

DOI: [10.7242/1999-6691/2017.10.4.34](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2017.10.4.34)

УДК 531.355:537.634:539.371

ДВУХЧАСТИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОГО ЭЛАСТОМЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПЕРЕМЕННОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

А.М. Биллер, О.В. Столбов, Ю.Л. Райхер

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

В работе представлены результаты моделирования поведения пары намагничивающихся частиц внутри вязкоупругого эластомера при двух различных режимах внешних воздействий. Исследуется динамика цилиндрического образца, нагруженного постоянным усилием на торцах, в переменном магнитном поле, и образца, находящегося в постоянном поле под действием изменяющейся механической нагрузки. Описываемая система может служить мезоскопическим структурным элементом магнитоологического эластомера. При циклическом изменении приложенного магнитного поля в квазистатическом режиме такой элемент демонстрирует гистерезисное поведение: находящиеся далеко друг от друга частицы при определённой напряжённости поля падают друг на друга (кластеризуются) и остаются в таком положении до тех пор, пока поле не станет меньше того, что предшествовало кластеризации. При циклическом сжатии/растяжении образца в поле с фиксированной напряжённостью наблюдается похожее поведение. Вязкое трение затрудняет движение частиц при динамическом изменении внешних воздействий и тем самым может препятствовать возникновению магнитодеформационного гистерезиса. Блокировка гистерезиса способствуют высокая частота осцилляций и приложение к образцу постоянных растягивающих усилий. При уменьшении частоты вынужденных колебаний или увеличении напряжённости внешнего поля отклик системы становится негармоническим, что обусловлено нелинейностью усиливающегося взаимодействия намагничивающихся частиц. Таким образом, элемент приближается к качественно иным режимам колебаний, включающим коллапс частиц. Кластеризация частиц внутри магнитоологического эластомера в динамических процессах важна с точки зрения улучшения его механических свойств.

Ключевые слова: магнитоологический эластомер, мезоскопический элемент, вязкоупругость, магнитодеформационный гистерезис

TWO-PARTICLE ELEMENT OF A MAGNETORHEOLOGICAL ELASTOMER UNDER OSCILLATING MAGNETIC FIELD AND CYCLIC MECHANICAL LOAD

A.M. Biller, O.V. Stolbov and Yu.L. Raikher

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

This paper presents the results of modeling the behavior of a pair of magnetizable particles embedded in a viscoelastic elastomer subjected to two different types of external loading. The dynamics of a cylindrical sample loaded with a constant force at its ends in an ac magnetic field and a sample in a constant field under mechanical load of varying magnitude are investigated. The described system can serve as a mesoscopic structural element of magnetorheological elastomer. This element exhibits hysteretic behavior in the quasistatic regime. The particles initially positioned well apart fall, at some finite field strength, onto one another (cluster) and dwell in this state until the field decreases well below the value at which the cluster has been formed. Under cyclic stretching or compression, the sample exhibits similar behavior in the field with a fixed intensity. Because of dynamic changes in external loads, viscous friction reduces the strength of particle motion, thus impeding the occurrence of a magnetodeformational hysteresis of the element. The hysteresis is suppressed by high frequency oscillations and tensile forces applied to the sample. With a decrease in the frequency of forced oscillations or an increase of the external field intensity, the response of the system becomes nonharmonic, which is caused by the nonlinearity of the increasing interaction of magnetizable particles. Thus, the examined element approaches qualitatively different oscillation modes, which involve the collapse of particles. Clustering of particles inside the magnetorheological elastomer in dynamic processes is important from the viewpoint of improving the mechanical properties of the composite.

Key words: magnetorheological elastomer, mesoscopic element, viscoelasticity, magnetodeformational hysteresis

1. Введение

Среди множества разрабатываемых новых материалов особый интерес привлекают так называемые смарт-материалы, свойства которых могут контролируемо изменяться и подстраиваться под переменные внешние условия. К таким материалам относят и магнитоологические эластомеры (МРЭ) — композиты, состоящие из эластомерной матрицы и намагничивающихся частиц микронных размеров в качестве наполнителя. Особенностью этих материалов является их магниточувствительность: при приложении внешнего магнитного поля частицы внутри композита намагничиваются и, взаимодействуя друг с другом, меняют свое пространственное положение. Это вызывает изменение макроскопических свойств МРЭ (модуля упругости, вязкости, электрической и магнитной проницаемостей, проводимости и других). Перспективным представляется применение МРЭ для создания адаптивных демпферов, микроманипуляторов, клапанов и насосов. В подобных устройствах в ответ на приложенное поле или механическую нагрузку характеристики элемента из МРЭ или его форма должны изменяться в режиме реального времени. Поэтому изучение динамических характеристик МРЭ является важным, о чём свидетельствует достаточно большое число опубликованных по этому направлению экспериментальных работ [1–6].

