DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.4.33 УДК 532.51

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА ПЛЕНКИ НА КАПЛИ В РЕЗУЛЬТАТЕ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА–ГЕЛЬМГОЛЬЦА

М.Г. Казимарданов^{1,2}, С.В. Мингалев², Т.П. Любимова^{1,3}, Л.Ю. Гомзиков²

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация ²AO «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Российская Федерация ³Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

В статье с помощью метода объема жидкости изучается срыв набегающим высокоскоростным потоком воздуха капель с поверхности жидкой пленки (в качестве жидкости была рассмотрена вода) в результате развития неустойчивости Кельвина– Гельмгольца. Разработан подход к моделированию первичного распада, и на его основе исследована сеточная сходимость и выбран оптимальный размер элементов сетки, а также проведен расчет первичного распада пленки в канале. Получены зависимости усредненных величин угла отброса, модуля скорости и среднего за́утеровского диаметра капель от продольной по отношению к каналу координаты Показано, что последовательное усреднение по ансамблю капель и по времени позволяет построить гладкие координаты в зависимости характеристик ансамбля капель. При этом значение наиболее важного для инженерных приложений параметра – среднего за́утеровского диаметра D_{32} (его величина равна отношению среднего объёма капель к их средней площади), оказывается близким к тому, которое можно получить по полуэмпирической формуле, известной из литературы, построенной за́утеровского диаметра от толщины слоя жидкий воск распылялся высокоскоростным потоком. Характер зависимости среднего за́утеровского диаметра доз сето в качественном отношению среднего объёма капель в ких средней площади), оказывается близким к тому, которое можно получить по полуэмпирической формуле, известной из литературы, построенной за́утеровского диаметра от толщины слоя жидкости в качественном отношении также согласуется с найденным в эксперименте. Исследование сеточной сходимости показало, что число самых мелких капель быстро растех сеточно конциенного не имеет смысла уменьшать размер ячейки сетки для учета мелких капель.

Ключевые слова: неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, метод объема жидкости, двухмерные течения, распыл жидкости, средний заутеровский диаметр

SIMULATION OF PRIMARY ATOMIZATION DUE TO KELVIN-HELMHOLTZ INSTABILITY

M.G. Kazimardanov^{1,2}, S.V. Mingalev², T.P. Lubimova^{1,3} and L.Y. Gomzikov²

¹Perm State University, Perm, Russian Federation ²JSC «ODK-Aviadvigatel», Perm, Russian Federation ³Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

Application of a volume of fluid method to the atomization due to Kelvin–Helmholtz instability is studied. The aim of the work is to develop an approach for modeling the primary breakup using the volume of fluid method, to investigate the grid convergence and to choose the optimal size of grid cell, and to calculate the primary breakup of the film in the channel by high-speed airflow using the obtained approach. The dependences of the average values of the angle of attack, the velocity modulus and the Sauter mean droplet diameter on the longitudinal coordinate of the channel are obtained. The step-by-step averaging over the ensemble of droplets and over time allows us to get smooth coordinate dependences of the characteristics of the droplet ensemble. It has been found that there is no reason to decrease cell size in order to obtain an accurate description of fine droplets. The number of such droplets increases rapidly with decreasing cell size, but their contribution to the average characteristics of the droplet ensemble remains insignificant. Moreover, the Sauter mean diameter, which was found by the volume of fluid method, is close to the theoretical value of this quantity. The dependence of the Sauter mean diameter on the thickness of the liquid layer agrees qualitatively with the dependence found in the experiment.

Key words: Kelvin-Helmholtz instability, volume of fluid method (VOF), 2D flow, atomization, Sauter mean diameter

1. Введение

В работе в двумерной постановке методом объема жидкости (Volume of Fluid Method — VOF) [27] исследуется срыв капель с поверхности жидкости набегающим потоком воздуха. К настоящему моменту имеется большое количество статей, касающихся проблемы моделирования вторичного дробления капель в турбулентном потоке. Подходы к представлению вторичного распада капель и их ансамблей с позиций механики сплошной среды, предложенные Luo H. и Svendsen H.F. [1], а также Lehr F. и другими [2], много лет используются в программных пакетах ANSYS CFX и ANSYS Fluent. При описании дисперсной фазы в рамках подхода Лагранжа нашли распространение методы TAB (Taylor Analogy Breakup) [3] и KHRT (Rayleigh–Taylor Hybrid Model) [4]. Они позволяют с достаточной для инженерных расчетов точностью учитывать вторичное дробление капель, однако вопрос их применимости для моделирования первичного распада струи на капли на данный момент остается открытым.

Наиболее простым способом решения этой проблемы представляется прямое численное моделирование срыва капель с поверхности струи или пленки методом объема жидкости. Ранее к подобной реализации задач практически не прибегали в силу того, что она требует значительных вычислительных ресурсов. Но в связи с развитием техники начали появляться работы, в которых распад струй и пленок изучается путем математического моделирования. При этом, если пять лет назад в публикациях преобладали

качественные результаты (см, например, [5, 6]), то вышедшие в последнее время статьи [7–10] дают уже количественное сопоставление распределения капель по размерам с экспериментальными данными.

