

В случае реализации плана горных работ на данном участке предполагалось отрабатывать пласты АБ и Кр II со степенями нагружения $S_{AB, Kp II} \leq 0.25$. В такой ситуации уже к 2021 году (рис. 3) возможно развитие трещин сдвига в верхних пластах области аномального строения ВЗТ. С течением времени развитие техногенной нарушенности происходит довольно стремительно и уже к 2024 году субвертикальная трещиноватость локализуется практически во всей области аномального строения водозащитной толщи. Учитывая проницаемость данной природной аномалии, можно предположить, что с нарушением первого водоупорного пласта в кровле ВЗТ, возможна потеря ее устойчивости целиком.

На основании проведенных геомеханических исследований установлено, что, в сложившейся ситуации, выполнение, предписанных нормативной документацией [2], мер охраны ВЗТ обеспечивает безопасность ведения горных работ вплоть до конца процесса сдвижения. Подтверждается важность проведения опережающих геологических и геофизических исследований участков, планируемых к разработке, с целью предварительного анализа и выявления возможных зон аномального строения ВЗТ.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-05-00371

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Baryakh A.A., Samodelkina N.A. Rheological analysis of geomechanical processes // Journal of Mining Science. – 2005. – V. 41, № 6. – P. 522-530. DOI: 10.1007/s10913-006-0015-x.
2. Указания по защите рудников от затопления и охране подрабатываемых объектов в условиях Верхнекамского месторождения калийных солей: утв. ПАО «Уралкалий», ЗАО «Верхнекамская калийная компания», ООО «ЕвроХим-Усольский Калийный комбинат». – введ. в действие 30.03.2017 в ред. 2014 г. – Пермь; Березники, 2014. – 130 с.
3. Zienkiewicz O.C. The finite element method in engineering science. – London; New York: McGraw-Hill, 1971. – 521 p.
4. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.: ил.

УДК 539.4+519.6+622.83

DOI:10.7242/echo.2019.4.8

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СОЛЯНЫХ ОБРАЗЦОВ

А.А. ЦАЮКОВ

Горный институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: Предпринята попытка описать с помощью математического моделирования экспериментально полученную кривую нагружения соляного образца кубической формы. В качестве модельной среды была взята идеальная упругопластическая модель с ассоциированным законом пластического течения и аналитическим критерием прочности, который учитывает совместное действие двух типов разрушения – сдвиг и отрыв. Трёхмерная численная реализация выполнена с помощью метода конечных элементов в перемещениях. Дискретизация области решения производилась изопараметрическими элементами гексаэдрической формы. Решение систем нелинейных уравнений выполнялось по модифицированной схеме Ньютона-Рафсона в инкрементальной форме. Для численного интегрирования пластических определяющих уравнений использовалась неявная схема алгоритма обратного отображения. Полученные результаты показали достаточное соответствие экспериментальным данным на упругом и переходном режимах деформирования образцов. Наоборот, в пластическом режиме получено полное расхождение кривых нагружения, что свидетельствует о наличии упрочняющего эффекта.

Ключевые слова: критерий прочности, упругопластические деформации, соляные породы, математическое моделирование, численное моделирование, трёхмерное моделирование, метод конечных элементов, схема Ньютона-Рафсона, алгоритм обратного отображения.

В рамках изучения процессов деформирования несущих элементов камерной системы разработки проводился целый ряд натуральных и лабораторных исследований механических свойств горных пород.

В лабораторных условиях был проведён эксперимент на одноосное сжатие кубических образцов (рис. 1) соляных пород больших размеров. В ходе данного эксперимента была получена усреднённая кривая зависимости продольной нагрузки от продольной деформации, а также распределение поперечной деформации по сечению образца. На рис. 2 проиллюстрирована диаграмма усреднённой кривой нагружения. Из рисунка видно, что присутствуют два режима деформирования образцов: упругий (примерно до 1500 кН) и пластический (свыше 1500 кН).

В данной работе была проведена попытка описать теоретически полученную кривую нагружения, используя объёмный критерий прочности горных пород, предложенный в работе [1]. Напомним, что данный критерий в пространстве главных напряжений имеет аналитический вид:

$$F = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + (\sigma_{сж} - \sigma_{раст})(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \sigma_{сж}\sigma_{раст} \quad (1)$$

В нём содержится два параметра $\sigma_{сж}$ и $\sigma_{раст}$ (пределы прочности на сжатие и растяжение, соответственно), которые находятся экспериментальным путём. Предельная поверхность ($F = 0$), описываемая этим критерием, имеет вид параболоида вращения относительно оси $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (рис. 3,а). Внутренние точки здесь – когда $F < 0$ – соответствуют упругому режиму деформирования, а внешние – при $F > 0$ – пластическому. Такая поверхность соответствует типу разрушения за счёт сдвига. Другой тип разрушения материала – за счёт растяжения – соответствует видоизменённой предельной поверхности. Так, когда материал разрушается за счёт растяжения, параболоид вращения принимает вид усечённого плоскостями $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0$ и $\sigma_3 = 0$ параболоида (рис. 3,б).