2. Двухчастичный элемент

Сложные механизмы взаимодействия компонентов МРЭ, обуславливающие перестройку его внутренней структуры, необходимо изучать на мезоскопическом уровне. При этом матрица и частицы считаются отдельными сплошными средами со своими собственными свойствами, и принимается гипотеза об их контакте на границе раздела фаз.

С этих позиций в настоящей работе рассматривается представительный элемент МРЭ (Рис. 1а) — часть композита, включающая пару сферических частиц, демонстрирующий изменение пространственного положения частиц наполнителя в структуре материала. Элемент имеет вид цилиндра, размеры которого подобраны так, что пара частиц с центрами на его оси занимает 30% его геометрического объёма. Центры частиц соединяются вектором l , их радиусы равны a . Контакт частиц с матрицей считается идеальным. Введём цилиндрическую систему координат: ось z направим вертикально вверх по оси вращения элемента, центр координат O разместим в середине вектора l .

Наиболее значимые эффекты демонстрируют мягкие МРЭ с модулем Юнга $\sim 8\text{--}30$ кПа (см., например, [4]). Вязкоупругость такого композита характеризуется временами релаксации порядка нескольких секунд [7]. Такие времена присущи МРЭ, наполненным карбонильным железом с микрочастицами размером 2–5 мкм, обладающими высокой восприимчивостью порядка 10^4 и намагничённостью насыщения 1500 кА/м [8]. Отметим, что при определённых условиях нелинейностью как упругих свойств эластомера, так и намагничивания частиц можно пренебречь, по крайней мере, в первом приближении.

Внешнее однородное магнитное поле прикладывается параллельно оси элемента $H_0 = (0, 0, H_0)$ (Рис. 1а). В такой конфигурации между намагничивающимися частицами возникают силы притяжения, стремящиеся сблизить их. В то же время в вязкоупругом эластомере появляются силы, сопротивляющиеся их перемещению. При достаточно быстром изменении приложенного магнитного поля смещение частиц внутри матрицы во многом будет обуславливаться вязкими свойствами эластомера. Если же поле изменяется медленно или его величина зафиксирована, то частицы через некоторое время займут в матрице равновесное положение, определяемое балансом между магнитными и упругими силами.

Магнитомеханический отклик исследуемой системы в квазистатическом случае подробно изучался в работах авторов [9–11]. При моделировании учитывались нелинейность и неоднородность намагничивания частиц, а также неоднородность деформирования нелинейно-упругой эластомерной матрицы. Установлено, что при определённом соотношении свойств частиц и матрицы система демонстрирует бистабильное поведение. При циклическом изменении напряжённости приложенного магнитного поля возникает магнитомеханический гистерезис: путь, который частицы проходят при увеличении напряжённости поля, не совпадает с путём при её уменьшении (Рис. 1б). Основным параметром, определяющим этот эффект, является $\beta = \mu_0 M_s^2 / c_1$, где μ_0 — магнитная постоянная, M_s — намагничённость насыщения, c_1 — константа упругости модели нелинейно-упругой среды Муни–Ривлина, использовавшейся для описания эластомера.

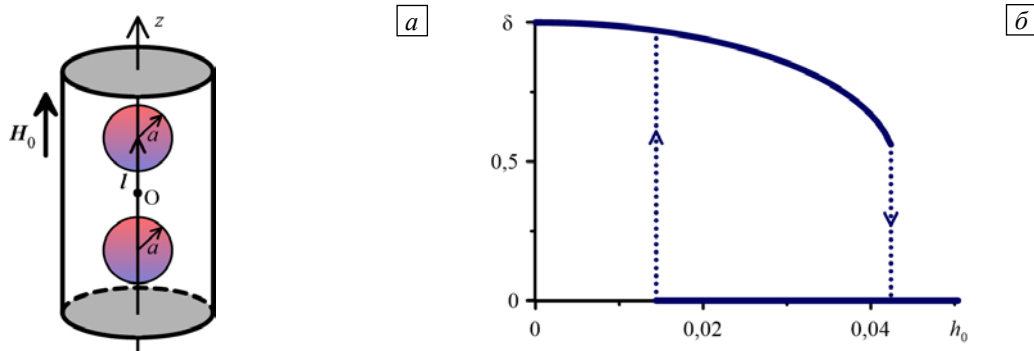


Рис. 1. Мезоскопический двухчастичный элемент (а); квазистатический магнитомеханический гистерезис для пары частиц с начальным межцентровым расстоянием $l = 3a$ и параметром $\beta = 2500$ (б)

