# DOI: <u>10.7242/1999-6691/2020.13.3.24</u> УДК 53.091

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ И ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВОЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

С.М. Герцик<sup>1</sup>, Ю.В. Новожилов<sup>2</sup>, Д.С. Михалюк<sup>3</sup>

<sup>1</sup>ООО «Центр компетенций и обучения», пос. Сатис, Нижегородская обл., Российская Федерация <sup>2</sup> АО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс», Санкт-Петербург, Российская Федерация <sup>3</sup> АО «Центр инженерно-физических расчетов и анализа», Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассматривается процесс деформирования и разрушения железобетонной плиты при воздействии воздушной ударной волны. При постановке задачи за основу берутся данные публичного эксперимента "Blind Blast Test". Нагружение плиты производится путем подрыва взрывчатого вещества в ударной трубе. Количественно и качественно оцениваются результаты вычислений и эксперимента. Количественное сравнение проводится для истории перемещения ключевых точек конструкции в процессе деформирования. Качественное сравнение заключается в сопоставлении фотографий разрушений реальной железобетонной плиты и распределения поля поврежденности, полученного в результате расчетов. Численное моделирование осуществляется в пакете LS-DYNA, используется метод конечных элементов с явной схемой интегрирования по времени. Для материала бетона применяется модель CSCM (Continuous Surface Cap Model – шатровая модель с непрерывной предельной поверхностью), в которой полагается, что материал является изотропным, обладает трехинвариантной поверхностью текучести. Прочностные характеристики материала зависят от скорости нагружения, а его поврежденность рассматривается отдельно для сжимающих и растягивающих нагрузок, что позволяет учитывать частичное восстановление прочности при сжатии. В статье приводится математическое описание данной модели. Металлическое армирование бетонной плиты представляется в явном виде при помощи балочных конечных элементов. Конечно-элементные сетки массива бетона и армирующих элементов связываются между собой посредством кинематических зависимостей, автоматизировано создаваемых расчетным кодом. Свойства материала арматуры задаются в рамках классической упругопластической теории течения с учетом критерия предельных состояний в форме Губера-Мизеса, отображающего вязкопластические эффекты. Изучается влияние граничных условий, практическая сеточная сходимость, способность математической модели предсказывать расположение зон разрушения материала, перемещения и деформации конструкции.

Ключевые слова: железобетонная плита, Blind Blast Test, шатровая модель, разрушение, ударная волна, трещины, численное моделирование, LS-DYNA, модель бетона CSCM

# NUMERICAL SIMULATION OF THE DYNAMICS OF A REINFORCED CONCRETE SLAB UNDER AN AIR SHOCK WAVE

S.M. Gertsik<sup>1</sup>, Yu.V. Novozhilov<sup>2</sup> and D.S. Mikhaluk<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Competence and Training Centre, JSC, village of Satis, Nizhny Novgorod region, Russian Federation <sup>2</sup>CADFEM CIS, JSC, Saint-Petersburg, Russian Federation <sup>3</sup>Center of Engineering Physics, Simulation and Analysis, JSC, Saint-Petersburg, Russian Federation

Deformation and fracture of a reinforced concrete slab under the effect of an air shock wave are considered. The research involves data from the public experiment "Blind Blast Test". The slab is loaded by an air shock wave resulting from high explosive detonation in a shock tube. The results of calculations and experiments are compared quantitatively and qualitatively. Quantitative comparison is made for the history of movement of the reinforced concrete slab key points during the process of deformation. Qualitative comparison is made for photographs of the destruction of a real reinforced concrete slab and distribution of the damage fields obtained by calculation. The numerical simulation is carried out in the LS-DYNA code, and the finite element method with an explicit time integration scheme is used. The CSCM (Continuous Surface Cap Model) model is used to model the concrete material. This model is an isotropic constitutive model with three-variant surface of ductility; the strength characteristics of the material depend on the rate of loading, and its damage is considered separately for compressive and tensile loads, which allows taking into account the partial recovery of compressive strength. The mathematical description of the model is given as part of the paper. Steel reinforcement of the concrete slab is modeled explicitly with beam finite elements. Finite element meshes of the reinforcement are set within the classical theory of elastic-plastic strengthening material flow with the criterion of limiting states in the form of Huber–Mizes and taking into account visco-plastic effects. The influence of boundary conditions, practical mesh convergence, and capability of the mathematical model to predict the location of zones of material failure, displacement, and deformation of the structure are studied.

Key words: reinforced concrete slab, Blind Blast Test, concrete, cap surface model, fracture, shock wave, crack, numerical simulation, LS-DYNA, CSCM, FEM

# 1. Введение

Одной из актуальных задач при проектировании защитных железобетонных (ЖБ) сооружений является прогнозирование их динамики и прочности при различных внешних воздействиях, к которым относятся удары массивных деформируемых и недеформируемых снарядов, землетрясения и воздействия воздушной ударной волны. Целью данной работы является расчет воздействия воздушной ударной волны на ЖБ плиту и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [1]. Расчет проводится методом конечных элементов в LS-DYNA. Для описания свойств бетона применяется модель CSCM (Continuous Surface Cap Model) [2].



Рис. 1. Размеры плиты (в мм) и расположение арматуры в двух проекциях

Данная модель прошла серию валидационных расчетов [3] и имеет широкое распространение при проведении расчетов динамики и прочности бетонных конструкций [4–6].

