

DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.1.2  
УДК 539.3

## ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ ПРИ МАЛОЦИКЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

И.А. Волков<sup>1,2</sup>, Л.А. Игумнов<sup>2</sup>, И.С. Тарасов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород, Российская Федерация

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

Обсуждается проблема оценки прочности и ресурса ответственных инженерных объектов, эксплуатационные свойства которых характеризуются многопараметрическими нестационарными термомеханическими воздействиями. Рассмотрены основные деградационные механизмы конструкционных материалов (металлов и их сплавов), характерные для данных объектов. Сформулированы основные требования к математическим моделям накопления усталостных повреждений. Для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) и усталостной долговечности ответственных инженерных объектов (ОИО) с современных позиций механики поврежденной среды (МПС) развита математическая модель, описывающая циклическое термопластическое деформирование и накопление усталостных повреждений в конструкционных сплавах при многоосных непропорциональных путях комбинированного термомеханического нагружения. Модель МПС состоит из трёх взаимосвязанных частей: определяющих соотношений термопластичности с учётом их вида в зависимости от процесса разрушения, эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений и критерия прочности поврежденного материала. В целях качественной и количественной оценок определяющих соотношений МПС при малоцикловых режимах термоциклического нагружения проведено сравнение численных и экспериментальных результатов, полученных для усталостной долговечности компактного образца с выточками в условиях одноосного напряженного состояния при блочных режимах термоциклического нагружения, которое позволило сделать вывод о достоверности определяющих соотношений модели МПС при термической усталости. Подход же, основанный на правиле Пальмгрена–Майнера (правило линейного суммирования повреждений), может привести при расчёте усталостной долговечности элементов конструкций как к консервативной, так и к неконсервативной оценке, что подтверждается экспериментальными и теоретическими исследованиями зарубежных и отечественных авторов. В работе представлены результаты численного моделирования усталостной долговечности компактного образца с затупленным вырезом при двух историях нагружения. Показано, что несколько циклов повышенного нагружения в начале истории деформирования служат причиной того, что правило линейного суммирования повреждений действительно даёт ошибку как в консервативную, так и в неконсервативную сторону.

*Ключевые слова:* моделирование, напряженно-деформированное состояние, пластичность, малоцикловая усталость, механика поврежденной среды, накопление повреждений, прочность, долговечность, разрушение, ресурс

## EVALUATING FATIGUE LIFE OF MATERIALS AND STRUCTURES UNDER LOW-CYCLE LOADING

I.A. Volkov<sup>1,2</sup>, L.A. Igumnov<sup>2</sup> and I.S. Tarasov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russian Federation

<sup>2</sup>Research Institute for Mechanics, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,  
Nizhny Novgorod, Russian Federation

The problem of evaluating strength and fatigue life of critical engineering objects, the operational properties of which are characterized by multi-parametric nonstationary thermal-mechanical effects, is discussed. The main degradation mechanisms of structural materials (metals and their alloys) characteristic of such objects are considered. The main requirements for mathematical models of fatigue damage accumulation are formulated. To evaluate the stress-strained state (SSS) and fatigue life of critical engineering facilities (CEF) in the framework of modern achievements of mechanics of damaged media (MDM), a mathematical model is developed which describes the processes of cyclic thermal-plastic deformation and fatigue damage accumulation in structural alloys subject to multiaxial non-proportional paths of combined thermal-mechanical loading. The MDM model consists of three interconnected parts: thermal plasticity constitutive equations, accounting for their dependence on the failure process; an evolution equation of damage accumulation and a strength criterion of a damaged material. To qualitatively and quantitatively assess the constitutive relations of MDM for low-cycle modes of thermal-cyclic loading, the numerical and experimental results for the fatigue life of a notched compact sample in a non-uniaxial stress state under block modes of thermal-cyclic loading were compared, which supported the validity of the constitutive relations of the MDM model for thermal fatigue. An approach based on the Palmgren-Miner rule of linear summation of damage, when used for evaluating the fatigue life of structural elements, may result in both conservative and non-conservative estimates. This conclusion is confirmed by the experimental and theoretical studies of foreign and domestic authors. The results of numerical modeling of the fatigue durability of a compact specimen with an obtuse notch are presented for two loading histories. It is shown that several cycles of more intensive loading at the beginning of the strain history are the reason why the rule of linear summation of damage can overestimate or underestimate the value.

*Key words:* modeling, stress-strained state, plasticity, low-cycle fatigue, mechanics of deformed media, damage accumulation, strength, durability, failure, service life

### 1. Введение

Развитие конструкций и аппаратов современного энергомашиностроения, самолетостроения, ракетостроения и других характеризуется увеличением их рабочих параметров, снижением металлоёмкости за счёт оптимального проектирования и применения новых высокопрочных

конструкционных материалов, значительным ростом удельного веса нестационарных режимов термосилового нагружения. Всё более жёсткие требования предъявляются к снижению материалоемкости конструкций, что приводит к повышению общей и местной напряжённости конструктивных элементов и, как следствие, уменьшению коэффициента запаса прочности. Одновременно значительно увеличиваются требования к надёжности и длительности безаварийной эксплуатации (для авиационных двигателей — до нескольких тысяч часов, для атомных электростанций — до десятков лет) как конструкции в целом, так и её отдельных элементов. Подобные тенденции привели к тому, что в настоящее время основными целями при проектировании и эксплуатации конструкций и аппаратов новой техники являются надёжная расчётная оценка ресурса вновь создаваемых аппаратов, диагностика ресурса выработанного и прогнозирование индивидуального остаточного ресурса действующих аппаратов и конструкций.

Внезапные прочностные отказы конструктивных элементов являются следствием деградации начальных прочностных характеристик конструкционных материалов в результате накопления повреждений под воздействием физических полей различной природы. Ввиду локальности деградационных процессов работоспособность конструктивных элементов определяется ресурсом их опасных зон — зон с наибольшими темпами ухудшения физико-механических свойств. Параметры этих зон могут сильно отличаться вследствие различия свойств самих материалов, конструктивных особенностей, эксплуатационных условий, технологии изготовления и другого.

Для слежения за текущим состоянием материала в опасных зонах применяются как прямые методы неразрушающего контроля, так и косвенные, основанные на непосредственном анализе эксплуатационных параметров интересующего узла (например, вибродиагностирование), на построении вероятностных прогнозных моделей и на прямом математическом моделировании процессов накопления повреждений в каждой опасной зоне по фактической истории её нагружения [1].

Неразрушающее обследование состояния материала ввиду трудности или невозможности доступа к проблемным зонам при эксплуатации объекта может эффективно применяться лишь на стадиях изготовления и монтажа и, частично, при проведении плановых ремонтов или продлении назначенных сроков службы. Кроме того, разрешающая способность наиболее распространённых методов позволяет обнаруживать уже зародившиеся усталостные трещины определённой длины и глубины (порядка нескольких миллиметров). Новые же физические методы неразрушающего контроля (спектрально-акустические методы, метод вдавливания индентора) дают возможность количественно оценить объёмную долю рассеянных в материале дефектов по косвенным признакам (затуханию акустических волн или изменению параметров при вдавливании индентора), однако только в доступных для расположения датчиков местах, и требуют проведения предварительного экспериментального тестирования эксплуатационных условий нагружения инспектируемой зоны.

Методы, основанные на построении вероятностных моделей оценки выработанного ресурса и прогноза ресурса остаточного, наталкиваются на существенные трудности при применении их к малосерийным и уникальным инженерным объектам. Как показывает опыт, даже однотипное оборудование, как правило, работает в различных условиях эксплуатации, что вызывает значительные трудности при сборе представительной статистической информации о наработках на отказ. Поэтому индивидуальные значения вероятностей безотказной работы или риска отказов для такого оборудования имеют условный характер.