Конфигурацию частиц внутри элемента можно охарактеризовать или безразмерным расстоянием между центрами частиц — q , или относительным изменением величины зазора между ними — δ , определяемыми соотношениями:

$$q = l/a \quad \text{и} \quad \delta = (q - 2)/(q_0 - 2).$$

Здесь q_0 — начальное межцентровое расстояние, $q = 2$ — предельное значение, отвечающее плотному контакту частиц друг с другом.

На рисунке 1б представлен пример бистабильного поведения элемента с начальным межцентровым расстоянием $q_0 = l_0/a = 3$ и магнитомеханическим параметром $\beta = 2500$, соответствующим МРЭ с намагниченностью насыщения частиц 1500 кА/м и модулем Юнга ~ 8 кПа. Здесь и далее напряжённость внешнего магнитного поля выражается в безразмерных единицах: $h_0 = H_0/M_s$. Указанные параметры относятся к достаточно мягкому материалу, так что частицы коллапсируют в полях с напряжённостью $\sim 0,04$, или в размерных единицах ~ 60 кА/м (750 Э), далёких от полей насыщения. В полях такой напряжённости для сил магнитного взаимодействия частиц с достаточной степенью точности допустимо использовать линейный закон намагничивания. В дальнейшем для качественного понимания динамических процессов рассмотрение ограничим приближением линейного намагничивания частиц. Их магнитное взаимодействие учтём с помощью решения задачи магнитостатики в виде мультипольного разложения [9]. Такое упрощение нельзя назвать мало реалистичным, поскольку микрочастицы карбонильного железа намагничиваются линейно в полях до нескольких килоэрстед. Несмотря на то, что линейно намагничивающаяся среда не имеет насыщения, сохраним величину M_s как единицу измерения поля.

В случае, когда напряжённость магнитного поля или приложенная нагрузка зависят от времени, кроме магнитных и упругих сил, являющихся потенциальными, движение частиц сопровождается также диссипацией, имеющей два очевидных источника. Во-первых, это взаимодействие вихревых токов, индуцируемых внутри зёрен металла, с приложенным полем (однако этот эффект пренебрежимо мал при малых частотах, не выше нескольких килогерц, используемых в настоящей работе). Во-вторых, — это вязкое трение при движении частиц относительно матрицы. Если движение не слишком быстрое, сила, действующая на частицу, пропорциональна её скорости.

В настоящей работе рассмотрим только малые деформации матрицы, то есть будем считать, что при изменении поля взаимное перемещение частиц δ происходит так, как показано на рисунке 1б. В приближении малых деформаций напряжения σ , возникающие в эластомере, могут быть представлены в виде суммы упругой и вязкой составляющих

$$\sigma = \sigma_{\text{упр}} + \sigma_{\text{вяз}} = \lambda I_1(\mathbf{e})\mathbf{I} + 2G\mathbf{e} + \eta \dot{\mathbf{e}},$$

что соответствует модели Кельвина–Фойгта вязкоупругой среды, в которой вязкий и упругий элементы соединяются параллельно. Здесь \mathbf{e} — тензор малых деформаций, λ — первый параметр Ламе, G — модуль сдвига, η — вязкость материала.

В рамках линейного закона намагничивания межчастичная магнитная сила может быть описана с помощью аналитического выражения, полученного в [9]. В принятых обозначениях сила запишется следующим образом:

$$F_{\text{маг}} = \mu_0 H_0^2 a^2 \tilde{F}_{\text{маг}}(q),$$

где безразмерная сила $\tilde{F}_{\text{маг}}$ зависит от расстояния q между частицами, но не от напряжённости приложенного поля. Так как частицы, по сравнению с матрицей, могут считаться абсолютно твёрдыми телами, введём однородно распределённую объёмную плотность $f_{\text{маг}}$ этой силы таким образом, чтобы она была отлична от нуля только внутри частиц и всегда имела направление вдоль локального магнитного поля. Получим уравнение равновесия

$$\nabla \cdot \sigma + f_{\text{маг}} = 0.$$

В рассматриваемых материалах частицы наполнителя микронного размера движутся в полимерной каучукоподобной матрице. Простые оценки показывают, что инерционное время для такого процесса составляет 10^{-4} с и менее. Это означает, что в частотном диапазоне, ограниченном несколькими килогерцами, инерцией частиц можно пренебречь [12]. Именно по этой причине инерционное слагаемое в уравнении опущено.

