# DOI: <u>10.7242/1999-6691/2020.13.1.5</u> УДК 519.6+533

# НАСТРОЙКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ГОРЕНИЯ ГАЗООБРАЗНОГО ТОПЛИВА С УЧЁТОМ УТОЧНЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ РАСЧЁТНОЙ ОБЛАСТИ

Ю.А. Митрофанова<sup>1,2</sup>, Р.А. Загитов<sup>1,2</sup>, П.В. Трусов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация <sup>2</sup>AO «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Российская Федерация

Представлены постановка и результаты численного исследования задачи горения газообразного топлива в камере сгорания газотурбинного двигателя наземного применения. Принято, что газовоздушная смесь является однофазным многокомпонентным реагирующим потоком. Для описания турбулентного течения в камере сгорания применён подход осреднения по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Для замыкания системы этих уравнений использовалась SST-модель турбулентности. Для нахождения скорости образования компонентов смеси применена комбинированная EDM/FRC модель горения. На основе сопоставления данных предварительных расчётов в рамках этой постановки и экспериментов было выдвинуто предположение, что получаемое различие в данных обусловливается технологическими отклонениями и нанесением теплозащитного покрытия на стенки жаровой трубы. С целью его проверки по найденному из аэродинамических испытаний коэффициенту расхода воздуха изменялась геометрия расчётной области. Далее проводилось уточнение параметров математической модели (настройка модели) как на исходной, так и на новой геометрии. Предложена методика настройки математической модели рассматриваемой задачи по трём параметрам: турбулентным числам Прандтля и Шмидта и коэффициенту, ограничивающему скорость горения. Верификация модели осуществлена путём численных экспериментов на трёх конструктивных вариантах жаровой трубы. Расчёты с уточнёнными данными показали, что изменение геометрии позволяет более корректно представить горение в турбулентном потоке: так, по средней неравномерности температурного поля результаты практически совпадают с экспериментальными данными. За счёт корректировки геометрии расчётной области также удалось установить расположение и величину максимальной неравномерности температуры. Созданная уточнённая математическая модель для описания горения газообразного топлива в камере сгорания газотурбинного двигателя пригодна для дальнейшей оптимизации конструкции камеры сгорания.

*Ключевые слова*: горение газообразного топлива, газотурбинный двигатель, RANS, SST модель турбулентности, комбинированная EDM/FRC модель, вычислительные эксперименты, уточнение геометрии расчетной)

# SETTING UP THE MATHEMATICAL MODEL OF GAS FUEL COMBUSTION TAKING INTO ACCOUNT COMPUTATIONAL DOMAIN GEOMETRY REFINEMENT

Yu.A. Mitrofanova<sup>1,2</sup>, R.A. Zagitov<sup>1,2</sup> and P.V. Trusov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation <sup>2</sup>JSC «UEC-Aviadvigatel», Perm, Russian Federation

The problem of gaseous fuel combustion in a land-used gas turbine engine combustion chamber was formulated, and the results of the numerical solution were described. The paper assumes that the gas-air mixture is a single-phase, multicomponent and reactive flow. The Reynolds averaging approach to the Navier-Stokes equations was used to describe the turbulent flow in the combustion chamber. The SST model of turbulence was used to close the averaged system .A combined EDM/FRC combustion model was used to determine the rate of formation of mixture components. A technique was proposed for setting up the mathematical model taking into account three parameters: the turbulent Prandtl and Schmidt numbers and the coefficient limiting the burning rate. Based on a comparison of the results of preliminary calculations and experiments, it was suggested that the difference in these data is due to technological deviations and the application of a heatprotective coating to the walls of the flame tube. The geometry of the computational domain was changed based on the airflow coefficient obtained in the aerodynamic tests. The setting up of the mathematical model was carried out both on the initial and on the refined geometry. The verification of the mathematical model was carried out using the results of experiments on three structural variants of the flame tube. The results of calculations carried out with the use of refined data showed that a change in geometry made it possible to more correctly describe combustion in a turbulent flow: the theoretical results on the average non-uniformity obtained on the refined geometry of the studied region practically coincide with the experimental data. Due to updating the geometry of the computational domain, it was possible to establish the location and magnitude of the maximum non-uniformity. Using the results obtained in this work, a mathematical model was developed to describe the combustion of gaseous fuel in the combustion chamber of a gas turbine engine. The proposed model can be used to further optimize the design of the combustion chamber.

Key words: gas fuel combustion, gas-turbine engine, RANS, SST turbulence model, combined EDM/FRC model, computational experiments, computational domain geometry refinemen

# 1. Введение

Снижение уровня неравномерности нагрева потока на выходе из камеры сгорания газотурбинного двигателя является необходимым условием увеличения ресурса турбины [1, 2]. Требуемый профиль поля температуры определяется из условий работы лопаток газовой турбины [3, 4], и для его достижения необходимо снижать как температурные пики в ядре потока на выходе из камеры сгорания, так и уменьшать неравномерность температуры на периферийной и втулочной частях лопатки [5].

На протяжении длительного времени процесс проектирования и «доводки» камеры сгорания осуществлялся главным образом опытным путём — с использованием стендовых испытаний. Активное

развитие методов численного моделирования и создание коммерческих пакетов программ инженерного анализа позволило подойти к решению этой проблемы другим путём: предварительно моделировать рабочий процесс в камере сгорания, изучать его особенности и формировать на основе расчётных данных подходы к оптимизации температурного поля в каждом конкретном случае [6].

Поле температуры на выходе из камеры сгорания (входе в турбину) зависит от множества факторов, таких как размеры и форма жаровой трубы, перепад давления на её стенках, размеры и форма отверстий, распределение температуры газа, поступающего в зону разбавления, режим работы двигателя [7].