На стадии проектирования обеспечение безопасности сводится, с точки зрения прочности, к обоснованию ресурса (наработки) в течение заданного срока службы для исходной консервативной модели эксплуатации объекта (заложенной в проект истории нагружения конструктивного узла) с запасами на «незнание» истинных условий эксплуатации, реальных индивидуальных физико-механических и прочностных характеристик конструкционных материалов, предельных состояний, приближённости расчётных методик и другого.

На стадии эксплуатации решение этой проблемы возможно только с помощью мониторинга ресурса [1, 2], одной из основных задач которого является контроль при работе объекта индивидуального выработанного ресурса в каждой опасной зоне наиболее нагруженных конструктивных элементов, индивидуальной повреждённости материала этих зон по известной фактической истории их деформирования. Наиболее эффективно для этих целей математическое моделирование процессов деградации с использованием современных моделей и методов механики повреждённой среды (МПС) и механики разрушения [3–15]. Полученные в результате моделирования расчётные значения повреждённости материала в доступных зонах должны корректироваться путём периодического неразрушающего контроля современными физическими методами состояния материала доступных зон при остановках или ремонтах объекта.

Разработано большое количество уравнений, описывающих повреждённость материала. Однако большинство их ориентировано только на определённые классы нагружения, они не связаны с конкретными уравнениями процессов деформирования и, следовательно, не могут отразить зависимость накопления повреждений от истории изменения напряжённо-деформированного состояния (НДС), температуры, скорости деформации. На самом деле история вязкопластического деформирования (вид траектории деформирования, характер изменения температуры, вид напряжённого состояния и его изменения и другое) существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений.

Это подчеркивает важность рассмотрения кинетики НДС в опасных зонах конструктивных элементов и её теоретического описания соответствующими уравнениями состояния. Можно сказать, что в настоящее время развитие уравнений состояния и, в частности, уравнений для вязкоупругопластических сред, должно ориентироваться на потребности механики разрушения и иметь направленность на описание основных эффектов, влияющих на скорость процессов накопления повреждений. Цель исследования в данной области — не столько уточнение различных формулировок, необходимых для установления макроскопических деформаций при заданной истории нагружения, сколько стремление разобраться в основных закономерностях деградации свойств материалов, подготавливающих и определяющих разрушение.

Ни одна из предпринятых к настоящему времени попыток количественно связать повреждение с изменением измеримого физического параметра (магнитной проницаемости, электросопротивления, твердости, модулей упругости и другого) в общем случае не позволила получить результаты, которые могли бы использоваться в практических расчётах. Поэтому в последнее время развивается другой подход, основанный на введении некоторого параметра, характеризующего степень повреждённости материала на макроуровне. В общем случае это должен быть тензор второго или более высокого ранга, зависящий от истории НДС. Однако ввиду отсутствия необходимой экспериментальной информации в качестве меры повреждённости в большинстве случаев выбирается скалярный параметр  $\omega$ , изменяющийся от начального состояния  $\omega_0$ , соответствующего неповреждённому материалу, до предельной величины  $\omega_f$ , соотносящейся с образованием в данном объёме материала макроскопической трещины некоторых размеров.

Естественно, что высказанные соображения с точки зрения реальных процессов на уровне микроструктуры материала имеют очень приближённый характер. Однако сегодняшняя практика использования скалярного параметра повреждённости  $\omega$  для различных механизмов исчерпания ресурса позволяет утверждать, что такой подход достаточно эффективен в приложениях к машиностроительным изделиям, и с его помощью можно достаточно корректно оценивать процесс исчерпания ресурса конструкционных материалов и узлов.

Ниже с современных позиций МПС развита математическая модель накопления усталостных повреждений в металлах и их сплавах при многоосных напряжённых состояниях и произвольных сложных траекториях малоциклового нагружения. Для этих условий представлен вариант определяющих соотношений, используемый для оценки в материалах и конструкциях их усталостной долговечности.

## 2. Определяющие соотношения МПС

Модель повреждённой среды состоит из трёх взаимосвязанных частей [3, 16–18]:

- соотношений, определяющих термопластическое поведение материала, с учётом зависимости их вида от процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;
- критерия прочности повреждённого материала.

### 2.1. Соотношения термопластичности

Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях:

- компоненты тензора малых деформаций  $e_{ij}$ , заданного в ортогональной декартовой системе координат с локальными векторами базиса  $\bar{e}_i$ , и соответствующие им компоненты тензора скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  представляют сумму «мгновенной» и «временной» составляющих. «Мгновенные» составляющие компонент тензоров деформаций и скоростей деформаций включают упругие деформации  $e_{ij}^e$ ,  $\dot{e}_{ij}^e$  (не зависящие от истории нагружения и отвечающие конечному состоянию процесса деформирования) и пластические —  $e_{ij}^p$ ,  $\dot{e}_{ij}^p$  (зависящие от истории нагружения);
- начальная поверхность текучести для различных температур представляется уравнением в форме Мизеса; эволюция изменения поверхности текучести учитывается через изменение её радиуса  $C_p$  и перемещение её центра  $\rho_{ij}$ ;
- справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;
- изменение объёма тела упруго ( $e_{ii}^p \equiv 0$ );
- среды начально изотропны;
- учитывается только анизотропия, вызванная процессами необратимого деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными компонентами тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned}\sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)], & \sigma_{ij} &= 2Ge'_{ij}, & e'_{ij} &= e'_{ij} - e'_{ij}{}^p, \\ \dot{\sigma} &= 3K[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}] + \dot{K}\sigma/K, & \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{e}'_{ij} + \dot{G}\sigma'_{ij}/G.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь и далее точка над символом означает дифференцирование по времени  $t$ ;  $\sigma, \dot{\sigma}, e, \dot{e}$  — шаровые, а  $\sigma'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}, e'_{ij}, \dot{e}'_{ij}$  — девиаторные составляющие компонент тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$ , деформаций  $e_{ij}$  и их скоростей  $\dot{\sigma}_{ij}, \dot{e}_{ij}$  соответственно;  $T$  — температура;  $T_0$  — начальная температура;  $K(T)$  — модуль объёмного сжатия;  $G(T)$  — модуль сдвига;  $\alpha(T)$  — коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с помощью поверхности текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится понятие поверхности циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчётах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, выглядит следующим образом:

$$F_p = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  — максимальный за историю нагружения модуль переменной  $\rho_{ij}$ .

Для радиуса поверхности текучести принимается эволюционное уравнение вида [3, 16–18]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij}\right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1 \quad (i=1, 2), \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{1/2}}, \quad (7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, & F_p = 0 \wedge \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p > 0 \\ 0, & F_p < 0 \vee \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p). \quad (8)$$

Здесь  $q_1, q_2, q_3$  — модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения ( $q_1$ ), излому траектории деформирования на  $90^\circ$  ( $q_2$ ), температурному изменению радиуса поверхности текучести ( $q_3$ );  $a$  — постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса циклического деформирования материала;  $Q_s$  — стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ;  $\chi$  и  $\chi_m$  — длины траекторий пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружениях;  $C_p^0$  — начальное значение радиуса поверхности текучести;  $\theta$  — угол, характеризующий отклонение вектора догрузки в точке нагружения от нормали к поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ( $H(F_p)=1$  и  $\Gamma(F_p)=0$ ), второй член — циклическое упрочнение материала ( $H(F_p)=0$  и  $\Gamma(F_p)=1$ ), а третий — изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) моделирует локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра  $A$ , характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы  $H(F_p)$  и  $\Gamma(F_p)$  позволяют автоматически разделить процессы монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина (общем для пластических материалов запаздывании векторных свойств при сложном нагружении), заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории. Внутренняя переменная  $\rho_{ij}$  (тензор микронапряжений), учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [3, 16–18]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (9)$$

где  $g_1 > 0$ ,  $g_2 > 0$  и  $g_3 > 0$  — модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий — за изменение  $\rho_{ij}$  в результате воздействия температуры  $T$ .