Для теоретического описания процесса разрушения соляных образцов кубической формы была использована изотропная идеальная упругопластическая модель среды с ассоциированным законом пластического течения, а трёхмерное численное моделирование выполнено методом конечных элементов (МКЭ) в перемещениях с использованием ресурсов суперкомпьютера «Уран».

В качестве элементов дискретизации области решения применялись 8-узловые трёхмерные изопараметрические элементы гексаэдрической формы (рис. 4) [2] с восьмью точками интегрирования. Конечно-элементная модель

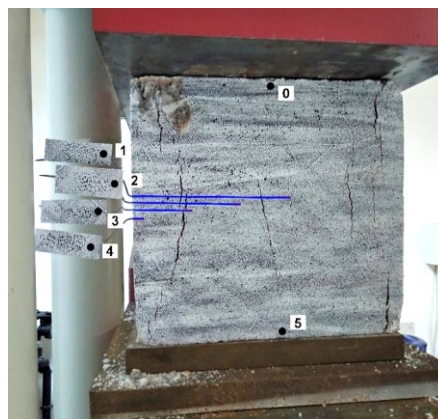


Рис. 1. Испытание соляного образца кубической формы больших размеров (300 x 300 x 300 мм)

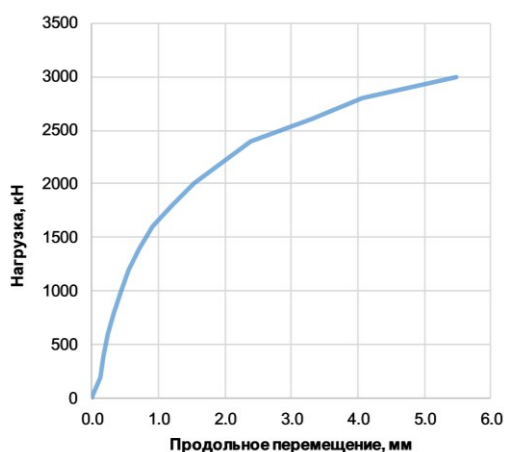


Рис. 2. Кривая зависимости продольной нагрузки от продольного перемещения при одноосном сжатии кубических образцов соляных пород

соляного образца показана на рис. 5. Область решения здесь разбита на кубические элементы со стороной 10 мм. Всего модель содержит 27000 элементов и 29791 узел.

По мере построения конечно-элементного решения необходимо численно вычислять объёмный интеграл в пределах каждого элемента. Здесь используется квадратура Гаусса-Лежандра [3], согласно которой интеграл трёхмерной функции по конечному элементу заменяется тройной суммой (2) произведения значения этой функции в определённых точках и соответствующих этим точкам весовых коэффициентов. Также под знак суммы добавляется множитель – значение определителя Якобиана преобразования системных координат в локальные координаты элемента.

$$\int_{\Omega_e} f(x_1, x_2, x_3) d\Omega = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n J(\xi_j^1, \xi_k^2, \xi_l^3) f(\xi_j^1, \xi_k^2, \xi_l^3) w_j w_k w_l \quad (2)$$

Локальные координаты точек интегрирования и соответствующие им весовые коэффициенты могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\xi_i = \frac{(-1)^i}{\sqrt{3}}, \quad w_i = 1, \quad i = \overline{1,2}. \quad (3)$$

