласиан векторного поля скорости — как $\Delta \mathbf{V}$. Очевидно, что для сплошной среды векторная запись уравнений является наиболее общей и справедлива в любой системе координат.

Задачу течения в кольцевом канале было бы удобнее всего решать в цилиндрической системе координат (ЦСК) $O r_0 \varphi_0 z_0$, если бы ребро было не винтовым, а прямым (без закрутки). В ЦСК базис \mathbf{e}_{0i} ($i = 1, 2, 3$) является ортогональным (см. Рис 2а), поэтому систему уравнений, используя коэффициенты Ляме, можно записать в хорошо известном тензорном виде [7].

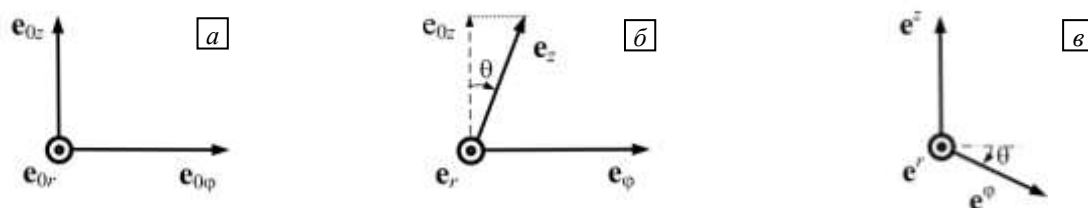


Рис. 2. Векторный базис в различных системах координат: в цилиндрической (а), в винтовой прямой (б) и обратной (в)

Если ребро закручено вдоль канала, то задача существенно усложняется. Будет естественным решение задачи в винтовой системе координат, где координатные линии, направленные вдоль оси z , закручиваются вокруг продольной оси канала вместе с ребром, оставаясь параллельными плоскости ребра. В такой системе

координаты также выражаются тройкой чисел (r, φ, z) , но, в отличие от ЦСК, базисный вектор \mathbf{e}_z наклонен по отношению к вектору \mathbf{e}_{0z} на некоторый угол θ , так что проекция вектора \mathbf{e}_z совпадает с \mathbf{e}_{0z} (Рис. 2б), и базис в ВСК \mathbf{e}_i уже не является ортогональным.

Введем параметр a , который определяет степень закрутки ребра:

$$a = 2\pi/L, \quad (4)$$

где L — шаг закрутки, часть длины оси канала при повороте ребра на угол 2π . Базисные векторы $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi$ остаются такими же, как и в ЦСК, но надо иметь в виду, что угол в поперечном сечении канала всегда отсчитывается от ребра, и теперь \mathbf{e}_φ зависит от координаты z . Тангенс угла θ вычисляется как $\operatorname{tg}(\theta) = ar$, а синус и косинус — как $\sin(\theta) = ar/\sqrt{1+(ar)^2}$, $\cos(\theta) = 1/\sqrt{1+(ar)^2}$. Преобразование координат из ЦСК в ВСК осуществляется согласно соотношениям: $r = r_0$, $\varphi = \varphi_0 - az$, $z = z_0$.

Для дальнейшего изложения требуется ввести некоторые понятия [8, 9]:

– прямой и обратный базисы; обратный базис \mathbf{e}^i находится через прямой \mathbf{e}_i путем циклической перестановки индексов (i, j, k) (они принимают значения $(1, 2, 3)$): $\mathbf{e}^i = (\mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_k) / [\mathbf{e}_i \times (\mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_k)]$, и имеет место произведение векторов прямого базиса: в числителе векторное двух векторов, а в знаменателе смешанное трех векторов;

– ковариантные и контравариантные компоненты [8]; понятия соответствуют нижним и верхним индексам, так что ковариантный базис — это \mathbf{e}_i , а контравариантный, обратный ему, — \mathbf{e}^i ; вектор \mathbf{r} раскладывается по координатам прямого и обратного базисов $\mathbf{r} = x^i \mathbf{e}_i = x_i \mathbf{e}^i$, $x^i = (r, \varphi, z)$; тройка векторов обратного базиса показана на рисунке 2в: \mathbf{e}^r совпадает с \mathbf{e}_r , \mathbf{e}^z совпадает с \mathbf{e}_{z0} , вектор \mathbf{e}^φ наклонен по отношению к \mathbf{e}_φ на угол $-\theta$.

Свойства системы координат представляются как скалярное произведение базисных векторов и выражаются метрическим тензором g_{ij} . Для ковариантного базиса в винтовой системе координат запишем:

$$g_{ij} = (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & ar^2 \\ 0 & ar^2 & 1 + ar^2 \end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы метрического тензора имеет вид: $G = |g_{ij}| = r^2$. Если параметр закрутки a принять равным нулю, то тензор g_{ij} превращается в метрический тензор для ЦСК.