Уравнение (9) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной  $\rho_{ij}$  (скорость изменения  $\rho_{ij}$  является разностью между двумя составляющими:  $g_1 \dot{e}_{ij}^p$  и  $g_2 \rho_{ij} \dot{\chi}$ ).

Для характеристики поведения поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_p)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle. \quad (10)$$

Здесь и далее для любой величины  $\dot{B}$ , заключённой в угловые скобки  $\langle \dot{B} \rangle$ , выполняются условия

$$\langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0; \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0. \end{cases}$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений в конце этапа нагружения.

## 2.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений

Экспериментальный и теоретический анализ процессов повреждённости материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объёме материалов в следующем общем виде [2–6, 12, 13, 18, 21]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle, \quad (12)$$

где функция  $f_1(\theta)$  описывает влияние кривизны траектории деформирования,  $f_2(\beta)$  — вид (объёмность) напряжённого состояния,  $f_3(\omega)$  — уровень накопленной повреждённости,  $f_4(Z)$  — накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов. Конкретизация данного соотношения для случая малоцикловой усталости приводит к следующему виду уравнения накопления повреждений [3, 16–18]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f(\beta) Z^{\alpha_p} (1 - \omega)^{-r_p} \langle \dot{Z} \rangle, \quad (13)$$

где

$$Z = \frac{W_p - W_a}{W_p^f - W_a}; \quad (14)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{\dot{W}_p}{W_p^f - W_a}, \quad \dot{W}_p = \rho_{ij} \dot{e}_{ij}^p; \quad (15)$$

$$f(\beta) = \exp(k_p \beta), \quad \beta = \sigma / \sigma_a, \quad (16)$$

где  $\alpha_p$ ,  $r_p$  и  $k_p$  — параметры материала;  $W_p$  — энергия, затраченная на образование дефектов при нестационарном термопластическом деформировании;  $W_a$  — значение  $W_p$  в конце фазы зарождения дефектов;  $W_p^f$  — значение  $W_p$ , соответствующее образованию макроскопической трещины определённого размера ( $\sim 1$  мм).

### 2.3. Критерий прочности повреждённого материала

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величиной повреждённости своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (17)$$

Интегрирование эволюционного уравнения накопления повреждений (13)–(16) совместно с определяющими соотношениями термовязкопластичности (1)–(11) и критерием разрушения (17) по известной истории термомеханического нагружения в данном элементарном объёме материала даёт возможность установить момент образования макроскопической трещины при механизме деградации, сочетающем усталость и ползучесть материала.

### 2.4. Определение параметров модели МПС

Материальные параметры уравнений МПС (1)–(17) берутся из базовых экспериментов. Базовые эксперименты имеют изотермический характер и проводятся при постоянных температурах  $T_j$  на цилиндрическом трубчатом и цилиндрическом сплошном образцах. Тип образцов обусловлен тем, что должно обеспечиваться однородное распределение полей напряжений, деформаций и температур в пределах рабочей части, исключаться возможность потери устойчивости и формоизменения образца при знакопеременном нагружении, а также устраняться влияние концентраторов на НДС при переходе от рабочей части к утолщённым местам.

Материальные параметры определяющих соотношений термопластичности, входящие в выражения (1)–(11), находятся из различных экспериментов:

- $q_1, q_3, g_1, g_2$  и  $g_3$  — из опытов на одноосное растяжение–сжатие цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний [3];
- $Q_1$  — из испытаний на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций;
- параметр  $a$  — из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления  $C_p$  к установившемуся состоянию;
- $q_2$  — из эксперимента на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения  $e_{11}^{p*}$  и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве  $\sigma_{11} - \sigma_{12}$ .
- $Q_2$  — из эксперимента на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций до стабилизации петли гистерезиса в каждом блоке: первый блок — это симметричное циклическое растяжение–сжатие, второй — последующее циклическое симметричное нагружение образца кручением.

Методика определения материальных параметров эволюционных уравнений накопления повреждений (13)–(17), описывающих кинетику накопления повреждений при малоциклового усталости, изложена в [3].

### 3. Результаты исследований

В работе [19] для изучения закономерностей накопления усталостных повреждений проведена серия испытаний на толстостенных образцах с концентраторами напряжений при блочных режимах нестационарного термоциклического нагружения. Испытывались образцы из нержавеющей стали X18H9T, прошедшей предварительную термическую обработку, заключающуюся в нагреве до температуры  $T = 1050^\circ\text{C}$  с последующим охлаждением в воде. Образцы имели форму диска диаметром 25 мм и толщиной 5 мм с четырьмя продольными надрезами на наружной стороне (см. Рис. 1). Термоусталостное нагружение осуществлялось путём циклического нагрева и охлаждения образцов.

С ростом числа циклов нагружения возрастала плотность и коллективное

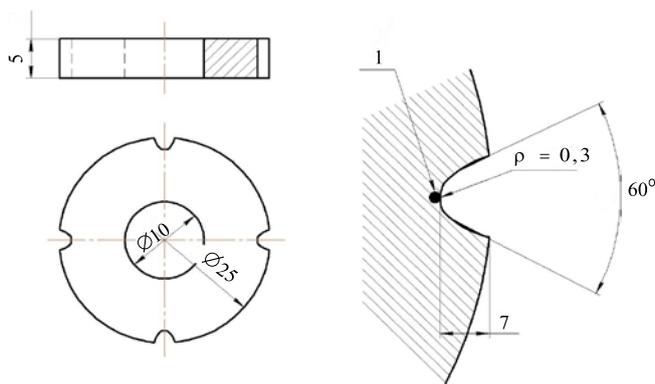


Рис. 1. Геометрия компактного образца с затупленными вырезами

взаимодействие развивающихся микрповреждений. Окончанием этой фазы процесса разрушения было образование начальной макротрещины, длина которой равнялась 0,05 мм. Эта величина и была принята как допуск, соответствующий образованию макротрещины. При большей длине наблюдалось появление встречных трещин с внутренней стороны и затем происходило разделение образца на части.

Параметры двух режимов термоциклического нагружения из [19] представлены в таблице 1. Время нагрева  $t_{\text{нагр}} = 17$  мин обеспечивало полный прогрев образцов до заданной максимальной температуры  $T_{\text{max}}$ . За время охлаждения  $t_{\text{охл}} = 2$  мин температура по объёму образца выравнивалась до  $T_{\text{min}}$ . Была принята следующая программа испытаний. Блочные режимы термоциклического нагружения получались комбинацией двух вышеописанных режимов: в режиме 1–2 сначала происходило нагружение в режиме 1, а затем осуществлялся переход на режим 2; в режиме 2–1 порядок перехода был обратным. В соответствии с принятой программой во время испытаний фиксировалось образование макроскопических трещин, и проводилась статистическая обработка результатов экспериментов. В режимах 1–2 и 2–1 было испытано по 18 образцов в каждом. Полученные экспериментальные данные засвидетельствовали заметное отклонение от правила линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена–Майнера) [2, 4].

Таблица 1. Параметры режимов термоциклических испытаний

Режим	$T_{\text{max}}$ , °C	$T_{\text{min}}$ , °C	$t_{\text{нагр}}$ , МИН	$t_{\text{охл}}$ , МИН
1	750	20	17	2
2	600	20	17	2

Численное решение задачи оценки усталостной долговечности компактного образца с концентраторами при термоциклическом нагружении выполнялось в два этапа.