В качестве основных исходных данных при постановке задачи принимаются параметры экспериментов, проведенных в рамках программы "Blind Blast Test" [1, 7]. Объектом исследования является ЖБ подкрепленная плита, арматурой ASTM Grade 60#3 (диаметр 9,525 мм) [8]. Размеры плиты и расположение арматуры изображены на рисунке 1. Плита устанавливается в ударную трубу на жесткую стальную опорную

раму большой прочности. С фронтальной стороны плита опирается на два бруска квадратного сечения размерами 76,2×76,2 мм, с тыльной стороны — на два бруска прямоугольного сечения размерами 152,4×203,2 мм. Общий вид опорной рамы представлен на рисунке 2. В ударной трубе производится подрыв заряда взрывчатого вещества, за счет чего формируется воздушная ударная волна, которая нагружает плиту. Давление регистрируется датчиками, расположенными на опорной раме (см. Рис. 3).





Рис. 2. Крепление плиты [1]: рама (а), опорные бруски (б)



**Рис. 3.** Плита (1) в ударной трубе (2) (вид с фронтальной стороны) и датчики давления (3) [1]



Рис. 4. Зависимость давления от времени для использованных зарядов взрывчатых веществ [1]

На построенном таким образом тестовом стенде проводятся два эксперимента для различных по мощности зарядов взрывчатых веществ. Зависимости от времени давления, действующего на плиты, приведены на рисунке 4; они получены путем осреднения измерений датчиков, изображенных на рисунке 3По итогам проведения экспериментов доступны качественные и количественные результаты, а именно: деформированное состояние ЖБ плиты после воздействия воздушной ударной волной и история перемещения центральной точки тыльной стороны ее поверхности.

### 2. Математическая модель

# 2.1. Общая постановка

Рассмотрим деформацию во времени произвольного фиксированного объема  $\Omega_0$ , ограниченного гладкой замкнутой поверхностью  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ . Уравнение движения можно записать в виде:

$$\rho \ddot{x}_i = \sigma_{ii,i} + \rho f_i \,. \tag{1}$$

В общем случае на уравнение (1) можно наложить три типа граничных условий:

-на  $\Gamma_1$  условия силового типа:  $\sigma_{ij}n_j\Big|_{\Gamma_i} = \tau_i(t);$ 

– на  $\Gamma_{2}$  условия кинематического типа:  $u_{i}\left(t\right)|_{\Gamma_{2}} = U_{i}\left(t\right);$ 

- на  $\Gamma_3$  контактные условия:  $\left(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-\right)n_i\Big|_{\Gamma_2} = 0$ .

Здесь использованы следующие обозначения:  $\sigma_{ij}$  — тензор напряжений;  $f_i$  — объемная сила;  $\ddot{x}_i$  — ускорение;  $n_j$  — внешняя нормаль к границе;  $\sigma_{ij}^+$ ,  $\sigma_{ij}^-$  — тензоры напряжений контактирующих тел;  $u_i$  — перемещения.

Закон сохранения массы можно записать в виде:

$$\rho V = \rho_0 V_0,$$

где  $\rho_0$ ,  $\rho$  — начальная и текущая плотности,  $V, V_0$  — начальный и текущий объемы.

Уравнение энергии имеет вид:

$$\dot{e} = \Theta s_{ii} \dot{\varepsilon}_{ii} - p \dot{\Theta},$$

где  $s_{ij}$  — компоненты девиатора тензора напряжений,  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  — тензор скоростей деформаций, p — давление,  $\Theta$  — удельный объем, e — внутренняя энергия единицы объема.

Деформации и перемещения подчиняются геометрическим соотношениям:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \Big( u_{i,j} + u_{j,i} \Big) \,.$$

Чтобы записанная система уравнений стала полной, еще необходимо задать физические соотношения, связывающие напряжения, деформации, скорости деформаций, температуру и другое. В данной работе для описания деформирования бетона применяется модель материала CSCM [2, 9], физические соотношения которой будут приведены ниже. Поведение материала арматуры моделируется в рамках классической теории течения, основанной на ассоциированном законе течения. Модель учитывает критерий предельных состояний в форме Губера–Мизеса [10] и скоростное упрочнение.

Для решения представленной системы уравнений применяется метод конечных элементов; с деталями его реализации в пакете LS-DYNA можно ознакомиться в [9].

#### 2.2. Модель материала (бетона)

Модель материала CSCM — шатровая модель с непрерывной (предельной) поверхностью, используется для задания у бетона нелинейных свойств [2] Модель предполагает, что бетон является изотропным и обладает трехинвариантной поверхностью текучести, учитывает поврежденность материала, причем последняя может быть двух типов: хрупкая (накапливается при растяжении) и вязкая (накапливается при сжатии). Также модель включает скоростное упрочнение материала и явление дилатации — увеличение его объема при пластических деформациях [11].