Для обратного (контравариантного) метрического тензора справедливы формулы:

$$g^{ij} = (\mathbf{e}^i \cdot \mathbf{e}^j) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{r^2} + a\right) & -a \\ 0 & -a & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$G^{-1} = |g^{ij}| = \frac{1}{r^2}.$$

Скалярное произведение векторов прямого и обратного базисов по определению равны единичному (шаровому) тензору: $g^i_j = (\mathbf{e}^i \times \mathbf{e}_j) = \delta_{ij}$ (0 при $i \neq j$ и 1 при $i = j$).

Вектор можно разложить по ко- и контравариантному базисам, при этом его компоненты будут, соответственно, контра- и ковариантными. Представляют интерес контравариантные компоненты вектора скорости, как результат разложения по векторам прямого базиса: $\mathbf{v} = v^i \mathbf{e}_i$, $\mathbf{v} = (v^r, v^\varphi, v^z)$.

На практике используются «физические» компоненты вектора v^{*i} , которые имеют одинаковую размерность (м/с) $\mathbf{v} = (v^{*r}, v^{*\varphi}, v^{*z})$ [8]. Связь с физическими компонентами осуществляется через диагональные члены метрического тензора g_{ii} (по i не суммировать!):

$$V^i = \frac{V^{*i}}{\sqrt{g_{ii}}}. \quad (6)$$

В обсуждаемом случае удобно представить вектор смешанными компонентами $\mathbf{v} = (V^r, V^{*\varphi}, V^z)$.

Частная производная вектора по координате в криволинейном базисе выражается следующей формулой:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x^k} = \frac{\partial (V^j \mathbf{e}_j)}{\partial x^k} = \frac{\partial V^j}{\partial x^k} \mathbf{e}_j + V^j \frac{\partial \mathbf{e}_j}{\partial x^k}.$$

Разложив производную вектора по контравариантным компонентам, получим тензор скоростей деформации:

$$V_{,k}^i = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x^k} \cdot \mathbf{e}^i = \frac{\partial V^j}{\partial x^k} + V^j \Gamma_{jk}^i. \quad (7)$$

Здесь введены символы Кристоффеля [8, 9], которые определяют разложение производной базисного вектора по базису:

$$\Gamma_{jk}^i = \mathbf{e}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_j}{\partial x^k}. \quad (8)$$

Символы Кристоффеля Γ_{jk}^i можно рассчитать непосредственно по формуле (8), либо через производные метрического тензора [8]:

$$\Gamma_{jk}^i = g^{im} \cdot \Gamma_{m,jk} = g^{im} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{jm}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^m} \right).$$

В ВСК символы Кристоффеля (отличные от нуля матрицы) имеют такой вид:

$$\Gamma_{jk}^1 = \mathbf{e}^r \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_j}{\partial x^k} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r & -ar \\ 0 & -ar & -a^2 r \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{jk}^2 = \mathbf{e}^\varphi \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_j}{\partial x^k} = \begin{pmatrix} 0 & 1/r & a/r \\ 1/r & 0 & 0 \\ a/r & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения сохранения (1)–(3) можно представить в тензорном виде (см. [8]):

$$V_{,k}^k = 0, \quad (9)$$

$$\rho (V^j \cdot V_{,j}^i) = -g^{ik} \frac{\partial p}{\partial x^k} + \mu g^{km} (V_{,m}^i)_{,k} + \rho f^i, \quad (10)$$

$$\rho C_p \left(V^k \cdot \frac{\partial T}{\partial x^k} \right) = \lambda \frac{1}{\sqrt{G}} \left(g^{ij} \sqrt{G} \frac{\partial T}{\partial x^j} \right). \quad (11)$$

Член в уравнении (2), связанный с вязкостью — $\mu \Delta \mathbf{v}$, определяется через тензор скоростей деформации $V_{,k}^i$, если взять ковариантную производную от тензора по правилу, взятому из монографии [8]:

$$(V_{,m}^i)_{,k} = \frac{\partial (V_{,m}^i)}{\partial x^k} + (V_{,m}^j) \cdot \Gamma_{jk}^i - (V_{,j}^i) \cdot \Gamma_{km}^j. \quad (12)$$

Вывод уравнений (12) наиболее трудоемок, но не сложен. Контравариантные компоненты объемных сил находятся согласно соотношениям: $f^i = \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}^i$.

