

DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.2.13

УДК 679.743.1–519.63

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ РАСПЛАВОВ ПОЛИМЕРОВ В ЗОНЕ ДОЗИРОВАНИЯ ЭКСТРУДЕРА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ

Н.М. Труфанова, С.В. Ершов

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация*

На сегодняшний день широкое применение в качестве изоляционных материалов находят полимерные композиции на основе полиэтилена и ПВХ. Переработка этих материалов сопряжена с рядом проблем, возникающих при выборе для процесса рациональных технологических режимов. Для минимизации временных и материальных затрат, требующихся определенному режиму, используются методы математического моделирования. Разработанные различные математические модели и анализ на их основе течения и теплообмена в винтовых каналах позволяют оценить как возможность введения упрощающих предположений, так и их влияние на характер течения и параметры рассматриваемого процесса. В данной работе речь идет о воздействии на полимерные материалы экструзионного оборудования. Предлагается трехмерная модель процессов течения и теплопереноса в зоне дозирования имеющего винтовой канал пластицирующего экструдера с учетом зазора над гребнем шнека. С ее помощью осуществляется численное исследование течения расплава полимера в этом зазоре. Опробованы пространственные математические модели с различной геометрией канала: прямоугольным, развернутым на плоскость; винтовым, максимально приближенным к реально применяемому. Изучена связь допущения об обратном движении шнека с характером течения расплава полимера для протестированных моделей теплопереноса. Выявлены закономерности влияния зазора между гребнем шнека и внутренней поверхностью корпуса на распределение температуры в канале. Получены экспериментальные зависимости вязкости от скорости сдвига для полимерных изоляционных композиций и вычислены значения эмпирических коэффициентов для трех реологических законов: степенного, согласно моделям Керри и Кросса. Для этих законов проведено сопоставление результатов расчета течения расплава полимера в условиях сложного сдвига в винтовом канале экструдера при различных геометриях канала. Представлены значения максимальных и средних температур на выходе из канала. Для сравнения приводятся результаты других авторов.

*Ключевые слова:* реологические модели, экструзия, зона дозирования, теплоперенос, метод конечных элементов, математическая модель

## COMPARATIVE ANALYSIS OF HEAT AND MASS TRANSFER PROCESSES IN THE EXTRUDER DOSING ZONE WITH THE USE OF DIFFERENT SPATIAL MATHEMATICAL MODELS AND RHEOLOGICAL LAW

N.M. Trufanova and S.V. Ershov

*Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation*

At present, polymer compositions based on polyethylene or PVC are widely used as insulating materials. The processing of these materials is associated with a number of problems in the choice of rational processing modes. In order to minimize the time and cost necessary to determine a particular technological regime, methods of mathematical modeling are used. Development and analysis of various mathematical models of the flow and heat transfer in helical channels allows us to evaluate the possibility of using simplifying assumptions and their effect on flow pattern and process parameters during processing of polymeric materials in extrusion equipment. In this work, a three-dimensional model of flow and heat transfer processes in the dosing zone of a plasticizing extruder taking into account the clearance above the crest of the screw is developed, and the numerical study of a polymer melt flow in this zone is presented. The analysis of spatial mathematical models with different channel geometry (a rectangular channel deployed on plane and a screw channel having much in common with that used in the actual process of recycling) is carried out. The influence of assumptions of the inverted movement of the screw on the polymer melt flow character for the considered spatial models of heat and mass transfer process is evaluated. The effect of the clearance between the crest of the screw and the inner surface of the housing on the temperature distribution in the channel is investigated. Experimental plots of viscosity versus shear rate for the insulating polymer compositions are obtained and the empirical coefficients for the three rheological laws (power law, Kerry model and Crosse model) are determined. A numerical comparison of the calculation results obtained for this rheology models of polymer melt under complex shear in the extruder screw channel is performed. The values of maximum and medium temperature at the outlet of the channel and a comparison with the results obtained by other authors are given.

*Key words:* rheological models, extrusion, dosing zone, heat and mass transfer, finite element method, mathematical model

### 1. Введение

Знание закономерностей процесса течения в винтовом канале экструдера имеет существенное значение при переработке изоляционных полимерных композиций, особенно в случае, когда одним из основных требований является ограничение величины максимальной температуры. В зоне дозирования экструдера, где материал находится в расплавленном состоянии, происходит быстрое наращивание давления, интенсивное перемешивание и гомогенизация расплава, именно в этой части экструдера существенно диссипирует энергия и, как следствие, зачастую возникают локальные перегревы материала. Поэтому одной из основных задач, которую ставят перед собой исследователи [1–10], является нахождение способов уменьшения диссипации и снижение объемов и уровня перегрева расплава полимеров [1, 11].

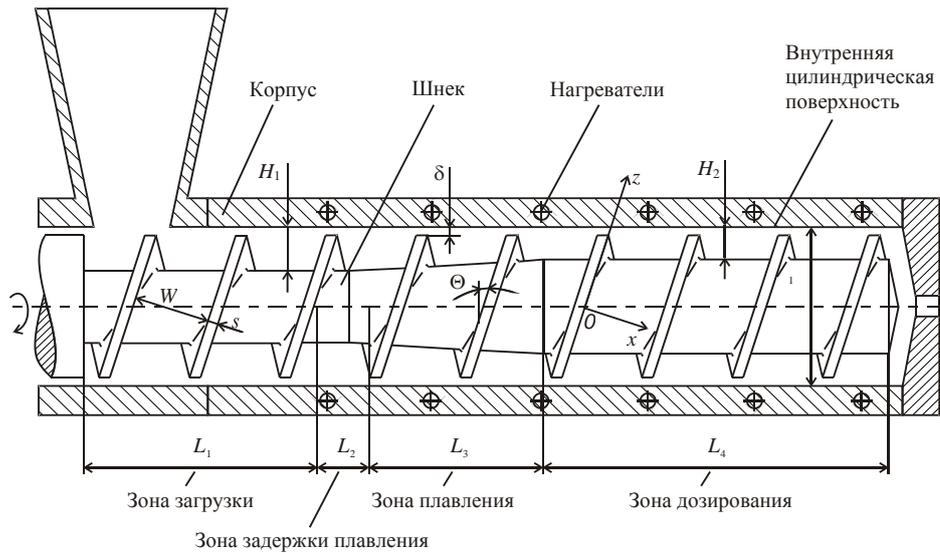


Рис. 1. Схема пластицирующего экструдера

Систематическому изучению проблем, сопутствующих переработке полимеров, уделяется внимание как зарубежных, так и отечественных авторов [12–16], которые рассматривали различные математические модели течения и способы их реализации. Однако на сегодняшний день не проведен сравнительный анализ существующих пространственных моделей тепломассопереноса в канале экструдера (Рис. 1) и не оценена важность некоторых сделанных допущений.