На первом этапе для оценки полей напряжений и деформаций, а также кинетики НДС в «опасных» зонах (концентраторах напряжений) определялись температурные поля в образце путём решения нестационарной задачи теплопроводности для фазы разогрева образцов до температур  $T = 600^\circ\text{C}$  и  $750^\circ\text{C}$  соответственно и их последующего охлаждения до температуры  $T = 20^\circ\text{C}$  [20]. При расчёте режим разогрева моделировал работу трубчатой (распашной) печи [21]. Поскольку такая печь является высокотемпературной, то есть такой, в которой процесс теплопередачи от нагревательных элементов к образцу осуществляется преимущественно за счёт лучистого теплообмена, то влиянием конвективного теплообмена на фазе разогрева пренебрегали.

Анализ температурных полей в фазе разогрева показал [22], что при этом наблюдается небольшая разница температур (не превышает  $3^\circ\text{C}$ ) по всему объёму материала, что говорит об однородности температурного поля, и деформирование образца при нагреве происходит по механизму всестороннего равномерного растяжения. Необратимых деформаций в этой фазе термоциклического нагружения не образуется. Таким образом, накоплением повреждений можно пренебречь.

Охлаждение образца рассматривалось как процесс конвективного теплообмена между наружной поверхностью образца и охлаждающей жидкостью (водой). При численном моделировании охлаждения путём конвективного теплообмена учитывался фазовый переход воды и кризис теплоотдачи [22].

Анализ результатов численных расчётов в фазе охлаждения показал, что наибольший перепад температуры в образце при охлаждении его от  $750^\circ\text{C}$  до  $20^\circ\text{C}$  равен  $150^\circ\text{C}$ , а при охлаждении от  $600^\circ\text{C}$  до  $20^\circ\text{C}$  составляет  $126^\circ\text{C}$ . При этом поле температур по объёму образца неоднородно, и наиболее охлаждённые области располагаются по торцевой поверхности образцов вблизи выточек (концентраторов напряжений).

На втором этапе с использованием определяющих соотношений МПС [3, 16–18] численно решена задача оценки усталостной долговечности компактного образца с выточками при блочном термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряжённого состояния. Использовались физико-механические характеристики нержавеющей стали X18H9T и материальные параметры модели МПС [3, 16–18], приведенные в таблицах 2–4.

На рисунке 2а приведено распределение интенсивности пластических деформаций в объёме образца при максимальном градиенте температуры для блочного режима термопластического нагружения 1–2 ( $20^\circ\text{C} \rightarrow 750^\circ\text{C} \rightarrow 20^\circ\text{C}$ ) (аналогичные зависимости для режима нагружения 2–1 ( $20^\circ\text{C} \rightarrow 600^\circ\text{C} \rightarrow 20^\circ\text{C}$ ) показаны далее на рисунке 2б). Максимальные значения интенсивности пластических деформаций наблюдаются на торцевых поверхностях образца вблизи концентраторов напряжений (наиболее нагруженных зон), где процессы накопления повреждений происходят наиболее высокими темпами.

Таблица 2. Физико-механические характеристики нержавеющей стали X18H9T

Температура $T$ , °C	20	150	350	500	750
Характеристики					
$K$ , МПа	162,5	153,6	140,2	131,1	113,2
$G$ , МПа	75	71,7	65,8	61,7	53,6
$E$ , МПа	195	186	171	160	139
$\alpha$ , 1/град	0,0000166	0,0000168	0,0000178	0,0000183	0,0000191
$C_p^0$ , МПа	209	182	176	149	140
$g_1$ , МПа	20850	15670	13900	13210	12475
$g_2$	296	278	270	267	264
$W_p^f$ , МДж/м <sup>3</sup>	371	279	247	239	233

Таблица 3. Значения модуля изотропного упрочнения  $q_1$  в зависимости от длины пути монотонного пластического деформирования  $\chi_m$ 

$T = 20^\circ\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
$q_1$ , МПа	-17000	-4634	-810,9	371,1	736,5	849,5	897,3	899,9	900,0
$T = 150^\circ\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
$q_1$ , МПа	-14846	-4031	-704,4	322,4	647,5	733,5	779,5	781,7	782,2
$T = 350^\circ\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
$q_1$ , МПа	-11533	-3091	-540,6	247,4	510,5	555,1	598,2	599,9	601,0
$T = 500^\circ\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
$q_1$ , МПа	-9048	-2390	-417,7	191,2	407,8	421,3	462,2	463,5	465,1
$T = 750^\circ\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
$q_1$ , МПа	-4906	-1221	-213	97,5	156,6	198,3	235,63	236,3	238,6

Таблица 4. Зависимость работы  $W_a$  (энергии разрушения  $W_p$  в конце первой стадии процесса накопления повреждений) от температуры  $T$  и  $\rho_{\max}$ 

Температура, $T$ , °C	20	150	350	500	750
$\rho_{\max}$ , МПа					
	$W_a$ , МДж/м <sup>3</sup>				
0	249	187	165	143	131
10	233	175	155	132	125
20	175	160	135	115	111
30	125	95	83	75	69
35	47	35	31	27	25

На рисунке 3 представлены зависимости изменения температуры и значений компонент тензора полных деформаций в наиболее нагруженной зоне (точка 1 на Рис. 1) от числа повторений  $n$  фаз нагружения для двухблочных режимов нагружения. Видно, что при обоих режимах компоненты тензора деформаций  $e_{11}$  по отношению к  $e_{22}$  и  $e_{33}$  изменяются в противофазе, изменение температуры  $T$  по отношению к  $e_{11}$  происходит со сдвигом фазы.

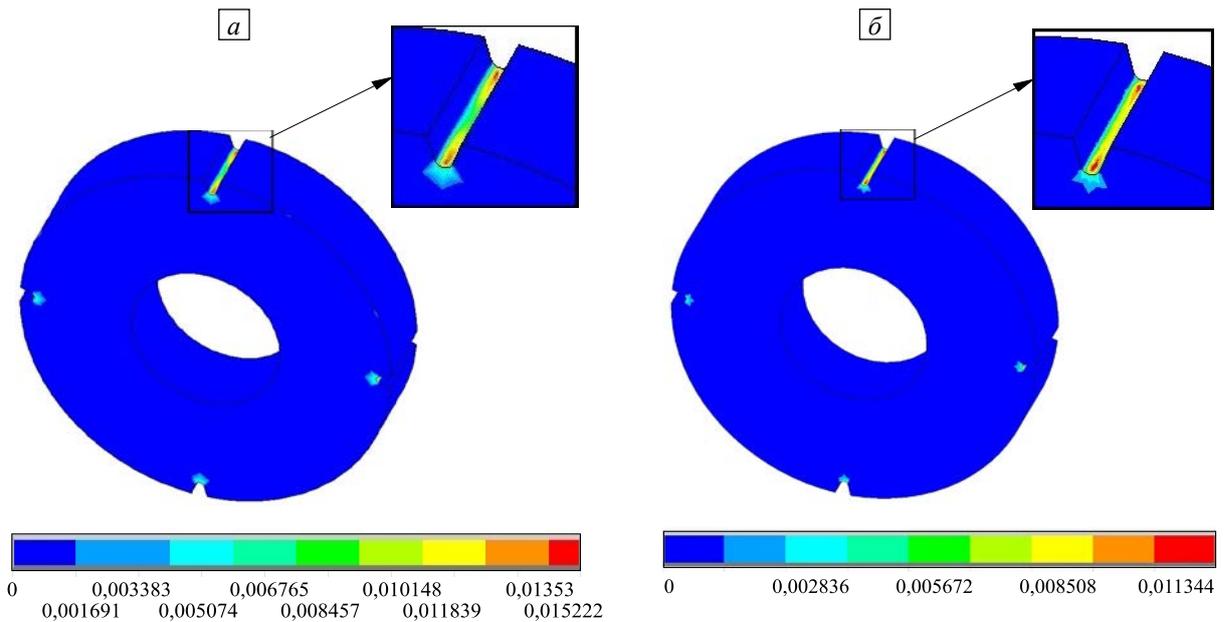


Рис. 2. Распределение интенсивности пластических деформаций в образце при максимальном градиенте температуры для двух режимов термоциклического нагружения: режим 1–2 (а); режим 2–1 (б)