В качестве объекта, в котором будут исследоваться особенности срыва капель с поверхности жидкости, в настоящей работе выбран двумерный канал. На одной из его стенок расположено два примыкающих друг к другу отверстия. В одно отверстие подается воздух со скоростью 50–70 м/с, а в другое — жидкость со скоростью 1–2 м/с. Такая задача на протяжении многих лет рассматривалась в качестве наиболее простого примера системы, в которой реализуется неустойчивость Кельвина–Гельмгольца [11–14]. Причины, вызывающие этот вид неустойчивости, приводящей к распаду пленки на капли, исследовался в [15], где авторов интересовало, при каких условиях начинается срыв капель. Ими же был описан механизм формирования капель в результате развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Позже, в [16], на основе эксперимента получена зависимость максимального угла, под которым капли двигаются после отрыва от поверхности жидкости, от скорости воздуха. С помощью прямого численного моделирования зависимость этого угла от отношения плотностей газа и жидкости получена в [17]. Там же рассматривалось влияние значения этого отношения на промежуток времени между началом формирования волны Кельвина–Гельмгольца и ее разрушением, приводящим к образованию капель. В работе [18] анализировалось влияние параметров канала и относительной скорости воздуха на общий объем капель, срываемых с поверхности жидкости вединицу времени.

Распределение капель по размерам исследовалось в [9], где обнаружено, что пик распределения смещается при уменьшении размера ячейки сетки. Даже самая мелкая использовавшаяся сетка не позволила авторам [9] получить распределение в области малых размеров капель. При этом массовая плотность капель внутри канала слабо менялась при переходе от сетки с одним размером ячейки к сетке с другим.

Настоящая статья перекликается с работами [9] и [17], но здесь, помимо исследования особенностей моделирования распыла методом объемов, рассматривается также влияние параметров задачи на средний за́утеровский диаметр (его величина равна отношению среднего объема капель к их средней площади), средний угол отброса капель от поверхности жидкости и средний модуль скорости.

В последующих разделах описан метод конечных объемов, используемые при моделировании приближения и допущения, геометрия задачи. Приводятся результаты исследования сходимости решения при изменении шага сетки. Изучено влияние на усредненные характеристики ансамбля капель размера области, по которой происходит усреднение. Рассматриваются пульсации характеристик, усредненных по ансамблю капель, а также зависимость характеристик ансамбля капель от параметров задачи.

2. Метод объема жидкости

2.1. Система уравнений

В методе объема жидкости (VOF) используют объемную долю жидкости — α , которая в ячейке расчетной сетки принимает значения от 0 до 1. Если доля жидкости $\alpha = 1$, ячейка заполнена жидкостью, если $\alpha = 0$, то ячейка пуста. В настоящей работе границе раздела сред соответствует значение объемной доли $\alpha = 0,5$.

В методе VOF необходимо хранить в ячейке только одну переменную, что делает метод более экономичным в отношении вычислительной мощности, в отличие от подобных методов, описанных в работе [19]. VOF-метод не сводится исключительно к решению уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha\rho_{w} + \sum_{j=1}^{2}\nabla_{j}\alpha\rho_{w}v_{j} = 0,$$

он требует также таких точных алгоритмов для учета переноса функции объемной доли, в которых бы выполнялся закон сохранения массы [20].

В рамках модели объема жидкости в ANSYS Fluent решается система уравнений в частных производных, состоящая из уравнений импульса смеси воды и воздуха

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho v_i + \sum_{j=1}^2 \nabla_j (\rho v_j v_i) = \nabla_i p + \sum_{j=1}^2 \nabla_j \eta (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i) + F_i,$$

и энергии смеси

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho E + \sum_{j=1}^{2} \nabla_{j} v_{j} (\rho E + p) = \nabla \kappa \nabla T,$$

где ρ — плотность смеси, v_i — компоненты вектора скорости, p — давление, η — динамическая

вязкость, F_i — сила поверхностного натяжения, E — плотность внутренней энергии, κ — коэффициент теплопроводности, T — температура, α — объемная доля жидкости, ∇ , ∇_j — соответственно градиент и его составляющая по координате, i — свободный индекс (i = 1,2), j — индекс координат (j = 1,2).

Уравнения, связывающие физические параметры смеси и составляющих ее компонентов, имеют вид:

$$\rho = \alpha \rho_w + (1 - \alpha)\rho_a,$$

$$\kappa = \alpha \kappa_w + (1 - \alpha)\kappa_a,$$

$$\eta = \alpha \eta_w + (1 - \alpha)\eta_a,$$

$$c_v = \alpha (\rho_w / \rho)c_v^{(w)} + (1 - \alpha)(\rho_a / \rho)c_v^{(a)}.$$

Здесь *c_v* — удельная теплоемкость при постоянном объеме. Воздух считается идеальным газом, для которого выполняется уравнение Менделеева–Клапейрона

$$\rho_a = pM/(RT),$$

где *R* — универсальная газовая постоянная, *М* — молярная масса воздуха. Жидкость полагается несжимаемой. Плотность внутренней энергии смеси определяется выражением

$$E = c_v T$$
.