Далее рассматриваются два варианта задачи переработки: I — корпус (цилиндр) вращается в направлении, противоположном вращению шнека реального экструдера, при этом шнек остается неподвижным (принцип обращенного движения); II — вращается шнек, в то время как корпус (цилиндр) остается неподвижным, что имеет место в реальном процессе.

## 2. Математическая постановка задачи

При построении пространственных математических моделей течения в зоне дозирования экструдера делаются следующие допущения: процесс рассматривается как стационарный и установившийся при постоянном массовом расходе; расплав полимера считается чисто вязкой, несжимаемой средой; массовые силы приравниваются нулю [11].

С учетом допущений система моделирующих процесс дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_m V_i \frac{\partial V_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\rho_m C_m V_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_m \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad (3)$$

где  $\rho_m$ ,  $C_m$ ,  $\lambda_m$  — соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности расплава полимера;  $V_i = v_x, v_y, v_z$  — компоненты скорости движения расплава;  $x_i = x, y, z$  — прямоугольные координаты;  $\tau_{ij}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $P$  — давление;  $T$  — температура [11, 12]. Девиатор напряжений и тензор скоростей деформации связываются соотношением [1]:

$$\tau_{ij} = \mu_3 \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

где  $\mu_3$  — эффективная вязкость расплава полимера, являющаяся функцией скорости сдвига и температуры.

Для замыкания система уравнений (1)–(4) дополняется краевыми условиями.

Для определения граничных условий по температуре на входе в зону дозирования предварительно решается задача течения и теплообмена в канале пластицирующего экструдера с помощью разработанной программы Universal Screw 12 [17]. Температура на входе по высоте канала  $T_{\text{вх}}$  принимается равной 225°C.

На поверхности шнека и на внутренней поверхности цилиндрического корпуса задаются изотермические условия по температуре, которые остаются неизменными во всей длине зоны дозирования. Температура составляет 210°C на шнеке и 200°C на корпусе.

Компоненты скорости удовлетворяют условиям прилипания к твердым непроницаемым поверхностям. На входе в канал эпюра скоростей рассчитывается исходя из массового расхода, равного 0,06 (кг/с). На выходе из канала скорости имеют значения, отвечающие установившемуся течению.

Для описания зависимости вязкости от температуры используется уравнение Рейнольдса [18, 19]:

$$\mu_0 = \mu_0|_{T_0} \exp(-\beta(T - T_0)), \quad (5)$$

где  $\mu_0|_{T_0}$ ,  $\beta$ ,  $T_0$  — реологические и температурные константы.

В работе рассматриваются различные реологические законы, описывающие зависимость эффективной вязкости от скорости сдвига:

– степенной [20]

$$\mu_{\dot{\gamma}} = \mu_0 \dot{\gamma}^{(n-1)/2}, \quad (6)$$

где  $\dot{\gamma}$  — скорость сдвига;  $\mu_0$  — начальная вязкость;  $n$  — показатель аномалии вязкости;

– согласно модели Керри [21]

$$\mu_{\dot{\gamma}} = \left[1 + \lambda_k^2 \dot{\gamma}^2\right]^{(n-1)/2} (\mu_0 - \mu_{\infty}) + \mu_{\infty}, \quad (7)$$

где  $\mu_0$  — вязкость при нулевой скорости сдвига;  $\mu_{\infty}$  — вязкость при бесконечной скорости сдвига;

$\lambda_k$  — константа;

– согласно модели Кросса [20]

$$\mu_{\dot{\gamma}} = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \lambda \dot{\gamma}^m}, \quad (8)$$

где  $\mu_0$  — вязкость при нулевой скорости сдвига;  $\mu_{\infty}$  — вязкость при бесконечной скорости сдвига;

$\lambda$ ,  $m$  — константы модели.

Обсуждаются три разработанные пространственные математические модели, отвечающие трем различным геометриям винтового канала (Рис. 2): а) винтовой канал, развернутый на плоскость (далее — прямой (плоский) канал), где, в отличие от известной модели [1], гидродинамическая задача решается в трехмерной постановке; б) винтовой канал; в) винтовой канал с зазором  $\delta$  между гребнем шнека и внутренней цилиндрической поверхностью корпуса. Для каждой из представленных на рисунке геометрий канала произведено численное исследование процессов тепломассопереноса с использованием допущения об обратном движении (I-й вариант задачи) и без допущения (II-й вариант задачи) и оценена значимость допущения. Геометрические параметры зоны дозирования пластицирующего экструдера приведены в таблице 1.

Очевидно, что теплофизические и реологические параметры компаундов, имеющих одинаковую полимерную основу, могут значительно отличаться. Результат численного моделирования процессов экструзии существенно зависит от свойств перерабатываемых материалов. В работе проведен комплекс экспериментальных исследований различных полимеров, в частности, полимерной изоляционной композиции на основе полиэтилена (ПЭ 153-02К). С помощью дифференциального сканирующего калориметра DSC Q2000 фирмы TA Instruments получена температурная зависимость удельной теплоемкости рассматриваемого полимера (см. Рис. 3). В зоне дозирования пластицирующего экструдера

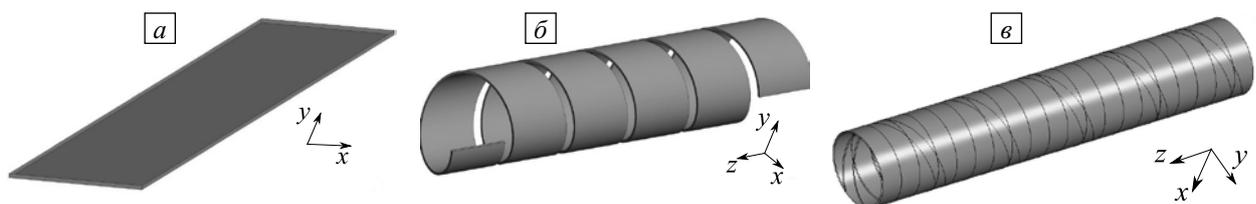


Рис. 2. Геометрические модели канала экструдера: плоская (а); винтовая (б); винтовая с зазором (в)