Прежде чем перейти к математическому представлению модели CSCM, следует ввести понятия многоосного растяжения и многоосного сжатия. Экспериментальные исследования при таких видах нагружения являются типичными в лабораторных исследованиях, проводимых обычно на цилиндрических образцах. На первом шаге образцы подвергаются гидростатическому обжатию, то есть осевое напряжение —  $\sigma_x$ , в образце равно радиальному —  $\sigma_r$ . При многоосном сжатии образец затем сдавливается в осевом направлении до разрушения, при этом радиальное напряжение  $\sigma_r$  остается постоянным. При многоосном растяжении образец разрывается в осевом направлении, при этом  $\sigma_r$  также остается постоянным.

Далее приведем основные соотношения данной модели. Детальное обсуждение, а также получение входящих в нее параметров содержится в [2], результаты валидации на множестве тестов обсуждаются в [3].

Итак, согласно модели, в упругой области бетон считается изотропным и подчиняющимся закону Гука, предельная поверхность текучести имеет вид:

$$f(I_1, J_2, J_3, \chi) = J_2 - \omega^2 F_f^2 F_c,$$

где  $I_1 = \sigma_{ii}$  — первый инвариант тензора напряжений,  $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$  и —  $J_3 = s_{ij}s_{jk}s_{ki}/3$  — второй и третий инварианты девиатора тензора напряжений,  $F_f$  — меридиональная (боковая) поверхность,  $F_c$  — эллиптическая поверхность (шатер),  $\omega$  — масштабирующая функция Рубина,  $\chi$  — параметр упрочнения эллиптической поверхности. На рисунке 5 представлены инвариантные поверхности и предельная поверхность (Рис. 5*г*).



**Рис. 5.** Инвариантные поверхности в пространстве главных нпряжений: меридиональная  $J_2 - F_c = 0$  (*a*); элиптическая  $J_2 - F_f^2 = 0$  (*b*); комбинированная  $J_2 - F_f^2 F_c = 0$  (*b*); предельная поверхность  $J_2 - \omega^2 F_f^2 F_c = 0$  (*c*)

Напряжения, вычисленные по упругим соотношениям, будем именовать далее пробными упругими напряжениями  $\sigma_{ij}^{T}$ , соответствующие им инварианты обозначим как  $I_{1}^{T}$ ,  $J_{2}^{T}$ ,  $J_{3}^{T}$ . Когда имеет место неравенство  $f(I_{1}^{T}, J_{2}^{T}, J_{3}^{T}, \chi_{0}) \le 0$ , материал ведет себя упруго. При  $f(I_{1}^{T}, J_{2}^{T}, J_{3}^{T}, \chi_{0}) \ge 0$  материал

проявляет упругопластические свойства, и в этом случае алгоритм, в соответствии с ассоциированным законом течения, возвращает напряжения к тем значениям, при которых  $f(I_1^P, J_2^P, J_3^P, \chi) = 0$ .

Меридиональная поверхность F<sub>f</sub> имеет следующее уравнение:

$$F_f(I_1) = \alpha - \lambda e^{-\beta I_1} + \gamma I_1,$$

где α, β, γ, λ — параметры материала, получаемые из опытов на трехосное сжатие бетонных цилиндров. Меридиональная поверхность в пространстве главных напряжений изображена на рисунке 5*a*.

Эллиптическая поверхность  $F_c$  описывает изменение объема по причине схлопывания пор бетона. Ее уравнение имеет вид:

$$F_{c}(I_{1},\chi) = 1 - \frac{(I_{1} - L(\chi))(|I_{1} - L(\chi)| + I_{1} - L(\chi))}{2(X(\chi) - L(\chi))^{2}},$$

где  $L(\chi) = \begin{cases} \chi, & \text{если } \chi > \chi_0, \\ \chi_0, & \text{если } \chi < \chi_0. \end{cases}$ 

Уравнение для  $F_c$  при  $I_1 \le L(\chi)$  равняется единице; при  $I_1 > L(\chi)$  оно отвечает эллипсу. Шатер и боковая поверхность пересекаются при  $I_1 = \chi$ . При этом  $\chi_0$  — это величина  $I_1$  в месте пересечения шатра и меридиональной поверхности до момента начала упрочнения (до смещения шатра). Пересечение шатра с гидростатической осью происходит в точке  $I_1 = X(\chi)$ . Положение точки в пространстве главных напряжений зависит от параметра эллиптичности R:

$$X(\chi) = L(\chi) + RF_f(L(\chi)).$$

Движение шатра моделирует пластическое изменение объема: когда  $X(\chi)$  и  $\chi$  увеличиваются, шатер расширяется, а объем сжимается; когда шатер сжимается, происходит расширение объема, то есть имеет место дилатация.

Движение шатра подчинено следующему закону упрочнения:

$$\varepsilon_{V}^{P} = W \left( 1 - e^{-D_{1}(X - X_{0}) - D_{2}(X - X_{0})^{2}} \right),$$

где  $\varepsilon_v^p$  — пластическая объемная деформация, W — максимальная пластическая объемная деформация,  $D_1$  и  $D_2$  — параметры материала,  $X_0$  и X — начальная и текущая точка пересечения шатром гидростатической оси. Инвариантные поверхности изображены на рисунке 5a-e. Экспериментально установлено, что бетон начинает разрушаться в условиях трехосного растяжения и кручения при меньших значениях  $J_2$ , чем в условиях трехосного сжатия. Это говорит о том, что предельная поверхность зависит от третьего инварианта девиатора тензора напряжений  $J_3$ . В девиаторной плоскости трехинвариантная предельная поверхность принимает вид треугольника или шестигранника.