Зададим временную шкалу задачи, используя в качестве единицы измерения время релаксации $\tau_R = \eta/G$ согласно модели Кельвина–Фойгта: $\tilde{t} = t/\tau_R$. В соответствии с этим введём безразмерную производную тензора малых деформаций по времени и запишем систему уравнений задачи в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\sigma} + \kappa h_0^2 \tilde{f}_{\text{маг}} &= 0, \\ \tilde{\sigma} &= \frac{\lambda}{G} I_1(\mathbf{e})\mathbf{I} + 2\mathbf{e} + \dot{\tilde{\mathbf{e}}}. \end{aligned}$$

Здесь напряжение $\tilde{\sigma}$ определено как $\tilde{\sigma} = \sigma/G$, набла-оператор — $\tilde{\nabla} = a\nabla$, а коэффициент перед безразмерной магнитной силой — $\kappa = \mu_0 M_s^2 a^3 / G$. Завершим постановку заданием условия свободной от напряжений боковой поверхности элемента и безразмерного усилия в виде вектора \tilde{p} на его торцах.

3. Элемент в переменном магнитном поле

Пусть переменное внешнее магнитное поле

$$h_0 = h_A \sin(\omega t) = h_A \sin(\tilde{\omega} \tilde{t}), \quad \tilde{\omega} = \omega \tau_R$$

с амплитудой h_A приложено вдоль оси двухчастичного элемента; здесь $\tilde{\omega}$ — безразмерная частота колебаний поля. Частицы являются магнитомягкими и не обладают остаточной намагниченностью. Магнитная сила, возникающая между ними, не зависит от направления приложенного поля и будет осциллировать с удвоенной частотой. То же относится к временной зависимости вынужденного изменения межчастичного зазора δ .

Магнитомеханическая задача колебаний в переменном магнитном поле, представленная в предыдущем разделе, решалась в осесимметричной постановке численно методом конечных элементов с помощью программы на языке Python с использованием библиотеки FEniCS [13].

Наиболее интересный случай поведения рассматриваемого мезоскопического элемента — это случай, при котором напряжённость приложенного магнитного поля достаточно велика для того, чтобы спровоцировать коллапс частиц. В течение определённой части цикла колебаний поля, когда напряжённость максимальна, частицы, несмотря на вязкое сопротивление, будут находиться в состоянии кластера, падая друг на друга в начале этого периода и разделяясь в конце. Вследствие существенной нелинейности задачи построить её аналитическое решение не представляется возможным. Единственным способом получения результатов является численное моделирование. Однако следует отметить, что подход, используемый в настоящей работе, не давая представления о подобных режимах, позволяет, тем не менее, приблизиться к их пониманию.

В работе [12] рассмотрены колебания пары магнитомягких частиц, заключённых в эластомер, возбуждаемые переменным (гармоническим) магнитным полем в отсутствие механической нагрузки. Показано, что в достаточно сильном поле возможна динамическая кластеризация: в течение некоторой части цикла частицы находятся в состоянии кластера. При этом мгновенное значение поля перехода в «сжатое» состояние всегда превышает значение поля перехода в квазистатическом гистерезисе. Величина этого превышения возрастает с частотой. Наличие такой зависимости легко объяснить. Чтобы образовать кластер, частицы должны переместиться в матрице на расстояние порядка собственного размера. При наличии вязкого трения со стороны полимера этот процесс требует некоторого конечного времени. Если период поля (пусть даже его амплитуда весьма велика) меньше, чем это необходимое время, коллапс пары произойти не может. В этих условиях частицы реагируют на воздействие поля только малыми колебаниями вокруг исходного положения. Соответствующий такому движению магнитодеформационный цикл, то есть траектория системы на плоскости (h_0^2, δ) , замкнут. При снижении частоты колебаний поля до значений, при которых соотношение временных интервалов меняется на обратное, траектория терпит разрыв. Указанные ситуации иллюстрируют сплошные линии на рисунке 2.