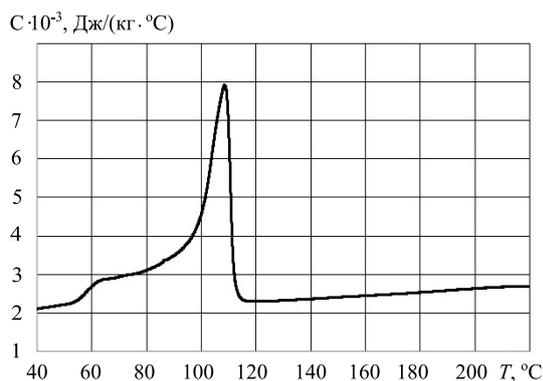


Рис. 3. Зависимость коэффициента удельной теплоемкости от температуры

Таблица 1. Параметры экструдера (Рис. 1)

Название	Значение
Внутренний диаметр корпуса $D$ , мм	160,0
Наружный диаметр шнека, мм	159,4
Шаг винтовой нарезки, мм	160,0
Ширина канала $W$ , мм	137,3
Ширина гребня $s$ , мм	15,3
Длина зоны дозирования $L_d$ , витки	5
Глубина канала $H_2$ , мм	4
Угол подъема винтовой линии $\Theta$	$17^\circ 39'$
Радиальный зазор между гребнем шнека и внутренней поверхностью корпуса $\delta$ , мм	0,3

полимер находится в полностью расплавленном состоянии. Из рисунка видно, что в области температур, превышающих  $190^\circ\text{C}$ , величина теплоемкости изменяется незначительно. Поэтому для расчета было выбрано среднее значение коэффициента в диапазоне температур от  $200$  до  $260^\circ\text{C}$ , которое соответствует температуре полимера в зоне дозирования. Приведенные в таблице 2 величины плотности и теплопроводности определялись исходя из тех же соображений.

Таблица 2. Теплофизические свойства ПЭ 153-02 и параметры реологических моделей

Материал	Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент удельной теплоемкости, $C$ , Дж/(кг·К)	Коэффициент теплопроводности, $\lambda$ , Вт/(м·К)
ПЭ 153-02К	779	2484	0,182
Коэффициенты, используемые в законах изменения динамической вязкости $\mu_3$ , Па·с			
Степенной закон	$\mu_0 = 23336,9$ , $\beta = 0,0124$ , $T_0 = 433$ К, $n = 0,34$		
Модель Кросса	$\mu_0 = 188912$ , $\beta = 0,0131$ , $T_0 = 433$ К, $n = 0,3592$ , $\sigma = 25,8548$ , $\mu_\infty = 51,1269$		
Модель Керри	$\mu_0 = 88064,2$ , $\beta = 0,0124$ , $T_0 = 433$ К, $n = 0,40424$ , $\lambda = 11,5052$ , $\mu_\infty = 124,83$		

Реологические характеристики полимерной композиции получались с помощью ротационного реометра Discovery HR-2 производства «TA Instruments». В процессе эксперимента материал подвергался осциллирующим деформациям в системе плоскость – плоскость. Результаты исследования приведены на рисунке 4. Здесь же представлены кривые, отвечающие различным реологическим законам. Из рисунка видно, что кривые, описывающие сдвиговое течение, достаточно близки, за исключением зоны малых значений скоростей сдвига: здесь их поведение заметно отличается для степенного закона. Среднее отклонение значений, отвечающих степенному закону, от экспериментальных данных составляет 14,6%, в то время как для моделей Керри и Кросса отклонение равняется 2,9 и 0,9 (%) соответственно.

На рисунке 5 показаны зависимости вязкости от температуры, построенные по экспериментальным данным и с помощью уравнения Рейнольдса.

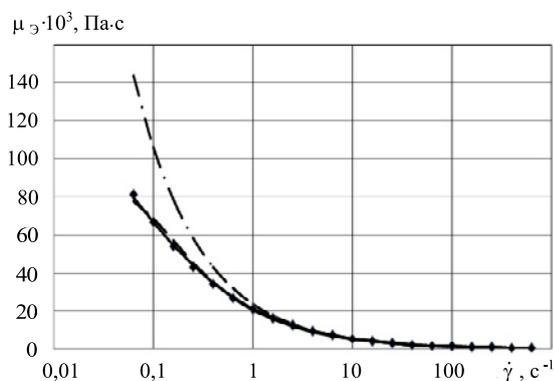


Рис. 4. Зависимость эффективной вязкости расплава полимера от скорости сдвига:  $\blacklozenge$  – экспериментальные значения;  $\text{---}$  – модель Керри;  $\text{—}$  – модель Кросса;  $\text{- - -}$  – степенной закон

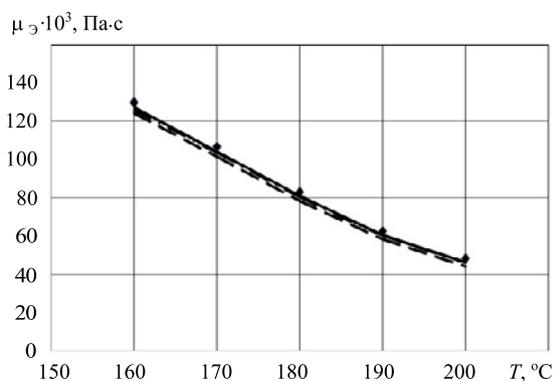


Рис. 5. Зависимость эффективной вязкости расплава полимера от температуры:  $\blacklozenge$  – экспериментальные значения;  $\text{---}$  – модель Керри;  $\text{—}$  – модель Кросса;  $\text{- - -}$  – степенной закон

Решение системы уравнений (1)–(8) осуществлялось при помощи универсальной программной системы конечно-элементного анализа ANSYS. Построение конечно-элементной сетки производилось в системе ICEM CFD. Для определения оптимального размера сетки при различных геометриях канала бралось разное число элементов и по максимальной температуре на выходе из канала оценивалась невязка. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3. К выбору расчетной конечно-элементной сетки

Модель канала	Количество элементов	Максимальная температура на выходе из канала, °С
Плоская	99 000	257,8
	171 072	255,6
	334 125	254,6
	486 387	254,3
	792 000	254,7
Винтовая без зазора	250 348	248,2
	334 125	250,1
	486 387	249,8
Винтовая с зазором	1 352 000	245,6
	1 757 000	247,7
	3 575 000	247,5

Поскольку с увеличением количества элементов сетки значительно возрастает время счета, то для развернутого канала и винтового канала без зазора была выбрана сетка с числом элементов, равным 334125. При решении задачи течения расплава полимера в винтовом канале с зазором сетка имела 1 757 000 элементов. Для выхода на установившийся режим решению потребовалось 30 000 итераций.