Сила поверхностного натяжения моделируется в рамках подхода, предполагающего непрерывность поверхностных сил (continuum surface force). При этом двухкомпонентная смесь представляется как одна среда со свойствами, которые зависят от функции маркера. В настоящей работе функцией маркера является объемная доля жидкости α [21, 22]. Таким образом, выражение для силы поверхностного натяжения имеет вид:

$$F_i = \sigma \frac{2\rho k \nabla_i \alpha}{\rho_a + \rho_w}, \qquad k = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial n_j}{\partial x_j}, \qquad n_i = \frac{\nabla_i \alpha}{|\nabla \alpha|},$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения.

2.2. Граничные условия

На твердых границах области исследования ставятся условия прилипания жидкости

 $v_{i} = 0$

и отсутствия теплового потока

$$\sum_{j=1}^{2} n_{j}^{(b)} \frac{\partial T}{\partial x_{j}} = 0,$$

где $n_i^{(b)}$ — нормаль к границе области.

На входе, через который в область подаются компоненты смеси, выполняются условия: – для жидкости

$$\sum_{j=1}^{2} v_{j} n_{j}^{(b)} = V_{w}, \qquad T = T_{w}, \qquad \alpha = 1,$$

где V_w , T_w — скорость и температура жидкости на входе; – для газа

$$\sum_{j=1}^{2} v_{j} n_{j}^{(b)} = V_{a}, \qquad T = T_{a}, \qquad \alpha = 0,$$

где V_a , T_a — скорость и температура газа на входе.

На выходе задается давление

$$p = p_{out}$$
.

3. Геометрия задачи

Исследуемая область представляет собой двумерный канал (Рис. 1). Через отверстие AB подается воздух со скоростью $V_a = 60$ м/с и температурой $T_a = 300$ K, а через отверстие OA — жидкость



со скоростью $V_w = 1 \text{ м/с}$ и температурой $T_w = 300 \text{ K}$. Границы BD и OC представляют собой твердые стенки. Давление на границе CD равняется $p_{out} = 101325 \text{ Па}$. Жидкость в канале движется около его нижней стенки с небольшой, по сравнению с воздухом, скоростью. Из-за большой разницы скоростей возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, которая приводит к распаду пленки жидкости на лигаменты, а после — на капли.

4. Приближения и допущения, принятые при моделировании

В статье исследуется поведение ансамбля капель, но в двумерной постановке. Рассматриваются цилиндры бесконечной длины (лигаменты). Диаметры лигаментов прямо связаны с диаметром капель, на которые распался бы каждый из них с течением времени, если бы задача была трехмерной. Диаметры лигаментов, на которые дробится пленка, зависят от режима неустойчивости (ее типа) — коротковолнового или длинноволнового [23]. Граница перехода из одного режима в другой обуславливается числом Вебера We = $\rho h U^2 / (2\sigma)$, где ρ — плотность среды, h — толщина пленки, σ — коэффициент поверхностного натяжения, U — скорость воздуха. При We <1,6875 считается, что неустойчивость длинноволновая, при We > 1,6875 — коротковолновая [23].

Диаметр лигамента для коротковолнового режима определяется по формуле [23-25]:

$$d_I = 2\pi C_I / K_s \,, \tag{1}$$

где $K_s = \rho U^2 / (2\sigma)$ — число волн на единицу длины пленки.

Для коротковолновой неустойчивости диаметр лигамента связывается с числом волн коэффициентом пропорциональности C_L , называемым постоянной лигамента [23]. При этом типе неустойчивости пленки срыв лигаментов происходит с гребешков, образующихся на волнах, бегущих по пленке [26].

Проведем некоторую оценку для того, чтобы убедиться какой тип неустойчивости реализуется в двумерном случае. При параметрах $\rho = 1,29 \text{ кг/m}^3$, $h = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $U \approx 60 \text{ м/c}$, $\sigma = 71,65 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$ получаем:



Рис. 2. Зависимость среднего за́утеровского диаметра от постоянной лигамента для двух моделей $(k - \varepsilon)$ - турбулентности из [26]: Standart (кривая 1), Realizabl (2), и эксперимент (3), а также принятая автором в настоящей работе (4)

число Вебера We ≈ 32 (из этого следует, что в задаче реализуется коротковолновый тип неустойчивости); число волн на единицу длины пленки $K_s \approx 3 \cdot 10^4$; выражение для постоянной лигамента $C_L \approx 5 \cdot 10^3 d_l$ из преобразованной формулы (1).

Воспользуемся результатами из работы [26], где получены зависимости среднего за́утеровского диаметра (D₃₂) от постоянной лигамента для двух моделей турбулентноси (см. Рис. 2). Протабулируем выражение для постоянной лигамента И построим соответствующий график (см. линию 4) и сравним с ним кривые для обеих зависимостей. Из рисунка видно, что капли диаметром около 30 мкм соответствуют полученному ниже диаметру лигамента. Отличие среднему диаметра капли от диаметра лигамента

в диапазоне от 30 мкм до 100 мкм не превышает 25%, что вполне приемлемо для инженерных расчетов, поэтому далее будем считать диаметры лигаментов диаметрами капель.