Теперь рассмотрим результат преобразования системы уравнений (9)–(11) в ВСК. Для «физических» компонент вектора скорости $v = (V^{*r}, V^{*\varphi}, V^{*z})$ нужно будет учесть разложения (8). В случае винтовой системы координат это необходимо сделать только для компоненты скорости $V^{*\varphi}$, которая далее

обозначается как v^* (индекс «*» опускается). В уравнениях можно выделить два вида членов: слагаемые, не связанные с закруткой потока, такие же, как и в ЦСК, и добавочные члены, в которые входит параметр закрутки a . Уравнение неразрывности (9) по виду остается точно таким же, как и в ЦСК. В левой, конвективной, части уравнений трех уравнений для проекций импульса (10) появляются следующие члены:

$$i = 1, \quad \rho (V^z \cdot V^z \cdot a^2 \cdot r + V^{\varphi} \cdot V^z \cdot a), \quad (13)$$

$$i = 2, \quad \rho (-V^r \cdot V^z \cdot 2a), \quad (14)$$

представляющие собой инерционные силы, возникающие во вращательной системе координат: центробежная сила и компоненты кориолисовой силы. Эти силы компенсируются градиентом давления, добавочные компоненты которого в правой части трех уравнений для проекций импульса (10) имеют вид:

$$i = 2, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} a^2 r + \frac{\partial p}{\partial r} ar, \quad (15)$$

$$i = 3, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} a. \quad (16)$$

Дополнения (13)–(16) вносят наиболее существенный вклад в уравнения. Остальными членами, которые входят в вязкий член в случае, когда степень закрутки невелика, то есть параметр a достаточно мал, при решении задачи будем пренебрегать.

Ниже приводятся добавочные члены в уравнениях движения (10) в ВСК для компонент силы вязкости $\mu g^{km} (V_{,m}^i)_{,k}$ (коэффициент μ внесен под знак производной для последующего перехода к осредненным уравнениям — уравнениям Рейнольдса):

$$i = 1, \quad - \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^r}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} \right) \right) a - \left(\frac{\partial (\mu V^z)}{\partial \varphi} + \mu \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} \right) \frac{a}{r} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^r}{\partial \varphi} \right) a^2, \quad (17)$$

$$i = 2, \quad - \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^{\varphi}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial V^{\varphi}}{\partial \varphi} \right) \right) a - \left(\frac{\partial (\mu V^z)}{\partial r} + \mu \frac{\partial V^r}{\partial r} \right) \frac{a}{r} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^{\varphi}}{\partial \varphi} \right) a^2, \quad (18)$$

$$i = 3, \quad - \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial V^z}{\partial \varphi} \right) \right) a + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial V^z}{\partial \varphi} \right) a^2. \quad (19)$$

В уравнении сохранения энергии (11) левая — конвективная — часть остается такой же, как и в ЦСК, а справа появляются новые члены:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \right) a + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) a^2. \quad (20)$$

3. Численный расчет

Далее кратко представлены результаты предварительных расчетов в ВСК поставленной задачи. Отношение диаметров внутренней и наружной труб составляло $d_1/d_2 = 12/27$ мм/мм, длина канала — 1 м [1], зазор между ребром и внешней трубой — 0,75 мм.

Уравнения (9)–(11) приводились к безразмерному виду и для осредненных переменных имели вид:
– уравнение движения

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p^* + \frac{1}{\text{Re}} \left(\nabla \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_r}{\nu} \right) \nabla \right) \mathbf{V} + \frac{\text{Gr}_q}{\text{Re}^2} \Theta \mathbf{g}^* ;$$

– уравнение энергии

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \Theta = -\frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla \cdot \left(1 + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_r} \varepsilon_r \right) \nabla \Theta .$$

Здесь: p^* — динамическое давление, отнесенное к масштабу rV_0^2 ; ε_r — коэффициент турбулентной вязкости; ν — кинематический коэффициент вязкости; число Рейнольдса $\text{Re} = V_0 d / \nu$, число Грасгофа

$Gr_q = g \beta q_c d^4 / (\lambda \nu^2)$, число Прандтля $Pr = \mu \rho C_p / \lambda$, турбулентное число Прандтля $Pr_t = \varepsilon_t / \varepsilon_q$; Θ — безразмерная разность температур, которая рассчитывалась по формуле $\Theta = (T - T_0) / (q_c d / \lambda)$. В этих выражениях: $\mathbf{g}^* = \mathbf{g} / g$ — безразмерный вектор силы тяжести; g — ускорение свободного падения; β — коэффициент термического расширения; q_c — плотность теплового потока на стенке внутренней трубы; ε_q — коэффициент турбулентного переноса тепла; T — температура жидкости; T_0 — температура на входе в трубу. Масштаб для координат r и z принимался равным эквивалентному диаметру кольцевого канала $d = d_2 - d_1$. Компоненты вектора скорости \mathbf{v} относились к средней по сечению канала скорости v_0 . На входе в канал профиль скорости считался единичным: $|\mathbf{v}| = 1$. На выходе из канала обеспечивалось условие постоянства расхода. Тепловой поток на стенке задавался в безразмерном виде выражением $q_c^* = 1 / Pe (\partial \Theta / \partial R)_c = -1 / Pe$. Внешняя стенка канала была адиабатической ($q_c = 0$). Турбулентное число Прандтля составляло: $Pr_t = 1$.