Масштабирующая функция  $\omega$  вводит зависимость любого напряженного состояния на предельной поверхности от напряженного состояния при трехосном сжатии в виде  $\omega F_f$ . При этом  $\omega$  зависит от угла  $\hat{\beta}$ . Угол  $\hat{\beta}$  изменяется в пределах  $-(\pi/6) < \beta < (\pi/6)$  и выражается через  $J_2$  и  $J_3$  в виде:

$$\sin 3\hat{\beta} = \hat{J}_3 = 3\sqrt{3} J_3 / (2J_2^{3/2}),$$

где  $\hat{J}_3$  — нормированный инвариант, значения которого лежат в пределах  $-1 < \hat{J}_3 \le 1$ . При этом для трехосного сжатия  $\hat{J}_3 = 1$ , для кручения  $\hat{J}_3 = 0$ , а для трехосного растяжения  $\hat{J}_3 = -1$ .

Формулы для определения масштабирующей функции ω имеют вид:

$$\omega = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2b_0}}{2b_2},$$
  
$$b_2 = \left(\cos\hat{\beta} - a\sin\hat{\beta}\right)^2 + b\sin^2\hat{\beta}, \qquad b_1 = a\left(\cos\hat{\beta} - a\sin\hat{\beta}\right), \qquad b_0 = -\frac{\left(3 + b - a^2\right)}{4}b = \left(2Q_1 + a\right)^2 - 3,$$
  
$$a = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2a_0}}{2a_2}, \qquad a_2 = Q_2, \qquad a_1 = \sqrt{3}Q_2 + 2Q_1(Q_2 - 1), \qquad a_0 = 2Q_2^2(Q_2 - 1).$$

Здесь  $Q_1$  и  $Q_2$  являются функциями  $I_1$ 

$$Q_1 = \alpha_1 - \lambda_1 e^{-\rho_1 I_1} + \gamma_1 I_1,$$
  
$$Q_2 = \alpha_2 - \lambda_2 e^{-\beta_2 I_1} + \gamma_2 I_1,$$

где  $\alpha_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  и  $\alpha_2$ ,  $\lambda_2$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_2$  являются параметрами материала. При сечении предельной поверхности девиаторной плоскостью трехинвариантная предельная поверхность переходит из треугольника в неправильный шестиугольник и круг при увеличении давления. При трехосном растяжении  $\omega = Q_1 F_f$ , при кручении  $\omega = Q_2 F_f$ . Функции  $Q_1$  и  $Q_2$  управляют формой поверхности только при сжимающих давлениях, при растяжении они принимают значения  $Q_1 = 0,5774$  и  $Q_2 = 0,5$ , что приводит к треугольному сечению предельной поверхности девиаторной плоскостью.

При растяжении с небольшой величиной обжатия бетон демонстрирует размягчение, что моделируется с помощью введения поврежденности:

$$\sigma_{ii}^{d} = (1 - d) \sigma_{ii}^{vp} \,. \tag{2}$$

Скалярный параметр поврежденности *d* преобразует вязкопластический тензор напряжений  $\sigma_{ij}^{vp}$  в тензор напряжений  $\sigma_{ij}^{d}$  с учетом поврежденности. Поврежденность *d* может возрастать от 0 до 1 и подразделяется на вязкую и хрупкую. Поврежденность начинает накапливаться при достижении границей деформируемого фиксированного объема предельной поверхности. При сжимающем (положительным) давлении *P* и величине  $\tau_c = \sqrt{\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}/2}$ , превышающей пороговое значение  $\tau_{0c}$ . Материал повреждается по вязкому типу:

$$d_{\rm c} = \frac{d_{\rm max}}{B} \left( \frac{1+B}{1+Be^{-A(\tau_{\rm c}-\tau_{0c})}} - 1 \right).$$

Хрупкая поврежденность происходит, когда давление *P* является растягивающим (отрицательным) и величина  $\tau_t = \sqrt{E\epsilon_{\text{max}}^2}$  превышает пороговую величину  $\tau_{0t}$ . Тут  $\epsilon_{\text{max}}$  — максимальная главная деформация, *E* — модуль Юнга неповрежденного бетона. Поврежденность определяется по формуле:

$$d_{t} = \frac{0,999}{D} \left( \frac{1+D}{1+De^{-C(\tau_{t}-\tau_{0t})}} - 1 \right).$$

Величины A, B,C, D и  $d_{\max}$  являются параметрами материала. Для подстановки в уравнение (2) выбирается максимальная текущая вязкая или хрупкая поврежденность:  $d = \max(d_t, d_c)$ .

На прочностные свойства бетона оказывает существенное влияние скорость деформации. При ее увеличении происходит упрочнение материала. В рамках модели материала CSCM, реализованной в LS-DYNA, скоростные эффекты представлены в вязкопластической форме [8].