Одной из важнейших характеристик распределения температурного поля является его неравномерность — разность температур на *i* -м радиусе (Рис. 1) и средней на выходе из камеры сгорания, отнесённая к разности средних температур в выходном и входном сечениях камеры сгорания [8]. Данная характеристика определяется по результатам испытаний с помощью устанавливаемой на выходе радиальной гребёнки с термопарами (Рис. 1). Гребёнка при движении в окружном направлении имеет



**Рис.1.** Схема к экспериментальному измерению поля температуры в камере сгорания

несколько фиксированных положений. Таким образом, измерение температуры производится в определенном конечном наборе точек выходного сечения.

Производство любого изделия, в том числе камер сгорания, неизбежно сопровождается технологическими отклонениями, которые зачастую невозможно измерить с использованием имеющихся инструментальных средств. Это влияет моделирования, на точность поэтому для повышения достоверности методики расчёта поля температуры нужна не только адекватная математическая модель физикомеханических процессов, протекающих

в камере сгорания, но и обеспечение как можно более точного соответствия геометрии расчётной области объекту исследования.

Контроль пригодности изготовленной детали обычно осуществляется по результатам предварительных аэродинамических испытаний частей камеры сгорания, которые позволяют определить отклонение зависимости расхода воздуха от перепада давления для рассматриваемого элемента от номинального. Исследование возможностей повышения точности прогнозирования поля температуры на выходе из камеры сгорания за счёт уточнения геометрических характеристик расчётной области на основе специальных аэродинамических испытаний и является целью данной работы.

## 2. Концептуальная постановка

При моделировании горения газообразного топлива (метана) в турбулентном потоке воздуха в камере сгорания приняты следующие гипотезы:

– объектом моделирования является однофазный многокомпонентный реагирующий поток топливовоздушной смеси;

– газ в потоке является сжимаемым вязким совершенным [9–11];

скорость химических реакций определяется процессами смешения и кинетикой химических реакций;

– не учитывается теплообмен с твёрдыми стенками, так как на основе анализа данных предварительных расчётов сделан вывод, что учёт изменения теплового состояния стенок жаровой трубы несущественно влияет на результаты решения газодинамической задачи, в то же время значительно увеличивает временные и вычислительные затраты.

Задачами исследования являются:

 построение математической модели горения топливовоздушной смеси и задание её параметров при исходной геометрии расчётной области;

 уточнение геометрических параметров расчётной области на основании предварительных аэродинамических испытаний;

идентификация параметров модели горения, отвечающих уточнённой геометрической модели расчётной области;

– анализ полученных результатов.

## 3. Математическая постановка задачи

Для описания однофазного многокомпонентного потока применялась система балансовых уравнений Навье–Стокса, включающая [9,12–15]: - уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{W}) = 0;$$

- уравнение сохранения импульса

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{W}) + \operatorname{div} [\rho \mathbf{W} \otimes \mathbf{W} + p \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}] = 0;$$

уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \operatorname{div} \left[ (\rho E + p) \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Pi} + \mathbf{Q} \right] = \sum_{i=1}^{n} L_{i} H_{i};$$

уравнение сохранения массы химического компонента i

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_i) + \operatorname{div} (\rho \mathbf{W} c_i + \mathbf{U}_i) = L_i \qquad (i = \overline{1, n-1}).$$

Тензор напряжений Коши **П** раскладывался на шаровую и девиаторную части. Для шаровой части использовалось уравнение состояния совершенного многокомпонентного газа:

$$p = \rho \frac{RT}{m}, \qquad m = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{m_i}\right)^{-1}.$$

Девиаторная часть тензора напряжений Коши **П** в уравнениях сохранения импульса и энергии подчинялась обобщённому закону Ньютона [16, 17] и определялась следующим соотношением:

$$\mathbf{\Pi}^* = \mu \Big( \nabla \mathbf{W} + \nabla \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \Big) - \Big[ 2/(3\mu \mathbf{I}\nabla) \Big] \cdot \mathbf{W} \,.$$

В уравнениях приняты следующие обозначения:  $\rho = \sum_{i=1}^{n} \rho_i$  — плотность смеси; p — давление; **W** — вектор скорости потока; **I** — единичный тензор; E — полная энергия потока; **Q** — вектор потока тепла; R — универсальная газовая постоянная; T — температура; m — молярная масса газовой смеси; n — количество компонентов смеси; i — индекс компонента смеси, для каждого из которых  $\rho_i$  — плотность;  $c_i = \rho_i / \rho$  — относительная массовая концентрация,  $m_i$  — молярная масса,  $L_i$  — массовая скорость образования в химических реакциях (соотношение для её определения приведено ниже при описании модели горения),  $H_i$  — энергия, полученная в результате образования в химических реакциях,  $U_i$  — диффузионная скорость. Символ «Т» означает операцию транспонирования.

Турбулентное течение моделировалось с применением осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье– Стокса и использованием модели турбулентности SST [18, 19]. Эта модель включает преимущества  $k - \varepsilon$  и  $k - \omega$  моделей и хорошо зарекомендовала себя при решении промышленных задач.

При осреднении системы уравнений Навье–Стокса мгновенные значения функций  $\phi(x,t)$  раскладывались на пульсационную составляющую  $\phi'(x,t)$  и среднюю  $\phi(x,t)$ . После проведения ряда алгебраических преобразований по правилам, представленным в [20, 21], из системы исключались пульсационные слагаемые и оставались только средние значения. Задача расчёта пульсаций (например, пульсаций температуры) в настоящей работе не ставилась; идентификация системы проводилась по средним значениям, замеренным экспериментально. Осреднённая и замкнутая система балансовых уравнений Навье–Стокса приняла следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{W}}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{W}}\right) + \operatorname{div}\left[\rho\tilde{\mathbf{W}}\otimes\tilde{\mathbf{W}} + \bar{p}\mathbf{I} - \bar{p}\mu_{T}\left(\frac{\partial\tilde{\mathbf{W}}_{j}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial\tilde{\mathbf{W}}_{i}}{\partial x_{j}}\right) + \frac{2}{3}\bar{\rho}\mu_{T}\nabla\tilde{\mathbf{W}} + \frac{2}{3}\mathbf{I}\bar{\rho}k - \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{I}^{*}\right] = 0,$$