В настоящей работе нахождение диаметра капель (лигаментов) происходит во время расчета. Далее по нему согласно формуле

$$V_{d} = \pi D^{3}/6$$

вычисляется объем капли V_d , где D — диаметр капли.

4. Сходимость результатов при изменении шага сетки

На первом этапе работы проверялось влияние на результаты вычислений шага сетки. Размер отверстия OA был взят равным 1 мм, отверстия AB — 3 мм, длина канала составляла 12 мм. Жидкость подавалась со скоростью $V_w = 1 \text{ м/c}$, а газ — со скоростью $V_a = 60 \text{ м/c}$. Для оценки сеточной сходимости были рассмотрены равномерные сетки с квадратными ячейками, размеры которых менялись в последовательности: 15 мкм, 7,5 мкм, 3,75 мкм, 1,875 мкм. В таблице 1 приведено рассчитанное количество капель в каждом диапазоне диаметров капель (D) для различных размеров ячеек сетки Δ . На основе данных из этой таблицы можно сделать вывод, что при измельчении сетки наблюдается значительное увеличение количества капель размерами до 10 мкм. Аналогичный результат был получен в [9]. Но возникает вопрос, как исследовать срыв капель с пленки, если за уменьшением размера сеточной ячейки не следует не зависящее от него количество капель?

Ответ состоит в том, что капли размером до 10 мкм необходимо исключить из рассмотрения. Как следует из таблицы 2, капли такого размера составляют меньше 10% от общего числа всех капель, а систематическая ошибка, вносимая из-за неучета капель диаметром до 10 мкм, не превышает 7% (см. Табл. 3). Видно, что уже при размерах ячейки 3,75 мкм средний за́утеровский диаметр изменяется менее чем на 5% при уменьшении размера ячейки сетки в два раза.

	Диапазон диаметров D, мкм									
Размер ячейки сетки Д, мкм	0–10	11-20	21-30	31-40	41–50	51-60	61–70	71-80	81–90	91-100
	Количество капель, шт									
15	0	0	2	7	5	3	2	2	1	2
7,5	0	31	35	15	5	5	2	2	1	2
3,75	61	103	38	14	7	4	2	2	2	1
1,875	397	144	39	16	7	5	3	3	2	2

Таблица 1. Количество капель в каждом диапазоне их диаметров для различных сеток

Таблица 2. Объем капель в каждом диапазоне диаметров капель, отнесенный к общему объему капель, для различных сеток

	Диапазон диаметров D, мкм									
Размер ячейки сетки Д, мкм	0–10	11-20	21-30	31-40	41–50	51-60	61–70	71-80	81–90	91–100
	Относительный объем капель, %									
15	0	0	1,7	11,7	13,8	12,3	11,4	15,2	9,7	24,2
7,5	0	6,2	18,9	15,7	8,6	12,8	7,1	9,5	6,1	15,2
3,75	1,3	18	18,0	12,8	10,5	9,0	6,2	8,3	10,6	6,6
1,875	6,9	20	14,7	11,7	8,4	8,9	7,4	9,9	8,5	10,6

Таблица 3. Средний за́утеровский диаметр D_{32} с учетом и без учета капель размером до 10 мкм для различных сеток

Размер ячейки сетки	$D_{32} > 0$, мкм	$D_{_{32}} > 10$,мкм
15	68,0	68,9
7,5	53,8	53,8
3,75	46,9	47,4
1,875	46,6	49,4

Основной интерес в инженерных расчетах представляет размер среднего за́утеровского диаметра. Учет мелких капель меняет его незначительно. Это позволяет выбрасывать такие капли из рассмотрения, несмотря на то, что их существенно больше, чем крупных капель. Исключение мелких капель, в свою очередь, открывает возможность использовать в дальнейшем сетку с размером ячейки 3,75 мкм.

5. Влияние размера области на усредненные характеристики ансамбля капель

Интерес представляют усредненные характеристики ансамбля капель, но для их получения необходимо проводить усреднение по некоторой области пространства. Для того чтобы изучить, как влияет размер области усреднения на расчетные характеристики, область над жидкой пленкой разбивается на зоны (см. Рис. 3). Зона 5Г включает в себя зону 5Д, 5В — зону 5Г, 4Б — зону 5В, 3Б — зону 4Б, 2Б — зону 3Б.



Рис. 3. Схематическое изображение исследуемых областей

В результате расчетов были получены данные, представленные в таблице 4, — концентрация капель в каждой из зон. Самой маленькой по площади является зона 5Д. Как видно из таблицы 4, в ней наблюдается наибольшая усредненная концентрация капель во всех диапазонах их диаметров. Если увеличивать размер этой зоны (переходить последовательно от зоны 5Д к зонам 5Г, 5В, 4Б, 3Б, 2Б), то усредненные концентрации капель в пределах каждой из зон будут уменьшаться, при этом средний за́утеровский диаметр изменится не более чем на 7%. Если рассматривать не концентрацию, а распределение капель по размерам в каждой из зон, то зависимость от площади зоны исчезает, как это следует из таблицы 5. Можно сделать вывод, что площадь зоны, в которой рассматриваются капли, оказывает влияние на усредненную концентрацию капель в этой зоне, но не на их распределение по размерам или средний за́утеровский диаметр.