Согласно алгоритму на каждом шаге по времени для получения вязкопластических напряжений (с учетом скоростного упрочнения) осуществляется интерполяция между упругими пробными напряжениями  $\sigma_{ii}^{T}$  и невязкими пластическими напряжениями  $\sigma_{ii}^{P}$  (без учета скоростного упрочнения):

$$\sigma_{ij}^{vp} = (1 - \gamma) \sigma_{ij}^{T} + \gamma \sigma_{ij}^{P}, \quad \gamma = \frac{(\Delta t/\eta)}{1 + (\Delta t/\eta)}.$$

Как видно, интерполяция зависит от эффективного коэффициента текучести η и шага по времени Δt. Коэффициент η вычисляется через 7 задаваемых параметров материала по формулам: – для растягивающего давления

$$\eta = \eta_s + \left(-I_1/\sqrt{3J_2}\right)^{PWRT} \left(\eta_t - \eta_s\right),$$

- для сжимающего давления

$$\eta = \eta_s + \left(I_1 / \sqrt{3J_2}\right)^{PWRC} \left(\eta_c - \eta_s\right),$$

где  $\eta_s = SRATE \cdot \eta_t$ ,  $\eta_t = \eta_{0t} / \dot{\epsilon}^{N_t}$ ,  $\eta_c = \eta_{0c} / \dot{\epsilon}^{N_c}$ ,  $\dot{\epsilon}$  — интенсивность скорости деформации, SRATE,  $\eta_{0t}$ ,  $\eta_{0c}$ ,  $N_t$ ,  $N_c$ , PWRT, PWRC — параметры материала.

## 2.3. Модель материала арматуры

Для описания поведения материала арматуры применяется мультилинейная упругопластическая модель с изотропным упрочнением, реализованная в LS-DYNA при помощи карты \*MAT\_PIECEWISE\_LINEAR\_PLASTICITY [9]. Вязкие эффекты в материале учитываются в данной работе путем масштабирования текущего предела текучести. Применяется коэффициент динамического упрочнения, предложенный в [12]; для рассматриваемого материала арматуры (материал арматуры соответствует стандарту ASTM Grade 60 [8]) он имеет вид: ( $\dot{\epsilon} \cdot 10^4$ )<sup>0,028</sup>.

#### 3. Построение расчетной модели

#### 3.1. Конечно-элементные модели

Расчетная модель (см. Рис. 6*a*) условно представлена в виде совокупности трех основных составляющих: массива бетона, армирующих стержней и опорной рамы, жестко зафиксированной в пространстве.



Рис. 6. Модель ЖБ плиты: общий вид (*a*), массив бетона с КЭ сеткой (*б*), стержни арматуры (*в*), абсолютно твердые тела, моделирующие крепление (*г*)

Конечно-элементная (КЭ) сетка плиты (см. Рис. 66) состоит из объемных 8-узловых элементов с одной точкой интегрирования. Для оценки влияния размера конечного элемента исследовано несколько сеток с разной степенью дискретизации.

Для моделирования арматуры (см. Рис. 6*в*) используются балочные элементы Хьюса–Лю (Hughes–Liu) [9] круглого сечения. КЭ сетки для массива бетона и рамы строятся по отдельности и не имеют общих узлов. Для их объединения используется алгоритм CONSTRAINED\_BEAM\_IN\_SOLID [13],

обеспечивающий автоматизированное создание уравнений связей между сплошной средой и погруженными в нее балочными элементами.

В процессе нагружения плиты участвуют только поперечные перекладины опорной рамы (см. Рис. 6*г*), остальные элементы закрепления в расчет не принимаются. Более того, детали оснастки полагаются абсолютно жесткими, что позволяет рассматривать опорные перекладины как твердые оболочечные тела.

## 3.2. Нагрузки и граничные условия

Вертикальные стойки опорной рамы, на которых располагаются датчики (см. Рис. 3), не ограничивают движение плиты в направлении действия ударной волны и потому исключены из расчетной модели. Кинематические граничные условия, накладываемые на все узлы опорной рамы, представлены на рисунке 7. В качестве нагрузки на ЖБ панель выступает равномерно распределенное по ее поверхности давление, изменяющееся во времени (Рис. 8).





Рис. 7. Кинематические граничные условия задачи: жесткая заделка опорной рамы

#### 3.3. Параметры моделей материалов

Материал арматуры соответствует стандарту ASTM Grade 60 [8]. Для описания поведения материала арматуры используется упругопластическая модель с кинематическим упрочнением и возможностью прямого задания кривой σ-ε для пластических деформаций. Модель описывается картой \*MAT\_PIECEWISE\_LINEAR\_PLASTICIT.



Площадь поперечного сечения балочных элементов, имитирующих арматуру, считается постоянной. Таким образом, в расчете может быть напрямую использована зависимость σ-ε для зоны пластической деформации, полученная экспериментально [1]. В рамках модели принято, что по достижению условного предела прочности материал становится идеально пластичным. Кривая  $\sigma - \varepsilon$  представлена на рисунке 9.