При численном решении задачи расчетная сетка имела, соответственно, размеры $N_r \times N_\varphi \times N_z = 60 \times 50 \times 450$ и вблизи стенок сгущалась. Ее вид в сечении канала показан на рисунке 3.

Система уравнений (20), (21) с учетом уравнения неразрывности (1) решалась в пакете численного моделирования процессов гидродинамики и тепломассобмена ANES20XE [10]. Вводился коэффициент турбулентной вязкости ε_t по формулам Рейхардта [7], адаптированным к кольцевому каналу. В формулах Рейхардта (для трубы) в качестве диаметра берется ширина кольцевого зазора $d = d_2 - d_1$, а расстоянием до стенки считается расстояние до ближайшей из стенок. Такой подход оправдал себя при моделировании течения жидкого металла (ртути) в прямых трубах и каналах некруглого сечения [11].

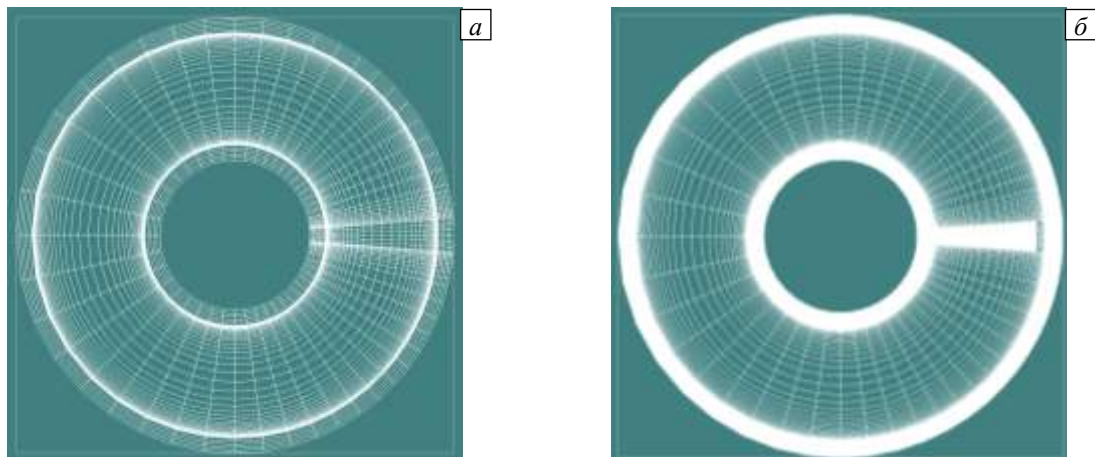


Рис. 3. Расчетная сетка в сечении кольцевого канала с ребром (а); стенки канала и ребро (б) (выделены белым цветом).

В расчете учитывалось влияние термогравитационной конвекции. Вектор силы плавучести в уравнениях (10) определяется компонентами: $(0, -\cos(\theta) \frac{Gr_q}{Re^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi}, \frac{Gr_q}{Re^2} \frac{\partial \Theta}{\partial z})$. В расчете принималось, что $Gr_q = 2 \cdot 10^7$.

Далее на рисунке 4 показаны характерные результаты, полученные для сечения канала, удаленного от входа на $65d$ для прямого ребра и ребра, закрученного против часовой стрелки (безразмерный параметр закрутки равнялся $a = 0,2$) при отсутствии зазора между внешней стенкой и ребром. Так как параметр закрутки мал, то поправки к диффузионным членам (17)–(20) в решаемой системе уравнений (1), (20), (21) также были малы и в расчет не вводились (хотя их учет не составляет большого труда). Пересчет компонент скорости из ВСК в ЦСК (обозначены индексом «⁰») осуществлялся по формулам: $v^{0\varphi} = v^\varphi + aV^z$, $v^{0z} = v^z$.

Результаты показывают, что без закрутки потока поля скорости и температуры оказываются симметричными, и распределение температуры стенки по периметру канала имеет максимумы вблизи ребра. При закрутке потока появляется азимутальное течение, нарушающее симметрию полей скорости и температуры, а распределение температуры стенки кардинально меняется. Вблизи ребра теперь температура минимальна, а максимум наблюдается на стенке в точке с координатой $\varphi \approx 270^\circ$, отсчитываемой от ребра в сторону закрутки.