### 3. Численные результаты

Численные исследования включали три этапа.

*Этап 1.* Получались поля температур, скоростей, вязкостей и скоростей сдвига для плоской и винтовой моделей канала при условии обращенного движения корпуса (I-й вариант задачи) и при вращении шнека (II-й вариант задачи). Сравнивались результаты для трех математических моделей геометрии канала. Полагалось, что полимер обладает вязкостью, изменяющейся в зависимости от скорости сдвига по степенному закону.

Максимальные и средние по всему объему канала значения температуры, вязкости и скоростей сдвига приведены в таблице 4.

Таблица 4. Средние по объему канала значения скоростей сдвига и вязкости (определенной по степенному закону) для различных геометрических моделей канала

Вариант расчета	Модель канала	Движение шнека	Температура		Скорость сдвига, с <sup>-1</sup> Средн.	Вязкость, Па·с Средн.
			$T_{\max}$ , °С	$T_{\text{ср}}$ , °С		
1	Плоская	Обращенное (шнек неподвижен)	254,7	233,8	134,5	578,0
2		Необращенное (шнек вращается)	302,8	263,8	257,8	757,1
3	Винтовая без зазора	Обращенное (шнек неподвижен)	250,1	233,5	134,3	531,3
4		Необращенное (шнек вращается)	289,3	262,3	247,7	780,5
5	Винтовая с зазором	Обращенное (шнек неподвижен)	247,7	231,6	166,2	482,5
6		Необращенное (шнек вращается)	254,1	235,0	246,5	1162,0

В случае обращенного движения шнека (варианты 1, 3, 5) значения температур близки, отличие по максимальной температуре не превышает 3%, по средней — 1%, несмотря на то, что для варианта 5 есть существенные различия в максимальных величинах скорости сдвига и вязкости. Это связано с наличием зазора между гребнем шнека и внутренней цилиндрической поверхностью корпуса: именно здесь

возникают наибольшие скорости сдвига, однако ввиду малого объема надгребневой области канала на температурные поля в винтовом канале это сказывается в меньшей степени.

**Этап 2.** Проводилась оценка влияния на результаты допущения об обратном движении. На рисунках 6–11 приведены поля температур, скоростей сдвига и вязкости в пяти различных поперечных сечениях по длине зоны дозирования для двух геометрий канала и двух вариантов движения шнека: с учетом принципа обратного движения и при вращении (цилиндр неподвижен). Так как характер течения в плоском и винтовом каналах без зазора почти одинаков, то на рисунках представлены результаты только для плоского канала и винтового канала с зазором (вариантов расчета 1, 2, 5 и 6, Табл. 4). Для большей наглядности изображения полей увеличены по высоте канала в 3 раза.

Из рисунка 6 видно, что при обратном движении шнека характер течения расплава полимера в канале экструдера изменяется. Области максимальных температур располагаются у подвижных стенок для всех рассматриваемых моделей — около верхней стенки при движении внутренней поверхности корпуса и на дне канала в случае вращения шнека. Отличие значений максимальных температур на выходе из канала при сравнении вариантов 2 и 6 (см. Табл. 4), составляет 18,8%, а средних — 12,8%. Нужно отметить, что режим движения шнека менее всего сказывается на результатах, полученных для винтовой модели с зазором — погрешность около 2%. (варианты 5, 6, Табл. 4), наиболее близкой по геометрии к реальной конструкции.

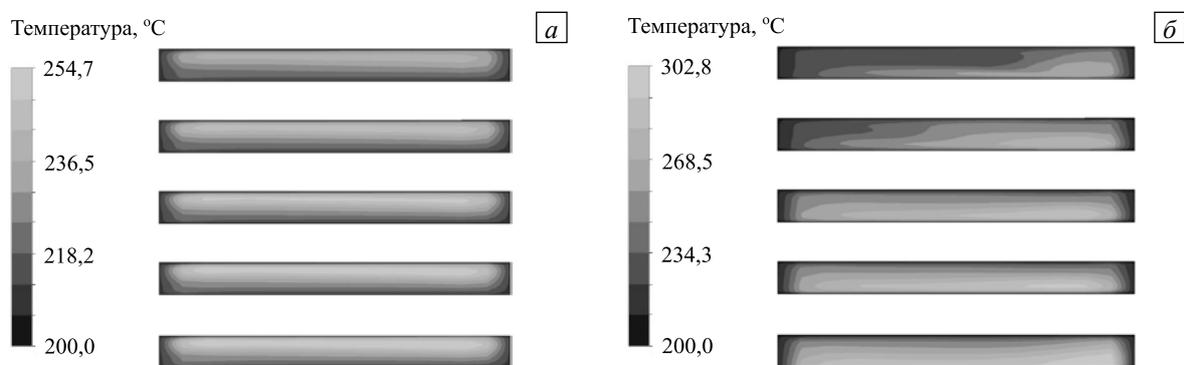


Рис. 6. Температурные поля для плоской модели канала: обратное движение (а); необратное движение (б)

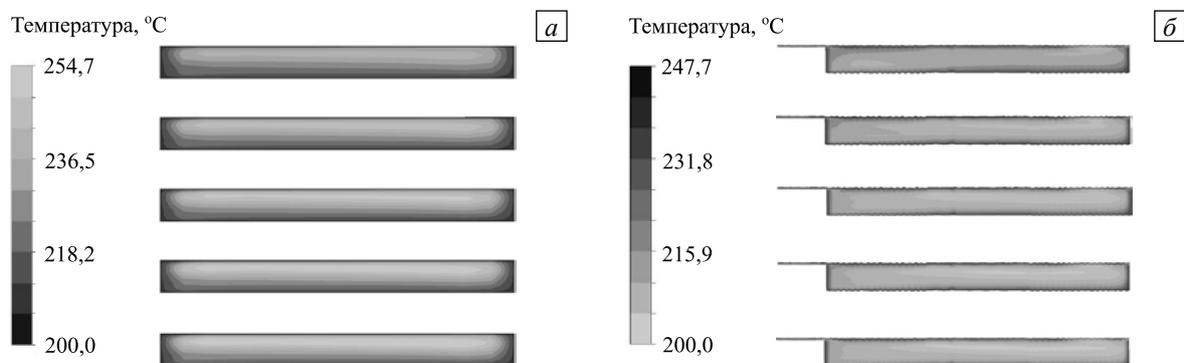


Рис. 7. Температурные поля с использованием принципа обратного движения: прямой канал (а); винтовой канал с зазором (б)