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\rho} \tilde{E} \right) + \operatorname{div} \left[ \bar{\rho} \tilde{\mathbf{W}} \tilde{H} - \left( \frac{\mu_T}{\Pr_T} + C_p \frac{\mu}{\Pr_T} \right) \nabla \tilde{h} - \frac{\mu_T}{\sigma_k} \nabla k - \tilde{\mathbf{W}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}^* \right] &= \sum_{i=1}^n \overline{L}_i \tilde{H}_i, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{\rho} \tilde{c}_i \right) + \operatorname{div} \left( \bar{\rho} \tilde{\mathbf{W}} \tilde{c}_i - \left( \frac{\mu_T}{\operatorname{Sc}_T} + \frac{\mu}{\operatorname{Sc}} \right) \nabla \tilde{c}_i \right) = \overline{L}_i, \\ \overline{p} &= \bar{\rho} \left( \frac{R}{m} \tilde{T} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho k \right) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \sigma_k \mu_t \right) \nabla k \right] + P_k - \beta^* \rho \omega k, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \omega \right) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \sigma_\omega \mu_t \right) \nabla \omega \right] + \gamma \frac{\rho}{\mu_T} P_k - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}, \\ \mu_T &= \frac{\rho a_1 k}{\max \left( a_1 \omega, SF_2 \right)}, \\ F_1 &= \tanh \left( \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{C D_{k\omega} \sigma_\omega y^2} \right)^4 \right). \end{split}$$

Здесь:  $(\tilde{\cdot})$  — осреднение по Фавру [20];  $(\bar{\cdot})$  — осреднение по Рейнольдсу [21];  $\mu$  — вязкость;  $\mu_{T}$  — турбулентная вязкость;  $\Pr_{T}$  и Sc<sub>T</sub> — турбулентные числа Прандтля и Шмидта; Pr и Sc — числа Прандтля и Шмидта;  $C_{p}$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении; h — энтальпия газовой смеси; H — полная энтальпия; k — турбулентная кинетическая энергия;  $\sigma_{k}$  — аналог числа Прандтля для турбулентной кинетической энергии;  $\sigma_{\omega}$  — аналог числа Прандтля для скорости диссипации турбулентной кинетической энергии;  $P_{k}$  — генерация турбулентной кинетической энергии;  $\omega$  — скорость диссипации турбулентной кинетической энергии;  $F_{1}$  — функция-переключатель;  $D_{k\omega}$  — перекрёстная диффузия;  $F_{2}$  — эмпирическая функция;  $\beta^{*}$ ,  $\beta'$ ,  $a_{1}$ , y,  $\gamma$ , C — модельные константы.

Скорость элементарной реакции в турбулентном потоке определяется процессами смешения и кинетикой химических реакций [22]. Процесс образования гомогенной смеси реагентов рассматривается как турбулентное смешение. Процессы химической кинетики обуславливают скорость реакции, при которой происходит образование продуктов реакции.

Для описания процесса горения была выбрана смешанная EDM/FRC [23] модель, так как комбинирование позволяет рассчитать скорость реакции с учётом обоих процессов: образования гомогенной смеси и химической кинетики.

Горение метана в воздухе включает сотни элементарных реакций, в которых принимают участие десятки химических компонентов [24, 25]. Поскольку вычислительные затраты растут пропорционально  $N_c^2$ , где  $N_c$  — число компонентов реакций, с целью снижения ресурсоёмкости при решении практических задач детальное представление кинетики процесса горения (детальный кинетический механизм) обычно заменяют упрощённым (редуцированным, скелетным, глобальным) [26]. Коэффициенты, отвечающие за скорость реакции в детальном и упрощённом вариантах, обычно отличаются.

Образование i-го компонента может быть изображено в терминах F элементарных реакций, в которых участвуют  $N_c$  компонентов. В общем виде стехиометрическое соотношение для совокупности рассматриваемых элементарных реакций имеет вид:

$$\left[\sum_{i=1}^{N_c} v'_{fi} X_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{N_c} v''_{fi} Y_i\right] \qquad (f = \overline{1, F}),$$

где  $v_{fi}$  — стехиометрический коэффициент для компонента *i* в *f*-й химической реакции. Эта запись обозначает, что  $v'_{f1}$  молекул реагента  $X_1$ ,  $v'_{f2}$  молекул реагента  $X_2$ , ...,  $v'_{fNc}$  молекул реагента  $X_{Nc}$ , вступив в реакцию, образуют  $v''_{f1}$  молекул вещества  $Y_1$ ,  $v''_{f2}$  молекул вещества  $Y_2$ , ...,  $v''_{fNc}$  молекул вещества  $Y_{Nc}$ . Стехиометрический коэффициент помечается штрихом для реагента —  $v'_{fi}$ , и двумя штрихами для продуктов реакции —  $v''_{fi}$ . Если химический компонент не является реагентом или продуктом реакции, соответствующий коэффициент равен нулю [27].

В работе принят механизм горения метана, состоящий из 5 реакций и 6 компонентов [26, 28]:

$$CH_{4} + (1/2)O_{2} \rightarrow CO + 2H_{2}$$

$$CO + (1/2)O_{2} \rightarrow CO_{2},$$

$$H_{2} + (1/2)O_{2} \rightarrow H_{2}O,$$

$$CO_{2} + H_{2} \leftrightarrow CO + H_{2}O.$$

Массовая скорость *L<sub>i</sub>* образования компонента *i* записывается как сумма массовых скоростей образования компонента во всех элементарных реакциях, в которые он входит:

$$L_{i} = m_{i} \sum_{f=1}^{F} \left( v_{fi}'' - v_{fi}' \right) R_{f},$$

где  $R_f$  — это скорость элементарной реакции f, зависящая от давления и температуры. Для её вычисления в работе принята комбинированная EDM/FRC модель [23, 28]:

$$R_f = \min(R_f^{EDM}, R_f^{FRC}).$$

Рассмотрим подробнее модель EDM [23]. Она разработана для описания турбулентного горения предварительно неперемешанных потоков. Согласно этой модели:

– для инициализации процесса горения достаточно, чтобы горючее и окислитель находились в одном объёме;

– скорость реакции непосредственно связана со временем, требуемым для смешивания реагентов на молекулярном уровне;

– в турбулентном течении время смешивания контролируется вихревыми свойствами, поэтому скорость реакции обратно пропорциональна времени смешивания, зависящему от турбулентной кинетической энергии k и диссипации  $\varepsilon$  (скорость ~  $\varepsilon/k$ );

– не учитываются кинетические особенности элементарной реакции; скорость элементарной реакции находится из соотношения, основанного на анализе размерностей [23]:

$$R_{f}^{EDM_{1}} = A \frac{\varepsilon}{k} \min_{i} \left( s_{i} / v_{fi}' \right).$$

С целью обеспечения лучшего соответствия модели эксперименту (большей гибкости в её настройке) иногда, наряду с  $R_{f}^{EDM_{1}}$ , рассматривают отличающуюся от неё скорость  $R_{f}^{EDM_{2}}$  и выбирают наименьшую:  $R_{f}^{EDM} = \min(R_{f}^{EDM_{1}}, R_{f}^{EDM_{2}})$ . При этом максимальная скорость ограничена концентрацией реагентов [23]:

$$R_{f}^{EDM_{1}} = A \frac{\varepsilon}{k} \min_{i} \left( s_{i} / v_{fi}^{\prime} \right),$$

где  $s_i$  — молярная концентрация компонента i (i относятся только к компонентам реагентов), A — константа, определяемая при идентификации модели. Максимальная скорость зависит от количества продуктов, полученных при реакции [23]:

$$R_{f}^{EDM_{2}} = AB \frac{\varepsilon}{k} \left( \sum_{p} s_{p} m_{p} / \sum_{p} v_{fp}'' m_{p} \right),$$

где *p* пробегает все значения индексов компонентов продуктов в *f* -й элементарной реакции, *B* — константа.

Таким образом, в EDM модели скорость образования *i*-го компонента определяется следующим соотношением:

$$L_{i} = m_{i} \sum_{f=1}^{F} \left( v_{fi}'' - v_{fi}' \right) \min \left\{ A \frac{\varepsilon}{k} \min_{j} \left( s_{i} / v_{fi}' \right), AB \frac{\varepsilon}{k} \left( \sum_{p} s_{p} m_{p} / \sum_{p} v_{fp}'' m_{p} \right) \right\}.$$

Перейдём к рассмотрению модели FRC. Она предполагает:

– обратимость f-й элементарной реакции, поэтому скорость реакции  $R_{f}^{FRC}$  вычисляется на основе закона действующих масс:

$$R_{f}^{FRC} = \left(F_{f} \prod_{i=A,B...}^{N_{c}} s_{i}^{r_{fi}^{\prime}} - B_{f} \prod_{i=A,B...}^{N_{c}} s_{i}^{r_{fi}^{\prime}}\right),$$

где  $F_f$  и  $B_f$  являются коэффициентами скорости прямой и обратной реакций соответственно,  $r_{fi}$  — порядок степени концентрации компонента *i* в уравнении *f*-й элементарной реакции (находится экспериментально). Порядок степени концентрации компонента обычно совпадает со стехиометрическим коэффициентом для элементарных реакций в составе детального кинетического механизма и может отличаться от него при использовании упрощённых описаний механизмов горения;

 коэффициенты скорости прямой и обратной реакций рассчитываются с помощью зависимости аррениусовского типа:

$$F_{f} = A_{f}T^{\beta_{f}} \exp\left(-\frac{E_{f}}{RT}\right),$$
$$B_{f} = A_{f}T^{\beta_{f}} \exp\left(-\frac{E_{f}}{RT}\right),$$

где  $A_f$ ,  $\beta_f$  — числовые коэффициенты,  $E_f$  — энергия активации реакции, T — абсолютная температура.

Таким образом, в FRC модели скорость образования *i*-го компонента определяется следующим соотношением:

$$L_{i} = m_{i} \sum_{f=1}^{F} \left( v_{fi}'' - v_{fi}' \right) \left( F_{f} \prod_{i=A,B...}^{N_{c}} [I]^{r_{i}'} - B_{f} \prod_{i=A,B...}^{N_{c}} [I]^{r_{i}''} \right).$$

В рамках комбинированной EDM/FRC модели скорость реакции  $R_f$  выбирается наименьшей из скоростей, полученных с использованием EDM и FRC моделей, так как для осуществления реакции необходимо время, достаточное как для перемешивания компонентов, так и для их химического взаимодействия. Управляющими параметрами для её настройки служат:  $Pr_T$  — турбулентное число Прандтля,  $Sc_T$  — турбулентное число Шмидта, A — коэффициент, ограничивающий скорость перемешивания компонентов в ячейке.

## 4. Нахождение параметров математической модели

Идентификация параметров математической модели горения проводится по результатам испытаний трёх конструктивных вариантов жаровой трубы, отличающихся друг от друга формой и размерами основных отверстий. Задача сводится к отысканию таких значений параметров, при которых функция  $F_m$ 

$$F_m = \sum_{j=1}^{3} (\Delta \theta_{\operatorname{cp} j} + \Delta \theta_{\max j})$$

достигает своего минимума, где j — номер конструктивного варианта,  $\Delta \theta_{cp} = \sum_{i}^{7} \left( \theta_{cpi}^{exp} - \theta_{cpi}^{num} \left( \mathbf{Pr}_{T}, \mathbf{Sc}_{T}, A \right) \right)^{2}$ ,

$$\Delta \theta_{\max} = \sum_{i}^{7} \left( \theta_{\max_{i}}^{\exp} - \theta_{\max_{i}}^{\operatorname{num}} \left( \operatorname{Pr}_{T}, \operatorname{Sc}_{T}, A \right) \right)^{2}.$$
 Здесь:  $\theta_{\operatorname{cp}i}^{\exp}$  — средняя неравномерность температурного поля

на *i*-м радиусе трубы, полученная экспериментально, это разность осреднённой температуры на *i*-м радиусе и средней температуры на выходе из камеры сгорания, отнесённая к разности температур в сечениях выхода и входа в камеру сгорания [1];  $\theta_{\max i}^{exp}$  — максимальная неравномерность температурного поля на *i*-м радиусе, полученная экспериментально.