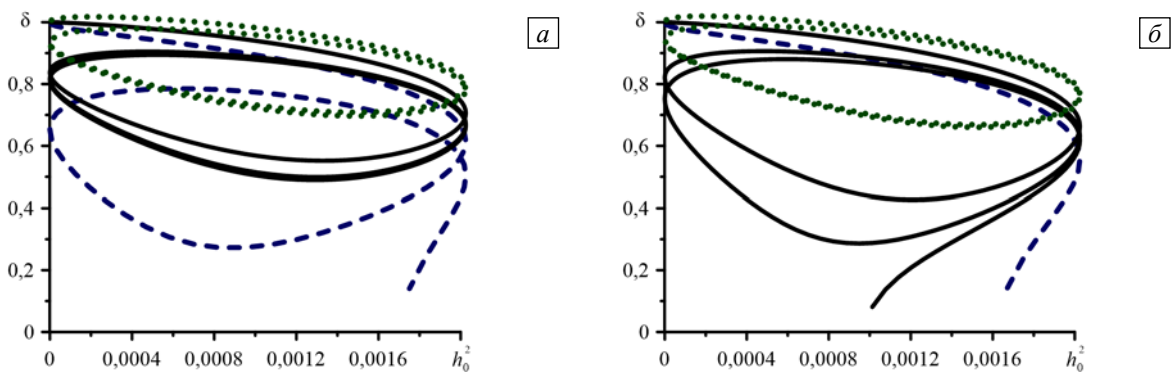


Рис. 2. Установление магнитодеформационного цикла поведения двухчастичного элемента в магнитном поле, осциллирующем с амплитудой 0,045 и частотами $\tilde{\omega}$ 0,6 (а) и 0,5 (б) при различных значениях постоянного давления: 0 (сплошная линия); 270 (пунктирная линия); -270 (штриховая линия)

Очевидно, что дополнительная механическая нагрузка может оказывать влияние на поведение частиц, подверженных действию переменного магнитного поля. Так небольшое сжатие ($\tilde{p} < 0$) мезоскопического элемента упрощает кластеризацию частиц (Рис. 2б), а при чуть более высоких частотах $\tilde{\omega}$ даже устойчивый цикл колебаний частиц может привести их к коллапсу (Рис. 2а). Растяжение образца ($\tilde{p} > 0$), напротив, затрудняет перемещение частиц навстречу друг другу. Цикл на фазовой диаграмме становится более узким и смещается в область больших δ , вплоть до полной блокировки коллапса.

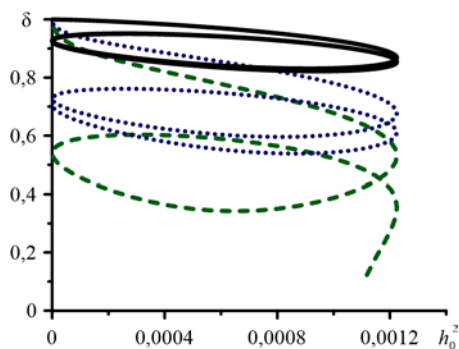


Рис. 3. Установление магнитодеформационного цикла двухчастичного элемента в магнитном поле, осциллирующем с амплитудой 0,035 и частотой 0,75 при значениях постоянного давления: 0 (сплошная линия); -300 (пунктирная линия); -500 (штриховая линия)

Более того, как показывает квазистатический случай [11], при существовании в системе с некоторым значением параметра β магнитомеханического гистерезиса, последний под воздействием внешней механической нагрузки может возникать в поле любой напряжённости. Например, при осцилляциях поля с амплитудой ниже критической, установленной в квазистатическом случае для коллапса, движение частиц будет устойчивым при любых частотах $\tilde{\omega}$ [12]. Однако сжатие двухчастичного элемента давлением определённой величины снижает напряжённость поля, необходимую для кластеризации. На фазовой диаграмме (Рис. 3) видно, что зазор δ между частицами после пары циклов устремляется к нулю лишь при приложении достаточно большого давления ($\tilde{p} = -500$).

4. Двухчастичный элемент под действием переменной механической нагрузки

Пусть теперь к торцам рассматриваемого мезоскопического элемента приложено усилие $\tilde{p} = (0, 0, \tilde{p})$, меняющееся во времени:

$$\tilde{p} = -\tilde{p}_A \sin(\omega t) = -\tilde{p}_A \sin(\tilde{\omega} \tilde{t}), \quad \tilde{\omega} = \omega \tau_R,$$

где \tilde{p}_A — амплитуда осцилляций. В такой постановке перемещение границ элемента не связано с перемещением частиц внутри него. Определим относительное удлинение образца как отношение его текущей длины к начальной: $\varepsilon = d/d_0$.