Применяемая для бетона модель CSCM имеет параметры, приведенные в LS-DYNA карте \*MAT\_CSCM [14] (параметры сформированы для измерений в мм-мс-г):

*MA	T_CSCM									
\$#	\$# MIDRHONPLOTINCREIRATEERODERECOVITRETRC									
159	2.4E-09	1	0		1	0.90	10	0		
\$#	PRED									
	0									
\$#	G	К	ALPHA	THETA	LAMBI	DA	BETA	NH	CH	
1.4	451E+04 1.9	34E+04	9.169	0.3373	3.98	81 0.0	4177	0	0	

Рис. 8. Силовые граничные условия задачи: область приложения давления

\$#	ALPHA1	THETA1	LAMBDA1	BETA1	ALPHA2	THETA2	LAMBDA2	BETA2	
	0.8200	0	0.2407	0.009924	0.7600	0	0.2600	0.009924	
\$#	R	X0	W	D1	D2				
	2.177	82.30	0.065	0.000611	2.225E-06				
\$#	В	GFC	D	GFT	GFS	PWRC	PWRT	PMOD	
	100	6.959	0.1	0.06959	0.06959	5	1	0	
\$#	ETA_0_C	N_C	ETA_0_T	N_T	OVERC	OVERT	SRATE	REPOW	
 0.0	001090	0.78 6.	.601E-05	0.48	23.47	23.47	1	1	

Параметры модели CSCM взяты из документации [2, 3], а также из работы [15], в которой предложена альтернативная методика калибровки поверхности прочности для подобного класса моделей. Таким образом, настройки модели бетона генерируются на основе данных о прочности при сжатии образцов цилиндрической формы  $f_c = 34,5$  МПа и принятом значении характерного размера наполнителя бетона  $d_{max} = 8$  мм [1] и используются во всех рассматриваемых далее расчетных случаях.

# 4. Результаты расчетов, сравнение с экспериментальными данными

#### 4.1. Уточнение параметров закрепления ЖБ плиты



Рис. 10. Зазор между плитой и горизонтальной фиксирующей трубой: общий (*a*) и детальный (*б*) вид

При осуществлении эксперимента между плитой и опорными брусками существует зазор (Рис. 10), точная величина которого неизвестна [16]. Однако этот геометрический параметр может напрямую влиять на результаты, так как для разных величин зазора фактически реализуются различные типы граничных условий.

Так, если зазор оказывается мал, то при воздействии ударной волны давления в плите образуется 3 пластических шарнира (по центру и около мест закрепления) (Рис. 11а). Это не соответствует картине деформаций и разрушения плиты, наблюдаемой в эксперименте (Рис. 116). Кроме того, при наличии трех пластических шарниров максимальный прогиб конструкции будет существенно меньшим, чем при наличии одного, так как энергия ударной волны уходит на создание трех разрушения, не 30H а олной. правильного Следовательно, для моделирования исследуемого процесса необходимо выбором зазора обеспечить образование одного пластического шарнира (см. Рис. 11б).



**Рис. 11.** Влияние размера зазора на количество пластических шарниров: малый зазор, три пластических шарнира (*a*); большой зазор, один пластический шарнир (*б*); результаты эксперимента при одном пластическом шарнире (*в*)

Для определения вероятной величины зазора проведена серия расчетов, по результатам которых оценен максимальный прогиб плиты и ее деформированное состояние. Расчеты выполнены для модели с характерным размером КЭ сетки 10 мм, что обеспечивает наличие 10 элементов сетки по толщине. Такой уровень дискретизации принимается достаточным для описания картины деформаций и повреждений на данном этапе исследования. Более детальное изучение практической сеточной сходимости проведено на следующем этапе работы.

Численная визуализация зон образования пластических шарниров — зон максимальной поврежденности бетона плиты, приведена на рисунке 12. Можно видеть, что для величин зазора 6, 8 и 10 мм (Рис. 12*a*-*в*) отчетливо прослеживается наличие трех пластических шарниров. Для зазора 12 мм (Рис. 12*c*) пластические шарниры у мест закрепления практически отсутствуют. И, наконец, для зазоров 14 и 17 мм (Рис. 12*d*, *e*) в системе остается только один пластический шарнир. Можно говорить, что наилучшее качественное совпадение с результатами эксперимента — наличие лишь небольших поверхностных дефектов от взаимодействия с оснасткой, обеспечивает зазор размером 14 мм.



**Рис. 12.** Количество пластических шарниров при разной величине зазора, мм: 6–10 (*a*–*в*) – три шарнира; 12 (*г*) – шарниры у мест закрепления практически отсутствуют, 14–17 (*д*, *е*) – один шарнир



Рис. 13. Изменение максимального прогиба конструкции с ростом размера зазора

На рисунке 13 представлена зависимость максимального прогиба от величины зазора между плитой и оснасткой. Видно, что, начиная с зазора 14 мм, максимальный прогиб конструкции не меняется.

Стоит отметить, что в реальном эксперименте максимальный прогиб плиты под воздействием воздушной ударной волны составил 112,3 мм. Таким образом, задание правильного размера зазора и соответствующих граничных условий задачи позволяет снизить погрешность в расчете прогиба конструкции с 19% для зазора 6 мм до 4% для зазора 14 мм.

На основе последовательности численно решенных задач показано, что при наличии зазора

14 мм деформация ЖБ плиты качественно соответствует реальной картине деформации плиты в эксперименте, а дальнейшее увеличение зазора не приводит к изменению прогиба плиты. Исходя из вышесказанного величина зазора для дальнейших расчетов принимается равной 14 мм.

# 4.2. Сравнение максимального расчетного и экспериментального прогибов

На рисунке 14 изображены зависимости от времени максимального прогиба плиты для нагрузок 1 и 2 (см. Рис. 4), рассчитанные на сетках с разным характерным размером конечного элемента.