Расчётные неравномерности вычисляются по следующим формулам [29]:

$$\Theta_{\mathrm{cp}\,i} = \frac{T_{\mathrm{cp}\,i} - T_K}{T_{\mathrm{cp}} - T_K} , \qquad \Theta_{\mathrm{max}\,i} = \frac{T_{\mathrm{max}\,i} - T_K}{T_{\mathrm{cp}} - T_K} ,$$

где  $T_{cpi}$  и  $T_{max}$  — среднее и максимальное значения температуры газа на выходе из камеры сгорания на *i* -м радиусе,  $T_{K}$  — температура на входе в камеру сгорания,  $T_{cp}$  — средняя температура на выходе из камеры сгорания. Минимум функции  $F_m$  находится методом Нелдера–Мида, стартующим с разных точек для повышения вероятности нахождения глобального экстремума.

# 5. Уточнение геометрических характеристик расчётной области

Как отмечено выше, реальная геометрия изделия может отличаться от соответствующего чертежа. Это происходит по ряду причин, таких как конструктивные отклонения, износ инструмента, точность позиционирования, человеческий фактор, а также вследствие нанесения различного рода покрытий. Инструментально замерить реальную геометрию для соотнесения с заданной в чертежах не всегда представляется возможным из-за большого количества отверстий и их сложной формы. Для контроля соответствия нормативным допускам прибегают к предварительным аэродинамическим испытаниям, называемым холодными продувками. Их суть состоит в исследовании интересующей части аэродинамической трубы путём определения расходных характеристик рассматриваемого объекта. Обычно при таких испытаниях фиксируется коэффициент расхода воздуха.

Коэффициентом расхода воздуха называют приведённое к нормальным атмосферным условиям на входе (p = 0,1013 МПа (760 мм рт. ст.), T = 273,15 К (0°С)) значение реального расхода воздуха при сверхкритическом перепаде. При таких условиях коэффициент расхода не зависит от внешнего давления, а его значение становится константой [30].

В работе каждый конструктивный вариант (всего рассмотрено 3) геометрической модели жаровой трубы верифицировался с учётом данных эксперимента, состоящего из трёх стадий. Испытания по третьему конструктивному варианту не производились. Идентификация параметров математической модели для третьего варианта осуществлена с использованием уточнённой геометрии второго конструктивного варианта, так как третий конструктивный вариант получался из второго путём изменения местоположения рассекателей (Рис. 2). Первый конструктивный вариант отличался от второго и третьего количеством рассекателей.

На первой стадии коэффициент расхода воздуха замерялся по группе отверстий I (Рис. 2*a*), заглушка 1 позволяла перекрыть воздушный поток из групп отверстий II и III.

Для того чтобы найти коэффициент расхода по второй группе отверстий, на второй стадии заглушкой 2 перекрывался воздушный поток из группы отверстий III (Рис. 26). При этом определялся суммарный коэффициент расхода через группы отверстий I и II.

На третьей стадии открытыми являлись все три группы отверстий (Рис. 2*в*). Заглушка 3 заменяла собой топливную форсунку, воздух проходил в жаровую трубу через отверстия в завихрителе.

Первым этапом уточнения геометрии является расчёт коэффициента расхода воздуха для её варианта, соответствующего первой стадии эксперимента. Диаметры отверстий в исходной геометрии изменяются пропорционально отклонению расчётного коэффициента расхода воздуха; если отклонение коэффициента расхода не удовлетворяет заданной точности, то диаметры отверстий опять изменяются пропорционально отклонению, иначе осуществляется переход ко второму этапу.

На втором этапе рассчитывается коэффициент расхода для геометрии, соответствующей второй стадии испытания, при этом диаметры группы отверстий I берутся уточнёнными на первом этапе. Затем, аналогично первому этапу, изменяются диаметры отверстий группы II.



Рис. 2. Схематическое представление стадий аэродинамической продувки жаровой трубы: первая (*a*), вторая (*б*), третья (*в*); І – основные отверстия и перфорация на выходной части жаровой трубы, ІІ – отверстия охлаждения, ІІІ – отверстия фронтового устройства



## Рис. 2. Продолжение

На третьем этапе определяется коэффициент расхода для геометрии, соответствующей третьей стадии испытания, диаметрам отверстий групп I и II присваиваются значения с первого и второго этапов соответственно. Размеры отверстий группы III находятся так же, как описано на первом этапе. Значения отклонений коэффициента расхода, полученные при уточнении геометрии, приведены в таблице 1.

	Первый констру	ктивный вариант	Второй конструктивный вариант		
	Отклонение на начальной геометрии, %	Отклонение на уточнённой геометрии, %	Отклонение на начальной геометрии, %	Отклонение на уточнённой геометрии, %	
1 этап	11,958	0,990	13,245	0,740	
2 этап	14,086	0,920	14,386	2,890	
3 этап	16,021	0,440	18,610	0,002	

Таблина	1.	Отклонения	коэффициента	расхола	возлуха
таолица	· ·	Onchemin	коэффициении	рислоди	воздула



Рис. 3. Схема камеры сгорания: продольное (а) и поперечное (б) сечения (расчётная область выделена серым цветом)

Схематическое изображение расчётной области показано на рисунке 36. Расчётная область представляла собой сектор, содержащий одну жаровую трубу. На боковых поверхностях сектора принимались условия периодичности. На основании заранее проведённой проверки сеточной сходимости был сделан вывод о достаточности разрешающей способности расчётной сетки.