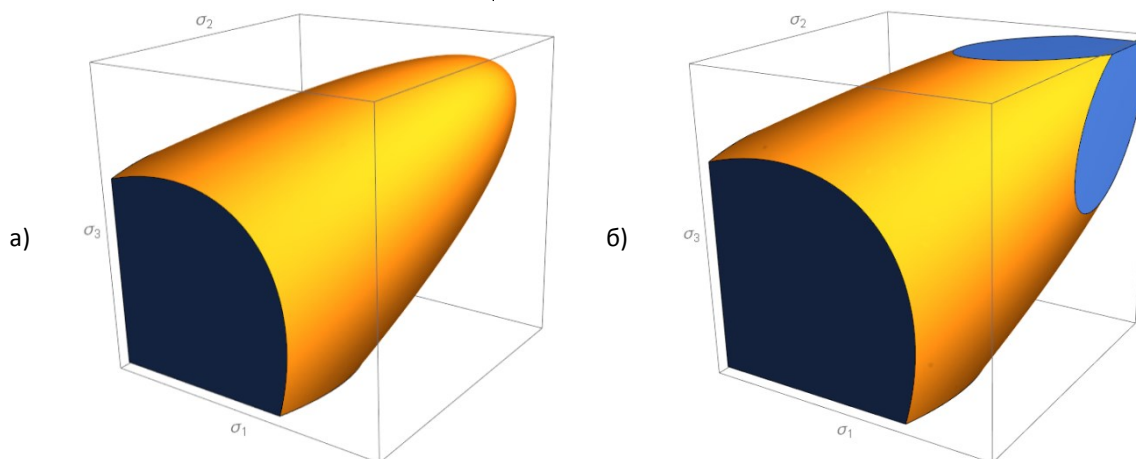


Рис. 3. Предельные поверхности текучести в пространстве главных напряжений при разрушении за счёт сдвига (а) и за счёт растяжения (б)

Граничные условия определялись в соответствии с экспериментом. На нижней площадке кубического образца запрещено вертикальное перемещение. Горизонтальное смещение ограничивалось на верхней и нижней площадках по их периметрам. На верхней грани образца задавались вертикальные смещения согласно экспериментальным данным.

Решение систем нелинейных конечно-элементных уравнений производилось по модифицированной схеме Ньютона-Рафсона (метод начальных напряжений) в инкрементальной форме с постоянной матрицей жёсткости системы (МЖС) [4]. Для численного интегрирования пластических определяющих соотношений использовалась неявная схема алгоритма обратного отображения [5]. Алгоритм заключается в том, чтобы полученное пробное упругое состояние, если оно вышло за пределы поверхности текучести предыдущего шага интегрирования, вернуть (обратно отобразить) на текущую предельную поверхность. По-

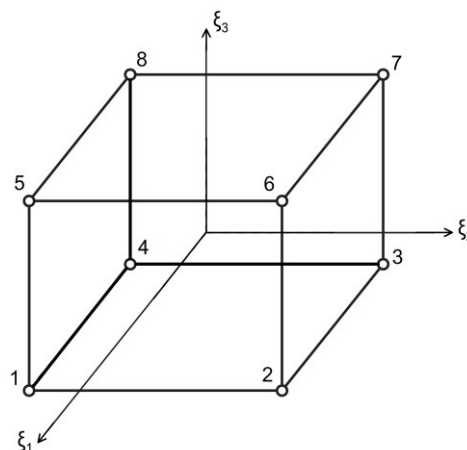


Рис. 4. Трёхмерный гексаэдрический 8-узловой элемент с локальными координатами ξ_i на $[-1,1]$

скольку в данной работе задействована изотропная идеальная упругопластическая модель среды, то такая поверхность не изменяет своей формы и размеров, за исключением того момента, когда происходит разрушение за счёт растяжения. Таким образом соответствующая неявной схеме интегрирования система уравнений алгоритма обратного отображения принимает вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{n+1}^e = \varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}} - \lambda N(\sigma_{n+1}), \\ F(\sigma_{n+1}) = 0 \end{cases}, \quad \text{где} \quad \begin{cases} \varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}} = \varepsilon_n^e + \Delta\varepsilon \\ \sigma_{n+1} = D\varepsilon_{n+1}^e \end{cases}. \quad (4)$$

Здесь N есть вектор пластических деформаций, а λ – некоторый множитель. Для ассоциированного закона течения вектор N выглядит следующим образом:

$$N \equiv \frac{\partial F}{\partial \sigma}. \quad (5)$$

Система (4) решается относительно λ и ε_{n+1}^e . Затем определяются компоненты главных напряжений, лежащих на текущей поверхности текучести.

Для обеспечения соосности приращения главных деформаций и главных напряжений применялось спектральное разложение симметричного тензора [5] вида:

$$S = \sum_{i=1}^p s_i E_i, \quad (6)$$

где s_i есть собственные значения тензора (они же соответствуют главным напряжениям тензора напряжений), E_i – соответствующие проекции на собственные пространства, и p – количество отличных друг от друга собственных значений.

Численный эксперимент проводился поэтапно. Сначала производилась калибровка упругого режима деформирования, подбирался максимально подходящий модуль продольной упругости. Затем так же искались пределы прочности на сжатие и растяжения, чтобы модельная кривая нагружения могла довольно близко описывать переход от упругого режима деформирования к пластическому. Отобранные таким образом механические параметры модели соляного образца указаны в таблице 1.