Одно из полезных свойств МРЭ — повышение сопротивляемости деформации при приложении магнитного поля, то есть магнитоиндуцированное упрочнение. Эта особенность проявляется в различных демпфирующих устройствах на основе МРЭ. Сама вязкоупругая природа эластомера создает возможности для диссипации энергии. При колебаниях двухчастичного элемента под действием внешней силы и постоянного магнитного поля с ростом частоты диссипация увеличивается, о чём свидетельствует расширение площади эллипса на фазовой диаграмме (Рис. 4а). Изменение угла наклона кривой указывает на рост модуля образца, а также на уменьшение амплитуды колебаний его торцов. Похожие тенденции наблюдаются в экспериментах с демпферами, изготовленными из МРЭ [14].

Увеличение напряжённости приложенного поля за счёт усиления магнитного взаимодействия между частицами, стремящегося удержать их как можно ближе друг к другу, приводит к тому, что названные эффекты становятся еще более выраженными [14, 15]. Представленные в работе результаты моделирования не повторяют этих зависимостей, скорее, наоборот: с ростом поля эллиптическая кривая на рисунке 4б вытягивается и расширяется в нижней части, принимая каплевидную форму. Её угол наклона говорит об уменьшении упругих свойств представительного элемента. Без привлечения дополнительных иллюстраций видно, что возрастает и амплитуда колебаний. Отметим, что площадь фигуры на фазовой диаграмме при этом растёт. Её необычная форма объясняется нелинейностью магнитного взаимодействия значительно сближающихся частиц.

Такое качественное расхождение в экспериментальных результатах и моделировании обусловливается принятыми в настоящей работе гипотезами. Рассматриваемые режимы колебаний осуществляются в области малых деформаций матрицы, и коллапс частиц не реализуется. При этом изучение механических свойств двухчастичного элемента показало, что при увеличении напряжённости приложенного магнитного поля его упругий модуль уменьшается до тех пор, пока частицы не упадут друг на друга [11]. Отсюда следует вывод, что улучшение механических характеристик МРЭ как в квазистатическом, так и динамическом случае является следствием образования или наличия внутри композита плотных кластеров из частиц.

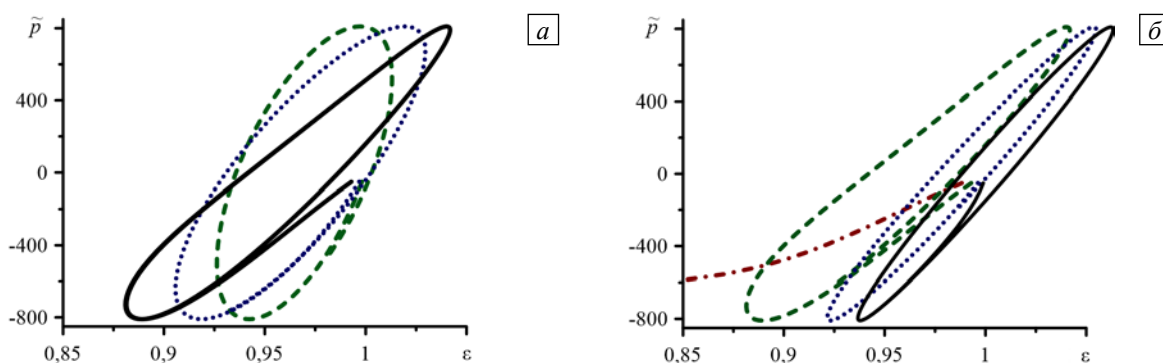


Рис. 4. Диаграммы установления магнитодеформационного цикла двухчастичного элемента при осцилляции приложенного к его торцам давления с амплитудой $\tilde{p}_A = 300$: (а) – с разной частотой $\tilde{\omega}$: 0,2 (сплошная линия); 0,6 (пунктирная линия); 1,2 (штриховая линия) в постоянном поле $h_0 = 0,03$; (б) – с частотой $\tilde{\omega} = 0,2$ в постоянном поле h_0 , равном 0 (сплошная линия); 0,02 (пунктирная линия); 0,03 (штриховая линия); 0,04 (штрихпунктирная линия)

5. Заключение

Результаты моделирования динамического поведения пары сферических намагничивающихся частиц, внедрённых в вязкоупругий эластомер, обладающий реологией тела Кельвина, представлены для двух случаев. В первом из них вдоль линии, соединяющей центры частиц, приложено переменное магнитное поле, а на торцы образца действует постоянное давление; во втором — переменная механическая нагрузка действует на торцы элемента, находящегося в постоянном внешнем магнитном поле. Рассматриваемый двухчастичный элемент может служить мелкомасштабным (мезоскопическим) структурным элементом магнитореологического полимера. Ранее обнаружено, что такая система демонстрирует гистерезисное поведение при циклическом квазистатическом изменении магнитного поля или приложенной нагрузки. Частицы, изначально находящиеся достаточно далеко друг от друга, при определенном критическом значении поля кластеризуются и остаются в такой конфигурации до тех пор, пока поле не уменьшится до величины, много меньшей критической. Циклически изменяющаяся сила, приложенная к торцам элемента, находящегося в поле той же или меньшей напряжённости, вызывает аналогичное поведение.