Применяемая математическая модель хорошо представляет не только пиковые прогибы, но и характер колебаний плиты около нового положения равновесия. Из рисунков видно, что погрешность рассчитанного максимального прогиба для рассматриваемых нагрузок даже на самой грубой сетке не превышает 15%. При увеличении размерности сетки наблюдается улучшение совпадения с результатами эксперимента.



Рис. 14. Зависимости максимального прогиба плиты от времени: для нагрузки 1 (а), для нагрузки 2 (б)

В целом можно говорить о хорошем согласовании результатов как по пиковому прогибу, так и по описанию медленно затухающих колебаний системы около нового положения равновесия.

### 4.3. Качественная картина поврежденности плиты

Рассмотрим качественную картину состояния ЖБ плиты после воздействия воздушной ударной волны. На рисунках 15 и 16 представлены численно установленные картины распределения поврежденности в плите с размерами конечного элемента 20, 10 и 5 мм для 1-й нагрузки (см. Рис. 4); для сравнения приведены фотографии реальных зон трещинообразования.



**Рис. 15.** Расчетные значения поврежденности тыльной стороны ЖБ плиты при разных размерах конечного элемента, мм: 20 (*a*), 10 (*б*), 5 (*в*); фотография плиты после эксперимента (*г*)

Из представленных рисунков видно, что результаты расчетов качественно соответствуют опытным данным: при рассмотренных сетах формируется один пластический шарнир по центру ЖБ плиты. Измельчение сетки КЭ ведет к повышению детализации поля поврежденности. Таким образом, поврежденность начинает визуально совпадать с картиной реального трещинообразования в материале, что лучше всего видно на рисунке 15*в*.



**Рис. 16.** Расчетные значения поврежденности фронтальной стороны ЖБ плиты при разных размерах конечного элемента, мм: 20 (*a*), 10 (*b*), 5 (*b*); фотография плиты после эксперимента (*c*)

#### 5. Заключение

В работе проведено численное исследование динамики и прочности ЖБ плиты под действием воздушной ударной волны. Выявлено, что геометрические размеры опорной рамы, в которую заключена плита, оказывают существенное влияние на граничные условия, а следовательно, и на физику моделируемого процесса. На примере многовариантного исследования подобрана геометрия опорной рамы, обеспечивающая наилучшее качественное и количественное совпадение результатов расчета и эксперимента. Исходя из этого, для модели взяты граничные условия, отвечающие случаю наилучшего согласования с экспериментом, и проведено исследование практической сходимости результатов расчетов. Показано, что отличие в максимальном прогибе плиты между расчетными и экспериментальными величинами даже на грубой сетке не превышает 15%. Увеличение размерности дискретной модели при уменьшении размера элемента КЭ сетки до 5 мм позволяет получать детализированное поле поврежденности конструкции, которое хорошо согласуется с картиной реального трещинообразования в конструкции.

#### Литература

- https://www.dynamore.de/de/download/papers/ 2014-ls-dyna-forum/documents/simulationsmethodik-iii/ blind-blastsimulationa-a-validation-effort-assessment (дата обращения 03.05.2020).
- 2. *Murray Y.D.* User Manual for LS\_DYNA Concrete Material Model 159. Publication No. FHWA\_HRT\_05\_062. The Federal Highway Administration (FHWA), 2007. 89 p.
- 3. *Murray Y.D., Abu-Odeh A., Bligh R.* Evaluation of LS-DYNA Concrete Material Model 159. Publication No. FHWA\_HRT\_05\_063. The Federal Highway Administration (FHWA), 2007. 206 p.
- 4. Мкртычев О.В., Андреев М.И. Численные исследования прочности бетонных цилиндров на сжатие // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.2019. Т. 15, № 6. С. 433-437. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-433-437
- 5. Sharath R., Arumugam D., DhanasekaranB., Subash T.R. Numerical modeling of "concrete response" to high strain rate loadings // Proc. of the 11 European LS-DYNA conf. Salzburg, Austria, May 9-11, 2017. 11 p.
- Pachocki L., Wilde K. Numerical simulation of the influence of the selected factors on the performance of a concrete road barrier H2/W5/B // MATEC Web Conf. 2018. Vol. 231. 01104. https://doi.org/10.1051/matecconf/201823101014
- Olmati P., Trasborg P., Naito C., Sgambi L., Bontempi F. Modeling the response of concrete slabs under blast loading // Journal of the American Concrete Institute. 2016. https://www.researchgate.net/ publication/303025654\_Modeling\_the\_Response\_of\_Concrete\_Slabs\_Under\_Blast\_Loading (дата обращения 27.09.2020).
- 8. ASTM A615 Standard specification for deformed and plain billet steel bars for concrete reinforcement. ASTM International, 1992. 4 p.
- 9. LS-DYNA® Theory manual. LSTC, 2018. 884 p. http://lsdyna.ru/documents/
- 10. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
- 11. Определяющие законы механики грунтов / Под ред. В.А. Николаевского. М.: Мир, 1975. 231 с.
- Malvar L.J., Crawford J.E. Dynamic increase factors for steel reinforcing bars //Proc. of the 28th Department of Defense Explosives Safety Seminar. 28thDDESB Seminar. Orlando, Florida, USA, August 18-20, 1998.
- 13. Chen H. An Introduction to \*CONSTRAINED\_BEAM\_IN\_SOLID // FEA Information Engineering Journal. 2017. No. Q1(6). P. 14-18.