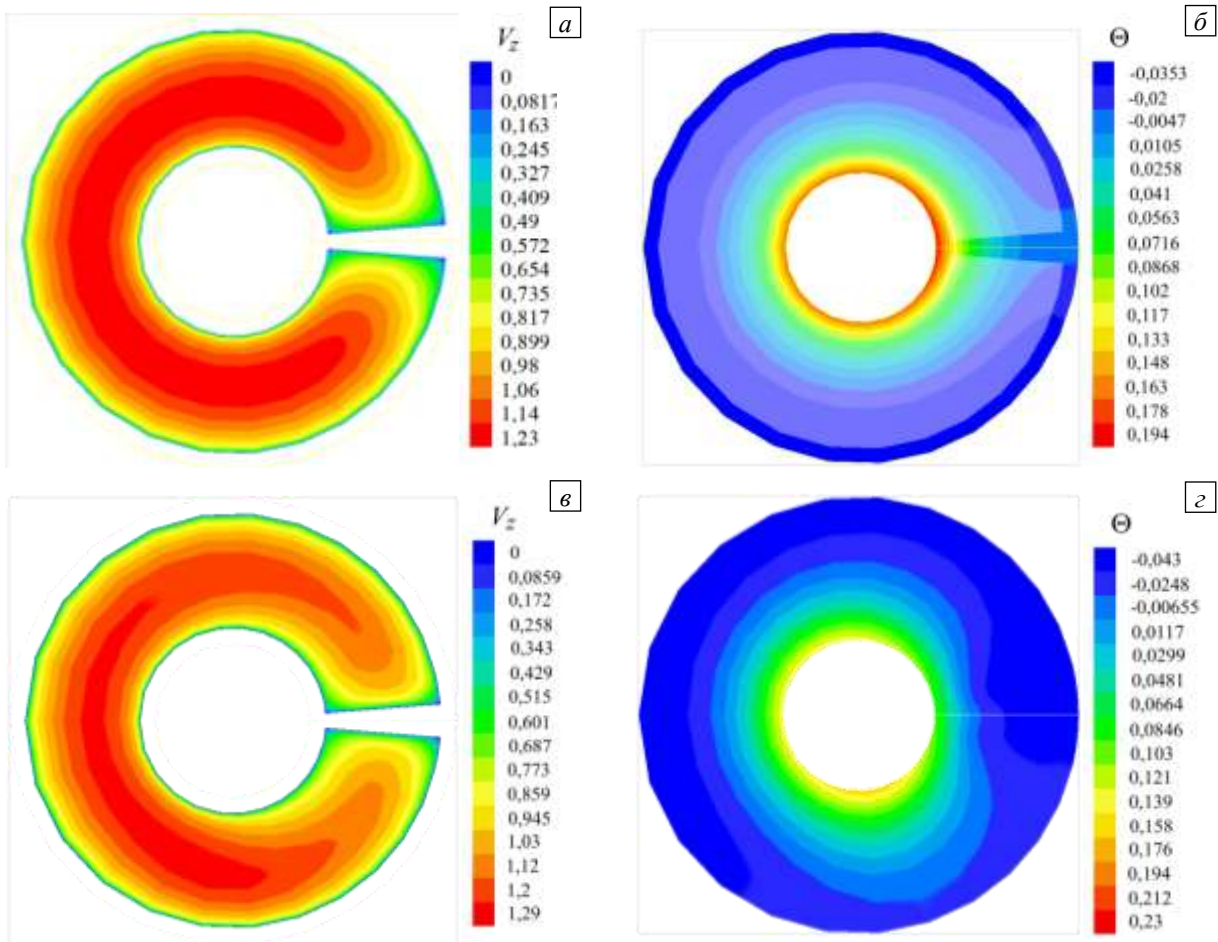


Рис. 4. Поля продольной компоненты скорости v_z (а, в) и безразмерной разности температур θ (б, г) в сечении $z = 65d$ кольцевого канала при отсутствии зазора между ребром и внешней стенкой при $Re = 30000$ и $Gr_\tau = 2 \cdot 10^7$ в случае прямого (а, б) и закрученного (в, г) ребра

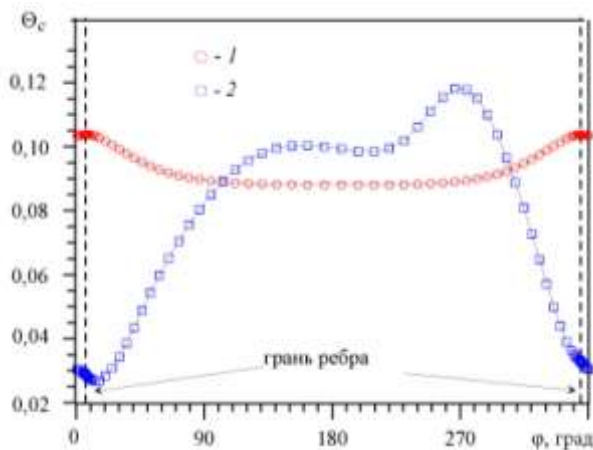


Рис. 5. Распределение по периметру сечения канала безразмерной температуры θ_c обогреваемой стенки в отсутствие зазора между ребром и внешней стенкой: ребро без закрутки, $a = 0$ (1); закрученное ребро

Расчетные данные для канала с зазором между ребром и внешней стенкой содержат рисунки 6–8. Несимметрия в полях скорости и температуры здесь еще более заметна. При этом наличие зазора незначительно сказывается на распределении температуры стенки в канале при прямом ребре, в то время как при закрученном ребре (Рис. 7) эту несимметрию усиливает. Максимум в распределении θ_c смещается к углу $\varphi \approx 210^\circ$, что связано с влиянием струи жидкости, проникающей в зазор.