При осцилляциях магнитного поля или приложении силы вязкое трение препятствует движению частиц и при относительно высоких частотах (период колебаний меньше, чем вязкое время) может блокировать возникновение магнитодеформационного гистерезиса в элементе. Если же напряжённость поля достаточно высока, а частоты невелики, то определяющую роль играют потенциальные силы. В этом случае в системе существенно проявляется ангармоничность, порождаемая нелинейностью магнитного взаимодействия частиц. Дальнейшее уменьшение частоты или увеличение напряжённости приложенного поля приближает элемент к качественно новой динамике, такой, что часть периода колебания система проводит в состоянии кластера.

Представленные результаты показывают, что вынужденные колебания пары частиц, включающие образование кластера, — интересный объект, исследование которого может быть полезно для расширения представлений о внутренней динамике МРЭ, и потому он заслуживает дальнейшего как аналитического, так и численного изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-31-00503-мол_а, 17-41-590160-р_а, 17-42-590504-р_а).

Литература

1. Nikitin L.V., Mironova L.S., Stepanov G.V., Samus A.N. The influence of a magnetic field on the elastic and viscous properties of magnetoelastics // *Polymer Science, Ser. A.* – 2001. – Vol. 43, no. 4. – P. 443-450.
2. Bellan C., Bossis G. Field dependence of viscoelastic properties of MR elastomers // *Int. J. Mod. Phys. B.* – 2002. – Vol. 16, no. 17-18. – P. 2447-2453. DOI
3. Bose H. Viscoelastic properties of silicone-based magnetorheological elastomers // *Int. J. Mod. Phys. B.* – 2007. – Vol. 21, no. 28-29. – P. 4790-4797. DOI
4. Stepanov G.V., Abramchuk S.S., Grishin D.A., Nikitin L.V., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R. Effect of a homogeneous magnetic field on the viscoelastic behavior of magnetic elastomers // *Polymer.* – 2007. – Vol. 48, no. 2. – P. 488-495. DOI
5. Chertovich A., Stepanov G.V., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R. New composite elastomers with giant magnetic response // *Macromol. Mater. Eng.* – 2010. – Vol. 295, no. 4. – P. 336-341. DOI
6. Becker T.I., Raikher Yu L., Stolbov O V., Böhm V., Zimmermann K. Dynamic properties of magneto-sensitive elastomer cantilevers as adaptive sensor elements // *Smart Mater. Struct.* – 2017. – Vol. 26, no. 9. – 095035. DOI

7. Kramarenko E.Y., Chertovich A.V., Stepanov G.V., Semisalova A.S., Makarova L.A., Perov N.S., Khokhlov A.R. Magnetic and viscoelastic response of elastomers with hard magnetic filler // *Smart Mater. Struct.* – 2015. – Vol. 24, no. 3. – 035002. DOI
8. Бозорт Р. Ферромагнетизм. – Москва: Иностранная литература, 1956. – 784 с.
9. Биллер А.М., Столбов О.В., Райхер Ю.Л. Силовое взаимодействие намагничивающихся частиц, помещённых в эластомер // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 61-72. DOI
10. Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L. Mesoscopic magnetomechanical hysteresis in a magnetorheological elastomer // *Phys. Rev. E.* – 2015. – Vol. 92, no. 2. – 023202. DOI
11. Biller A.M., Stolbov O.V. and Raikher Yu.L. Elastic properties of magnetorheological elastomer: description with the two-particle mesoscopic model // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* – 2017. – Vol. 208, no. 1. – 012007. DOI
12. Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L. Two-particle element of a magnetorheological elastomer under a cyclic magnetic field // *Proc. CMSMS'17, Dubna, 28-30 June 2017.*
13. Alnaes M. S., Blechta J., Hake J., Johansson A., Kehlet B., Logg A., Richardson C., Ring J., Rognes M. E. Wells G. N. The FEniCS Project Version 1.5 // *Archive of Numerical Software* – 2015. – Vol. 3, no. 100. – 20553. DOI
14. Molchanov V.S., Stepanov G.V., Vasiliev V.G., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R., Xu Z.-D., Guo Y.-Q. Viscoelastic properties of magnetorheological elastomers for damping applications // *Macromol. Mater. Eng.* – 2014. – Vol. 299, no. 9. – P. 1116-1125. DOI
15. Abramchuk S.S., Kramarenko E.Yu., Grishin D., Stepanov G.V., Nikitin L.V., Filipcei G., Khokhlov A.R., Zrinyi M. Novel highly elastic magnetic materials for dampers and seals: Part II. Material behavior in a magnetic field // *Polym. Adv. Technol.* – 2007. – Vol. 18, no. 7. – P. 513-518. DOI