## 6. Результаты

В процессе работы выполнен ряд трёхмерных газодинамических расчётов. Система осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса решалась методом контрольных объёмов. Для дискретизации конвективных членов по времени (маршевой координате стационарного расчёта) использовалась схема 1-го порядка точности. Для дискретизации конвективных членов и расчёта переноса пульсационных составляющих по пространству применялась схема «High Resolution» [31]. Основная часть расчётной области состояла из тетраэдральных элементов. В пристеночном слое элементы представляли собой призмы с треугольником в основании. Количество узлов и, соответственно, ассоциированных с ними контрольных объёмов в расчётной сетке составляло примерно 32 миллиона.

Граничные условия соответствовали режимам работы камеры сгорания газотурбинной установки при испытаниях. На входе были известны: для воздуха — значения полной температуры, полного давления и угла набегающего потока; для топлива — значения полной температуры и массового расхода. Для газовоздушной смеси на выходе фиксировался суммарный массовый расход воздуха и топлива.

Рассмотренным режимам течения соответствовали числа Рейнольдса 20000...30000. Точность определения управляющих параметров составила: 0,01 для турбулентных чисел Прандтля и Шмидта из диапазона значений от 0,1 до 1; 0,1 для коэффициента, ограничивающего скорость перемешивания компонентов смеси, из диапазона значений от 3 до 10.

В результате решения поставленной задачи были найдены значения управляющих параметров математической модели горения (чисел  $\Pr_T$  и  $\operatorname{Sc}_T$  и коэффициента A) как для исходной геометрии расчётной области, так и для уточнённой, которые в процессе счёта переставали изменяться (неулучшаемые параметры). Функция отклонения неравномерности температурного поля  $F_m$  имела значения: 0,78 для вариантов с исходной геометрией и 0,51 для уточнённых (Рис. 4). Типовой расчёт в задаче горения газовоздушной смеси для одного из конструктивных вариантов камеры сгорания при заданных значениях трёх управляющих параметров длился 23 часа (с применением приёмов распараллеливания).



Рис. 4. Диаграмма функции отклонения температурного поля

Из рисунка 5 видно, что значение функции отклонения для каждого конструктивного варианта при уточнённой геометрии меньше, чем при начальной геометрии. Рисунок 6 свидетельствует, что у третьего конструктивного варианта с уточнённой геометрией график модуля разности расчётной и экспериментально найденной функции отклонения неравномерности температурного поля полностью лежит под графиком, отвечающим исходной геометрии. Модуль разности для первого и второго конструктивных вариантов не превышает 0,12. На рисунке 7 представлены картины распределения неравномерности поля температуры по 7 радиусам на выходе из камеры сгорания для первого конструктивного варианта. Видно, что значения средней неравномерности для варианта с уточнённой геометрией практически полностью совпадают с полученными экспериментально.

Максимальное отклонение значения неравномерности поля зафиксировано на 1-м радиусе и составляет 3,52%. Для варианта с изначальной геометрией максимальное отклонение равно 19,08% и также соотносится с 1-м радиусом. При помощи уточнённой геометрии удалось установить пик максимальной неравномерности: он находится на 2-м и 3-м радиусах.



Рис. 5. Характер модуля разности расчётной и экспериментально найденной функции отклонения



Рис. 6. Значения неравномерности температурного поля, рассчитанные по первому (кривые 1–5) и второму (6) конструктивным вариантам с использованием трёх неулучшаемых управляющих параметров





На рисунке 7 видно, что температурное поле, полученное из расчёта с использованием уточнённой геометрии, существенно отличается от поля на исходной геометрии. При вычислениях удалось уловить пик неравномерности там, где он зафиксирован в эксперименте — на 2-м и 3-м радиусах жаровой трубы.

## 7. Выводы

Основываясь на сравнении данных о горении газообразного топлива, полученных в эксперименте и установленных путём численного моделирования, можно сделать вывод о том, что предложенная авторами математическая модель пригодна для описания подобного рода течений. Уточнение геометрических параметров рассматриваемого изделия по результатам аэродинамических продувок позволяет более корректно рассчитывать поле температуры на выходе из камеры сгорания.

В дальнейшем предполагается использование модели для доводки конструкции камеры сгорания (для снижения уровня неравномерности температурного поля на входе в газосборник, уменьшения выбросов вредных веществ и другого).