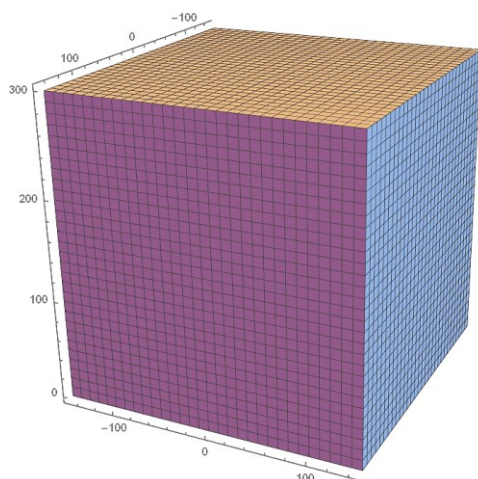


Рис. 5. Конечно-элементная модель соляного образца кубической формы

Таблица 1

Механические параметры модели соляного образца

Модуль продольной упругости, ГПа	Коэффициент Пуассона	$\sigma_{сж}$, МПа	$\sigma_{раст}$, МПа
6.7	0.3	15.0	1.0

Кривая нагружения, полученная в результате численного моделирования процесса разрушения соляного образца кубической формы, проиллюстрирована на рис. 6. Как видно из графика, численное решение достаточно чётко согласуется на упругом этапе деформирования образца, а также на переходном этапе удовлетворительно соответствует экспериментальным данным. Пластический режим деформирования описать данная модель не может. На рисунке видно сильное расхождение экспериментальной кривой с модельной.

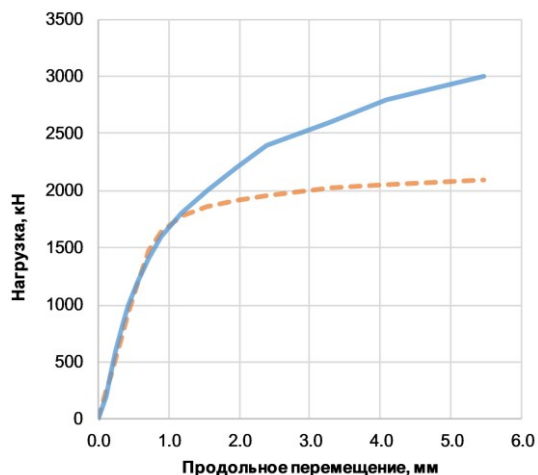


Рис. 6. Диаграммы экспериментальной и модельной кривых нагружения соляного образца (сплошная – эксперимент, штриховая – модель)

Выполненное в текущей работе исследование показало, что построенной модели изотропной идеальной упругопластической среды с критерием прочности, описанным в [1], недостаточно для описания кривой нагружения и, как следствие, для описания процессов деформирования элементов камерной системы разработки полезных ископаемых. Из полученных результатов видно наличие упрочняющего эффекта в соляных образцах. Этот факт свидетельствует о том, что в модель разрушения необходимо включить упрочнение. Следующим этапом построения теоретического описания процесса разрушения соляных образцов будет попытка ввести изотропную линейную модель упрочнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №17-45-590681

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барях А.А., Самodelкина Н.А. Об одном критерии прочности горных пород // Чебышевский сборник. – 2017. – Т. 18, № 3 (63). – С. 72-87. DOI: 10.22405/2226-8383-2017-18-3-72-87.
2. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. – 7th edition. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. – 756 p.
3. Zienkiewicz O.S., Taylor R.L., Fox D.D. The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. – 7th edition. – Oxford: Butterworth-Heinemann, Waltham, 2014. – 672 p.
4. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.: ил.
5. de Souza Neto E.A., Peric D., Owen D.R.J. Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. – John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 2008. – 814 p.

УДК 622.83

DOI:10.7242/echo.2019.4.9

АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОДОЗАЩИТНОЙ ТОЛЩИ НА УЧАСТКАХ РАЗВИТИЯ ПРИРОДНЫХ ТРЕЩИН

А.Ю. ШУМИХИНА

Горный институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: В работе приводится анализ оценки условий роста открытых природных трещин в зависимости от их положения относительно границ выработанного пространства. Математическое моделирование проводилось в двумерной постановке методом конечных элементов и отражало установленные по геофизическим исследованиям особенности ее геологического строения. Связь между деформациями и напряжениями на допредельной стадии описывалась законом Гука, а предельные напряжения в области сжатия определялись критерием Кулона-Мора. Анализ нарушения сплошности слоев ВЗТ в области действия растягивающих напряжений основывался на их превышении предела прочности соляных пород при растяжении. Для определения условий роста трещин использовался энергетический критерий Гриффитса.

Ключевые слова: математическое моделирование, метод конечных элементов, природные трещины, энергетический критерий прочности, упругопластические деформации, соляные породы.

Важнейшим условием безопасной эксплуатации Верхнекамского месторождения калийных солей является обеспечение сохранности водоупорного целика, отделяющего