Распределения безразмерной разности температур θ_c по периметру сечения канала при закрученном ребре и зазоре между внешней стенкой и ребром для разных чисел Рейнольдса показаны на рисунке 8. Форма графиков для значений чисел Рейнольдса из диапазона 10000–50000 примерно одинакова и несколько отличается для $Re = 5000$, что, по-видимому, связано с относительно большим влиянием сил плавучести вблизи обогреваемой стенки.

Несмотря на большой шаг закрутки, азимутальная скорость $v^{0\phi}$ достигает 20%-ной величины от продольной компоненты v^{0z} (Рис.9).

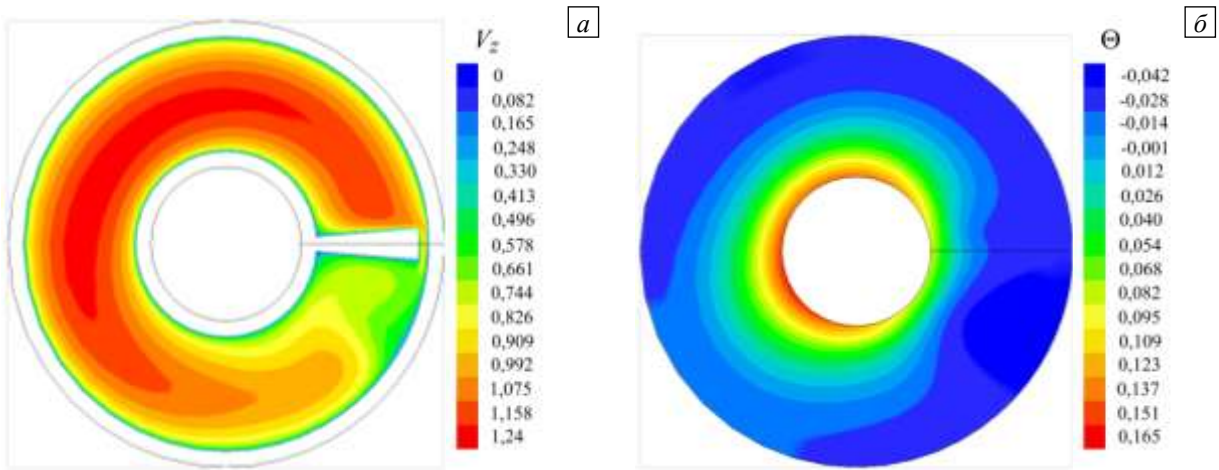


Рис. 6. Поля v_z и Θ в кольцевом канале с закрученным ребром при наличии зазора между ним и стенкой

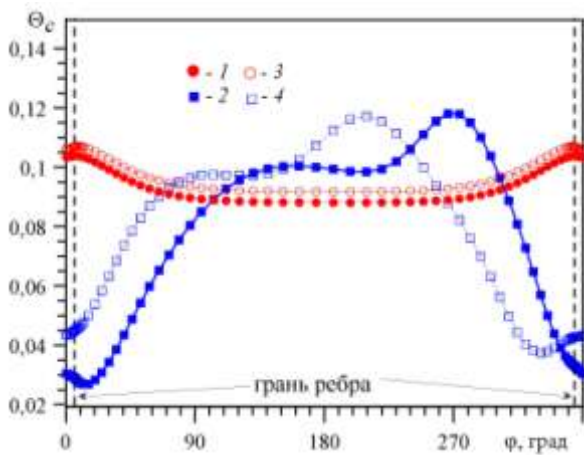


Рис. 7. Распределение безразмерной температуры Θ_c обогреваемой стенки по периметру сечения канала при ребре без зазора (символы 1, 2) и с зазором (символы 3, 4) в канале с прямым ($a = 0$) (1, 3) и закрученным ($a = 0,2$) (2, 4) ребром