## Литература

- 1. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. М.: Машиностроение, 2008. Т. 2. Компрессоры. Камеры сгорания. Форсажные камеры. Турбины. Выходные устройства. 367с.
- 2. Зырянов А.В., Сенюшкин Н.С., Харитонов В.Ф. Разработка метода диагностики камер сгорания ГТД на основе математического моделирования их рабочего процесса // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16, № 2(47). С. 98-105.
- 3. Корнеев В.Н. Теория газотурбинных двигателей. М.: Издательские решения, 2019. 154 с.
- 4. Чигрин В.С., Белова С.Е. Конструкция камер сгорания газотурбинных двигателей. Рыбинск: РГАТА, 2004. 25 с.
- 5. Пугач К.С. Доводка поля температур на выходе из малоэмиссионной камеры сгорания методами трёхмерного моделирования // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6, № 6. С. 901-909.
- 6. Орлов М.Ю., Зубрилин И.А., Матвеев С.С., Цыбизов Ю.И. Доводка поля температуры на выходе из многофорсуночной камеры сгорания ГТД методами трёхмерного моделирования // Изв. Самарского научного центра РАН. 2013. Т. 15, № 6(4). С 905-910.
- 7. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания ГТД. М.: Мир, 1986. 566 с.
- 8. Кофман М.В. Исследование влияния неравномерности поля температуры газового потока на выходе из камеры сгорания ГТД на интегральные характеристики потока и результаты осреднения его параметров // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16. № 1(46). С. 10-23. http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/725 (Дата обращения 06.04.2020)
- 9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.-Л.: Гостехиздат, 1950. 676 с.
- 10. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968. 686 с.
- 11. Больцман Л. Лекции по теории газов. М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1953. 554 с.
- 12. Молчанов А.М. Математическое моделирование гиперзвуковых гомогенных и гетерогенных неравновесных течений при наличии сложного радиационно-конвективного теплообмена. М.: Изд-во МАИ, 2017. 160 с.
- 13. Garnier E., Adams N., Sagaut P. Large eddy simulation for compressible flows. Springer, 2009. 276 p. https://doi.org/10.1007/978-90-481-2819-8
- Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. Springer, 1999. 624 p. https://doi.org/10.1007/978-3-662-03915-1
- 15. *Прандтль Л., Титьенс О.* Гидро- и аэромеханика. Т. 2. Движение жидкостей с трением и технические приложения. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1935. 313 с.
- 16. Ландау Л.Д., Лифииц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 736 с.
- 17. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1949. Ч. 1. 624 с.
- Wilcox D.C. Multiscale model for turbulent flows // Proc. of the 24th Aerospace Sciences Meeting. U.S.A., Reno, NV, January 6-9, 1986. P. 15-17. https://doi.org/10.2514/6.1986-29
- Menter F.R. Zonal two-equation k-ε turbulence models for aerodynamic flows // Proc. of the 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference. U.S.A., Orlando, FL, July 6-9, 1993. P. 1993-2906. https://doi.org/10.2514/6.1993-2906
- 20. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc., 1994. 460 p.
- 21. Reynolds O. Papers on mechanical and physical subjects. Cambridge: At the University Press, 1901. Vol. II. 227 p.
- 22. *Куценко Ю.Г.* Численные методы оценки эмиссионных характеристик камер сгорания газотурбинных двигателей. Екатеринбург-Пермь: УрО РАН, 2006. 140 с.
- 23. Magnussen B.F., Hjertager B.H. On mathematical modeling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion // Symposium (International) on Combustion. 1977. Vol. 16. P. 719-729. https://doi.org/10.1016/S0082-0784(77)80366-4
- Curran H.J., Gaffuri P., Pitz W.J., Westbrook C.K. A comprehensive modelling study of n-heptane oxidation // Combust. Flame. 1998. Vol. 114. P. 149-177. https://doi.org/10.1016/S0010-2180(97)00282-4

- 25. Басевич В.Я. Детальные кинетические механизмы горения гомогенных газовых смесей с участием кислородсодержащих окислителей // Успехи химии. 1987. Т. 56, № 5. С. 705-731. English version https://doi.org/10.1070/ RC1987v056n05ABEH003280
- Westbrook C.K, Dryer P.L. Simplified reaction mechanisms for the oxidation of hydrocarbon fuels in flames // Combust. Sci. Tech. 1981. Vol. 27. P. 31-43. https://doi.org/10.1080/00102208108946970
- 27. Бедарев И.А., Федоров А.В. Сравнительный анализ трёх математических моделей воспламенения водорода // Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42, № 1. С. 26-33. English version https://doi.org/10.1007/s10573-006-0002-1
- 28. ANSYS 17.2 Help. Документация по программному комплексу ANSYS 14.5.7. URL: www.cadfem-cis.ru (Дата обращения: 06.04.2020)
- 29. Гриценко Е.А., Данильченко В.П., Лукачев С.В., Резник В.Е., Цыбизов Ю.И. Конвертирование авиационных ГТД в газотурбинные установки наземного применения. Самара: СНЦ РАН, 2004. 266 с.
- 30. Соколов В.Д., Ягудин С.В. Коэффициент расхода осесимметричных сужающихся сопл с произвольным контуром // Ученые записки ЦАГИ. 1975. Т 5, № 1. С. 117-121.
- 31. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем. сб. 1959. Т. 47(89), № 3. С. 271-306.