Габлица 4. Количество капель в каждом диапазоне их диаметров), отнесен	ное к площади S, мм	соответствующей зоны,
а также средний заутеровский диам	etp D_{32}	

	Диап							
	11-20	D						
Зона	Отн	Относительное количество капель						
5Д	5,5	2,4	2,0	7,9	32			
5Γ	3,7	1,6	1,3	0,5	32			
5B	2,8	1,2	1	0,2	30			
4Б	2,9	1,2	0,8	0,2	29			
3Б	2,7	1,1	0,8	0,1	29			
2Б	2,3	1	0,7	0,1	29			

Таблица 5. Распределение капель по размерам (D, мкм) для разных зон

	Диапазон диаметров капель D, мкм						
	11–20	21-30	21–30 31–40				
Зона	Доля каждого размерного диапазона капель в зонах						
5B	0,56	0,24	0,17	0,02			
4Б	0,54	0,23	0,19	0,04			
3Б	0,58	0,24	0,15	0,03			
2Б	0,56	0,23	0,18	0,03			

6. Зависимость от времени усредненных по пространству характеристик ансамбля капель

Могут ли усредненные по пространству характеристики зависеть не только от размера области, по которой происходит усреднение, но и от времени? Для того чтобы ответить на этот вопрос, была исследована показанная на рисунке 4*a* зависимость от времени среднего за́утеровского диаметра, полученного в результате усреднения по области 5Д (Рис. 3). Как следует из рисунка 4, мгновенные значения среднего за́утеровского диаметра случайно меняются со временем в интервале от 10 до 100 мкм. Изменения связаны с тем, что в рассматриваемую область одномоментно попадают капли различных размеров. По мере приближения к зоне 5Д капли могут объединяться в каплю больших размеров.



Рис. 4. Зависимость от времени среднего за́утеровского диаметра: мгновенные значения (*a*); усредненные по времени значения, при которых осуществляется усреднение для разных толщин слоя жидкости ОА на рисунке 1, мм: 1 (штриховая линия); 1,5 (сплошная); 2 (штрихпунктирная)

Наблюдаемые значительные колебания среднего за́утеровского диаметра говорят о том, что, помимо усреднения по пространству, необходимо также усреднение по времени (см. Рис. 4δ). Из рисунка можно сделать вывод, что для выхода на стационарное значение требуется период времени примерно равный 6 мс.

7. Зависимости усредненных характеристик ансамбля капель от координаты

В предыдущем разделе за́утеровский диаметр определялся по каплям, находящимся в области 5Д (Рис. 3), и усреднялся по периоду времени примерно 6 мс. Для того чтобы установить зависимость усредненных характеристик ансамбля капель от координаты, пространство над жидкой пленкой разбивалось на перекрывающиеся зоны, как это показано на рисунке 5, причем зона 1 соответствовала зоне 5Д рисунка 3. Для каждой из этих зон были вычислены приведенные на рисунке 6 характеристики, усредненные сначала по ансамблю капель внутри зоны, а затем — по времени. Эти зависимости рассчитывались для трех размеров отверстия, через которое подавалась вода: 1 мм, 1,5 мм и 2 мм.



Рис. 5. Зоны, в которых вычислялись усредненные (и по координате, и по времени, и по ансамблю) характеристики капель

По виду кривых рисунка 6*а* можно сделать вывод, что в среднем капли срываются с поверхности жидкости под небольшим углом и при приближении к выходу из канала стремятся двигаться параллельно вектору скорости набегающего потока воздуха. После срыва капли разгоняются и к выходу из канала достигают скорости, близкой к скорости воздуха (Рис. 6*6*). Важно отметить, что скорость капель зависит от толщины слоя жидкости: чем толще слой, тем большей оказывается средняя скорость капель. При этом усредненные размеры капель растут по мере приближения к выходу из канала (Рис. 6*6*) и на выходе принимают значения 20–30 мкм.



Рис. 6. Зависимость от координаты средних характеристик капель: угла отброса (a), модуля скорости (δ) , за́утеровского диаметра (e)



Рис. 7. Зависимость диаметра капли от диаметра сопла форсунки

Этот результат можно сравнить со значением, найденным по формуле, предложенной Mayer E. [27]:

$$\overline{D}_{32} = \frac{9}{2} F \lambda_{\min} , \ \lambda_{\min} = 2\pi \sqrt[3]{16} \left(\frac{\mu_w \sqrt{\sigma/\rho_w}}{\beta \rho_a V_a^2} \right)^{2/3}, \ (2)$$

где использовались подгоночные параметры F = 0,14, $\beta = 0,3$. Подставляя в (2) значения параметров для воды и воздуха (при плотности воздуха $\rho_a = 1,29$ кг/м³), получим средний за́утеровский диаметр $D_{32} \sim 33$ мкм, что достаточно близко к рассчитанному значению.