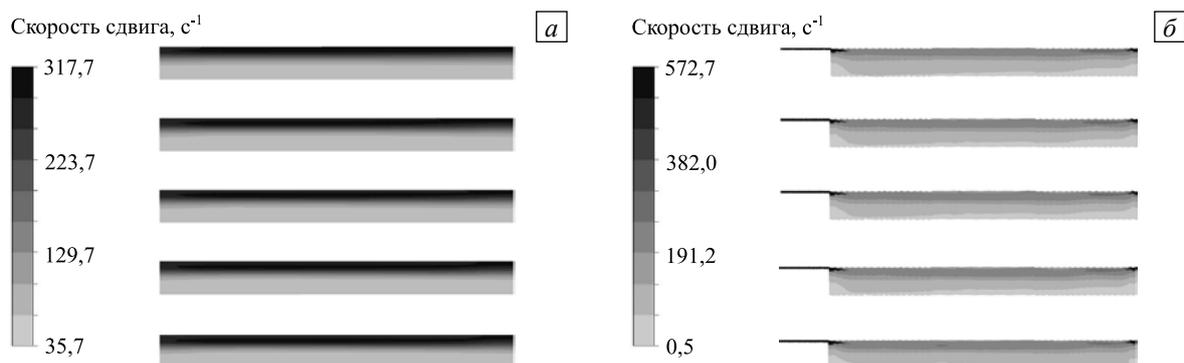


Рис. 8. Поля скоростей сдвига (принцип обратного движения): прямой канал (а); винтовой канал с зазором (б)

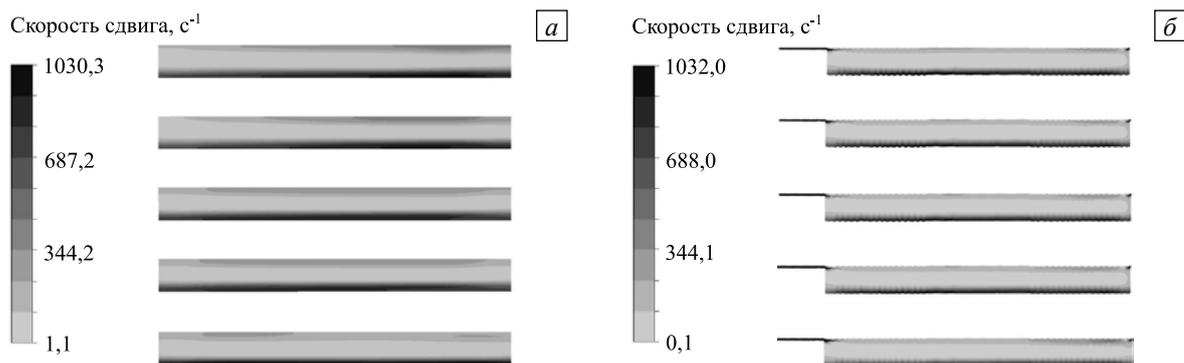


Рис. 9. Поля скоростей сдвига (вращение шнека): прямой канал (а); винтовой канал с зазором (б)

В случае движения шнека для модели плоского канала с использованием принципа обращенного движения и модели винтового канала с зазором отличие значений температур составляет менее 1%, несмотря на то, что характер течения расплава полимера в этих каналах различный.

Анализ полей скорости сдвига для разных геометрий каналов и различных условий движения границ (Рис. 8, 9) позволил сделать вывод о том, что максимальные скорости сдвига во всех моделях располагаются вблизи подвижных поверхностей. Нужно отметить, что максимальные и средние значения скоростей сдвига практически совпадают для обоих режимов течения и не зависят от геометрии (варианты 1, 3 и 2, 4, Табл. 4), а в модели винтового канала с зазором наблюдается значительное увеличение значений скоростей сдвига, по сравнению с другими моделями. Это явление связано с малой величиной зазора между гребнем шнека и внутренней поверхностью корпуса.

На рисунках 10, 11 представлены поля вязкости материала в поперечных сечениях для четырех вариантов расчета (Табл. 4). Видно, что максимальные значения вязкостей отвечают областям наименьших значений скоростей сдвига, в случае обращенного движения — областям вблизи поверхности, образуемой шнеком экструдера. При переходе к модели с вращением шнека три подвижных стенки меняют характер течения, наименьшие значения скоростей сдвига и максимальные значения вязкостей смещаются к середине канала, при этом имеют существенно большие по сравнению с моделями обращенного движения значения (см. варианты 1, 2 и 3, 4). Для винтовой модели с зазором (в наличии три подвижных стенки) в центре канала появляются области со значениями скорости сдвига, близкими к  $0,1 \text{c}^{-1}$ , что влечет за собой здесь существенное увеличение вязкости в соответствии с кривой течения (Рис. 4).

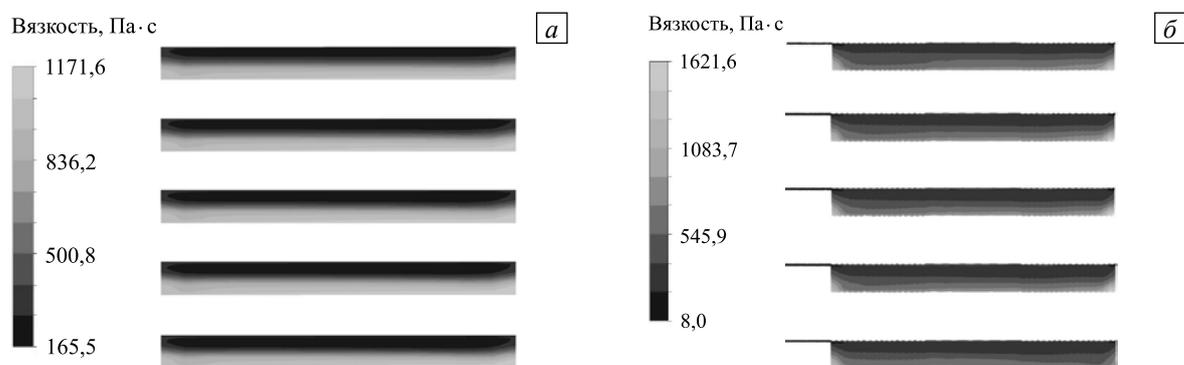


Рис. 10. Поля вязкости (принцип обращенного движения): прямой канал (а); винтовой канал с зазором (б)