- 14. LS-DYNA<sup>®</sup> Keyword user's manual. Volume II. Material models. Version R10.0. LSTC, 2017. 1682 p. http://lsdyna.ru/documents/
- Jiang H., Zhao J. Calibration of the continuous surface cap model for concrete // Finite Elem. Anal. Des.2015. Vol. 97. P. 1-19. https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.12.002
- Schwer L. Blind blast simulation simple input concrete modeling. https://www.dynamore.de/de/download/papers/2014-lsdyna-forum/dynamore/de/download/papers/2014-ls-dyna-forum/documents/simulationsmethodik-iii/blind-blastsimulationa-a-validation-effort-assessment(дата обращения 27.09.2020).

# References

- 1. https://www.dynamore.de/de/download/papers/2014-ls-dyna-forum/documents/simulationsmethodik-iii/blind-blast-simulationa-a-validation-effort-assessment (accessed 03 May 2020).
- 2. Murray Y.D. User Manual for LS\_DYNA Concrete Material Model 159. Publication No. FHWA\_HRT\_05\_062. The Federal Highway Administration (FHWA), 2007.89 p.
- 3. Murray Y.D., Abu-Odeh A., Bligh R. *Evaluation of LS-DYNA Concrete Material Model 159*. Publication No. FHWA\_HRT\_05\_063. The Federal Highway Administration (FHWA), 2007.206 p.
- 4. Mkrtychev O.V., Andreev M.I. Numerical studies of strength of concrete cylinders for compression. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsii i sooruzhenii Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2019, vol. 15, no. 6, pp. 433-437. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2019-15-6-433-437
- 5. Sharath R., Arumugam D., Dhanasekaran B., Subash T.R. Proc. of the 11 European LS-DYNA conf. Salzburg, Austria, May 9-11, 2017. 11 p.
- Pachocki L., Wilde K. Numerical simulation of the influence of the selected factors on the performance of a concrete road barrier H2/W5/B.MATEC Web Conf., 2018,vol. 231, 01104. https://doi.org/10.1051/matecconf/201823101014
- Olmati P., Trasborg P., Naito C., Sgambi L., Bontempi F. Modeling the response of concrete slabs under blast loading. *Journal of the American Concrete Institute*, 2016. https://www.researchgate.net/publication/303025654\_Modeling\_the\_Response\_of\_Concrete\_Slabs\_Under\_Blast\_Loading (accessed 27 September 2020).
- 8. ASTM A615 Standard specification for deformed and plain billet steel bars for concrete reinforcement. ASTM International, 1992. 4 p.
- 9. LS-DYNA® Theory manual. LSTC, 2018. 884 p. http://lsdyna.ru/documents/
- 10. RabotnovYu.N. Mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela [Deformable Solid Mechanics]. Moscow, Nauka, 1988. 712 p.
- 11. NikolayevskiyV.A. (ed.) *Opredelyayushchiye zakony mekhaniki gruntov* [The governing laws of soil mechanics]. Moscow, Mir, 1975. 231 p.
- 12. Malvar L.J., Crawford J.E. Proc. of the 28th Department of Defense Explosives Safety Seminar. 28th DDESB Seminar. Orlando, Florida, USA, August 18-20, 1998.
- 13. Chen H. An Introduction to \*CONSTRAINED\_BEAM\_IN\_SOLID. FEA Information Engineering Journal, 2017, no. Q1(6),pp. 14-18.
- 14. LS-DYNA<sup>®</sup> Keyword user's manual. Volume II. Material models. Version R10.0. LSTC, 2017. 1682 p. http://lsdyna.ru/documents/
- 15. Jiang H., Zhao J. Calibration of the continuous surface cap model for concrete. *Finite Elem. Anal. Des.*, 2015, vol. 97, pp. 1-19. https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.12.002
- Schwer L. Blind blast simulation simple input concrete modeling.https://www.dynamore.de/de/download/papers/2014-lsdyna-forum/dynamore/de/download/papers/2014-ls-dyna-forum/documents/simulationsmethodik-iii/blind-blastsimulationa-a-validation-effort-assessment(accessed 27 September 2020)

Поступила в редакцию 24.07.2020; после доработки 19.08.2020; принята к опубликованию 21.08.2020

Сведения об авторах

*Герцик Сергей Михайлович*, спец., ООО «Центр компетенций и обучения», 607328, Нижегородская обл., Дивеевский р-н, пос. Сатис, ул. Парковая, д. 3; e-mail: smgertsik@compcenter.org

Новожилов Юрий Владиславович, рук. направления, АО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс», 195009, г. Санкт-Петербург, Кондратьевский пр., д. 15, корп. 2, литер 3, пом. 322, Б/Ц «Фернан-Леже»; e-mail: Yury.Novozhilov@cadfem-cis.ru

Михалюк Дмитрий Сергеевич, ктн., ген. дир., АО «Центр инженерно-физических расчетов и анализа», 195009, г. Санкт-Петербург, Кондратьевский пр-т, д. 15, корп. 2, литер 3, пом. 328, Б/Ц «Фернан-Леже»; e-mail: dmitry@multiphysics.ru