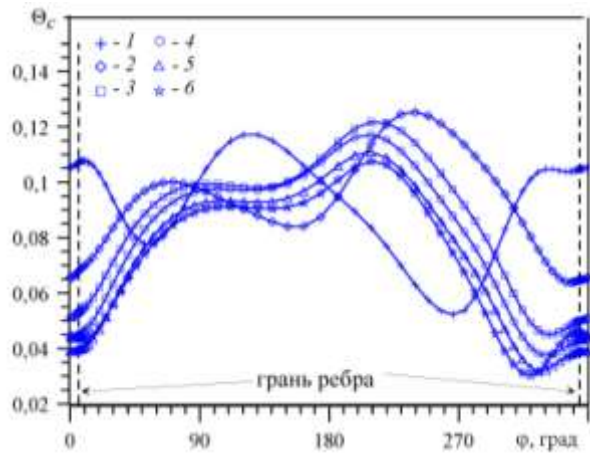


Рис. 8. Распределение безразмерной температуры Θ_c по периметру сечения канала при ребре с закруткой и зазором для разных значений числа Рейнольдса Re : 5000 (кривая 1), 10000 (2), 20000 (3), 30000 (4), 40000 (5), 50000 (6)

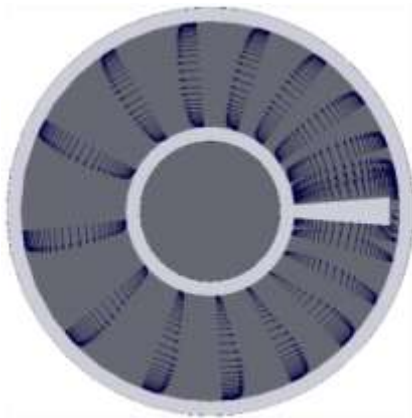


Рис. 9. Векторное поле азимутальной скорости $v^{\theta\theta}$ в сечении канала

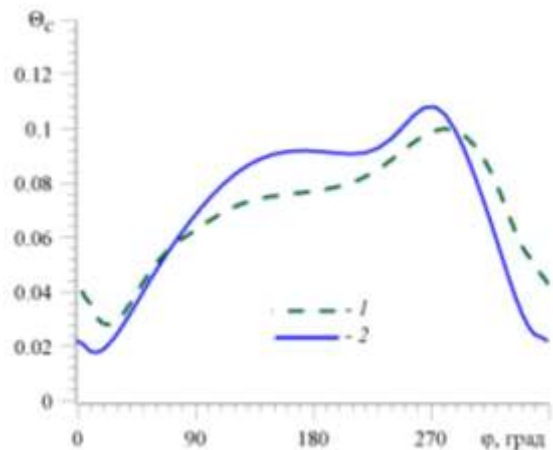


Рис. 10. Распределение по периметру сечения канала с закрученным ребром ($a = 0,2$) безразмерной температуры обогреваемой стенки, при $Re = 50000$: данные расчета в декартовой системе координат из [2] (кривая 1); авторский расчет в ВСК (2)

Для сопоставления на рисунке 10, кроме авторских результатов численного моделирования задачи конвективного теплообмена, полученных в ВСК, приведены распределения безразмерной температуры обогреваемой стенки по периметру сечения в канале с закруткой ребра (без зазора) для режима течения с числом Рейнольдса $Re = 50000$ (данные из [2]). Видно, что данные хорошо согласуются, а различия связаны с разными моделями турбулентности, принятыми в расчетах.

4. Заключение

Для численного расчета гидродинамики и теплообмена в каналах с винтовой геометрией предлагается разрешающую систему дифференциальных уравнений, записанную в цилиндрических координатах, преобразовать в систему в винтовых координатах.

Преимущество винтовых координат заключается в простоте описания геометрии расчетной области, поскольку появляется возможность использовать структурированную расчетную сетку, упрощается задание граничных условий, удобным становится вывод результатов для анализа и последующей обработки. Применяется алгебраическая модель турбулентности, зарекомендовавшая себя в прямых каналах с жидкометаллическими средами. Все это позволяет существенно экономить вычислительные ресурсы, сокращает время расчета и способствует получению более надежных расчетных данных.

Переход к винтовой системе координат осуществляется путем введения в записанные в цилиндрической системе координат уравнения члены, связанные с закруткой канала. Формулы и вывод необходимых добавочных членов представлен в статье.

В соответствии с описанной методикой проведен расчет гидродинамики и теплообмена при течении жидкого металла в кольцевом канале с винтовым ребром. Обнаружено и продемонстрировано влияние закрутки потока на характеристики теплообмена.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 14-50-00124).