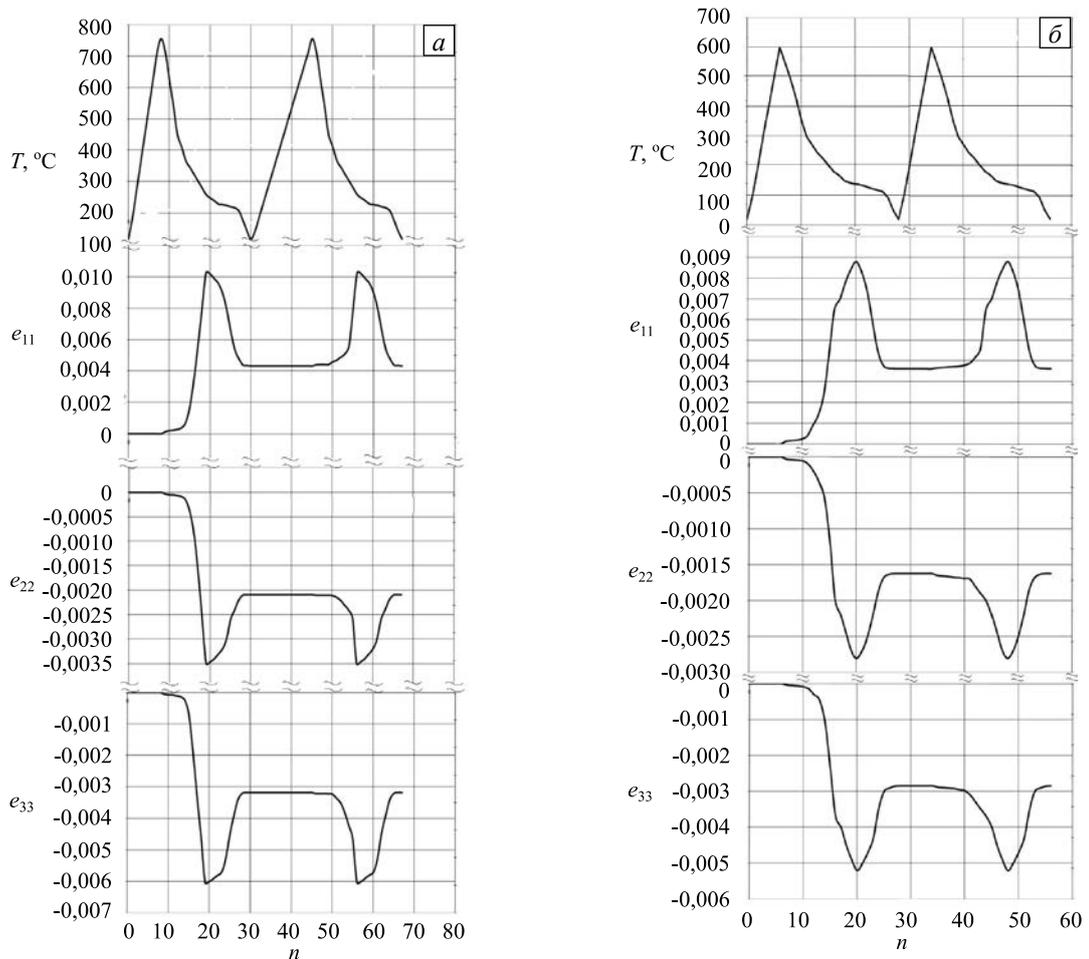


Рис. 3. Зависимости изменения значений температуры и компонент тензора деформаций для двухблочных режимов термоциклического нагружения: режим 1–2 (а); режим 2–1 (б)

На рисунке 4 для наиболее нагруженной зоны (в точке 1, Рис. 1) приведены петли термоциклического гистерезиса для режима нагружения 1–2 ( $20^\circ\text{C} \rightarrow 750^\circ\text{C} \rightarrow 20^\circ\text{C}$ ), а на рисунке 5 — соответствующие петли гистерезиса для режима нагружения 2–1 ( $20^\circ\text{C} \rightarrow 600^\circ\text{C} \rightarrow 20^\circ\text{C}$ ). Графики свидетельствуют о наличии вращения главных площадок тензоров (непропорциональности изменения компонент тензоров