На рисунке 7 приведен график из работы [28], а именно, зависимость среднего диаметра капли от диаметра сопла форсунки. Рассмотрим участок графиков, обрамленный прямоугольником. На этом участке постоянны скорость воздуха — 106 м/с, и скорость жидкости (расплавленного воска) — 24 м/с. Размеры сопла 0,04, 0,06, 0,08 в дюймах совпадают с размерами 1, 1,5 и 2 в миллиметрах отверстия ОА на рисунке 1. Видно, что при увеличении диаметра сопла средний диаметр капель воска также растет от 70 до 80 мкм.

На рисунке 8 представлена зависимость среднего за́утеровского диаметра от толщины слоя жидкости. Чем толще слой, тем больше средний за́утеровский диаметр. Из этих графиков следует, что модель и эксперимент качественно согласуются.

Из сказанного выше можно сделать вывод, что усреднение по времени позволяет получать плавные зависимости характеристик ансамбля капель от координаты. При этом значения среднего за́утеровского диаметра оказываются близкими к тем, которые дает расчет на основе полуэмпирической формулы (2).



Рис. 8. Зависимость среднего за́утеровского диаметра от толщины слоя жидкости

8. Заключение

В настоящей работе в двумерной постановке методом объема жидкости исследован срыв капель с поверхности жидкости набегающим потоком воздуха. Определены зависимости усредненных характеристик капель от координаты для разных размеров отверстия, через которое подается жидкость. Вычисленное значение среднего за́утеровского диаметра оказалось близким к найденному на основе

полуэмпирической формулы. Зависимость среднего за́утеровского диаметра от толщины слоя жидкости, построенная по данным авторского расчета, нашла качественное согласование с экспериментом.

Вычислительные эксперименты показали, что число самых мелких капель быстро растет при уменьшении пространственного шага сетки, однако их вклад в усредненные характеристики остается незначительным, поэтому не имеет смысла уменьшать размер ячейки сетки для того, чтобы учесть эти капли.

Авторы выражают благодарность рецензентам за ценные замечания и предложения, которые способствовали улучшению содержания статьи.