Литература

1. Захаров А.Г., Листратов Я.И. Численное моделирование турбулентного течения и теплообмена жидкометаллического теплоносителя в кольцевом канале с закрученной лентой // Тепловые процессы в технике. – 2017. – Т. 9, № 7. – С. 290-296.
2. Беляев И.А., Генин Л.Г., Крылов С.Г., Новиков А.О., Разуванов Н.Г., Свиридов В.Г. Экспериментальные исследования теплоотдачи и полей температуры в моделях, имитирующих тепловыделяющие сборки активной зоны ядерного реактора с тяжелым жидкометаллическим теплоносителем // Теплоэнергетика. – 2015. – № 9. – С. 34-40. DOI
3. Токарев Ю.Н. Уравнения теплообмена закрученных потоков в полярно-спиральных координатах // Вестник МЭИ. – 2004. – № 5. – С. 115-117.
4. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах с завихрителями (аналитический обзор) // ТВТ. – 2003. – Т. 41, № 4. – С. 587-633.
5. Бессонова М.П., Пономарева М.А., Якутенок В.А. Расчет течения степенной жидкости в одношнековом экструдере // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2017. – № 49. – С. 81-93. DOI
6. Kelbin O., Cheviakov A.F., Oberlack M. New conservation laws of helically symmetric, plane and rotationally symmetric viscous and inviscid flows // J. Fluid Mech. – 2013. – Vol. 721. – P. 340-366. DOI
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа. – 2003. – 840 с.
8. Борисенко А. И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – М.: Высшая школа, 1966. – 252 с.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. – СПб.: Лань, 2004. – 528 с.
10. Артемов В.И., Яньков Г.Г., Карпов В.Е., Макаров М.В. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена в элементах теплотехнического и энергетического оборудования // Теплоэнергетика. – 2000. – № 7. – С. 52-59.
11. Поддубный И.И., Разуванов Н.Г. Исследование гидродинамики и теплообмена при опускном течении жидкого металла в канале прямоугольного сечения в компланарном магнитном поле // Теплоэнергетика. – 2016. – № 2. – С. 13-21. DOI

References

1. Zaharov A.G., Listratov Ya.I. Chislennoe modelirovanie turbulentnogo techeniia i teploobmena jdkometallicheskogo teponositel'ia v kolicevom kanale s zakruchennoi lentoi [Liquid metal coolant turbulent flow and heat transfer numerical simulation in a ring channel with a twisted band]. *Teplovie processy v tekhnike*, 2017, vol. 9, no. 7, pp. 290-296.
2. Belyaev I.A., Razuvanov N.G., Genin L.G., Krylov S.G., Novikov A.O., Sviridov V.G. Experimental investigations of heat transfer and temperature fields in models simulating fuel assemblies used in the core of a nuclear reactor with a liquid heavy-metal coolant. *Thermal Engineering*, 2015, vol. 62, no. 9, pp. 645-651. DOI
3. Tokarev Yu.N. Uravneniya teploobmena zakruchennykh potokov v polyarno-spiral'nykh koordinatakh [Equations of heat transfer of swirling flows in polar-helical coordinates]. *Vestnik MEI*, 2004, no. 5, pp. 115-117.
4. Mitrofanova O.V. Hydrodynamics and heat transfer in swirling flows in channels with swirlers (analytical review). *High Temperature*, 2003, vol. 41, no. 4, pp. 518-559. DOI

5. Bessonova M.P., Ponomareva M.A., Yakutenok V.A. *Rastchet tetcheniya stepennoy gidkosti v odoschnekovom ekstrudere* [Calculation of power fluid flow in a single screw extruder] *Vestnik Tom. Gos. Un-ta. Matematika i mehanika*, 2017, no 49. pp. 81-94.
6. Kelbin O., Cheviakov A.F., Oberlack M. New conservation laws of helically symmetric, plane and rotationally symmetric viscous and inviscid flows/ *J. Fluid Mech.*, 2013, vol. 721, pp. 340-366. [DOI](#)
7. Loicianskii L.G. *Mehanika gidkosti i gaza*. [Fluid and gas mechanics] Moscow: Drofa, vol. 1, 2003. 840 p.
8. Borisenko A. I., Tarapov I. E. *Vektornyi analiz i nachala tenzornogo ischisleniia* [Vector analysis and tensor calculus starts]. Moscow, Vysschaia shkola, 1966. 252 p.
9. Sedov L.I. *Mehanika sploschnoi sredy* [Continuum mechanics]. SPb., Lani, 2004, 528 p.
10. Artemov V.I., Ianikov G.G., Karpov V.E., Makarov M.V. Chislennoe modelirovanie processov teplo i massoobmena v elementah teplotehnicheskogo i energeticheskogo oboryudovaniia [Numerical modeling of heat and mass transfer processes in elements of heat engineering and power equipment] *Teploenergetika*, 2000, no. 7, pp.52-59.
11. Poddubnyi I.I., Razuvanov N.G. Issledovanie gidrodinamiki i teploobmena pri opusknom techenii gidkogo metalla v kanale priamougolnogo secheniia [Investigation of hydrodynamics and heat exchange in the case of the liquid metal in the channel of rectangular cross-section in the coplanar magnetic field]. *Teploenergetika*, 2016, no 2, pp. 13-21. [DOI](#)

Поступила в редакцию 05.04.2018; опубликована в электронном виде 05.07.2018