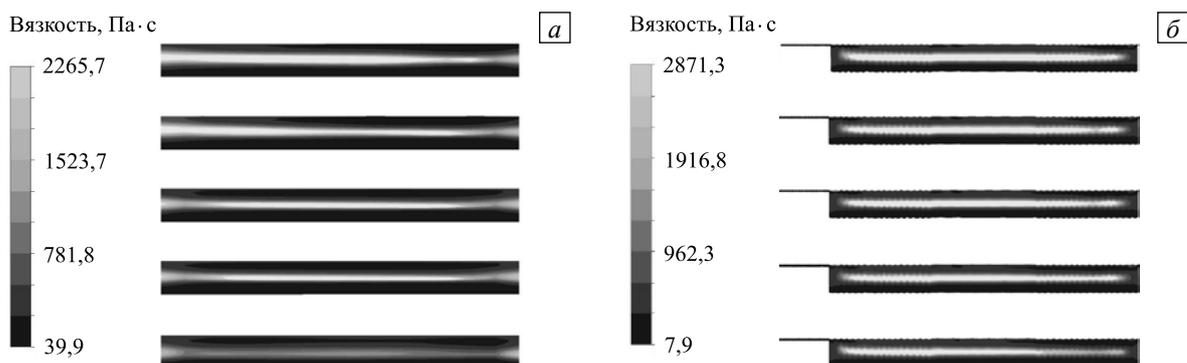


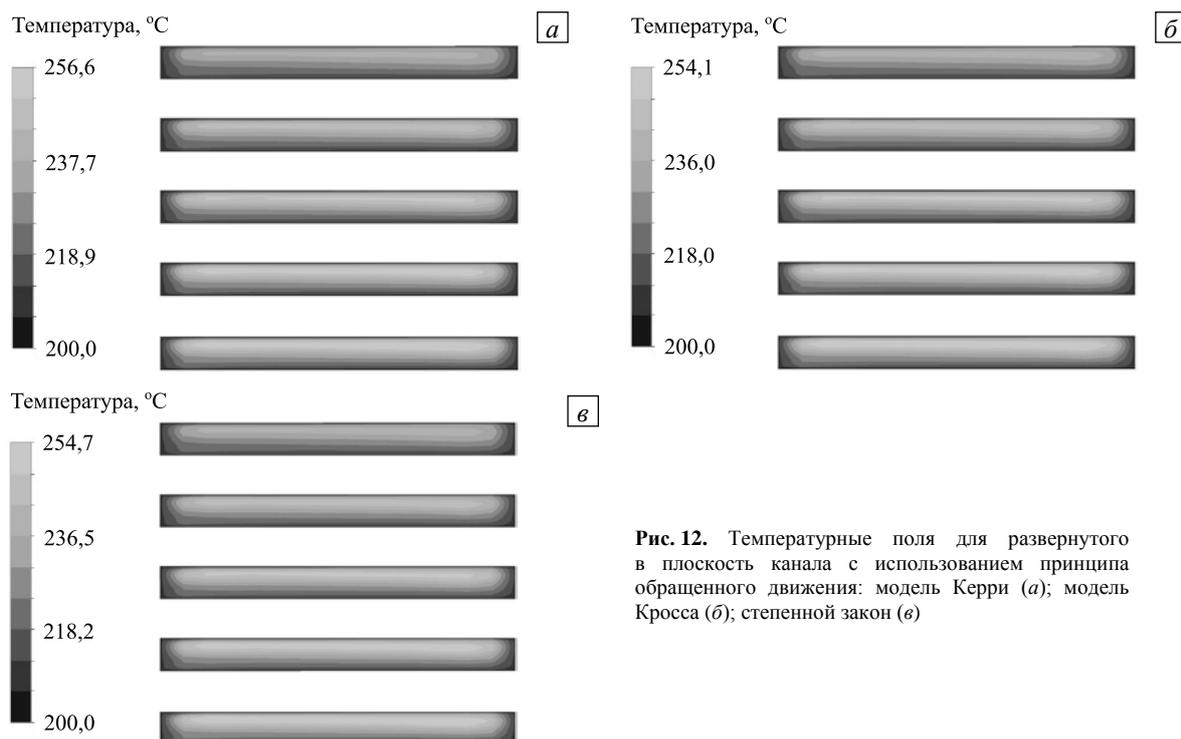
Рис. 11. Поля вязкости (вращение шнека): прямой канал (а); винтовой канал с зазором (б)

**Этап 3.** На этом этапе анализировалось влияние на процессы течения и теплообмена различных реологических моделей. В таблице 5 приведены значения средней ( $T_{\text{ср}}$ ) и максимальной ( $T_{\text{макс}}$ ) температур для различных геометрий канала, реологических законов и сделанных допущений (обращенное и необращенное движение).

Таблица 5. Расчетные значения средней и максимальной температур

Плоский канал				
Закон вязкости	Обращенное движение		Необращенное движение	
	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C
Степенной	254,7	233,8	302,8	263,8
Керри	256,6	234,8	294,6	259,0
Кросса	254,1	233,3	297,3	260,6
Винтовой канал				
Закон вязкости	Обращенное движение		Необращенное движение	
	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C
Степенной	250,1	233,5	289,3	262,3
Керри	250,5	233,8	282,9	258,2
Кросса	249,5	233,1	284,6	259,4
Винтовой канал с зазором				
Закон вязкости	Обращенное движение		Необращенное движение	
	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C	$T_{\text{макс}}$ , °C	$T_{\text{ср}}$ , °C
Степенной	247,7	231,6	254,1	235,0
Керри	248,1	232,1	249,2	231,8
Кросса	247,0	231,2	250,3	232,7

На рисунке 12 представлены поля температур расплава полимера по длине канала в случае плоской модели для различных реологических законов (см. Табл. 5). Отличие максимальных и средних температур на выходе из канала экструдера не превышает 2°C, несмотря на то, что степенной закон в области малых величин скоростей сдвига имеет существенное расхождения с экспериментальными данными и работает только в ограниченном диапазоне скоростей сдвига.



**Рис. 12.** Температурные поля для развернутого в плоскость канала с использованием принципа обращенного движения: модель Керри (а); модель Кросса (б); степенной закон (в)

Сравнение скоростей сдвига, реализующихся в канале для всех трех реологических законов при равных условиях и принятых допущениях показывает, что их значения отличаются не более чем на 3% (см. Табл. 6). Использование степенного закона при описании течения полимера в канале не приводит в зоне дозирования к возникновению скоростей сдвига, при которых данная реологическая модель описывала бы изменение вязкости некорректно. При рассмотрении моделей с учетом вращения шнека наблюдаются скорости сдвига менее  $1 \text{ с}^{-1}$ , что, несомненно, выходит за диапазон адекватного представления изменения вязкости, однако области с такими значениями скоростей сдвига малы и не оказывают существенного влияния на получаемые результаты. Таким образом, применение степенной зависимости вязкости от скорости сдвига при моделировании течения полимера в канале экструдера является правомерным.