Литература

- 1. *Luo H., Svendsen H.F.* Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions // AIChE J. –1996. Vol. 42, no. 5. P. 1225-1233. DOI
- Lehr F., Millies M., Mewes D. Bubble-Size distributions and flow fields in bubble columns // AIChE J. 2002. Vol. 8, no. 11. P. 2426-2443. DOI
- 3. O'Rourke P.J., Amsden A.A., The TAB method for numerical calculation of spray droplet breakup // SAE Technical Paper. 1987. 872089. DOI
- 4. Beale J.C., Reitz R.D. Modeling spray atomization with the Kelvin-Helmholtz/Rayleigh–Taylor hybrid model // Atomization Spray. 1999. Vol. 9. P. 623-650.
- Ménard T., Tanguy S., Berlemont A. Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet // Int. J. Multiphase Flow. 2007. Vol. 33, no. 5. P. 510-524. DOI
- Berlemont A., Bouali Z., Cousin J., Desjonqueres P., Doring M., Menard T., Noel E. Simulation of liquid/gas interface break-up with a coupled Level Set/VOF/Ghost Fluid method // Proc. 7th Int. Conf. on Computational Fluid Dynamics (ICCFD7-2105), Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012. (URL: http://www.iccfd.org/iccfd7/assets/pdf/papers/ICCFD7-2105_paper.pdf).
- Desjardins O., McCaslin J., Owkes M., Brady P. Direct numerical and large-eddy simulation of primary atomization in complex geometries // Atomization Spray. – 2013. – Vol. 23, no. 11. – P. 1001-1048.
- 8. *Mehravaran K*. Direct simulations of primary atomization in moderate-speed diesel fuel injection // Int. J. Mater. Mech. Manuf. 2013. Vol. 1, no. 2. P. 207-209. DOI
- 9. *Ling Y., Fuster D., Tryggvason G., ScardovelliR., Zaleski St.* 3D DNS of spray formation in gas-assisted atomization // Proc. XXIV International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Montreal, Canada, 21-26, August, 2016.
- 10. Chaussonnet G., Riber E., Vermorel O., Cuenot B., Gepperth S., Koch R. Large Eddy Simulation of a prefilming airblast atomizer // Proc. 25th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Chania, Greece, 1-4 September, 2013.
- 11. Jeffreys H. On the formation of water waves by wind // P. Roy. Soc. Lond. A Mat. 1925. Vol. 107, no. 742. P. 189-206. DOI
- 12. Andritsos N., Hanratty T.J. Interfacial instabilities for horizontal gas-liquid flows in pipeline // Int. J. Multiphase Flow. 1987. Vol. 13, no. 5. P. 583-603. DOI
- 13. Tian Ch., Chen Y. Numerical simulation of Kelvin-Helmholtz instability: a two-dimensional parametrical study // The Astrophysical Journal. 2016. Vol. 824, no. 1. DOI
- Lee H.G., Kim J. Two-dimensional Kelvin–Helmholtz instabilities of multi-component fluids // Eur. J. Mech. B-Fluid. 2015. – Vol. 49, Part A. – P. 77-88. DOI
- 15. Woodmansee D.E., Hanratty Th.J. Mechanism for the removal of droplets from a liquid surface by a parallel air flow // Chem. Eng. Sci. 1969. Vol. 24, no. 2. P. 299-307. DOI
- 16. Raynal L. Instabilite et entrainement a l'interface d'une couche de melange liquide-gaz // PhD thesis. Grenoble: Université J. Fourier, 1997. 231 p.
- 17. Jerome J.J.S., Marty S., Matas J.-Ph., Zaleski St., Hoepffner J. Vortices catapult droplets in atomization // Phys. Fluids. 2013. Vol. 25, no. 11. DOI
- Ebner J., Gerendás M., Schäfer O., Wittig S. Droplet entrainment from a shear-driven liquid wall film in inclined ducts: experimental study and correlation comparison // Proc. ASME Turbo Expo 2001, New Orleans, Louisiana, USA, June 4-7, 2001. – Paper No. 2001-GT-0115. DOI
- 19. Шаланин В.А. Эйлеровы методы моделирования потоков со свободной поверхностью // Молодой ученый. 2016. № 2(106). С. 258-261.
- 20. Леонов А.А., Чуданов В.В., Аксенова А.Е. Методы прямого численного моделирования в двухфазных средах // Труды ИБРАЭ РАН / Под общ. ред. чл.-кор. РАН Л.А. Большова. М.: Наука, 2013. Вып. 14. 197 с.
- 21. Любимов Д.В., Любимова Т.П. Об одном методе сквозного счета для решения задач с деформируемой поверхностью раздела // Моделирование в механике. 1990. Т. 4(21), № 1. С. 136-140.
- 22. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // J. Comput. Phys. 1992. Vol. 100, no. 2. – P. 335-354. DOI
- Senecal P.K., Schmidt D.P., Nouar I., Rutland C.J., Reitz R.D., Corradini M.L. Modeling high-speed viscous liquid sheet atomization // Int. J. Multiphas. Flow. – 1999. – Vol. 25, no. 6-7. – P. 1073-1097. DOI
- 24. Dombrowski N., Hooper P.C. The effect of ambient density on drop formation in sprays // Chem. Eng. Sci. 1962. Vol. 17, no. 4. P. 291-305. DOI
- 25. Dombrowski N., Johns W.R. The aerodynamic instability and disintegration of viscous liquid sheets // Chem. Eng. Sci. 1963. Vol. 18, no. 3. P. 203-214. DOI
- 26. Строкач Е.А., Боровик И.Н. Численное моделирование процесса распыливания керосина центробежной форсункой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. – 2016. – № 3(108). – С. 37-54. DOI
- 27. Mayer E. Theory of liquid atomization in high velocity gas streams // ARS Journal. 1961. Vol. 31, no. 12. P. 1783-1785.
- 28. Weiss M.A., Worsham C.H. Atomization in high velocity airstreams // ARS Journal. Vol. 29, no. 4. P. 252-259.