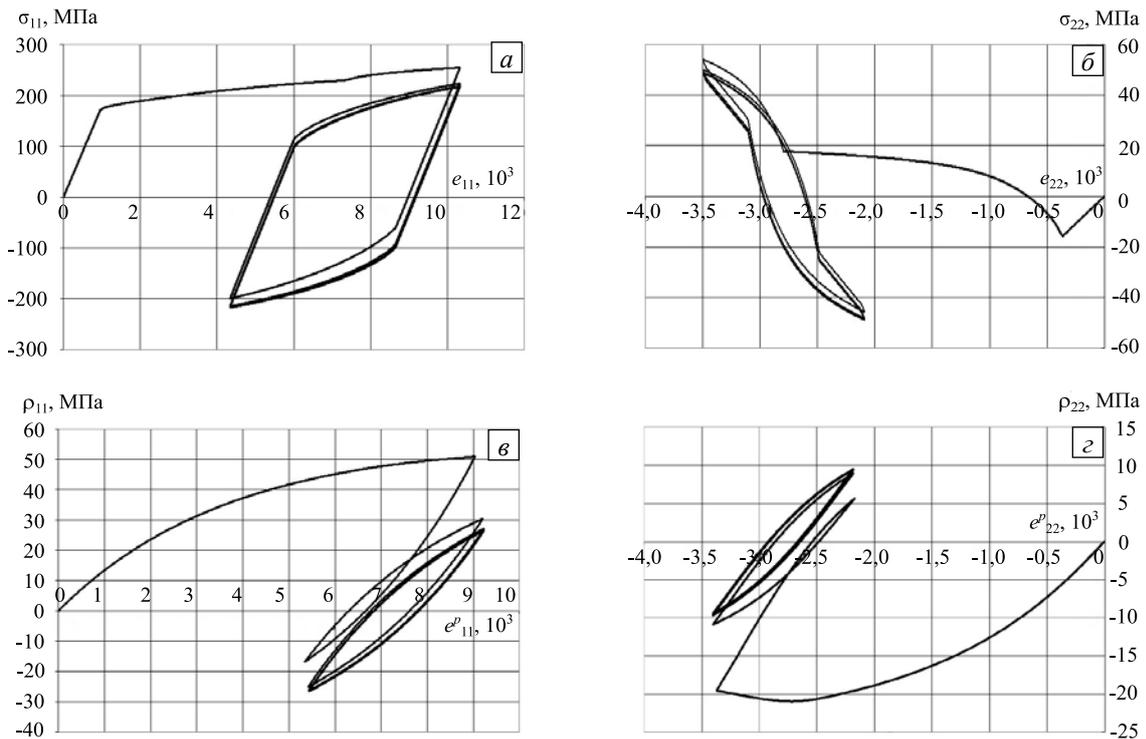


Рис. 4. Петли термоциклического гистерезиса для режима нагружения 1–2

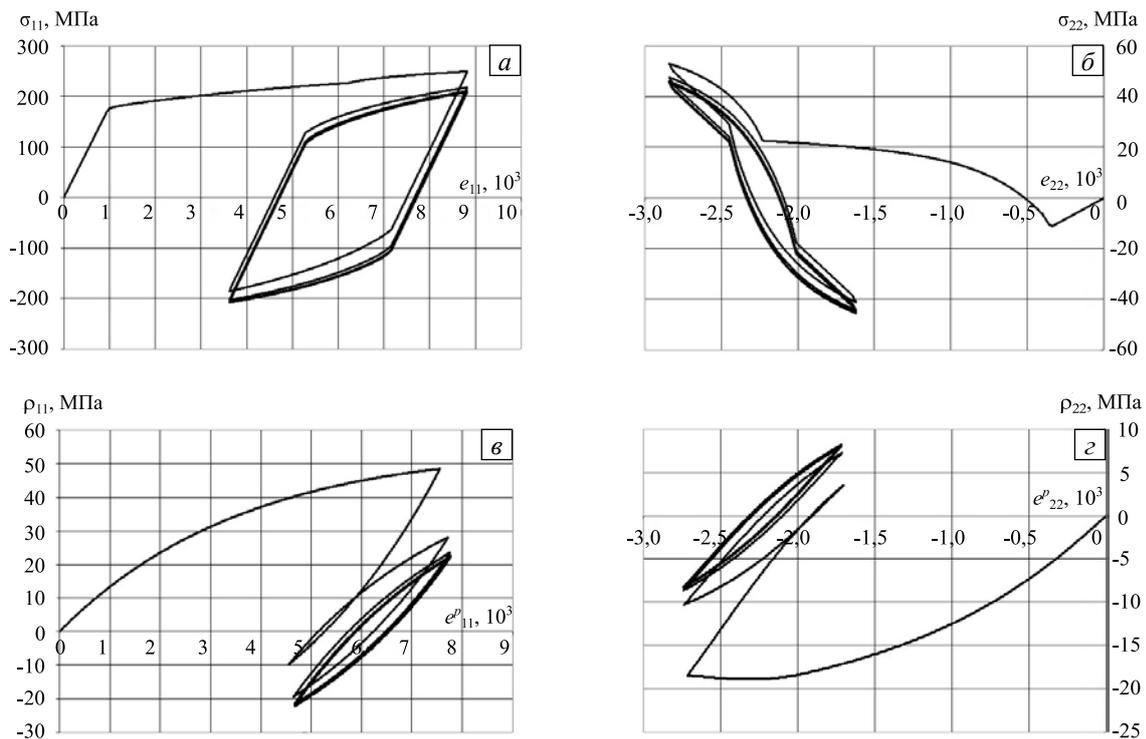


Рис. 5. Петли термоциклического гистерезиса для режима нагружения 2–1

напряжений и деформаций) и несоосности тензоров напряжений, микронапряжений, полных и пластических деформаций. О вращении главных площадок напряжений говорит вид траекторий термоциклического гистерезиса, носящих сложный, существенно непропорциональный характер деформирования.

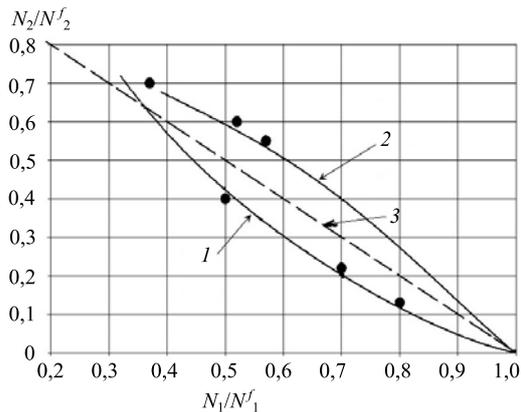
Интегрирование эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений [3, 16–18] в точке 1 компактного образца с выточками (концентраторами напряжений) при двухблочных режимах термоциклического нагружения позволяет исследовать влияние вида траектории деформирования на его термическую усталость. С этой целью рассмотрим численные результаты и имеющиеся опытные

Таблица 5. Число циклов до разрушения

Режим термоциклического нагружения	Экспериментальное $N_f$ [19] (с учётом разброса экспериментальных данных)	Расчётное $N_f$
1–2: 20 → 750 → 20	2500 – 3800	2620
2–1: 20 → 600 → 20	3500 – 4900	3860

данные [19]. В таблице 5 приведено число циклов до разрушения, полученное опытным и расчётным путём для двухблочных режимов термоциклического нагружения. Следует отметить большой (~ 50 %) разброс опытных данных.

На рисунке 6 показана зависимость относительной наработки материала при двухблочных режимах термоциклического нагружения (кривая 1 — режим 1–2; кривая 2 — режим 2–1). Сплошной линией

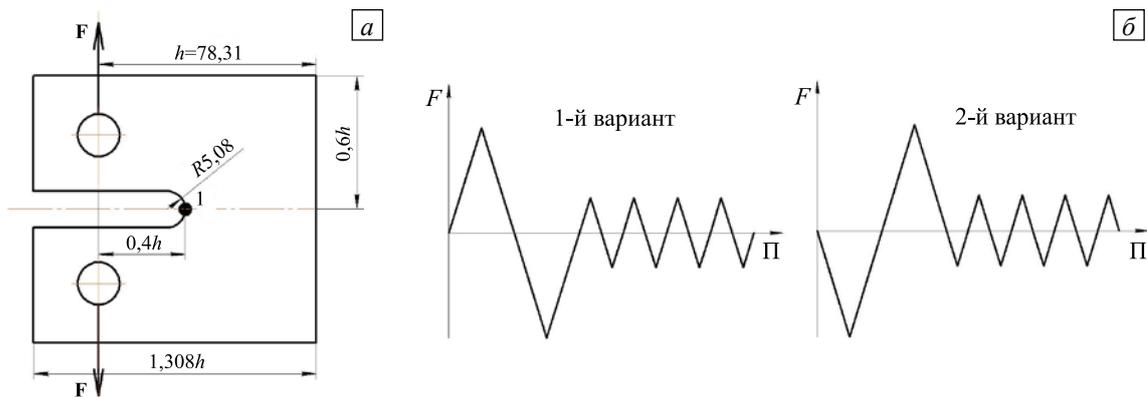


**Рис. 6.** Относительная наработка материала при двух режимах блочного термоциклического нагружения — режим 1–2 (кривая 1), режим 2–1 (кривая 2). ( $N_1$ ,  $N_2$  — соответствующие режимам числа циклов термопластического нагружения, и  $N_1^f$ ,  $N_2^f$  — числа циклов до образования макроскопической трещины); решение согласно гипотезе Пальмгрена–Майнера (кривая 3)

отмечены экспериментальные результаты; круглыми маркерами — расчётные данные. Видно качественное и достаточное для инженерных расчётов количественное совпадение опытных и расчётных данных. Кроме того, из рисунка следует, что в условиях двухблочного термоциклического нагружения по режиму 1–2 (кривая 1 на Рис. 6) гипотеза линейного суммирования повреждений дает ошибку в неконсервативную сторону (с недостатком), а по режиму 2–1 — в консервативную сторону (с запасом), что соответствует полученным опытным данным [19].

В следующем примере решена задача оценки усталостной долговечности компактного образца с затупленным вырезом при двух историях малоциклового нагружения. Материал образца — алюминий 2024-T4, физико-механические свойства и материальные параметры определяющих соотношений МПС которого приведены в [24]. Геометрия образца и схемы приложения нагрузки приведены на рисунке 7а. Рассмотрены две истории нагружения (Рис. 7б). Для двух различных вариантов начальной нагрузки при последующем малоцикловом нагружении вблизи выреза получаются разные

по знаку средние напряжения. Как показывают экспериментальные данные [23], в такой ситуации может наблюдаться большое расхождение величин усталостной долговечности.



**Рис. 7.** Геометрия компактного образца с затупленным вырезом (а) и истории его нагружения (б)

На рисунке 8 представлено распределение интенсивности тензора пластических деформаций (Рис. 8а, б) и интенсивности тензора напряжений (Рис. 8в, г), соответственно, в конце второго этапа нагружения (разгрузки) для двух названных выше блочных режимов. Видно, что максимальные значения указанных величин имеют место в вершинной точке затупленного выреза, где процессы повреждённости проходят наиболее высокими темпами (наиболее нагруженная зона).