Таблица 6. Средние по объему значения скоростей сдвига и вязкости для плоского канала

Реологический закон	Движение шнека	Скорость сдвига, $\text{с}^{-1}$			Вязкость, Па·с		
		Средн.	Макс.	Мин.	Средн.	Макс.	Мин.
Степенной	Обращенное	134,5	317,7	35,7	578,0	1172,0	165,5
	Необращенное	257,8	1030,0	1,1	757,1	6219,0	40,8
Модель Керри	Обращенное	134,4	324,1	36,1	606,3	1229,0	165,1
	Необращенное	244,1	1170,0	0,9	810,8	6170,0	34,0
Модель Кросса	Обращенное	134,5	320,2	35,8	577,9	1178,0	157,7
	Необращенное	253,0	1078,02	1,0	745,6	5331,0	36,1

Поскольку численные результаты, полученные авторами настоящей работы для трех разработанных математических моделей, в ряде случаев существенно отличаются, важной представлялась оценка адекватности предложенных моделей. С этой целью было проведено сопоставление данных авторских расчетов и данных численного и экспериментального исследования течения полимера в зоне дозирования из статьи [22]. Числовые значения авторов, данные эксперимента и расчета из [22] представлены в таблице 7 для всех комбинаций из моделей канала и движений шнека.

Таблица 7. Средние температуры расплава полимера на выходе из канала

Движение шнека	Плоский канал		Винтовой канал		Винтовой канал с зазором		Расчетные данные [22]		Экспериментальные данные [22]
	$T_{\text{ср}}, ^\circ\text{C}$	Погрешность, %							
Обращенное	185,8	1	180	2,2	179	2,7	178	3,3	184
Необращенное	221	20	208,3	13	184,4	0,2	–	–	–

Очевидно, что результаты расчета для всех трех моделей при использовании принципа обращенного движения достаточно хорошо совпадают с экспериментом — отличие менее 3%. В случае моделей с вращающимся шнеком хорошее согласование данных имеет место только для модели винтового канала с зазором, которое является наилучшим.

#### 4. Выводы

В результате проведенного исследования неизоотермических процессов течения расплавов полимеров в зоне дозирования пластицирующего экструдера для различных пространственных математических моделей и реологических законов можно сделать выводы:

- поскольку для ряда перерабатываемых полимеров значение максимальной температуры расплава имеет определяющее значение, то важным при расчете является адекватное описание зависимости вязкости полимеров от скорости сдвига и температуры;
- несмотря на то, что вискозиметрические кривые течения согласно моделям Керри и Кросса достаточно сильно отличаются от степенного закона, поля температур, вязкости и скоростей сдвига, полученные на их основе, достаточно хорошо совпадают;
- степенной закон имеет значительное преимущество, которое заключается в простоте его использования и малом количестве эмпирических коэффициентов;
- анализ математических моделей с различными геометриями каналов зоны дозирования позволяет говорить о правомерности их применения в случае обращенного движения;
- форма канала (плоская или винтовая) мало влияет на результаты расчета, в то время как выбор подвижной стенки (вращение корпуса или шнека) оказывает существенное влияние на результат;

- введение в расчет обращенного движения приводит к изменению характера течения, что влияет на значения температуры, вязкости и скоростей сдвига в канале экструдера;
- уместность введения в постановку задачи принципа обращенного движения зависит от выбора математической модели (геометрии) канала;
- модель винтового канала с учетом зазора над гребнем шнека позволяет получать адекватные решения без допущения об обратном движении и дает возможность рассматривать приближенные к реальным процессы теплопереноса как в основном канале экструдера, так и в зазоре, величина которого может существенно изменяться в процессе эксплуатации;
- модель винтового канала с зазором позволяет рассматривать совместное течение в канале экструдера и формующем инструменте, что невозможно при использовании модели плоского развернутого канала.

## Литература

1. Труфанова Н.М., Щербинин А.Г., Янков В.И. Плавление полимеров в экструдерах – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. – 336 с.
2. Раувендаль К. Экструзия полимеров. – СПб.: Профессия, 2008. – 786 с.
3. Altinkaynak A., Gupta M., Spalding M.A., Crabtree S.L. Melting in a single screw extruder: Experiments and 3D finite element simulations // *Int. Polym. Proc.* – 2011. – Vol. 26, no. 2. – P. 182-196. DOI
4. Rauwendaal C. Finite element studies of flow and temperature evolution in single screw extruders // *Plast. Rubber. Compos.* – 2004. – Vol. 33, no. 9-10. – P. 390-369. DOI
5. Fenner R.T. Developments in the analysis of steady screw extrusion of polymers // *Polymer.* – 1977. – Vol. 18, no. 6. – P. 617-635. DOI
6. Jaluria Y. Heat and mass transfer in the extrusion of non-Newtonian materials // *Advances in Heat Transfer.* – 1996. – Vol. 28. – P. 145-230. DOI
7. Wtjzer I.I., Jankov W.I. Isotermes flieben einer Viscosen Flussigkeit in den Kanalen konischer Schnecken // *Plaste und Kautschuk.* – 1979. – Vol. 26, no. 6. – P. 326-328.
8. Вопросы экструзии термопластов / Под ред. А.Н. Левина. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 332 с.
9. Торнер Р.В., Гудкова Л.Ф., Николаев И.К. Прямолинейно-параллельное установившееся движение аномально-вязкой жидкости между двумя параллельными стенками // *Механика полимеров.* – 1965. – Т. 1, № 6. – С. 138-145. (English version DOI).
10. Торнер Р.В., Гудкова Л.Ф. Объемный расход в плоском сходящемся вынужденном потоке несжимаемой аномально-вязкой жидкости // *Механика полимеров.* – 1966. – Т. 2, № 1. – С. 116-122. (English version DOI).
11. Труфанова Н.М. Переработка полимеров: Учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 159 с.
12. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1977. – 460 с.
13. Петров И.А., Славнов Е.В. Моделирование течения в шнеке с радиальным зазором как системы с распределенной обратной связью, описываемой дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2012. – Т. 5, № 1. – С. 107-113. DOI
14. Петров И.А., Славнов Е.В. Модель утечек через радиальные зазоры в одношнековом экструдере со слабо линейно изменяющейся по длине геометрией шнека // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2012. – Т. 5, № 4. – С. 461-468. DOI
15. Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Исследование течения полимерных жидкостей в винтовых уплотнениях // *Химическое и нефтегазовое машиностроение.* – 2005. – № 6. – С. 6-9. (English version DOI).
16. Субботин Е.В., Щербинин А.Г., Труфанова Н.М. Численный анализ процессов теплопереноса полимеров в винтовом канале экструдера с учетом теплопроводности шнека // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2015. – Т. 8, № 3. – С. 329-339. DOI
17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012660591, РФ. Программный комплекс по расчету процессов теплопереноса полимерных материалов в каналах одношнековых экструдеров («Universal Screw 12») / Субботин Е.В., Щербинин А.Г.; правообладатель ФГБОУ ВПО «ПНИПУ». – № 2012618748 Заявл. 16.10.2012; опубл. 23.11.2012.
18. Янков В.И., Первадчук В.П., Боярченко В.И. Процессы переработки волокнообразующих полимеров (методы расчета). – М.: Химия, 1989. – 320 с.
19. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. – М.: Химия, 1977. – 440 с.
20. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепции, методы, приложения. – СПб.: Профессия, 2007. – 560с.
21. Carreau P.J. Rheological equations from molecular network theories // *J. Rheol.* – 1972. – Vol. 16, no. 1. – P. 99. DOI
22. Syrjälä S. On the analysis of fluid flow and heat transfer in the melt conveying section of a single-screw extruder // *Numer. Heat Tr. A-Appl.* – 1999. – Vol. 35, no. 1. – P. 25-47. DOI