References

- 1. Luo H., Svendsen H. F. Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions. *AIChE J.*, 1996, vol. 42, no. 5, pp. 1225-1233. DOI
- 2. Lehr F., Millies M., Mewes D. Bubble-Size distributions and flow fields in bubble columns. *AIChE J.*, 2002, vol. 8, no. 11, pp. 2426-2443. DOI
- 3. O'Rourke P.J., Amsden A.A. The TAB method for numerical calculation of spray droplet breakup. *SAE Technical Papers*, 1987, 872089. DOI
- 4. Beale J.C., Reitz R.D. Modeling spray atomization with the Kelvin-Helmholtz/Rayleigh–Taylor hybrid model. *Atomization Spray*, 1999, vol. 9, pp. 623-650.
- 5. Menard T., Tanguy S., Berlemont A. Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet. *Int. J. Multiphase Flow*, 2007, vol. 33, no. 5, pp. 510-524. DOI
- Berlemont A., Bouali Z., Cousin J., Desjonqueres P., Doring M., Menard T., Noel E. Proc. of the 7th Int. Conf. on Computational Fluid Dynamics (ICCFD7-2105), Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012. (URL: http://www.iccfd.org/iccfd7/ assets/pdf/papers/ICCFD7-2105_paper.pdf).
- 7. Desjardins O., McCaslin J., Owkes M., Brady P. Direct numerical and large-eddy simulation of primary atomization in complex geometries. *Atomization Spray*, 2013, vol. 23, no. 11, pp. 1001-1048.
- 8. Mehravaran K. Direct simulations of primary atomization in moderate-speed diesel fuel injection. Int. J. Mater. Mech. Manuf., 2013, vol. 1, no. 2, pp. 207-209. DOI
- 9. Ling Y., Fuster D., Tryggvason G., Scardovelli R., Zaleski St. 3D DNS of spray formation in gas-assisted atomization. *Proc. XXIV International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Montreal, Canada, 21-26 August, 2016.*
- 10. Chaussonnet G., Riber E., Vermorel O., Cuenot B., Gepperth S., Koch R. Large Eddy Simulation of a prefilming airblast atomizer. Proc. 25th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Chania, Greece, 1-4 September, 2013.
- 11. Jeffreys H. On the formation of water waves by wind. P. Roy. Soc. Lond. A Mat., 1925, vol. 107, no. 742, pp. 189-206. DOI
- 12. Andritsos N., Hanratty T.J. Interfacial instabilities for horizontal gas-liquid flows in pipeline. *Int. J. Multiphase Flow*, 1987, vol. 13, no. 5, pp. 583-603. DOI
- 13. Tian Ch., Chen Y. Numerical simulation of Kelvin–Helmholtz instability: a two-dimensional parametrical study. *The Astrophysical Journal*, 2016, vol. 824, no. 1. DOI
- 14. Lee H.G., Kim J. Two-dimensional Kelvin–Helmholtz instabilities of multi-component fluids. *Eur. J. Mech. B-Fluid*, 2015, vol. 49, Part A, pp. 77-88. DOI
- 15. Woodmanse D.E., Hanratty Th.J. Mechanism for the removal of droplets from a liquid surface by a parallel air flow. *Chem. Eng. Sci.*, 1969, vol. 24, no. 2, pp. 299-307. DOI
- 16. Raynal L. Instabilite et entrainement a l'interface d'une couche de melange liquide-gaz [Instability on the gas-liquid mixture interface]. PhD thesis, Universite J. Fourier, Grenoble, 1997. 231 p.
- 17. Jerome J.J.S., Marty S., Matas J. Zaleski St., Hoepffner J. Vortices catapult droplets in atomization. *Phys. Fluids*, 2013, vol. 25, no. 11. DOI
- Ebner J., Gerendás M., Schäfer O., Wittig S. Droplet entrainment from a shear-driven liquid wall film in inclined ducts: experimental study and correlation comparison. *Proc. ASME Turbo Expo 2001, New Orleans, Louisiana, USA, 4-7 June, 2001.* Paper No. 2001-GT-0115. DOI
- 19. Shalanin V.A. Eylerovy metody modelirovaniya potokov so svobodnoj poverkhnostyu [Eulerian methods for modeling flows with free surface]. Molodoy ucheny, 2016, no. 2, pp. 258-261.
- 20. Leonov A.A., Chudanov V.V., Aksenova A.E. *Methods of direct numerical simulation in two-phase media*. Proceedings of IBRAE RAS, ed. by L.A. Bolshov. Moscow: Nauka, 2013, no. 14. 197 p.
- Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. Ob odnom metode skvoznogo scheta dlya resheniya zadach s deformiruemoj poverkhnost'yu razdela [About a numerical method for solution of problem with deformable interface]. *Modelirovanie v mehanike Modeling in mechanics*, 1990, vol. 4(21), no. 1, pp.136-140.
- 22. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension. J. Comput. Phys., 1992, vol. 100, pp. 335-354. DOI
- 23. Senecal P.K., Schmidt D.P., Nouar I., Rutland C.J., Reitz R.D., Corradini M.L. Modeling high-speed viscous liquid sheet atomization. *Int. J. Multiphas. Flow*, 1999, vol. 25, no. 6-7, pp. 1073-1097. DOI
- 24. Dombrowski N., Hooper P.C. The effect of ambient density on drop formation in sprays. *Chem. Eng. Sci.*, 1962, vol. 17, no. 4, pp. 291-305. DOI
- 25. Dombrowski N., Johns W.R. The aerodynamic instability and disintegration of viscous liquid sheets. *Chem. Eng. Sci.*, 1963, vol. 18, no. 3, pp. 203-214. DOI
- 26. Strokach E.A., Borovik I.N. Numerical simulation of kerosene dispersion process by the centrifugal atomizer *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2016, no. 3, pp. 37-54. DOI
- 27. Mayer E. Theory of Liquid Atomization in High Velocity Gas Streams. ARS Journal, 1961, vol. 31, no. 12, pp. 1783-1785.
- 28. Weiss M.A., Worsham C.H. Atomization in high velocity airstreams. ARS Journal, vol. 29, no. 4, pp. 252-259.

Поступила в редакцию 15.06.2017; опубликована в электронном виде 30.12.20

Сведения об авторах

Казимарданов Максим Георгиевич, асп., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, Пермь, ул. Букирева, д. 15; e-mail: kazimardanov@mail.ru

Мингалев Станислав Викторович, кфмн, инж.-констр., АО «ОДК-Авиадвигатель», 614010, Пермь, просп. Комсомольский, д. 93; e-mail: smingaliov@gmail.com

Любимова Татьяна Петровна, дфмн, зав. лаб., ИМСС УрО РАН, 614013, Россия, Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: lubimova@psu.ru

Гомзиков Леонид Юльевич, ктн, нач. отдела, АО «ОДК-Авиадвигатель», 614010, Пермь, просп. Комсомольский, д. 93; e-mail: gomzikov@avid.ru