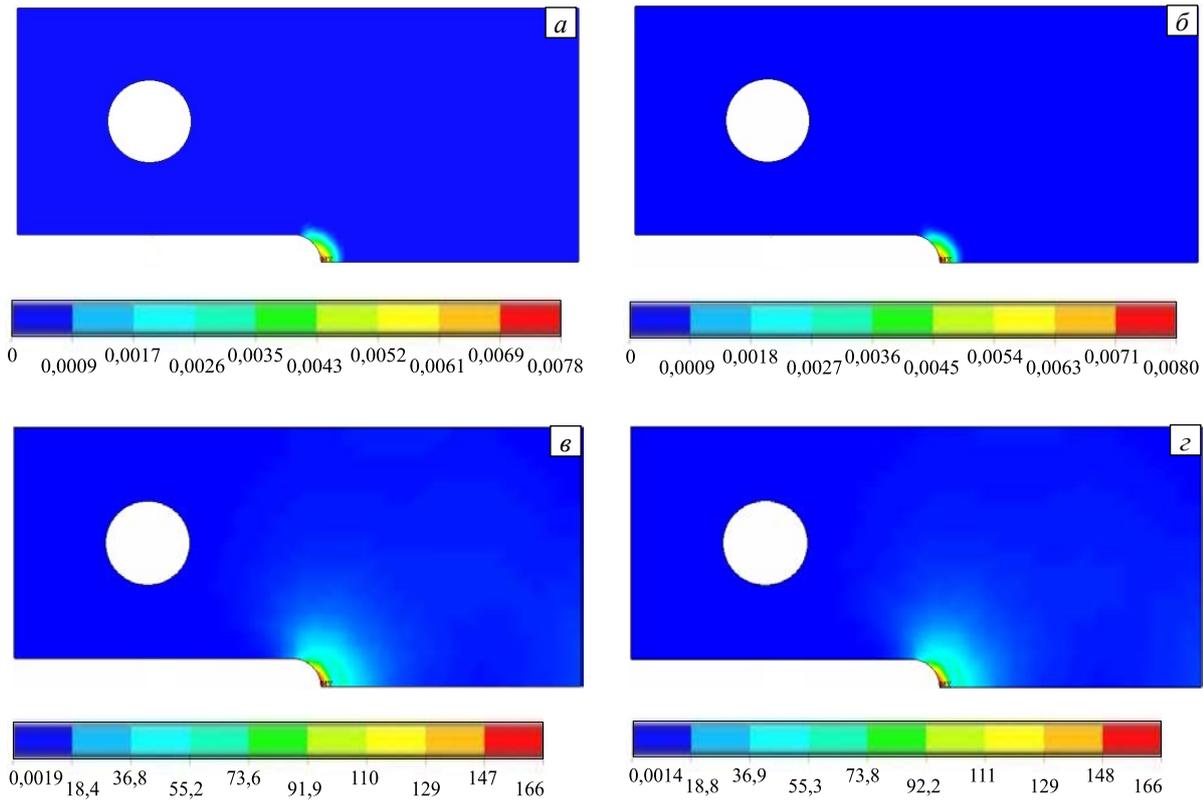


Рис. 8. Распределение интенсивности пластических деформаций (а, б) и интенсивности напряжений, МПа (в, г)

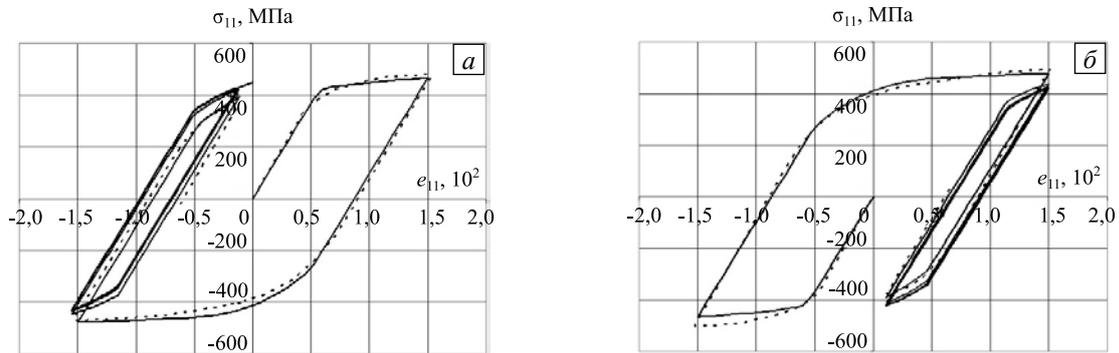


Рис. 9. Расчётные и экспериментальные петли гистерезиса  $\sigma_{11} \sim e_{11}$  для двух режимов нагружения: вариант 1 (а); вариант 2 (б)

На рисунке 9 для наиболее нагруженной зоны (точка 1 на Рис. 7) показаны петли гистерезиса, рассчитанные для двухблочных режимов нагружения. Сплошной линией отмечены численные результаты, полученные с использованием вышеописанной модели МПС, а пунктирной — опытные данные из [23]. Видно их качественное и количественное совпадение.

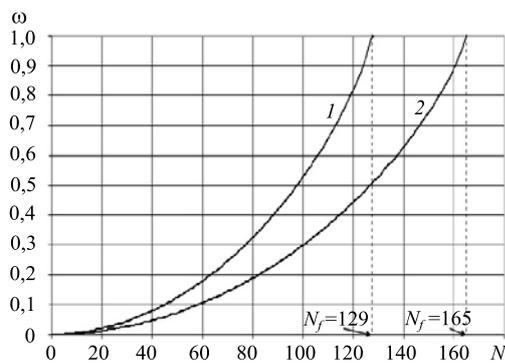


Рис. 10. Зависимость величины повреждённости от числа циклов нагружения для двух вариантов истории деформирования (см. Рис. 7б): 1-й вариант – кривая 1; 2-й вариант – 2

Интегрирование определяющих соотношений МПС в наиболее нагруженной точке позволяет прогнозировать усталостную долговечность конструкции. Так, при циклическом нагружении по первому варианту, число циклов до разрушения составило  $N_f = 129$ , а при нагружении по второму варианту —  $N_f = 165$  (Рис. 10).

Следовательно, даже несколько циклов повышенной нагрузки в начале истории нагружения или в процессе работы материала объекта по усталостному механизму могут

привести к тому, что правило линейного суммирования повреждений даст ошибку как в консервативную, так и неконсервативную сторону. По-видимому, это объясняется тем, что циклы повышенной нагрузки способствуют возникновению поврежденности материала, таким образом долговечность в оставшихся циклах с более низкой нагрузкой оказывается меньше ожидаемой.

#### 4. Заключение

Развита математическая модель механики поврежденной среды, описывающая процессы сложного пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и сплавах). Разработанная модель позволяет учесть:

- монотонное и циклическое упрочнение, а также эффекты циклической памяти материала при пропорциональном и непропорциональном деформировании, включая переходы и стабилизацию циклического поведения материала;
- локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций;
- нелинейное суммирование повреждений при изменении условий нагружения и от воздействия отдельных механизмов.

Проведена оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений путём сопоставления результатов численных расчётов с известными из литературы опытными данными по малоцикловой усталостной долговечности материалов и конструкций при термоциклическом нагружении, которые подтвердили правильность предлагаемой модели процессов циклического упругопластического деформирования и усталостной долговечности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-19-10237 и № 14-19-01096).