## References

1. Trufanova N.M., Shcherbinin A.G., Yankov V.I. *Plavlenie polimerov v ekstruderakh* [Polymers melting in extruders]. Moscow-Izhevsk: SIC “Regular and Chaotic Dynamics”, 2009. 336 p.
2. Rauwendaal Ch. *Polymer Extrusion*. New York: Hanser Gardner Publisher, 2001. 804 p.
3. Altinkaynak A., Gupta M., Spalding M.A., Crabtree S.L. Melting in a single screw extruder: Experiments and 3D finite element simulations. *Int. Polym. Proc.*, 2011, vol. 26, no. 2, pp. 182-196. DOI
4. Rauwendaal C. Finite element studies of flow and temperature evolution in single screw extruders. *Plast. Rubber. Compos.*, 2004, vol. 33, no. 9-10, pp. 390-369. DOI
5. Fenner R.T. Developments in the analysis of steady screw extrusion of polymers. *Polymer*, 1977, vol. 18, no. 6, pp. 617-635. DOI

6. Jaluria Y. Heat and mass transfer in the extrusion of non-Newtonian materials. *Advances in Heat Transfer*, 1996, vol. 28, pp. 145-230. DOI
7. Wtjzer I.I., Jankov W.I. Isotermes flieben einer Viscosen Flussigkeit in den Kanalen konischer Schnecken. *Plaste und Kautschuk*, 1979, vol. 26, no. 6, pp. 326-328.
8. *Voprosy ekstruzii termoplastov* [Issues of extrusion of thermoplastics], ed. by A.N. Levin. Moscow: Inostrannaya literatura, 1963. 332 p.
9. Torner R.V., Gudkova L.F., Nikolaev I.K. Steady plane-parallel flow of an anomalously viscous fluid between parallel plates. *Polymer Mechanics*, 1965, vol. 1, no. 6, pp. 82-85. DOI
10. Torner R.V., Gudkova L.F. Volume flowrate in a plane convergent forced flow of an incompressible non-Newtonian liquid. *Polymer Mechanics*, 1966, vol. 2, no. 1, pp. 79-82. DOI
11. Trufanova N.M. *Pererabotka polimerov* [Polymer processing]. Perm: Perm State Technical University, 2009. 159 p.
12. Torner R.V. *Grundprozesse der Verarbeitung von Polymeren* [Theoretical foundations of polymer processing]. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1974.
13. Petrov I.A., Slavnov E.V. Modeling of flow in an extruder with radial clearance as a distributed feedback system described by a delay differential equation. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol.5, no. 1, pp. 107-113. DOI
14. Petrov I.A., Slavnov E.V. Model of leakages through radial clearances in a single screw extruder with linearly changing geometry of screw. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 4, pp. 461-468. DOI
15. Yankov V.I., Trufanova N.M., Shcherbinin A.G. Flow of polymeric fluids in helical seals. *Chem. Petrol. Eng.*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 299-306. DOI
16. Subbotin E.V., Shcherbinin A.G., Trufanova N.M. Numerical analysis of heat and mass transfer of polymer in extruder screw channel taking into account thermal conductivity of screw. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol.8, no. 3, pp. 329-339. DOI
17. Subbotin E.V., Shcherbinin A.G. Software for analyzing heat and mass transfer processes of polymer materials in single screw extruder channels («Universal Screw 12»). Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registratsii programmy dlya EVM № 2012660591, RF; Perm National Research Polytechnic University, No. 2012618748, appl. 16 October 2012; publ. 23 November 2012.
18. Yankov V.I., Pervadchuk V.P., Boyarchenko V.I. *Protsessy pererabotki voloknoobrazuyushchikh polimerov (metody rascheta)* [Processes of recycling of the fiber-forming polymers (calculation methods)]. Moscow: Khimiya, 1989. 320 p.
19. Vinogradov G.V., Malkin A.Ya. *Reologiya polimerov*. [Polymer rheology]. Moscow: Khimiya, 1977. 440 p.
20. Malkin A.Ya., Isayev A.I. *Rheology. Concepts, methods, and applications*. ChemTec Publishing, 2017. 500 p.
21. Carreau P.J. Rheological equations from molecular network theories. *J. Rheol.*, 1972, vol. 16, no. 1, pp. 99. DOI
22. Syrjälä S. On the analysis of fluid flow and heat transfer in the melt conveying section of a single-screw extruder. *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, 1999, vol. 35, no. 1, pp. 25-47. DOI

Поступила в редакцию 05.12.2016; опубликована в электронном виде 30.06.2017

---

Сведения об авторах

Труфанова Наталья Михайловна, д.т.н., проф., зав. каф., Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, Пермь, Комсомольский проспект, д. 29; e-mail: ktei@pstu.ru

Ершов Сергей Викторович, инж.-исслед., ПНИПУ; e-mail: ershov\_sv@bk.ru