References

1. Nikitin L.V., Mironova L.S., Stepanov G.V., Samus A.N. The influence of a magnetic field on the elastic and viscous properties of magnetoelastics. *Polymer Science, Ser. A*, 2001, vol. 43, no. 4, pp. 443-450.
2. Bellan C., Bossis G. Field dependence of viscoelastic properties of MR elastomers. *Int. J. Mod. Phys. B*, 2002, vol. 16, no. 17-18, pp. 2447-2453. DOI
3. Bose H. Viscoelastic properties of silicone-based magnetorheological elastomers. *Int. J. Mod. Phys. B*, 2007, vol. 21, no. 28-29, pp. 4790-4797. DOI
4. Stepanov G.V., Abramchuk S.S., Grishin D.A., Nikitin L.V., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R. Effect of a homogeneous magnetic field on the viscoelastic behavior of magnetic elastomers. *Polymer*, 2007, vol. 48, no. 2, pp. 488-495. DOI
5. Chertovich A., Stepanov G.V., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R. New composite elastomers with giant magnetic response. *Macromol. Mater. Eng.*, 2010, vol. 295, no. 4, – P. 336-341. DOI
6. Becker T.I., Raikher Yu L., Stolbov O V., Böhm V., Zimmermann K. Dynamic properties of magneto-sensitive elastomer cantilevers as adaptive sensor elements. *Smart Mater. Struct.*, 2017, vol. 26, no. 9, 095035. DOI
7. Kramarenko E.Y., Chertovich A.V., Stepanov G.V., Semisalova A.S., Makarova L.A., Perov N.S., Khokhlov A.R. Magnetic and viscoelastic response of elastomers with hard magnetic filler. *Smart Mater. Struct.*, 2015, vol. 24, no. 3, 035002. DOI
8. Bozorth R. *Ferromagnetism*. New York: Van Nostrand, 1951.
9. Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L. The forces between magnetizable particles embedded in an elastomer. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 61-72. DOI
10. Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L. Mesoscopic magnetomechanical hysteresis in a magnetorheological elastomer. *Phys. Rev. E*, 2015, vol. 92, no. 2, 023202. DOI
11. Biller A.M., Stolbov O.V. and Raikher Yu.L. Elastic properties of magnetorheological elastomer: description with the two-particle mesoscopic model. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2017, vol. 208, no. 1, 012007. DOI
12. Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L. Two-particle element of a magnetorheological elastomer under a cyclic magnetic field. *Proc. CMSMS'17, Dubna, 28-30 June 2017.*
13. Alnaes M. S., Blechta J., Hake J., Johansson A., Kehlet B., Logg A., Richardson C., Ring J., Rognes M. E. Wells G. N. The FEniCS Project Version 1.5 // *Archive of Numerical Software*, 2015, vol. 3, no. 100, 20553. DOI
14. Molchanov V.S., Stepanov G.V., Vasiliev V.G., Kramarenko E.Yu., Khokhlov A.R., Xu Z.-D., Guo Y.-Q. Viscoelastic properties of magnetorheological elastomers for damping applications, *Macromol. Mater. Eng.*, 2014, vol. 299, no. 9, pp. 1116-1125. DOI
15. Abramchuk S.S., Kramarenko E.Yu., Grishin D., Stepanov G.V., Nikitin L.V., Filipcei G., Khokhlov A.R., Zrinyi M. Novel highly elastic magnetic materials for dampers and seals: Part II. Material behavior in a magnetic field. *Polym. Adv. Technol.*, 2007, vol. 18, no. 7, pp. 513-518. DOI

Поступила в редакцию 01.11.2017; опубликована в электронном виде 30.12.2017

Сведения об авторах

Биллер Анастасия Михайловна, кфмн, мнс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: kam@icmm.ru

Столбов Олег Валерьевич, кфмн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: sov@icmm.ru

Райхер Юрий Львович, дфмн, проф., ИМСС УрО РАН; e-mail: raikher@icmm.ru