#### Литература

1. Митенков А.Ф., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2007. – 448 с.
2. Митенков Ф.М., Коротких Ю.Г. К вопросу о создании эксплуатационного мониторинга ресурса оборудования и систем ядерных энергетических установок // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2003. – № 4. – С. 105-116.
3. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
4. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
5. Ellyin F., Kujawski D. An energy-based fatigue failure criterion // Microstructure and mechanical behaviour of materials, EAMS / Ed. by G.U. Haicheng, H.E. Jiawen. – 1986. – Vol. 2/2. – P. 541-600.
6. Троценко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наукова думка, 1981. – 342 с.
7. Пержжина П. Моделирование закритического поведения и разрушения диссипативного твердого тела // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1984. – Т. 106, № 4. – С. 107-117. (English version DOI).
8. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1986. – 360 с.
9. Chaboche J.-L. Continuous damage mechanics – A tool to describe phenomena before crack initiation // Nucl. Eng. Des. – 1981. – Vol. 64, no. 2. – P. 233-247. DOI
10. Гаруд. Новый подход к расчету усталости при многоосных нагружениях // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1981. – Т. 103, № 2. – С. 41-51. (English version DOI).
11. Боднер, Линдхолм. Критерии приращения повреждений для зависящего от времени разрушения материалов // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1976. – Т. 96, № 2. – С. 51-53. (English version DOI).
12. Романов А.Н. Разрушение при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1988. – 279 с.
13. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // ПММ. – 1965. – Т. 29, № 4. – С. 681-689. (English version DOI).
14. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 1. – С. 90-97. (English version DOI).
15. Соси Д. Модели разрушения при многоосной усталости // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1988. – Т. 110, № 9. – С. 9-21. (English version DOI).
16. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 5. – С. 193-205. (English version DOI).
17. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Численное моделирование накопления повреждений при сложном пластическом деформировании // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2009. – Т. 2, № 1. – С. 5-18. DOI
18. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов усталостной долговечности материалов и конструкций при малоцикловом нагружении // МТТ. – 2014. – № 3. – С. 66-78. (English version DOI).
19. Соболев Н.Д., Егоров В.И., Пирогов Е.Н. Изучение накопления повреждений в условиях неоднородного напряженного состояния при термоусталостном нагружении // Прочность и деформация материалов в неравномерных физических полях / Под ред. Я.Б. Фридмана. – М.: Атомиздат, 1968. – Вып. II. – С. 26-33.

20. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
21. Киселев Е.В., Кутын В.Б., Матюхин В.И. Электрические печи сопротивления: Учеб. пособие. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2010. – 79 с.
22. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Оценка усталостной долговечности компактного образца с концентраторами при термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряжённого состояния // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78, № 3. – С. 333-349.
23. Даулинг Н.Е. Расчет усталостной долговечности при сложных историях нагружения // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1983. – Т. 105, № 3. – С. 69-79. (English version [DOI](#)).
24. Волков И.А., Тарасов И.С., Фомин М.Н., Ереев М.Н. Численный анализ усталостной долговечности компактного образца с затуплённым вырезом при блочных режимах малоциклового нагружения // Вестник научно-технического развития. – 2011. – № 1(41). – С. 39-51.

## References

1. Mitenkov A.F., Kaydalov V.B., Korotkikh Yu.G. *Metody obosnovaniya resursa yadernykh energeticheskikh ustanovok* [Methods of justification of the resource of nuclear power plants]. Moscow: Mashinostroenie, 2007. 448 p.
2. Mitenkov F.M., Korotkikh Yu.G. To the question of creation of monitoring operational equipment resource and systems of nuclear power plants. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin – Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2003, no. 4, pp. 105-116.
3. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyzkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami* [Equations of state for viscoelastoplastic media with damage]. Moscow: Fizmatlit, 2008. 424 p.
4. Collins J.A. *Failure of Materials in Mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention*. New York: Wiley, 1981. 672 p.
5. Ellyin F., Kujawski D. *Microstructure and mechanical behaviour of materials*, EAMS, ed. by G.U. Haicheng, H.E. Jiawen, 1986, vol. 2/2. Pp. 541-600.
6. Troshchenko V.T. *Deformirovanie i razrushenie metallov pri mnogotsiklovom nagruzhenii* [Deformation and fracture of metals under multicyclic loading]. Kiev: Naukova dumka, 1981. 342 p.
7. Perzyna P. Constitutive modeling of dissipative solids for postcritical behavior and fracture. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1984, vol. 106, no. 4, pp. 410-419. [DOI](#)
8. Boyle J.T., Spence J. *Stress analysis for creep*. London: Butterworths, 1983.
9. Chaboche J.-L. Continuous damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation. *Nucl. Eng. Des.*, 1981, vol. 64, no. 2, pp. 233-247. [DOI](#)
10. Garud Y.S. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1981, vol. 103, pp. 118-125. [DOI](#)
11. Bodner S.R., Lindholm U.S. An incremental criterion for time-dependent failure of materials. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1976, vol. 98, pp. 140-145. [DOI](#)
12. Romanov A.N. *Razrushenie pri malotsiklovom nagruzhenii* [Fracture under low-cycle loading]. Moscow: Nauka, 1988. 280 p.
13. Novozhilov V.V. On plastic cavitation. *J. Appl. Math. Mech.*, 1965, vol. 29, no. 4, pp. 811-819. [DOI](#)
14. Lemaitre J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1985, vol. 107, no. 1, pp. 83-89. [DOI](#)
15. Socie D. Multiaxial fatigue damage models. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1988, vol. 109, no. 4, pp. 293-298. [DOI](#)
16. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S. Modeling complex plastic deformation and fracture of metals under disproportionate loading. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2009, vol. 50, no. 5, pp. 891-900. [DOI](#)
17. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S. Numerical modeling of damage accumulation under complex plastic deformation. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2009, vol. 2, no. 1, pp. 5-18. [DOI](#)
18. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. Modeling of fatigue life of materials and structures under low-cycle loading. *Mech. Solids*, 2014, vol. 49, no. 3, pp. 290-301. [DOI](#)
19. Sobolev N.D., Egorov V.I., Pirogov E.N. *Prochnost' Strength and deformation of materials in non-uniform physical fields*, ed. by Ya.B. Fridman. Moscow: Atomizdat, 1968. Pp. 26-33.
20. Mikheev M.A., Mikheeva I.M. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of heat transfer]. Moscow: Energiya, 1977. 344 p.
21. Kiselev E.V., Kut'in V.B., Matyukhin V.I., *Elektricheskie pechi soprotivleniya* [Electric resistance furnaces]. Ekaterinburg: Ural State Technical University, 2010. 79 p.
22. Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Tarasov I.S., Guseva M.A. Assessment of the fatigue life of the compact sample concentrators at temperature cycling conditions of loading in inhomogeneous stress state. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of Strength and Plasticity*, 2016, vol. 78, no. 3, pp. 333-349.
23. Dawling N.E. Fatigue life prediction for complex load versus time histories. *J. Eng. Mater. Technol.*, 1983, vol. 105, no. 3, pp. 206-214. [DOI](#)
24. Volkov I.A., Tarasov I.S., Fomin M.N., Ereev M.N. Numerical analysis of the fatigue life of the compact sample with a blunt cut during block mode with low-cycle loading. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya – Bulletin of Scientific and Technological Development*, 2011, no. 1(41), pp. 39-51.

Поступила в редакцию 18.07.2016; опубликована в электронном виде 30.03.2017

### Сведения об авторах

Волков Иван Андреевич, дфмн, проф., зав. каф., Волжский государственный университет водного транспорта (ВГУВТ), 603005, Нижний Новгород, ул. Нестерова, д. 5а; e-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Игумнов Леонид Александрович, дфмн, проф., директор, НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского), 603600, Нижний Новгород, ГСП-1000, пр. Гагарина, д. 23, корп. 6; e-mail: igumnov@mech.unn.ru

Тарасов Иван Сергеевич, ктн, доц., зав. лаб., ВГУВТ; e-mail: pmptmvgavt@yandex.ru