## References

- Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratskiy V.L. Osnovy konstruirovaniya aviatsionnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok. T. 2. Kompressory. Kamery sgoraniya. Forsazhnyye kamery. Turbiny. Vykhodnyye ustroystva [Designing bases of aircraft engines and power plants. Vol. 2. Compressors. Combustion Chambers. Afterburner. Turbine. Exhaust arrangement]. Moscow, Mashinostroyeniye, 2008. 367 p.
- Zyrianov A.V., Senyushkin N.S., Kharitonov V.F. Development of diagnostics method for gas turbine combustors on the base of mathematical modeling of their operation. *Vestnik UGATU – Vestnik USATU*, 2012, vol. 16, no. 2(47), pp. 98-105.
- 3. Korneyev V.N. *Teoriya gazoturbinnykh dvigateley* [The gas turbine engines theory]. Moscow, Izdatelskiye resheniya, 2019. 154 p.
- 4. Chigrin V.S., Belova S.E. *Konstruktsiya kamer sgoraniya gazoturbinnykh dvigateley* [The design of gas turbine engines combustion chambers]. Rybinsk, RGATA. 2004. 25 p.
- 5. Pugach K.S. Computer simulation for trimming exit temperature profile from low emis-sion combustor. *Komp'yuternyye* issledovaniya i modelirovaniye Computer Research and Modeling, 2014, vol. 6, no. 6, pp. 901-909.
- Orlov M., Zubrilin I., Matveev S., Tsybizov Yu. Operational development of exit temperature profile of multiburner combustion chamber with using of computational fluid dynamics. *Izv. Samarskogo nauchnogo tsentra RAN – Izvestia RAS* SamSC, 2013, vol. 15, no. 6(4), pp. 905-910.
- 7. Lefebvre A.H. Gas turbine combustion. McGraw-Hill Book company, 1985.
- Kofman V.M. Research of the influence of the gas flow temperature field irregularity in the gas turbine engine combustion chamber outlet on the integral characteristics of the flow and its results averaging. *Vestnik UGATU – Vestnik USATU*, 2012, vol. 16, no. 1(46), pp. 10-23. http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/725 (accessed April 06, 2020)
- 9. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [The fluid mechanics]. Moscow, Leningrad, Gostekhizdat, 1950. 676 p. L.G.
- 10. Rozhdestvenskiy B.L., Yanenko N.N. Sistemy kvazilineynykh uravneniy i ikh ppilozheniya k gazovoy dinamike [Quasilinear equations systems and their applications to gas dynamics]. Moscow, Nauka, 1968. 686 p.
- 11. Boltzmann L. Vorlesungen über Gastheorie [Lectures on gas theory]. Leipzig, Verlag J.A. Barth, 1896.
- 12. Molchanov A.M. Matematicheskoye modelirovaniye giperzvukovykh gomogennykh i geterogennykh neravnovesnykh techeniy pri nalichii slozhnogo radiatsionno-konvektivnogo teploobmena [Mathematical modelling of hypersound homogeneous and heterogeneous nonequilibrium currents at presence complex radiation-convective heat exchange]. Moscow, Izd-vo MAI, 2017. 160 p.
- 13. Garnier E., Adams N., Sagaut P. Large eddy simulation for compressible flows. Springer, 2009. 276 p. https://doi.org/10.1007/978-90-481-2819-8
- Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. Springer, 1999. 624 p. https://doi.org/10.1007/978-3-662-03915-1
- 15. Prandtl L., Tietjens O. *Hydro- and aeromechanic. B. 2. Bewegung Reibender Flüssigkeiten und technische Anwendungen* [Hydro- and aeromechanics. Vol. 2. Movement of liquids with friction and technical appendices]. Springer, 1931.
- 16. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika*. *T. VI. Gidrodinamika* [Theoretical physics. Vol. VI. Hydrodynamics]. Moscow, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1988. 736 p.
- 17. .Fabrikant N.Ya. Aerodinamika. Ch. 1 [Aerodynamics. Vol. 1]. Moscow, Leningrad, izd-vo tekhn.-teoret. lit., 1949. 624 p.
- 18. Wilcox D.C. 24th Aerospace Sciences Meeting. U.S.A., Reno, NV, January 6-9, 1986. Pp. 15-17. https://doi.org/10.2514/6.1986-29
- 19. Menter F.R. Proc. of the 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference. U.S.A., Orlando, FL, July 6-9, 1993. Pp. 1993-2906. https://doi.org/10.2514/6.1993-2906
- 20. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc., 1994. 460 p.
- 21. Reynolds O. Papers on mechanical and physical subjects. Cambridge: At the University Press, 1901. Vol. II. 227 p.
- 22. Kutsenko Yu.G. *Chislennyye metody otsenki emissionnykh kharakteristik kamer sgoraniya gazoturbinnykh dvigateley* [Numerical methods of an issue characteristics estimation GTE combustion chamber]. Ekaterinburg-Perm, UrO RAN, 2006. 140 p.

- 23. Magnussen B.F., Hjertager B.H. On mathematical modeling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion. *Symposium (International) on Combustion*, 1977, vol. 16, pp. 719-729. https://doi.org/10.1016/S0082-0784(77)80366-4
- 24. Curran H.J., Gaffuri P., Pitz W.J., Westbrook C.K. A comprehensive modelling study of n-heptane oxidation. *Combust. Flame*, 1998, vol. 114, pp. 149-177. https://doi.org/10.1016/S0010-2180(97)00282-4
- 25. Baevich V.Ya. Detailed kinetic mechanism of the combustion of homogeneous gaseous mixtures with participation of oxygen-containing oxidants. *Russ. Chem. Rev.*, 1987, vol. 56, no. 5, pp. 411-427. https://doi.org/10.1070/RC1987v056n05ABEH003280
- Westbrook C.K, Dryer P.L. Simplified reaction mechanisms for the oxidation of hydrocarbon fuels in flames. *Combust. Sci. Tech.*, 1981, vol. 27, pp. 31-43. https://doi.org/10.1080/00102208108946970
- 27. Bedarev I.A., Fedorov A.V. Comparative analysis of three mathematical models of hydrogen ignition. *Combust. Explos. Shock Waves*, 2006, vol. 42, pp. 19-26. https://doi.org/10.1007/s10573-006-0002-1
- 28. ANSYS 17.2 Help. URL: www.cadfem-cis.ru (accessed 06 April 2020)
- 29. Gritsenko E.A., Danil'chenko V.P., Lukachev S.V., Reznik V.E., Tsybizov Yu.I. *Konvertirovaniye aviatsionnykh GTD v gazoturbinnyye ustanovki nazemnogo primeneniya* [Conversion of aircraft gas turbine engines to gas turbine installations for ground use]. Samara, SNTs RAN, 2004. 266 p.
- 30. Sokolov V.D., Yagudin S.V. Koeffitsiyent raskhoda osesimmetrichnykh suzhayushchikhsya sopl s proizvol'nym konturom [Flow coefficient of axisymmetric tapering nozzles with an arbitrary contour]. *Uchenyye zapiski TsAGI*, 1975, vol. 5, no. 1, pp. 117-121.
- Godunov S.K. Raznostnyy metod chislennogo rascheta razryvnykh resheniy uravneniy gidrodinamiki [The difference method for the numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics]. *Matem. sb.*, 1959, vol. 47(89), no. 3, pp. 271-306.

Поступила в редакцию 05.02.2020; после доработки 18.03.2020; принята к опубликованию 23.03.2020

Сведения об авторах

Митрофанова Юлия Александровна, асп., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПНИПУ), Пермь, 614990, Комсомольский пр., д. 29a; e-mail: .YuAMitrofanova@yandex.ru

Загитов Ренат Азгарович, доц., ктн, нач. бригады, АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, 614000, Комсомольский пр. д. 93; e-mail zagitoff@inbox.ru

Трусов Пётр Валентинович, дфмн, проф., зав. каф., ПНИПУ; e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru